

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 69 (1978)

**Heft:** 8

**Artikel:** Eigenwertuntersuchungen an einer Drehstrom-Asynchronmaschine bei selbsterregten Drehschwingungen

**Autor:** Palit, B. B.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-914868>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 28.11.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Eigenwertuntersuchungen an einer Drehstrom-Asynchronmaschine bei selbsterregten Drehschwingungen

Von B. B. Palit

621.313.33;

Die Eigenwerte einer Asynchronmaschine werden bei selbsterregten Drehschwingungen untersucht, die durch Vergrößerung des Statorkreiswiderstandes verursacht werden. Die Auswertung der Eigenwerte erfolgt aus den gemessenen Stromoszillogrammen, aus den digital simulierten Stromverläufen und aus der linearisierten Systemgleichungsmatrix.

Les valeurs intrinsèques d'une machine asynchrone sont étudiées dans le cas de vibrations de rotation, dues à l'augmentation de la résistance du circuit statorique. L'interprétation de ces valeurs a lieu d'après les oscillogrammes de courant mesurés, les circuits de courant simulés numériquement et la matrice linéarisée de l'équation du système.

## 1. Einleitung

Die Einführung von ohmschen Widerständen in einen bestehenden elektrischen Kreis erhöht normalerweise die Dämpfung des Stromkreises. Dadurch schwingen elektrische Ausgleichsvorgänge rascher auf einen neuen stationären Zustand ein. In Drehstrom-Asynchronmaschinen entstehen aber beim Zuschalten von Widerständen bestimmter Grösse in den Statorkreis selbsterregte Pendelungen [1; 2]<sup>1)</sup>.

In dieser Arbeit soll das Verhalten einer Asynchronmaschine bezüglich selbsterregter Drehschwingungen bei sukzessiv zunehmenden Reihenwiderständen zuerst experimentell untersucht werden. Dabei soll der Grund der selbsterregten Drehschwingungen bei den Eigenwerten der Asynchronmaschine gesucht werden. Diese werden einerseits aus den Stromoszillogrammen ermittelt. Bei der digitalen Simulation sind die Eigenwerte aus den vom Computer gedruckten zeitlichen Stromverläufen auszuwerten. Zuletzt sollen die Eigenwerte aus der linearisierten Systemgleichungsmatrix numerisch berechnet werden. Alle diese Eigenwertuntersuchungen werden im Leerlaufbetrieb der Asynchronmaschine vorgenommen und die Ergebnisse untereinander verglichen. Zur weiteren Aufklärung über die Stabilität werden die Eigenwerte auch bei verschiedenem Schlupf rechnerisch untersucht.

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

<sup>2)</sup> Diese Untersuchungen wurden am Institut für Elektrische Maschinen der ETH im Rahmen einer Diplomarbeit durchgeführt.

Schilddaten der untersuchten Asynchronmaschine

Tabelle I

Nennleistung	$P_n$	205 PS
Nennspannung	$\sqrt{3} U_1$	500 V
Nennstatorstrom	$I_{1n}$	215 A
Frequenz	$f$	50 Hz
Anzahl Phasen	$m$	3
Nennzahl	$n_n$	2940 U/min
Rotorspannung	$U_{20}$	420 V
Rotornennstrom	$I_{2n}$	225 A
Statorschaltung		Stern
Rotorschaltung		Stern

## 2. Experimentelle Untersuchungen

Die experimentellen Untersuchungen<sup>2)</sup> beschränken sich auf den Leerlaufbetrieb einer ungekuppelten Schleifringanker-Asynchronmaschine, deren Nenndaten in Tab. I angegeben sind.

### 2.1 Versuchsdurchführung

Zur Durchführung der Versuche wurden die dreiphasigen Reihenwiderstände dem Stator so vorgeschaltet, dass sie durch einen dreipoligen Schalter überbrückt werden konnten (Fig. 1). Die Asynchronmaschine wurde bei überbrücktem  $R_v$  angefahren und der Überbrückungsschalter erst nach Erreichen der stationären Leerlaufdrehzahl geöffnet. Um das Schwingungsverhalten festzustellen, wurde der Vorwiderstand  $R_v$  stufenweise erhöht und jeder neue Widerstand  $R_v$  jeweils auf den stationären Leerlaufbetrieb zugeschaltet. Für die Auswertung erschien es zweckmässig, als Parameter an Stelle von  $R_v$  den auf den Statorstrangwiderstand  $R_1$  bezogenen Widerstand  $C = R_v/R_1$  zu verwenden.

In Fig. 2 sind die Oszillogramme des Statorstrangstromes zusammengestellt. Im Bereich  $C = 0...31$  treten Drehschwingungen auf, die mit der Zeit abklingen. Wird der Reihenwiderstand auf einen kritischen Wert erhöht ( $C = 32$ ), schwingt die Drehzahl des Rotors ständig, obwohl die Pendelintensität mit der Zeit etwas abnimmt. Die Drehschwingungen werden beim Steigern des Reihenwiderstandes sogar angefacht ( $C = 58$ ). Erhöht man den Widerstand noch weiter ( $C = 80$ ), so verlieren die Pendelungen ihre Intensität. Nach Überschreiten eines zweiten kritischen Wertes ( $C = 223$ ) hört der Rotor auf, ständig zu pendeln.

An dieser Stelle muss bemerkt werden, dass nicht alle Asynchronmaschinen auf selbsterregte Pendelungen gleich empfindlich sind. Untersuchungen an verschiedenen grossen Asynchronmaschinen zeigen, dass die Tendenz zur Pendelung im allgemeinen mit abnehmender Nennleistung abnimmt.

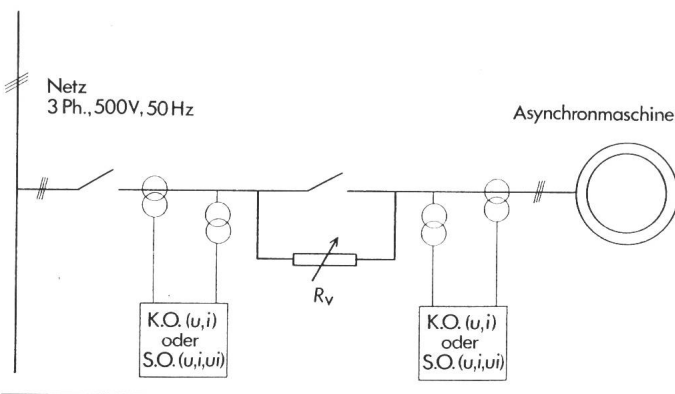


Fig. 1 Versuchsschaltung

- K.O. Kathodenstrahloszillograph
- S.O. Schleifenoszillograph
- $u, i, ui$  Momentanwert der Spannung, des Stromes und der Leistung
- $R_v$  Vorschaltwiderstand

C	$\frac{u(t)}{u(t+T)}$	$\vartheta$	$\omega$ (s <sup>-1</sup> )	f (Hz)	$\sigma$ (s <sup>-1</sup> )	Eigenwerte $\sigma \pm j\omega$ (s <sup>-1</sup> )
16	1,66	0,507	22,4	3,56	-1,81	-1,81 ± j22,4
32	1,02	0,0179	15,7	2,50	-0,0447	-0,0447 ± j15,7
58	0,83	-0,182	10,8	1,72	+0,313	+0,313 ± j10,8
80	0,88	-0,133	7,3	1,16	+0,154	+0,154 ± j7,3
159	≈1	≈0	5,42	0,86	≈0	± j5,42
223	1,08	0,0723	4,55	0,72	-0,0523	-0,0523 ± j4,55
278	1,22	0,196	3,83	0,61	-0,119	-0,119 ± j3,83

2.2 Bestimmung der Eigenwerte

Aus den Oszillogrammen kann die Einschwingfrequenz im Falle vorübergehender Pendelung und die Pendelfrequenz im Falle dauerhafter Pendelung bestimmt werden. Nimmt man an, dass die Asynchronmaschine ein schwingungsfähiges System im wesentlichen von 2. Ordnung ist, so wird ihr transientes Verhalten von zwei konjugiert komplexen Polen (Eigenwerten) bestimmt, deren Realteil die Dämpfung  $\sigma$  und deren Imaginärteil die Eigenkreisfrequenz  $\omega$  des Systems darstellt. Ist die Eigenkreisfrequenz  $\omega$  der Schwingung bekannt und lassen sich die Funktionswerte  $u(t)$  und  $u(t + T)$  im zeitlichen Abstand einer Periode  $T$  graphisch auswerten, so kann die Dämpfung  $\sigma$  wie folgt berechnet werden [3]:

$$\sigma = -\vartheta\omega/2\pi \tag{1}$$

$$\text{wobei } \vartheta = \ln u(t)/u(t + T) \tag{2}$$

als logarithmisches Dekrement bezeichnet wird.

Aus den gemessenen Stromoszillogrammen der Fig. 2 erfolgt in Tab. II die Auswertung der Eigenkreisfrequenz  $\omega$ , der Schwingungsfrequenz  $f$  und der Dämpfung  $\sigma$ ;  $u(t)$  stellt jeweils die Amplitude der ersten Stromschwingung nach dem Zuschalten von  $R_v$  dar. Der Realteil des Eigenwertes ist bei  $C = 58$  und  $80$  eindeutig positiv: die Maschine regt sich selbst zu Pendelungen an. Ab einer bestimmten Pendelamplitude bleiben die Schwingungen stationär. Die Grenzfälle treten dagegen etwa bei  $C = 32$  und  $159$  auf. Bei diesen  $C$ -Werten pendelt die Asynchronmaschine mit schwach gedämpfter Intensität.

3. Digitale Simulation

Für die digitale Simulation der Asynchronmaschine beim Betrieb über Reihenwiderstände wurde ein Modell der Asynchronmaschine benutzt, das aus pseudo-stationären Stator- und Rotorspulen besteht [4]. Bei diesem Modell braucht man zur Aufrechterhaltung des Maschinenbetriebs nur eine einzige Statorspule mit einer Gleichspannung der Höhe  $\sqrt{3}U_1$  zu speisen, in Fig. 3 die D-Spule. Das Gleichungssystem der Modellmaschine besteht aus den Spannungsgleichungen für die vier Spulen D, Q, d, q und einer Bewegungsgleichung.

3.1 Gleichungssystem

Spannungsgleichungen mit  $p = d/dt$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{3}U_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_D p & \omega L_D & M_m p & \omega M_m \\ -\omega L_D & R_1 + L_D p & -\omega M_m & M_m p \\ M_m p & s\omega M_m & R_2 + L_d p & s\omega L_d \\ -s\omega M_m & M_m p & -s\omega L_d & R_2 + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \tag{3}$$

Daten der Asynchronmaschine

Tabelle III

Bezeichnung	Symbol	Numerischer Wert
Widerstand eines Statorstranges	$R_1$	0,0306 $\Omega$
Widerstand eines Rotorstranges	$R_2$	0,0188 $\Omega$
Selbstinduktivität der Spule D	$L_D$	0,0182 H
Selbstinduktivität der Spule d	$L_d$	0,0133 H
Drehfeld-Gegeninduktivität	$M_m$	0,0151 H
Polpaarzahl	$p_0$	1
Polarträgheitsmoment der Drehmasse	$J$	2,29 Nms <sup>2</sup>
Reibungsmoment im Leerlauf	$T_{reib}$	11,4 Nm
Leerlaufschlupf	$s_0$	0,0365 %

Bewegungsgleichung:

$$p_0 M_m (i_D i_q - i_Q i_d) = T_{mw} - \frac{J}{p_0} \omega \frac{d\omega}{dt} + T_{reib} \tag{4}$$

Die Bedeutung der Symbole ist aus Tab. III ersichtlich. Im vorliegenden Fall (Leerlauf) wird das mechanische Drehmoment an der Welle

$$T_{mw} = 0 \tag{5}$$

Das Reibungsmoment  $T_{reib}$  wird konstant und gleich dem Reibungsmoment bei der Leerlaufdrehzahl angenommen.

3.2 Maschinendaten

Die Maschinendaten, die aus verschiedenen Messungen gewonnen wurden, sind in Tab. III zusammengestellt.

3.3 Verlauf des Statorstromstromes

Gemäss dem Computerprogramm erhält man aus den nichtlinearen Systemgleichungen (3) und (4) die zeitlichen Verläufe der Modellströme  $i_D$  und  $i_Q$ . Damit lässt sich nach einer Transformationsbeziehung [4] die Hüllkurve des zeitlichen Stromverlaufs eines Statorstranges berechnen. Ein solcher Verlauf des Statorstromstromes bei  $C = 80$  für die Dauer von drei Stromschwingungen nach dem Zuschalten des Widerstandes ist in Fig. 4 zu sehen. Vergleicht man diesen mit dem Stromoszillogramm der Fig. 2, so ist eine gute qualitative Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation zu erkennen.

C	$\frac{u(t)}{u(t+T)}$	$\delta$	$\omega$ (s <sup>-1</sup> )	f (Hz)	$\sigma$ (s <sup>-1</sup> )	Eigenwerte $\sigma \pm j\omega$ (s <sup>-1</sup> )
16	1,41	0,345	20,9	3,33	-1,15	-1,15 ± j20,9
58	0,64	-0,445	10,3	1,64	+0,728	+0,728 ± j10,3
159	1,37	0,314	5,93	0,944	-0,296	-0,296 ± j5,93

### 3.4 Bestimmung der Eigenwerte

Die digitale Simulation wurde bei drei C-Werten ausgeführt. Aus dem jeweiligen zeitlichen Verlauf des simulierten Statorstromes wurde, gleich wie in Abschnitt 2.2, zuerst die Eigenkreisfrequenz  $\omega$  ermittelt und daraus, gemäss Gl. (1) und (2), die zugehörige Dämpfung  $\sigma$  berechnet. Die Auswertung der Eigenwerte ist in Tab. IV enthalten. Vergleicht man diese Eigenwerte mit jenen von Tab. II, so ist im allgemeinen eine qualitative Übereinstimmung festzustellen. Die quantitativen Unterschiede sind klein bei den Eigenfrequenzen, jedoch gross bei den Dämpfungen. Bis auf grossen C-Wert dämpft die reale Maschine stärker als die Modellmaschine wegen der Dämpfungseigenschaften elektromagnetischen Ursprungs, die bei der Simulation nicht berücksichtigt wurden.

### 4. Eigenwertberechnung aus der Systemgleichungsmatrix

Eine dritte Methode der Eigenwertberechnung geht von den Systemgleichungen der Modellmaschine (Gl. 3, 4) aus. Um die für die Eigenwertberechnung geeignete Systemgleichungs-

matrix zu erhalten, muss zuerst die Stabilitätsuntersuchung bei kleinen Abweichungen vorgenommen werden. Dazu sucht man zunächst die stationäre Lösung für einen beliebigen Schlupf, entwickelt dann die Variablen an diesem Punkt, linearisiert die Gleichungen und ermittelt schliesslich mit einem elektronischen Digitalrechner die Wurzeln der charakteristischen Gleichung der linearisierten Systemmatrix numerisch. Man bezeichnet die Wurzeln dieser Gleichung auch als Eigenwerte der Matrix.

Zur Berechnung der Eigenwerte der Asynchronmaschine werden bezogene, dimensionslose Grössen eingeführt, die mit einem Stern gekennzeichnet sind. Die Gleichungen werden nicht mit den bezogenen Strömen, sondern mit bezogenen Flussverkettungen ausgedrückt [5]. Unter Vernachlässigung der Produkte der Abweichungen erhält man aus dem ursprünglichen Ausgangsgleichungssystem das Gleichungssystem der Abweichungen. Beschränkt man sich auf die Betrachtung sehr kleiner Abweichungen der Drehzahl von der stationären Leer-

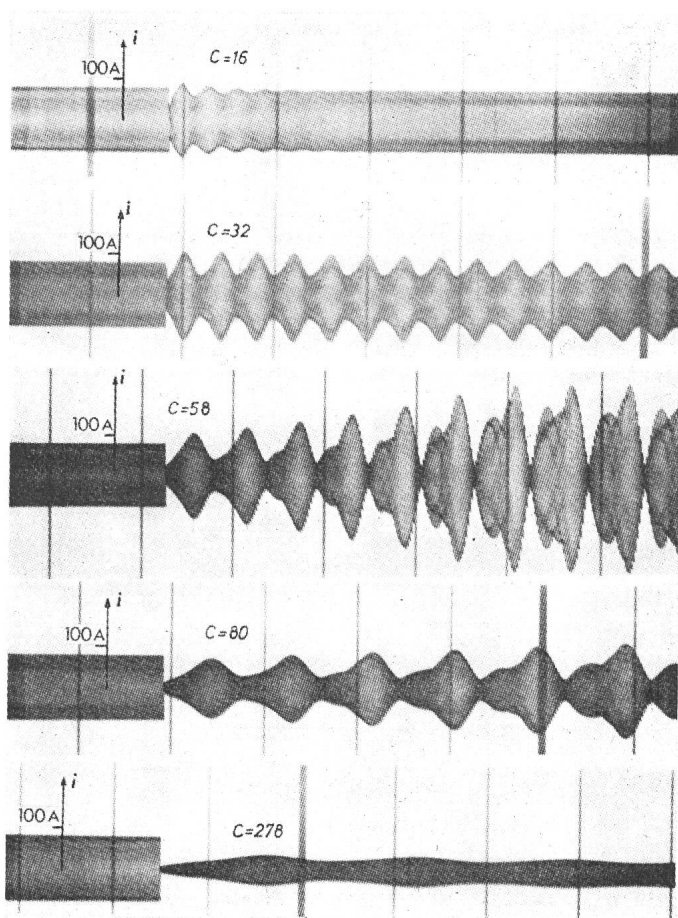


Fig. 2 Schleifenoszillogramme des Statorstromes

*i* Momentanwert des Statorstromes  
C Reihenwiderstand pro Phase bezogen auf den Statorstromwiderstand

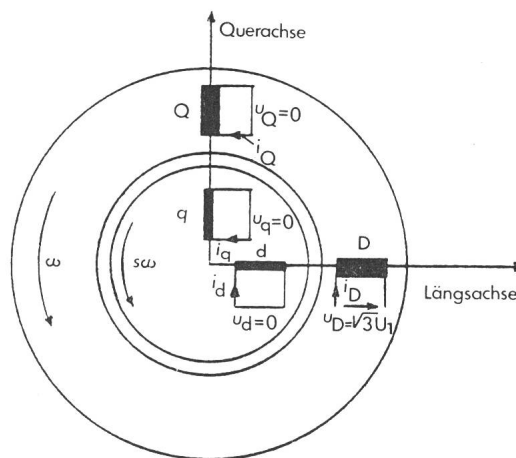


Fig. 3 Modellmaschine

D, Q pseudo-stationäre Statorspulen  
d, q pseudo-stationäre Rotorspulen  
 $u_D, u_Q$  bzw.  $i_D, i_Q$  Momentanwert der Spannungen bzw. Ströme der Spulen D und Q  
 $u_d, u_q$  bzw.  $i_d, i_q$  Momentanwert der Spannungen bzw. Ströme der Spulen d und q  
 $\omega$  elektrische Winkelgeschwindigkeit des Drehfeldes  
*s* Schlupf des Rotors  
 $U_1$  Netzspannung pro Phase

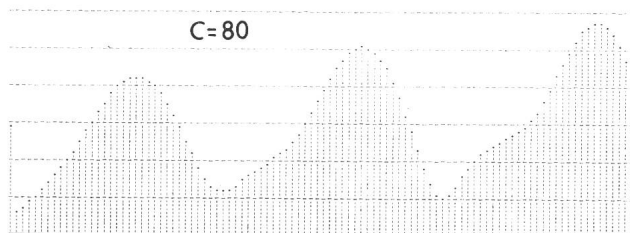


Fig. 4 Digital simulierter zeitlicher Statorstromverlauf

laufdrehzahl ( $s_0 + \Delta s \approx s_0$ ), so lassen sich die erwähnten Gleichungen linearisieren. Das linearisierte Gleichungssystem hat dann die Form

$$\dot{\underline{X}} + \underline{A} \underline{X} = 0 \quad (6)$$

wobei die Unbekannten mit  $\underline{X}$  und mit  $\underline{A}$  die  $5 \times 5$ -Matrix bezeichnet wird. Zur Lösung dieses Systems homogener linearer Differentialgleichungen wird der Ansatz

$$\underline{X} = \underline{B} e^{\lambda t^*} \quad (7)$$

gemacht, wobei die Spaltenmatrix  $\underline{B}$  die Integrationskonstanten enthält. Setzt man diesen Ansatz in die Gl. (6) ein, so erhält man

$$\lambda \underline{B} e^{\lambda t^*} + \underline{A} \underline{B} e^{\lambda t^*} = 0$$

oder

$$(\lambda \underline{E} + \underline{A}) \underline{X} = 0 \quad (8)$$

wobei  $\underline{E}$  die Einheitsmatrix der Ordnung  $5 \times 5$  ist. Diese Gleichung hat dann und nur dann eine nichttriviale Lösung (verschieden von null), falls

$$\det(\lambda \underline{E} + \underline{A}) = |\lambda \underline{E} + \underline{A}| = 0 \quad (9)$$

ist [6]. Diese Bedingung legt die Eigenwerte  $\lambda$  fest.  $\lambda$  bedeutet eine komplexe Zahl und ist ein Skalar. Die Auswertung liefert die charakteristische Gleichung:

$$a_0 \lambda^5 + a_1 \lambda^4 + a_2 \lambda^3 + a_3 \lambda^2 + a_4 \lambda + a_5 = 0 \quad (10)$$

Ihre Wurzeln sind von der allgemeinen Form

$$\lambda_i = \sigma_1^* + j\omega_1^* \quad i = 1 \dots 5 \quad (11)$$

Damit werden die Variablen nach Gl. (7) zu

$$x(t^*) = b_i e^{\sigma_1^* t^*} \cdot e^{j\omega_1^* t^*} = h_i e^{\sigma_1^* t^*} \cdot \cos(\omega_1^* t^* + \varphi_i) \quad (12)$$

$i = 1 \dots 5$

wenn die Integrationskonstanten  $b_i$  durch die Konstanten  $h_i$  und  $\varphi_i$  ersetzt werden. In Gl. (11) und (12) stellen  $\sigma_1^*$  und  $\omega_1^*$  die Dämpfung bzw. die charakteristische Schwingungsfrequenz in bezogener Form dar.

Eine Instabilität tritt dann auf, wenn eine der Wurzeln  $\lambda_i$  einen positiven Realteil  $\sigma_1^*$  enthält. Diese Aussage bedeutet für das Stabilitätsgesetz in der Zustandsraumdarstellung, dass

alle Eigenwerte der Matrix  $\underline{A}$  bei einem stabilen System in der linken Halbebene liegen müssen.

Die numerische Auswertung des Gleichungssystems ergab fünf Wurzeln. Eine ist dabei reell, die vier anderen bestehen aus zwei Paaren konjugiert komplexen Größen. Diese stellen ein schwingungsfähiges System dar. Dabei bedeutet, wie erwähnt, der Realteil die Dämpfung und der Imaginärteil eine charakteristische Schwingungsfrequenz.

In Tab. V sind die berechneten Eigenwerte bei fünf  $C$ -Werten in bezogener Form angegeben. Aus dieser Zusammenstellung der Eigenwerte bzw. Pole geht hervor, dass der 1. Pol, d.h.  $\lambda_1$ , reell ist. Die zugehörige Komponente des transienten Vorgangs wird mit der Exponentialfunktion  $h_1 e^{\sigma_1^* t^*}$  abklingen, wobei  $\sigma_1^* < 0$  ist. Der 2. und der 3. Pol, d.h.  $\lambda_2$  und  $\lambda_3$ , sind konjugiert komplexe Pole. In der komplexen Zahlenebene liegen sie weit links von der imaginären Achse. Die diesen Polen zugehörige Komponente des transienten Vorgangs stellt eine abklingende Schwingung  $h_2 e^{\sigma_2^* t^*} \cos(\omega_2^* t^* + \varphi_2)$  dar, wobei  $\sigma_2^* < 0$  ist. Der 4. und der 5. Pol, d.h.  $\lambda_4$  und  $\lambda_5$ , sind ebenfalls konjugiert komplexe Pole. Sie sind dominante Pole, da sie am weitesten rechts auf der komplexen Zahlenebene liegen. Sie bestimmen im wesentlichen das transiente Verhalten des Systems. Der Realteil dieser Pole bei  $C = 25, 40$  und  $100$  ist jeweils positiv. Diese Pole erzeugen eine anfachende Schwingung von der Art  $h_4 e^{\sigma_4^* t^*} \cos(\omega_4^* t^* + \varphi_4)$ , wobei  $\sigma_4^* > 0$  ist. Ein instabiles Verhalten der Asynchronmaschine ist bei den erwähnten  $C$ -Werten zu erwarten. Bei  $C = 16$  und  $159$  wird  $\sigma_4^*$  negativ. Die Drehschwingungen werden positiv gedämpft. In diesen beiden Fällen ist ein Übergang zum stationären Betrieb nach Abklingen der Drehschwingungen zu erwarten. Diese Feststellungen stimmen mit den experimentellen Ergebnissen des Abschnittes 2 überein.

Da das Gleichungssystem mit den bezogenen Größen aufgestellt wurde, müssen die berechneten Eigenwerte (Tab. V) mit  $\omega_0 = 314 \text{ s}^{-1}$  multipliziert werden, um in den normalen Zeitbereich zu gelangen. In Tab. VI sind die wirklichen Größen der Dämpfungen, Kreisfrequenzen, Schwingungsfrequenzen und der dominanten Eigenwerte zusammengestellt. Daraus erkennt man, dass die Dämpfung, die sich aus dem 4. bzw. 5. Eigenwert ergibt, die kleinste ist.

Die erste Schwingungsfrequenz  $f_1$  ist gleich Null. Der 1. Eigenwert bewirkt eine positive Dämpfung ohne Schwingung. Die dem 2. und 3. Eigenwert entsprechende Schwingungsfrequenz ist nahezu gleich der Netzfrequenz. Sie existiert

Aus Systemgleichungsmatrix berechnete Eigenwerte

Tabelle V

C	$\lambda_1$	$\lambda_2, \lambda_3$	$\lambda_4, \lambda_5$	Bemerkungen
16	$-4,611 \cdot 10^{-2}$	$-1,427 \pm j0,971$	$-3,093 \cdot 10^{-3} \pm j6,811 \cdot 10^{-2}$	Stabiler Betrieb
25	$-3,686 \cdot 10^{-2}$	$-2,19 \pm j0,9766$	$+2,008 \cdot 10^{-3} \pm j5,466 \cdot 10^{-2}$	1. kritischer $R_v$ -Wert; Maschine pendelt ständig
40	$-2,784 \cdot 10^{-2}$	$-3,399 \pm j0,9831$	$+3,509 \cdot 10^{-3} \pm j4,226 \cdot 10^{-2}$	Intensivere Pendelung
100	$-1,323 \cdot 10^{-2}$	$-8,334 \pm j0,9925$	$+8,807 \cdot 10^{-4} \pm j2,55 \cdot 10^{-2}$	Betrieb instabil, aber Tendenz zur Rückkehr in stabilen Betrieb erkennbar
159	$-8,706 \cdot 10^{-3}$	$-13,17 \pm j0,9952$	$-6,636 \cdot 10^{-4} \pm j1,985 \cdot 10^{-2}$	Stabiler Betrieb

C	$\sigma_i (s^{-1})$ i = 1...5	Zustand	$\omega_i (s^{-1})$ i = 1...5	$f_i (Hz)$ i = 1...5	Bemerkungen	Dominante Eigenwerte
16	$\sigma_1 = -14,478$ $\sigma_{2,3} = -448$ $\sigma_{4,5} = -0,971$	Dämpfung Dämpfung Dämpfung	$\omega_1 = 0$ $\omega_{2,3} \approx 314$ $\omega_{4,5} = 21,387$	$f_1 = 0$ $f_{2,3} \approx 50$ $f_{4,5} = 3,4$	Netzfrequenz Einschwingfrequenz	$-0,971$ $\pm j21,387$
25	$\sigma_1 = -11,574$ $\sigma_{2,3} = -688$ $\sigma_{4,5} = +0,63$	Dämpfung Dämpfung Anfachung	$\omega_1 = 0$ $\omega_{2,3} \approx 314$ $\omega_{4,5} = 17,16$	$f_1 = 0$ $f_{2,3} \approx 50$ $f_{4,5} = 2,73$	Netzfrequenz Pendelfrequenz	$+0,63$ $\pm j17,16$
40	$\sigma_1 = -8,74$ $\sigma_{2,3} = -1067$ $\sigma_{4,5} = +1,1$	Dämpfung Dämpfung Anfachung	$\omega_1 = 0$ $\omega_{2,3} \approx 314$ $\omega_{4,5} = 13,27$	$f_1 = 0$ $f_{2,3} \approx 50$ $f_{4,5} = 2,1$	Netzfrequenz Pendelfrequenz	$+1,1$ $\pm j13,27$
100	$\sigma_1 = -4,15$ $\sigma_{2,3} = -2617$ $\sigma_{4,5} = +0,277$	Dämpfung Dämpfung Anfachung	$\omega_1 = 0$ $\omega_{2,3} \approx 314$ $\omega_{4,5} = 8,007$	$f_1 = 0$ $f_{2,3} \approx 50$ $f_{4,5} = 1,27$	Netzfrequenz Pendelfrequenz	$+0,277$ $\pm j8,007$
159	$\sigma_1 = -2,73$ $\sigma_{2,3} = -4135$ $\sigma_{4,5} = -0,21$	Dämpfung Dämpfung Dämpfung	$\omega_1 = 0$ $\omega_{2,3} \approx 314$ $\omega_{4,5} = 6,233$	$f_1 = 0$ $f_{2,3} \approx 50$ $f_{4,5} = 0,99$	Netzfrequenz Einschwingfrequenz	$-0,21$ $+j6,233$

als Folge des Austausches freier magnetischer Energie zwischen den magnetischen Feldern der einzelnen Stator- und Rotorstromkreisen [1; 7]. Die zweite Eigenfrequenz, die sich aus dem 4. bzw. 5. Eigenwert auswerten lässt, ist etwa 15...50mal kleiner als die erste Eigenfrequenz. Diese Eigenfrequenz ergibt sich auf Grund des Energieaustausches [7] zwischen dem Speicher der magnetischen Energie (Luftspalt) und dem Speicher der kinetischen Energie (Drehmasse). Sie kann beim Pendelbetrieb als Pendelfrequenz bezeichnet werden, da die Drehmasse der Maschine mit dieser Frequenz pendelt.

**5. Vergleich der Eigenwerte der drei Methoden**

Zum Vergleich sind die Eigenwerte aus den Stromoszillogrammen (Tab. II), den digitalen Simulationen (Tab. IV) und der Systemgleichungsmatrix (Tab. VI) gemeinsam in Fig. 5

eingetragen, wobei nur die Eigenwerte mit positivem Imaginärteil verwendet werden. Die Figur zeigt prinzipiell und quantitativ befriedigende Übereinstimmung zwischen dem Modell und der Wirklichkeit.

Im Bereich von  $C = 16$  bis  $C = 100$  weist allerdings die Eigenwertberechnung im Vergleich zur Messung schwächere positive Dämpfung auf. Die Ursache für das schwingungsanfälligere Verhalten der Asynchronmaschine im Falle der Berechnung aus der Systemgleichungsmatrix kann auf die Linearisierung des Gleichungssystems, auf die Nichtberücksichtigung des Dämpfungsmoments elektromagnetischen Ursprungs, auf die Nichtberücksichtigung der Nichtlinearitäten vor allem von Dämpfung  $\sigma_1$  zurückgeführt werden. Bei der digitalen Simulation werden die Systemgleichungen

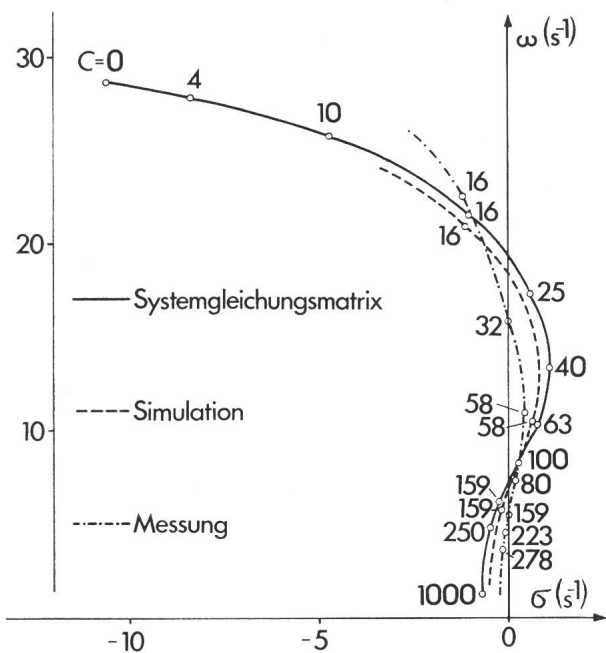


Fig. 5 Eigenwerte der Asynchronmaschine  
 $\sigma$  Realteil des Eigenwertes, Dämpfung  
 $\omega$  Imaginärteil des Eigenwertes, Eigenkreisfrequenz

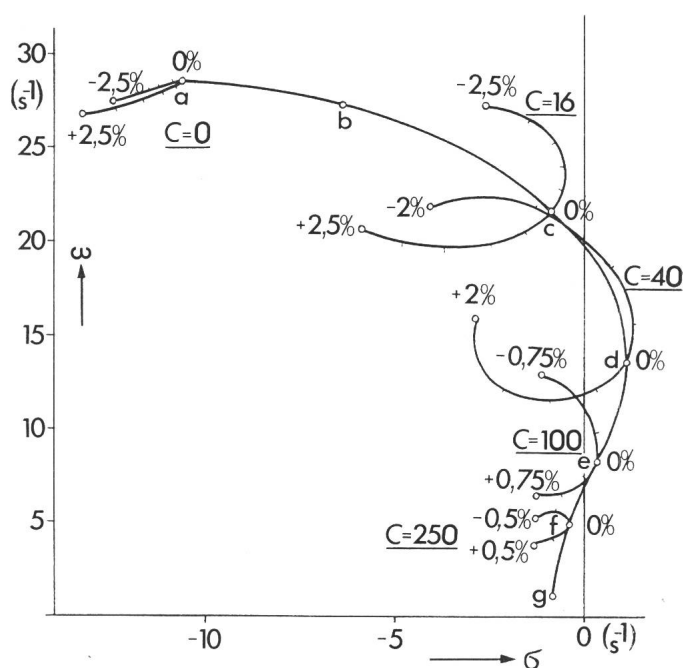


Fig. 6 Eigenwertverläufe bei Variation des Schlupfes mit C als Parameter  
 a...g Eigenwertverlauf bei verschiedenen C-Werten, aber bei  $s = 0$

nicht linearisiert. Die Schlupfänderungen werden während der Drehschwingungen stets berücksichtigt. Allein aus diesem Grund sind die Simulationsergebnisse schon wirklichkeitsnaher.

In der Praxis ist der Bereich  $C = 16 \dots 32$  interessant, da diese  $C$ -Werte wirklich auftreten können. In diesem Bereich liegen die Berechnungs- und Simulationsergebnisse bei der Stabilitätsprognose auf der sicheren Seite.

## 6. Eigenwerte bei Variation des Schlupfes

Bis dahin wurden die Eigenwerte nur beim Leerlaufschlupf  $s_0$  bestimmt und gelten also streng genommen nur für die Leerlaufdrehzahl. In Wirklichkeit schwankt der Schlupf während der Drehschwingungen dauernd in beiden Richtungen um den Leerlaufschlupf herum. Dies lässt vermuten, dass sich die Eigenwerte auch entlang einer Ortskurve hin und her bewegen. Um diese Ortskurve zu erhalten, wurden die Eigenwerte bei einem bestimmten  $C$ -Wert für mehrere Schlüpfe berechnet. In Fig. 6 sind die Ortskurven der dominanten Eigenwerte für 5  $C$ -Werte aufgezeichnet. Auch hier wurden, wie in Fig. 5, nur die Eigenwerte mit positivem Imaginärteil berücksichtigt. Aus der Darstellung ist ersichtlich, dass bei grösserem positivem wie auch bei grösserem negativem Schlupf die Maschine die Tendenz zeigt, stabil zu werden, dies auch mit dem vorgeschalteten Reihenwiderstand, der beim Leerlaufschlupf selbst-erregte Drehschwingungen hervorruft. Damit kann erklärt

werden, warum sich die Asynchronmaschine nicht unendlich aufschaukelt, sondern sich die Pendelung zuerst exponentiell anfacht und dann stationär bleibt. Je intensiver die Pendel-schwingung wird, desto stärker wird die Maschine gedämpft. Aus Fig. 6 lässt sich weiter folgern, dass sich die Asynchronmaschine im gut belasteten Zustand (Schlupf = 1% oder mehr) trotz dem vorgeschalteten Reihenwiderstand stabil verhalten wird. Dies ist an den Ortskurven bei  $C = 16$  und 40 ersichtlich.

## Literatur

- [1] H. W. Lorenzen: Angefachte Eigenschwingungen von Drehstrom-Asynchronmaschinen. Brown Boveri Mitt. 55(1968)10/11, S. 650...663.
- [2] A. W. Kron und H. W. Lorenzen: Die selbsterregten Pendelungen von Drehstrom-Asynchronmaschinen. ETZ-A 90(1969)9, S. 200...205.
- [3] G. Epprecht: Technische Elektrizitätslehre II. Vorlesung an der ETH Zürich. Zürich, Verlag des Akademischen Maschinen- und Elektro-Ingenieur-Vereins an der ETH, 1965.
- [4] B. B. Palit: Eine Modell-Asynchronmaschine mit pseudo-stationären Stator- und Rotorspulen: ihre Transformation und ihr Gleichungssystem. Scient. Electr. 21(1975)4, S. 106...125.
- [5] F. Taegen: Einführung in die Theorie elektrischer Maschinen. II: Synchron- und Asynchronmaschinen. Uni-text. Braunschweig, Vieweg, 1971.
- [6] A. M. Tropper: Matrizenrechnung in der Elektrotechnik. B.I. Hochschultaschenbuch Nr. 91. Mannheim, Bibliographisches Institut, 1964.
- [7] H. W. Lorenzen: Das dynamische Betriebsverhalten von Asynchronmaschinen bei kleinen Abweichungen vom stationären Zustand. Brown Boveri Mitt. 56 (1969)11/12, S. 548...569.

## Adresse des Autors

Dr.-Ing. B. B. Palit, Institut für Elektrische Maschinen an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, ETH-Zentrum, 8092 Zürich.

## Robert Andrews Millikan 1868–1953



Battenberg-Verlag München

Von den vielen Elementarteilchen, die man heute kennt, kommt dem Elektron als Träger der negativen Elementarladung besondere Bedeutung zu. Millikan gelang es, diese Ladung zu bestimmen. Für diese Leistung und für die photoelektrische Bestimmung des Planckschen Wirkungsquants erhielt er im Jahre 1923 den Nobelpreis.

Robert Andrews Millikan war der Sohn eines Pfarrers schottischer Abstammung. Er kam am 22. März 1868 in Morrison (Illinois) zur Welt. Er besuchte das College zu Oberlin und studierte zunächst Griechisch. Als Zwanzigjähriger musste er für einen erkrankten Lehrer einspringen und Physikunterricht erteilen. Dies machte ihm derart Spass, dass er sich entschloss, an der Columbia Universität in New York Physik zu studieren. 1893 wurde er Master, 2 Jahre später erhielt er den Doktorgrad. Er ergänzte dann sein Wissen durch Studien an den Universitäten Berlin und Göttingen und erhielt 1896 eine Assistentenstelle an der Universität Chicago.

1902 heiratete er. Den Eheleuten wurden drei Söhne geschenkt, die alle Hochschulkarrieren machten. Millikan verfasste mehrere Lehrbücher über Mechanik, Molekularphysik, Wärme, Schall und Licht sowie über Elektrizität. 1906 begann er mit Versuchen zur Bestimmung der Elementarladung, die sich über mehr als 6 Jahre hinzogen. Er beobachtete die Sinkgeschwindigkeit feinsten Öltröpfchen, denen Ionen angelagert worden waren, in einem dem Schwerfeld entgegenwirkenden elektrischen Feld. Die festgestellten Ladungen ergaben stets ein Vielfaches einer kleinsten Ladung, und diese ermittelte er zu  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Coulomb.

1910 ernannte ihn die Universität Chicago zum ordentlichen Professor. Sein Interesse galt von da ab den von Einstein und Planck entwickelten neuen Theorien. Ferner erforschte er im Spektrum der elektromagnetischen Wellen den Bereich zwischen den Röntgenstrahlen und dem Ultravioletten. 1921 folgte er einem Ruf ans California Institute of Technology, wo er u.a. von Ballonen und Tauchgeräten aus Intensitätsmessungen der Höhenstrahlung machte. Er vermutete, diese Strahlung komme von Stellen im Universum, wo Materie neu entstehe. Tief religiös, wie er war, sah er solche Vorgänge als Beweis dafür an, dass der Schöpfer noch am Werke sei.

Den USA diente er lange Zeit als Mitglied des Wissenschaftsrates, der einerseits für die Koordination der wissenschaftlichen Aktivitäten der verschiedenen Regierungsstellen, andererseits für die Erfüllung des vom nationalen Forschungsrat aufgestellten Programms zu sorgen hatte. Kurz nach dem Weltkrieg wurde Millikan emeritiert, blieb aber als Vizepräsident des Kuratoriums des Norman Bridge Laboratoriums der Forschung verbunden.

Nach mehrmonatiger Krankheit verschied Millikan, zwei Monate nach dem Tode seiner Frau, am 19. Dezember 1953 in Pasadena. Mit seinem Tode verlor die Wissenschaft einen äusserst arbeitsamen, exakten und ausdauernden Forscher. Millikan begnügte sich nie mit einzelnen Messungen, sondern wiederholte seine Versuche immer mehrmals, wodurch er zu genauen Resultaten gelangte. H. Wüger