

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
<b>Band:</b>	68 (1977)
<b>Heft:</b>	14
<b>Artikel:</b>	Erwärmungslauf von Asynchronmaschinen bei bifrequenter Speisung
<b>Autor:</b>	Meyer, A.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-915053">https://doi.org/10.5169/seals-915053</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Erwärmungslauf von Asynchronmaschinen bei bifrequenter Speisung

Von A. Meyer

621.313.33

Einleitend werden die Systemgleichungen der Asynchronmaschine unter Berücksichtigung der Stromverdrängung bei Käfigankermaschinen angegeben. Die Zusammensetzung der Raumzeiger der Spannungen und Ströme der Asynchronmaschine bei bifrequenter Speisung wird untersucht. Die Resultate der numerischen Berechnungen des Erwärmungslaufes bei bifrequenter Speisung werden diskutiert, insbesondere das dynamische Verhalten und die Verluste sowie die Leistungspendelungen zwischen den speisenden Netzen und dem Prüfling. Das Zweifrequenzverfahren wird sodann mit der konventionellen Erwärmungsmessung durch mechanische Belastung an der Welle verglichen.

D'abord les équations de système pour la machine asynchrone sont données en tenant compte de l'effet pelliculaire dans le cas des rotors à cage. La composition des vecteurs tension et courant de la machine asynchrone alimentée par deux fréquences différentes est présentée. Les résultats des calculs numériques de l'essai d'échauffement, la machine étant alimentée par deux fréquences, sont discutés, en particulier le comportement dynamique, les pertes et les oscillations de puissance entre le réseau et la machine essayée. Finalement, on compare les résultats de l'essai d'échauffement par la méthode de l'alimentation par deux fréquences avec ceux obtenus par la méthode conventionnelle par freinage mécanique.

## 1. Einleitung

Die Bestimmung der Erwärmung der Wicklungen von Drehstrom-Asynchronmaschinen im Prüffeld bei Vollast ist sowohl für den Hersteller wie für den Kunden bedeutend, um nachzuweisen, dass die zulässigen Grenzübertemperaturen nicht überschritten werden. Dabei wird der Prüfling üblicherweise durch eine geeignete Prüffeldmaschine oder durch einen zweiten identischen Prüfling an der Welle mechanisch belastet. Mit zunehmender Einheitsleistung ist es allerdings unwirtschaftlich, für die Prüffelder Belastungsmaschinen entsprechender Leistung und Drehzahl bereitzustellen. Zudem ist das Kuppeln von Vertikalmaschinen meist nicht realisierbar.

In den Prüffeldern wird deshalb vermehrt der Erwärmungslauf nach dem von Ytterberg im Jahre 1921 vorgeschlagenen Zweifrequenzverfahren ausgeführt. Dabei wird zwischen dem Speisenetz mit Nennfrequenz und dem Prüfling eine in Spannung und Frequenz einstellbare Synchronmaschine geschaltet, die dem Prüfling eine zusätzliche Frequenz aufdrückt. Die durch die bifrequeute Speisung erzwungenen mehrfrequenten Schwingungen des Rotors und die entsprechenden Pendelungen der zugeführten Netzeistung verursachen eine Erhöhung der effektiven Statorströme. Die ungekoppelte Asynchronmaschine kann dadurch unabhängig von Rotorbauart, Polzahl und Lage der Welle elektrisch – im Mittel mit den Nenndaten – belastet werden.

Messungen an Asynchronmaschinen mit Hilfe des Zweifrequenzverfahrens wurden in [1; 2]<sup>1)</sup> beschrieben. In [3] wurde der Einfluss der Zusatzfrequenz auf das Verhalten der Asynchronmaschinen bei bifrequenter Speisung am Beispiel von Klein-Asynchronmaschinen theoretisch untersucht. Im folgenden wird in die Untersuchungen des Zweifrequenzverfahrens der wichtige Einfluss der Stromverdrängung im Käfiganker-Nutenleiter auf das Betriebsverhalten der Maschine einbezogen [10]. Dabei wird die Theorie, die eine digitale Simulation des Erwärmungslaufes bei bifrequenter Speisung erlaubt, nur kurz wiedergegeben [5]<sup>2)</sup>.

## 2. Voraussetzungen

Für die Untersuchungen gelten folgende Voraussetzungen:

- Die Wicklungen der Drehstrom-Asynchronmaschine sind symmetrisch aufgebaut.
- Der Sättigungszustand der Maschine wird als konstant angesehen.
- Die speisenden Drehspannungssysteme sind starr und symmetrisch.

– Das Reibungsmoment bleibt für kleine Drehzahlabweichungen konstant.

– Bei Sternschaltung der Statorwicklung ist der Mittelpunkt der dreisträngigen Wicklung isoliert. Es tritt kein Nullsystem auf.

– Die Stromverdrängung in den Leitern der Rotorwicklung bei Schleifringankern wird vernachlässigt. Die Stromverdrängung in den Kurzschlussringen bei Käfigankern ist gegenüber der Stromverdrängung in den Stäben klein.

## 3. Systemgleichungen der Asynchronmaschine

Die Ströme und Spannungen in den Statorsträngen der Asynchronmaschinen (Fig. 1) werden zu Raumzeigern zusammengefasst [6; 7]:

$$\vec{u}_S = \frac{1}{3} (u_{R1} + \underline{a} u_{S1} + \underline{a}^2 u_{T1}) \quad (1)$$

$$\vec{i}_S = \frac{1}{3} (i_{R1} + \underline{a} i_{S1} + \underline{a}^2 i_{T1}) \quad (2)$$

$$\text{wobei } \underline{a} = \exp\left(j \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3)$$

Im Schleifringanker gilt für den Rotorstrom

$$\vec{i}_L = \frac{1}{3} (i_{R2} + \underline{a} i_{S2} + \underline{a}^2 i_{T2}) \quad (4a)$$

Im Käfiganker mit  $z_2$  Nuten wird aus den Ringströmen  $i_{LR\mu}$  in den  $z_2$  Käfigmaschen am Umfang des Rotors in analoger Weise der Raumzeiger gebildet:

$$\vec{i}_L = \frac{1}{z_2} \sum_{\mu=1}^{z_2} i_{LR\mu} e^{j \frac{2\pi p}{z_2} (\mu-1)} \quad (4b)$$

Transformiert in das statofeste Koordinatensystem erhält man für den Rotorstromraumzeiger

$$\vec{i}'_L = \vec{i}_L e^{j\vartheta} \quad (5)$$

wobei  $\vartheta$  dem elektrischen Verschiebungswinkel zwischen Rotor und Stator entspricht.

Werden mit  $R_1$ ,  $R_2$  die Widerstände der Stator- bzw. Rotorstränge, mit  $L_1$ ,  $L_2$  die totalen Selbstinduktionskoeffizienten im Stator bzw. Rotor und mit  $M$  die Gegeninduktivitäten bezeichnet, gilt für die Systemgleichungen der Schleifringanker-Asynchronmaschine [4; 8; 9]:

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

<sup>2)</sup> Die ausführlichen theoretischen Grundlagen zu diesem Aufsatz sind in der unter Leitung von Prof. A. Dutoit durchgeföhrten Dissertation des Verfassers [5] enthalten.

## Spannungsdifferentialgleichungen

$$R_1 \vec{i}_S + L_1 \frac{d\vec{i}_S}{dt} + M_{12} \frac{d\vec{i}_{L'}^*}{dt} = \vec{u}_S \quad (6)$$

$$R_2 \vec{i}_{L'} + L_2 \left( \frac{d\vec{i}_{L'}}{dt} - j\dot{\vartheta} \vec{i}_{L'} \right) + M_{21} \left( \frac{d\vec{i}_S}{dt} - j\dot{\vartheta} \vec{i}_S \right) = 0 \quad (7a)$$

## Elektromagnetisch entwickeltes Drehmoment

$$m_d(t) = -6 p M_{12} \operatorname{Im} \left\{ \vec{i}_{L'} \vec{i}_S^* \right\} \quad (8)$$

## Bewegungsgleichung der Mechanik

$$m_d(t) - m_w(t) - M_R - J_{PM} \frac{1}{p} \frac{d\dot{\vartheta}}{dt} = 0 \quad (9)$$

Dabei bedeuten  $p$  die Polpaarzahl,  $M_R$  das Reibungsmoment,  $m_w(t)$  das in der Welle übertragene Gegenmoment der Arbeitsmaschine, das für die ungekuppelte Maschine null ist, und  $J_{PM}$  das Trägheitsmoment der Asynchronmaschine.

Wie die folgenden Untersuchungen zeigen, treten bei bifrequenter Speisung der Asynchronmaschine im Rotor starke Ströme höherer Frequenz auf, die von der Stromverdrängung wesentlich beeinflusst werden. Für Käfiganker-Asynchronmaschinen ist deshalb die Berücksichtigung der Stromverdrängung im Rotor-Nutenleiter erforderlich. Der Nutenleiter wird

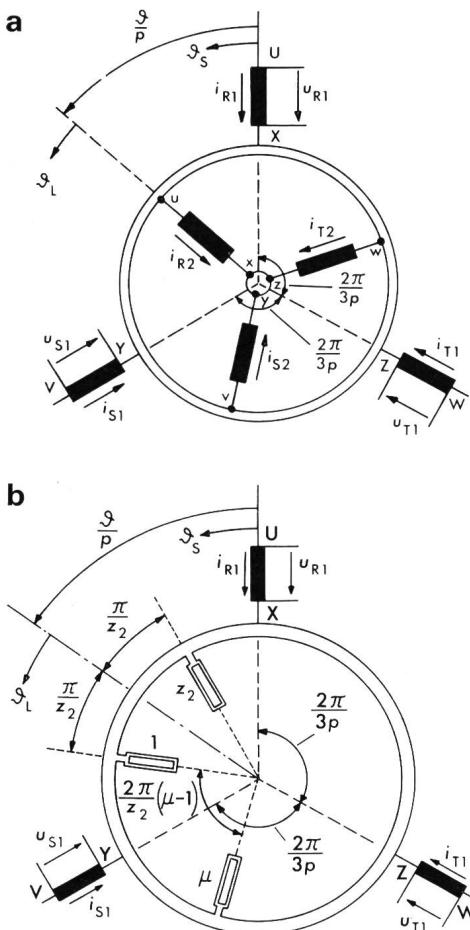


Fig. 1 Modell für die Asynchronmaschine

a Schleifringankermaschine

b Käfigankermaschine

$u_R, u_S, u_T$  zeitliche Momentanwerte der Strangspannungen

$i_R, i_S, i_T$  zeitliche Momentanwerte der Strangstrome

$\vartheta$  elektrischer Verschiebungswinkel

zwischen Rotor und Stator

$\vartheta_s, \vartheta_L$  Bogenkoordinaten

$p$  Polpaarzahl

$z_2$  Rotornutenzahl

(6)

(7a)

(8)

(9)

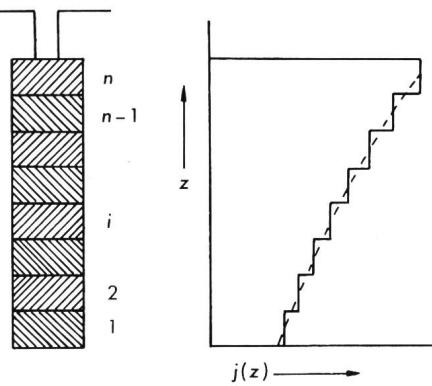


Fig. 2 Aufteilung des Nutenleiters in  $n$  Teilleiter

$j(z)$  Stromdichte als Funktion der Nuthöhe  
 $i$   $i$ -ter Teilleiter des  $i$ -ten Teilkäfigs

dazu in  $n$  stromverdrängungsfreie Teilleiter (Fig. 2) aufgeteilt, wobei die Stromaufteilung über der Nuthöhe bei beliebigem zeitlichem Verlauf der Rotorströme durch die Eigen- und Gegeninduktivitäten des Nutstreufusses sowie durch die ohmschen Widerstände der Teilleiter gegeben ist. Im Käfiganker resultiert damit anstelle von Gl. (7a) für jeden Teilkäfig, gebildet aus den Teilleitern am Umfang des Rotors, eine Spannungsdifferentialgleichung [11]:

$$R_{Sti} \vec{i}'_{Li} + R_R \vec{i}'_{L'} + L_{oni} \left( \frac{d\vec{i}'_{Li}}{dt} - j\dot{\vartheta} \vec{i}'_{Li} \right) + L_L \left( \frac{d\vec{i}'_{L'}}{dt} - j\dot{\vartheta} \vec{i}'_{L'} \right) + \sum_{k=1, k \neq i}^n M_{onik} \left( \frac{d\vec{i}'_{Lk}}{dt} - j\dot{\vartheta} \vec{i}'_{Lk} \right) + M_{21} \left( \frac{d\vec{i}_S}{dt} - j\dot{\vartheta} \vec{i}_S \right) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7b)$$

$R_{Sti}$  und  $L_{oni}$  entsprechen dabei dem ohmschen Widerstand und der Nut-Streuinduktivität des  $i$ -ten Teilleiters,  $M_{onik}$  der Gegeninduktivität des Nutstreufusses zwischen dem  $i$ -ten und  $k$ -ten Teilleiter,  $R_R$  dem Ringwiderstand pro Käfigmasche und  $L_L$  dem totalen Selbstinduktionskoeffizienten einer Käfigmasche ohne Nut-Streuinduktivität. Die Summe der Teilströme ist gleich dem gesamten Rotorstrom:

$$\vec{i}'_{L'} = \sum_{i=1}^n \vec{i}'_{Li} \quad (10)$$

## 4. Spannungsraumzeiger bei bifrequenter Speisung

Das Prinzipschaltbild für die bifrequente Speisung der ungedekoppelten Asynchronmaschine zeigt Fig. 3. Zwischen den Generator A, der das Hauptnetz der Spannung  $U_A$  und Frequenz  $f_A$  erzeugt, und den Prüfling wird ein Zusatzgenerator B in Serie geschaltet. Dieser erzeugt das Zusatznetz mit der Spannung  $U_B$  und Frequenz  $f_B$ . Mit den Strangspannungen

$$u_{RA} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_A \sqrt{2} e^{j\omega_A t} \right\} \quad (11)$$

$$u_{SA} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_A \sqrt{2} \underline{a}^2 e^{j\omega_A t} \right\} \quad (12)$$

$$u_{TA} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_A \sqrt{2} \underline{a} e^{j\omega_A t} \right\} \quad (13)$$

des symmetrischen Drehspannungssystems A wird für den Raumzeiger

$$\vec{u}_A = \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{U}_A e^{j\omega_A t} \quad (14)$$

und analog für das Drehspannungssystem B

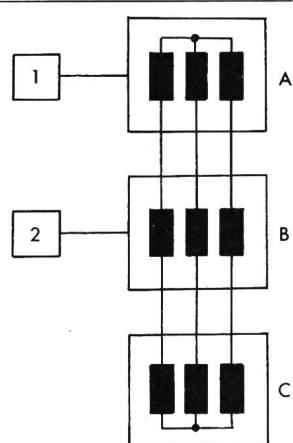
Fig. 3

**Prinzipschema für die bifrequeute Speisung von Asynchronmaschinen**

A Hauptgenerator mit Antrieb 1 für das Hauptsystem A

B Zusatzgenerator mit Antrieb 2 für das Zusatzsystem B

C Prüfling



$$\vec{u}_B = \frac{1}{\sqrt{2}} U_B e^{j\omega_B t} \quad (15)$$

Der resultierende Raumzeiger für die Statorspannungen wird zu

$$\vec{u}_S = \underline{U}_S e^{j\omega_S t} = \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{U}_A e^{j\omega_A t} + \frac{1}{\sqrt{2}} \underline{U}_B e^{j\omega_B t} \quad (16)$$

mit

$$U_S = |\underline{U}_S| = U_A [1 + \lambda^2 + 2 \lambda \cos \omega_A t]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \omega_S &= \frac{d}{dt} \arctg \left( \frac{\sin \omega_A t + \lambda \sin \omega_B t}{\cos \omega_A t + \lambda \cos \omega_B t} \right) = \\ &= \omega_A \frac{1 + \lambda^2 + \lambda (1 + \lambda) \cos \omega_A t}{1 + \lambda^2 + 2 \lambda \cos \omega_A t} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\omega_\Delta = \omega_A - \omega_B, \quad \lambda = \frac{U_B}{U_A}, \quad \alpha = \frac{\omega_B}{\omega_A}$$

Der Betrag  $U_S$  wie auch die Umlaufgeschwindigkeit  $\omega_S$  des resultierenden Spannungsraumzeigers ändern periodisch mit der Differenzfrequenz  $\omega_\Delta$  (Fig. 4). Das im Stator erzeugte magnetische Drehfeld weist in der Amplitude und in der Umlaufgeschwindigkeit dieselbe zeitliche Abhängigkeit auf wie der Spannungsraumzeiger. Die Maschine wird im Bereich zunehmender Umlaufgeschwindigkeit des Drehfeldes motorisch beschleunigt und im Bereich abnehmender Umlaufgeschwindigkeit generatorisch gebremst. Die sich einstellenden erzwungenen Schwingungen des Rotors sind mit entsprechenden Pendelungen der zugeführten Netzeistung verbunden.

## 5. Lösung der Systemgleichungen bei bifrequeuter Speisung

Die Nichtlinearität der Systemgleichungen (6) bis (9) erlaubt für den Fall variabler Drehzahl keine allgemeine analytische Lösung. Da das Verhalten der bifrequent gespeisten Maschine sich auf die Umgebung eines stationären Betriebszustandes beschränkt, wird eine Lösung für den Fall kleiner Abweichungen von diesem stationären Zustand untersucht.

Infolge der erzwungenen Drehzahlpendelungen werden durch die Relativbewegung zwischen Drehfeld und Rotor Pendelströme im Rotor induziert, die auf den Stator zurückwirken. Es ist also notwendig, die Raumzeiger der Ströme durch Abweichungen zu ergänzen und dem mittleren stationären Schlupf des Rotors gegenüber dem Hauptsystem A eine Schlupfabweichung zu überlagern.

$$\vec{i}_S = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{1A} e^{j\omega_A t} + \frac{1}{\sqrt{2}} I_{1B} e^{j\omega_B t} + \vec{i}_{s\Delta} \quad (19)$$

$$\vec{i}_L' = \frac{1}{\sqrt{2}} I_{2A} e^{j\omega_A t} + \frac{1}{\sqrt{2}} I_{2B} e^{j\omega_B t} + \vec{i}_{L\Delta} \quad (20)$$

$$s = s_0 + s_\Delta \quad (21)$$

Die stationären Größen  $I_{1A}$ ,  $I_{1B}$ ,  $I_{2A}$ ,  $I_{2B}$  und  $s_0$  beschreiben den mittleren Betriebszustand der Maschine und die Abweichungen  $\vec{i}_{s\Delta}$ ,  $\vec{i}_{L\Delta}$  und  $s_\Delta$  die überlagerten mehrfrequenten Pendelungen. Nach dem Einsetzen des in der Gleichung (16) gegebenen Spannungsraumzeigers  $\vec{u}_S$ , der gesuchten Stromraumzeiger und des unbekannten Schlupfes  $s$  in den Beziehungen (19) bis (21) lassen sich die Systemgleichungen (6) bis (9) aufspalten in ein System von Bestimmungsgleichungen für die stationären Größen sowie in ein nichtlineares System von simultanen Differentialgleichungen für die Abweichungen. Nach der Linearisierung dieses Systems wird infolge der periodischen Störung die inhomogene Lösung der Differentialgleichungen bestimmt. Die resultierenden Abweichungen

$$\begin{aligned} \vec{i}_{s\Delta} &= \sum_{v=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} I'_{1Av} e^{j(\omega_A + v\omega_\Delta)t} + \frac{1}{\sqrt{2}} I''_{1Av} e^{j(\omega_A - v\omega_\Delta)t} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} I'_{1Bv} e^{j(\omega_B + v\omega_\Delta)t} + \frac{1}{\sqrt{2}} I''_{1Bv} e^{j(\omega_B - v\omega_\Delta)t} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \vec{i}_{L\Delta} &= \sum_{v=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} I'_{2Av} e^{j(\omega_A + v\omega_\Delta)t} + \frac{1}{\sqrt{2}} I''_{2Av} e^{j(\omega_A - v\omega_\Delta)t} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} I'_{2Bv} e^{j(\omega_B + v\omega_\Delta)t} + \frac{1}{\sqrt{2}} I''_{2Bv} e^{j(\omega_B - v\omega_\Delta)t} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$s_\Delta = \text{Im} \left\{ \sum_{v=1}^{\infty} \hat{s}_{\Delta v} e^{jv\omega_\Delta t} \right\} \quad (24)$$

werden in die Gleichungen (19) bis (21) eingesetzt.

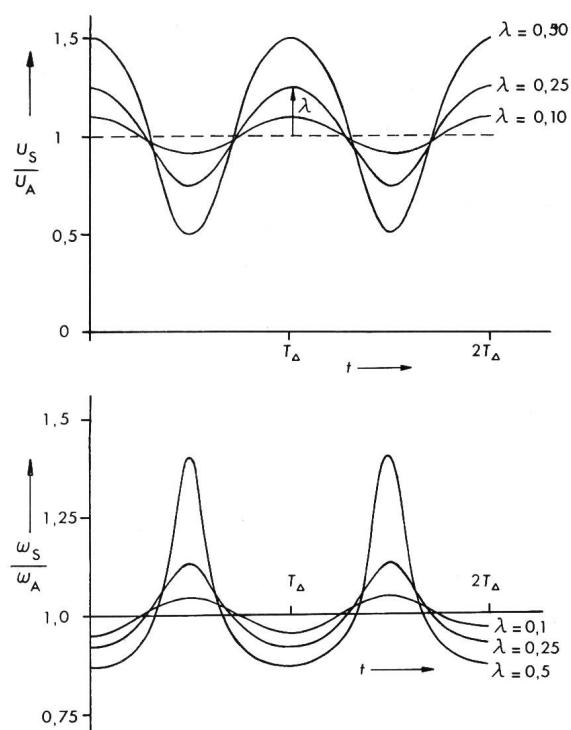


Fig. 4 Spannungsraumzeiger  $u_S$  als Funktion der Zeit für  $f_A = 50$  Hz und  $f_B = 30$  Hz

$U_S$  Betrag des Spannungsraumzeigers

$\omega_S$  Umlaufgeschwindigkeit des Spannungsraumzeigers

$U_A, \omega_A$  Spannung, Kreisfrequenz des Hauptsystems A

$T_\Delta$  Periodendauer der Schwingung:  $2\pi/\omega_\Delta$

$\lambda$  Verhältnis  $U_B/U_A$

Die Bestimmungsgleichungen für die stationären Größen sowie diejenigen für die Stator-Pendelströme ( $I'_{1AV}$ ,  $I''_{1AV}$ ,  $I'_{1BV}$ ,  $I''_{1BV}$ ), die entsprechenden Rotorpendelströme und die Amplituden der Schlupfpendelungen  $\hat{s}_{\Delta v}$  sind bei Käfiganker-Asynchronmaschinen je nach der Anzahl der eingeführten Teilkäfige Gleichungen bis zu 10. Ordnung. Infolge gegenseitiger Abhängigkeiten sind sie nur durch eine iterative Bestimmung des mittleren Schlupfes  $s_0$  lösbar [5]. Die Vielfalt der auftretenden Pendelströme ist begründet in der mehrfrequenten Pendelung des Rotors. Die Schlupfschwankung setzt sich zusammen aus der Grundschwingung mit der Amplitude  $\hat{s}_{\Delta 1}$  und der Pendelkreisfrequenz  $\omega_\Delta$  sowie überlagerten Oberschwingungen mit den Amplituden  $\hat{s}_{\Delta v}$  und den Kreisfrequenzen  $v\omega_\Delta$  ( $v = 2, 3 \dots \infty$ ).

Für den zeitlichen Momentanwert des Statorstromes in Strang R gilt

$$i_{R1} = 2 \operatorname{Re} \{ \vec{i}_S \} \quad (25)$$

und für den Effektivwert

$$I_1 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{R1}^2(t) dt} \quad (26)$$

Für den Effektivwert des Rotorstromes gelten analoge Beziehungen. Die Effektivwertbildung nach Gl. (26) ist mit langwierigen analytischen Funktionen verbunden [5]. Die Integrationsgrenze  $T$  wird dabei als unendlich gross angenommen, das heisst, nur zeitunabhängige Anteile des Quadrates des Strangstromes  $i_{R1}(t)$  tragen zum Effektivwert bei.

## 6. Digitale Simulation des Erwärmungslaufes

Die numerischen Berechnungen werden für eine Käfiganker-Asynchronmaschine vertikaler Bauart (Maschine 1) und für eine Schleifringanker-Asynchronmaschine horizontaler Bauart (Maschine 2) mit den Daten der Tabelle 1 ausgeführt. Bei der Käfigankermaschine wird der 50 mm hohe Rotorhochstab für die Berücksichtigung der Stromverdrängung in 8 Teilleiter aufgeteilt ( $n = 8$ ).

Frequenz  $f_A$  und Spannung  $U_A$  des Hauptsystems entsprechen den Nennwerten des Prüflings. Ausgehend von einer

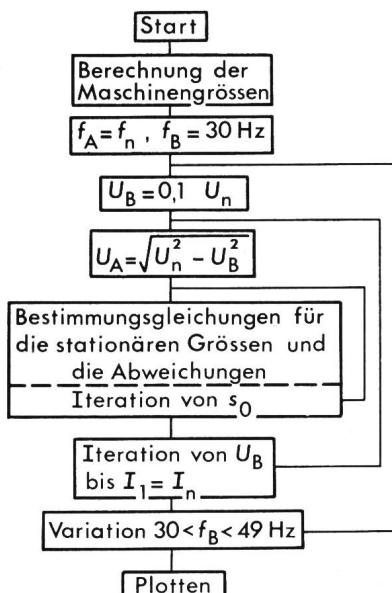


Fig. 5 Flussdiagramm der numerischen Berechnungen

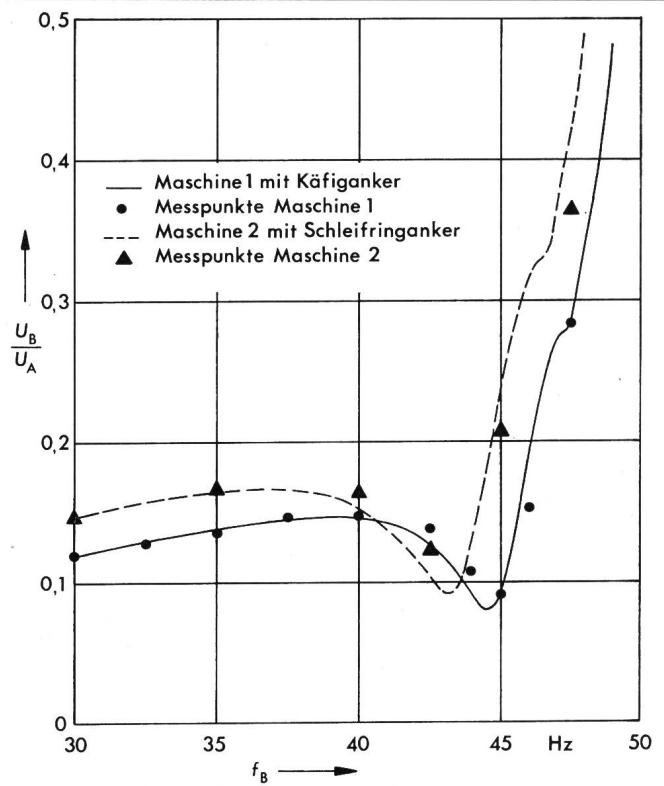


Fig. 6 Effektivwert der Zusatzspannung  $U_B$  bezogen auf die Hauptspannung  $U_A$

Spannung  $U_B$  des Zusatzgenerators von  $0,1 U_n$  wird für die zu untersuchende Zusatzfrequenz  $f_B$  in einem ersten Rechengang der effektive Statorstrom berechnet. Dann wird die Zusatzspannung  $U_B$  iterativ so lange geändert, bis der effektive Statorstrom  $I_1$  gleich dem Nennwert des Prüflings ist. Gleichzeitig muss die Spannung  $U_A$  des Hauptnetzes, die bis dahin der Nennspannung der Maschine entsprach, reduziert werden, damit die resultierende effektive Spannung des A- und B-Systems gleich der Nennspannung des Prüflings ist:

$$U_A = \sqrt{U_n^2 - U_B^2} \quad (27)$$

Damit wird für jede Zusatzfrequenz  $f_B$  der Erwärmungslauf mit Nennstrom und Nennspannung am Stator numerisch simuliert (Fig. 5) und ein direkter Vergleich mit den Messungen ist möglich. Untersucht werden hier die Zusatzfrequenzen im Bereich von  $30 \leq f_B \leq 49$  Hz.

### 6.1 Zusatzspannung als Funktion der Zusatzfrequenz

In Fig. 6 ist die Spannung  $U_B$  des Zusatzgenerators, die notwendig ist, damit der effektive Statorstrom der Maschine dem Nennwert entspricht, als Funktion der Zusatzfrequenz  $f_B$  aufgetragen. Für Zusatzfrequenzen  $f_B$  von ungefähr 44 Hz liegt die anregende Pendelfrequenz  $f_\Delta$  im Bereich der Resonanzfrequenz des Prüflings [11]. Die notwendige Zusatzspannung ist minimal.

Die Messwerte entsprechen der Schwebungsamplitude (Fig. 4) in den oszillographischen Aufnahmen der Strangspannungen [5].

### 6.2 Effektivwerte der Ströme

In Fig. 7 sind die Effektivwerte der Ströme als Funktion der Zusatzfrequenz aufgetragen. Obwohl der Statorstrom durch die Iteration bei der numerischen Berechnung gleich

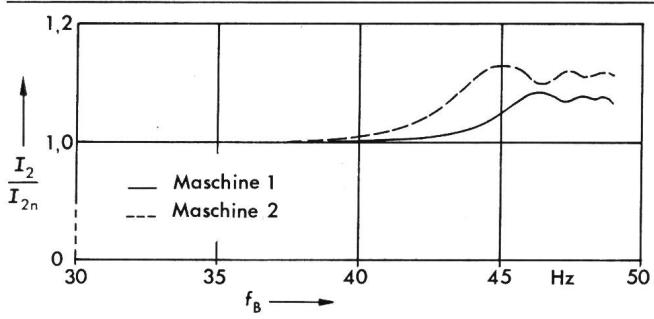


Fig. 7 Effektivwert des Rotorstromes  $I_2$  bezogen auf den Nennwert  $I_{2n}$

dem Nennstrom ist, weicht der resultierende Rotorstrom für Zusatzfrequenzen  $f_B > 40$  Hz vom Nennwert ab. Die Ursache des zu grossen Rotorstromes, der zu erhöhten Rotorverlusten führt, ist die starke Abnahme des mittleren stationären Schlupfes  $s_0$  für Zusatzfrequenzen  $f_B > 42,5$  Hz (Fig. 8).

### 6.3 Dynamisches Verhalten des Rotors

Das dynamische Verhalten des Rotors ist durch den Schlupf in Gl. (21) und (24) gegeben

$$s = s_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \hat{s}_{\Delta v} \sin(v\omega_{\Delta t} + \varphi_{s\Delta v}) \quad (28)$$

wobei mit der synchronen Drehzahl  $n_s$  für die mittlere Drehzahl  $n_0$  und die Amplituden  $\hat{s}_{\Delta v}$  der Drehzahlpendelungen gilt:

$$n_0 = (1 - s_0) n_s \quad (29)$$

$$\hat{s}_{\Delta v} = \hat{s}_{\Delta v} n_s \quad (30)$$

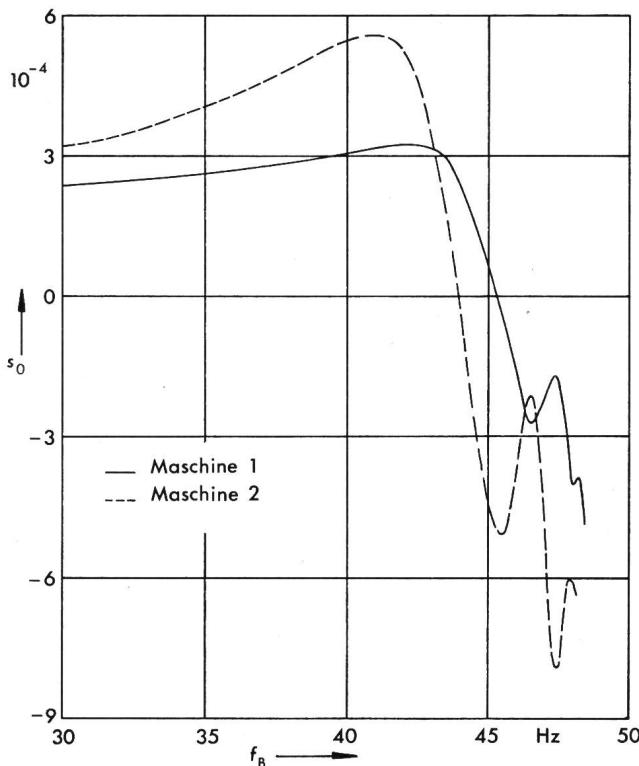


Fig. 8 Mittlerer stationärer Schlupf  $s_0$  des Rotors gegenüber dem Hauptsystem A

Wie aus Fig. 8 ersichtlich ist, dreht die Maschine im Mittel für kleine Zusatzfrequenzen leicht untersynchron und für Frequenzen von etwa  $f_B \geq 45$  Hz übersynchron. Die der mittleren Drehzahl überlagerten Pendelungen in Fig. 9 erreichen in der Resonanzspitze eine Amplitude  $n_{\Delta 1}$  von 54 U/min für die 4polige Maschine und von 58 U/min für die 6polige Maschine. Für Zusatzfrequenzen  $f_B > 45$  Hz treten ausgeprägte Oberschwingungen doppelter ( $v=2$ ) und dreifacher ( $v=3$ ) Differenzfrequenz auf. Die Maschine wird zu mehrfrequenten Pendelungen angeregt.

### 6.4 Leistungspendelungen

Für die von den speisenden Systemen A und B bezogene momentane Leistung gilt:

$$s(t) = 3 u_{R1}(t) i_{R1}(t) \quad (31)$$

wobei  $i_{R1}(t)$  in Gl. (25) gegeben ist. Für den zeitlichen Momentanwert der Strangspannung  $u_{R1}(t)$  gilt nach Gl. (11):

$$u_{R1}(t) = u_{RA} + u_{RB} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} \underline{U}_A e^{j\omega_{A1} t} \right\} + \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} \underline{U}_B e^{j\omega_{B1} t} \right\} \quad (32)$$

Der zeitunabhängige Anteil  $P_0$  der Momentanleistung entspricht der vom Prüfling bezogenen Verlustleistung. Die Anteile  $\hat{P}_v$  mit den Pendelfrequenzen  $v\omega_{\Delta}$  entsprechen den Leistungspendelungen zwischen den speisenden Netzen A und B und der Asynchronmaschine. Diese sind mit gleichfrequenten Luftspalt-Drehmomenten und Rotorpendelungen verbunden und werden deshalb als Wirkleistungen bezeichnet, obwohl sie ähnlich einer Blindleistung über die Zeit gemittelt null sind.

Für die Wirkleistung der Asynchronmaschine beträgt

$$p(t) = P_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \hat{P}_v \cos(v\omega_{\Delta t} + \varphi_{Pv}) \quad (33)$$

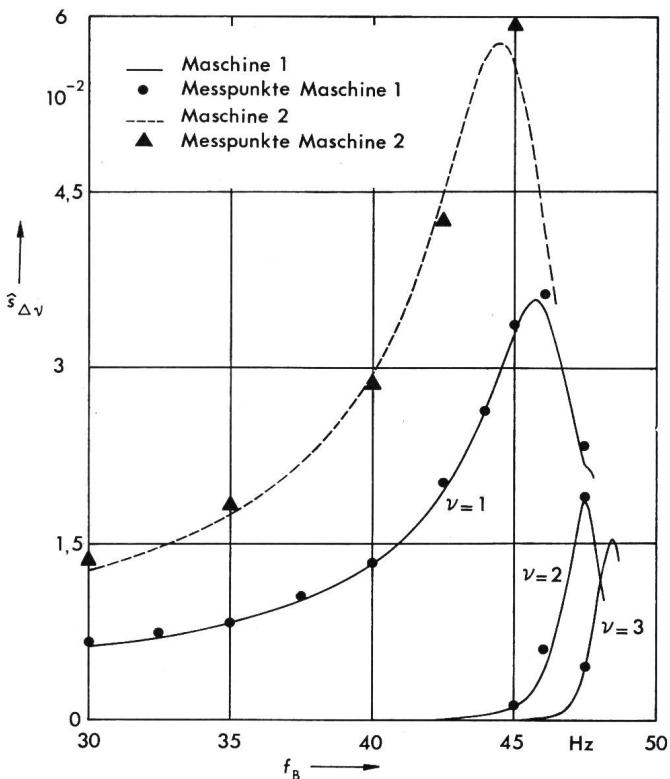


Fig. 9 Schlupfpendelungen  $\hat{s}_{\Delta v}$  des Rotors gegenüber dem Hauptsystem A

Maschine 2: nur  $\hat{s}_{\Delta 1}$  aufgezeichnet

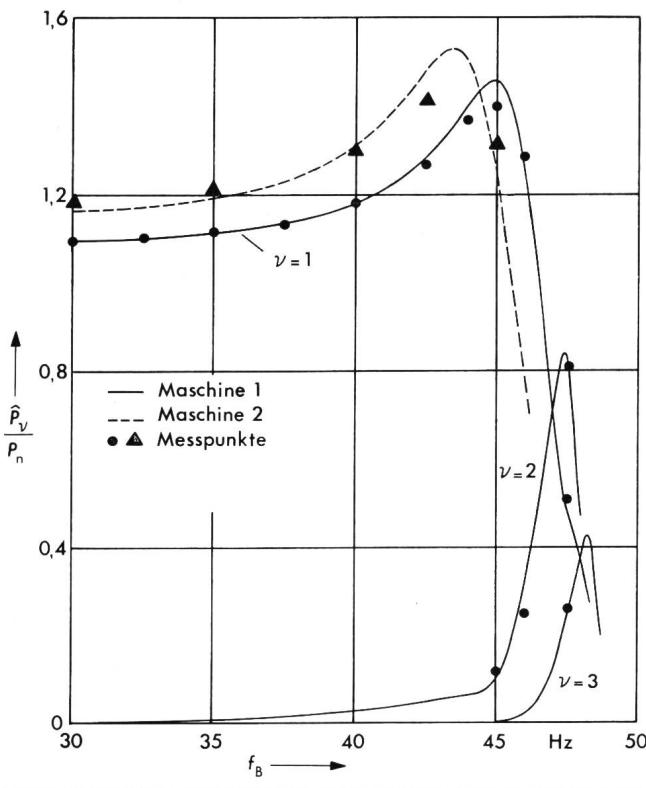


Fig. 10 Pendelleistungen  $\hat{P}_v$  der Asynchronmaschine bezogen auf die Nennleistung  $P_n$   
Maschine 2: nur  $\hat{P}_1$  aufgezeichnet

Die Amplituden der Pendelleistungen  $\hat{P}_v$  des Prüflings sind in Fig. 10 aufgetragen. Gemessen wurden die Leistungspendelungen aus den mit Hilfe eines dreiphasigen Leistungstransducers aufgenommenen Oszillogrammen [5]. Im Scheitelpunkt erreicht die Amplitude  $\hat{P}_1$  der Pendelleistung erster Ordnung etwa den 1,5fachen Wert der Nennleistung  $P_n$  des Prüflings. Diese Leistung wird mit der Pendelfrequenz  $f_\Delta$  zwischen den speisenden Netzen und der Maschine hin und her geschoben.

Die Pendelleistung wird hauptsächlich durch das Hauptnetz geliefert. Die starke periodische Belastung des Hauptnetzes kann vor allem bei «schwachen» Speisenetzen Spannungsschwankungen verursachen. Obwohl der Zusatzgenerator durch die Leistungspendelungen wesentlich geringer beansprucht wird, muss auch er für die Nennspannung und den Nennstrom des Prüflings dimensioniert sein und soll zudem

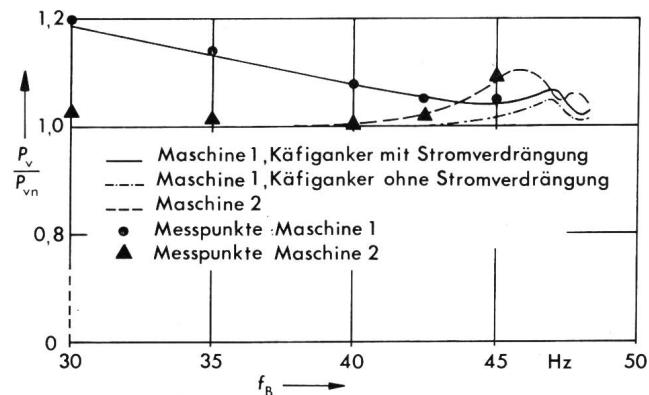


Fig. 11 Verlustleistung  $P_v$  der Asynchronmaschine bezogen auf die Nennverluste  $P_{vn}$

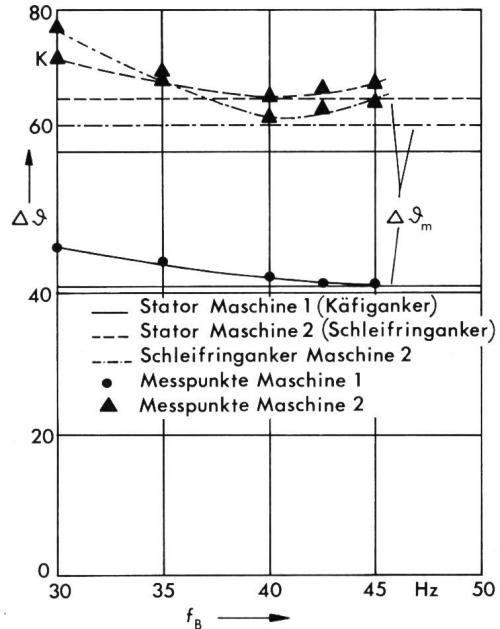


Fig. 12 Erwärmungsmessungen bei bifrequenter Speisung  
 $\Delta\theta_m$  Vergleichswerte der Wicklungserwärmung aus der Erwärmungsmessung durch mechanische Belastung an der Welle

ein gegenüber dem Prüfling genügend grosses Schwungmoment aufweisen, da er sonst selbst zu starken Pendelungen angeregt wird.

Das Luftspalt-Pendeldrehmoment der Asynchronmaschine, das die Rotorpendelungen erzwingt, erreicht in der Resonanzspitze etwa den 1,5fachen Wert des Nenndrehmomentes. Der periodische Charakter der mechanischen Beanspruchung wird vor allem die Federverbindung Stator-Blechpaket mit dem Statorgehäuse und den Rotor belasten. Wie die Erfahrungen zeigen, werden Asynchronmaschinen, die mechanisch hinsichtlich transienter Störungen, wie kurzzeitiger Netunterbruch, Kurzschluss usw. dimensioniert sind, durch diese Beanspruchung nicht beschädigt.

### 6.5 Verluste

Die numerisch berechnete Verlustleistung  $P_0$  in Gl. (33) entspricht den Reibungs- und ohmschen Verlusten im Stator und Rotor. Dazu werden für den Vergleich mit den Messungen die Eisenverluste und Zusatzverluste addiert:

$$P_v = P_{Fe} + P_{Zus} + P_{Reib} + P_{Cu1} + P_{Cu2} \quad (34)$$

Wie aus den Betrachtungen des magnetischen Drehfeldes hervorgeht und wie die auftretenden Frequenzen der Pendelströme zeigen, werden weder die Eisen- noch die Zusatzverluste durch die bifreie Speisung wesentlich beeinflusst und können mit den Nennverlusten angesetzt werden. Auch die Reibungsverluste der praktisch synchron drehenden Maschine sowie die Stator-Kupferverluste (der Statorstrom ist für jede Zusatzfrequenz gleich dem Nennstrom) entsprechen den Nennverlusten. Einzig die Rotor-Kupferverluste weisen somit eine Abhängigkeit von der Zusatzfrequenz auf.

Kenngröße	Einheit	Maschine 1	Maschine 2 *)
$P_n$	kW	2400	2215
$\sqrt{3} U_n$	V	6600	11000
$I_{1n}$	A	239	140
$I_{2n}$	A	9120 **)	890
$f_n$	Hz	50	50
$n_n$	$\text{Min}^{-1}$	1490	988
$2p$	—	4	6
$P_{vn}$	kW	75,9	88,3

\*) Angaben für die Erwärmungsversuche bei der Grenzleistung von ca. 120 % der Nennleistung

\*\*) Angabe des Ringstromes

$P_{vn}$  Nennverluste

Die Verluste  $P_v$  sind in Fig. 11 bezogen auf die Nennverluste dargestellt. Bei Maschine 1 mit Käfiganker verursacht die Stromverdrängung im Rotornutenleiter für kleine Zusatzfrequenzen erhebliche Mehrverluste. Bei Maschine 2 mit Schleifringanker zeigen die Messwerte, dass der Einfluss der Stromverdrängung viel kleiner ist. Es ist dort zulässig, ohne Stromverdrängung zu rechnen. Bei beiden Maschinen führt der zu grosse Rotorstrom im Bereich von etwa  $f_B > 42$  Hz (Fig. 7) ebenfalls zu zusätzlichen Rotorverlusten.

Für den Erwärmungslauf mit dem Zweck die Nennverlustaufteilung im Prüfling nachzubilden, und die resultierenden Wicklungstemperaturen zu messen, ist für die Maschine 1 mit Käfiganker die Zusatzfrequenz  $f_B$  im Frequenzbereich  $43,5 < f_B < 45$  Hz zu wählen. Die Gesamtverluste sind in diesem Bereich minimal und infolge erhöhter Rotorverluste ca. 4 % zu gross (Fig. 12). Sie führen zu einer, wenn auch geringen Mehrwärmung des Käfigankers. Der Einfluss der zu grossen Rotorverluste auf den Stator infolge der stärkeren Erwärmung der Kühlung im Rotor ist gering und es ist im Stator mit einer Mehrwärmung von höchstens 1...2 K zu rechnen.

Für Schleifringanker-Asynchronmaschinen (Maschine 2) ist bei einer Zusatzfrequenz  $f_B \approx 40$  Hz die exakte Nachbildung der Nennverlustaufteilung zu erreichen. Bei noch kleineren Zusatzfrequenzen wird die Erwärmung im Rotor durch ansteigende Verluste infolge der Stromverdrängung und durch zusätzliche Eisenverluste zu gross.

Durch geeignete Wahl der Zusatzfrequenz können somit die Verluste des Prüflings bis auf einige Prozent gleich den Nennverlusten eingestellt werden. Das Zweifrequenzverfahren eignet sich ebenfalls für eine genaue Bestimmung des Wirkungsgrades.

## 7. Vergleich mit der konventionellen Erwärmungsmessung

Für die beiden Maschinen nach Tab. I wurden neben mehreren Erwärmungsläufen bei verschiedenen Zusatzfrequenzen auch ein konventioneller Erwärmungslauf durch mechanische Belastung an der Welle durchgeführt. Die in Fig. 12 zusammenstellten Messwerte bestätigen die aus den Betrachtungen der Verluste angegebenen Richtwerte für die optimalen Zusatzfrequenzen. Die Messungen haben ebenfalls ergeben, dass für Zusatzfrequenzen  $f_B > 45$  Hz die Verlustleistung infolge starker Zeigerpendelungen nicht mehr mit genügender Genauigkeit abgelesen werden kann und dass die Maschine zu sehr starken mehrfrequenten Pendelungen (vgl. Fig. 9) angeregt wird.

Bei der Schleifringanker-Asynchronmaschine ist die Erwärmung im Stator und Rotor bei der bifrequenten Messung mit der Zusatzfrequenz  $f_B = 40$  Hz nur ca. 1 K höher als bei der konventionellen Messung. Eine ebenso gute Übereinstimmung wird bei der Käfiganker-Asynchronmaschine für die Zusatzfrequenz  $f_B = 45$  Hz erreicht. Die Erwärmung der Wicklungen liegt bei der Schleifringankermaschine wesentlich höher als bei der Käfigankermaschine, da sämtliche Versuche für die Grenzleistung von ca. 120 % der Nennleistung der Maschine ausgeführt wurden.

## 8. Schlussfolgerungen

Die numerische Simulation wie die experimentellen Untersuchungen des Erwärmungslaufes bei bifrequenter Speisung zeigen, dass es für alle Zusatzfrequenzen im Bereich  $30 \leq f_B \leq 49$  Hz durch eine geeignete Wahl der Zusatzspannung möglich ist, zu erreichen, dass die ungekuppelte Maschine bei Nennspannung Nennstrom aufnimmt. Wird die Zusatzfrequenz bei Käfigankermaschinen im Bereich von 85 bis 90 % der Nennfrequenz und bei Schleifringankermaschinen bei 80 bis 85 % der Nennfrequenz gewählt, ist eine gute Nachbildung der Nennverlustaufteilung zu erreichen. Dies haben Untersuchungen an weiteren Maschinen bestätigt. Die resultierende Erwärmung in der Statorwicklung ist wenig höher als im Nennbetrieb. Das gleiche gilt für die Wicklung im Schleifringanker. Bei Käfigankermaschinen ist die Erwärmung des Rotors infolge der Stromverdrängung im Nutenleiter etwas höher, beeinflusst aber den Stator nur unwesentlich. Das Zweifrequenzverfahren ist somit für die Bestimmung der Erwärmung der Wicklungen ein guter Ersatz des konventionellen Erwärmungslaufes durch mechanische Belastung an der Welle und erlaubt eine genaue Bestimmung des Wirkungsgrades.

## Literatur

- [1] A. W. Kron: Messungen an Asynchronmotoren bei bifrequenter Speisung. ETZ-A 94(1973)2, S. 77...82.
- [2] P. Radic und H. Strupp: Erwärmungsmessungen an Asynchronmotoren mit Hilfe des Zweifrequenzverfahrens. Brown Boveri Mitt. 63(1976)8, S. 517...520.
- [3] W. Wild: Das Verhalten von symmetrischen Drehstromsynchrongmaschinen bei Speisung aus zwei symmetrischen Drehspannungssystemen unterschiedlicher Frequenz. Dissertation der Technischen Universität München, 1975.
- [4] H.-W. Lorenzen: Zur Theorie des transienten Betriebsverhaltens von Drehstromkäfigankermotoren. Arch. Elektrotechn. 53(1969)1, S. 13...30.
- [5] A. Meyer: Das Betriebsverhalten von Asynchronmaschinen bei bifrequenter Speisung unter Berücksichtigung der Stromverdrängung im Rotor. Dissertation der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, 1977.
- [6] J. Štepina: Raumzeiger als Grundlage der Theorie der elektrischen Maschinen. ETZ-A 88(1967)23, S. 584...588.
- [7] K. P. Kovács und I. Rácz: Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Band II. Budapest, Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959.
- [8] H.-W. Lorenzen: Das dynamische Betriebsverhalten von Asynchronmaschinen bei kleinen Abweichungen vom stationären Zustand. Brown Boveri Mitt. 56(1969)11/12, S. 548...569.
- [9] A. Meyer: Elektrische Ausgleichsvorgänge in Asynchronmaschinen beim Ausfall und Wiedereinschalten einer Netzzuleitung. Bull. SEV/VSE 67(1976)12, S. 599...604.
- [10] H. Fürsich: Über das dynamische Betriebsverhalten von Drehstromkäfigankermotoren unter Berücksichtigung der Stromverdrängung im Läufer. Dissertation der Technischen Universität München, 1974.
- [11] A. Meyer: Einfluss der Stromverdrängung auf den stationären Betrieb und die erzwungenen Pendelungen von Asynchronmaschinen. Brown Boveri Mitt. 63(1976)8, S. 500...507.

## Adresse des Autors

Dr. sc. techn. Armin Meyer, dipl. El.-Ing. ETHZ, BBC AG Brown Boveri & Cie, Abt. TAW, 5401 Baden.