

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 68 (1977)

**Heft:** 12

**Artikel:** Etude des Discontinuités sur une Ligne de Transmission à Symétrie Cylindrique Circulaire par la Méthode des Eléments Finis

**Autor:** Andriamiharisoa, V. / Froidevaux, H.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915041>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Etude des Discontinuités sur une Ligne de Transmission à Symétrie Cylindrique Circulaire par la Méthode des Eléments Finis

Par V. Andriamiharisoa et H. Froidevaux

517.962:621.315

Une ligne de transmission possédant une symétrie cylindrique circulaire et présentant des discontinuités est analysée par la méthode des éléments finis. On se limite au cas statique (mode TEM) où l'équation à résoudre est celle de Laplace. La ligne peut être chargée de matériaux diélectriques linéaires ou non et répartis de façon inhomogène. Outre la répartition du potentiel autour de la discontinuité, la méthode permet de calculer les caractéristiques de son circuit équivalent. La méthode peut s'appliquer aussi bien à des problèmes de ligne à haute tension qu'aux structures coaxiales à fréquences élevées.

Eine zylindrische, kreissymmetrische Übertragungsleitung mit Unstetigkeiten wird mit der Methode der finiten Elemente analysiert. Man beschränkt sich auf den statischen Fall (TEM Welle). Die Laplace-Gleichung ist hierfür zu lösen. Die Leitung kann mit linearem oder nicht-linearem Dielektrikum, auch inhomogen verteilt, versehen sein. Ausser der Potentialverteilung bei den Unstetigkeiten erlaubt die Methode die charakteristischen Grössen eines entsprechenden Ersatzschaltbildes zu berechnen. Die Methode eignet sich ebensogut für Hochspannungsprobleme wie für koaxiale Strukturen bei hohen Frequenzen.

## 1. Introduction

La méthode des éléments finis permet de calculer la distribution des champs électromagnétiques dans des structures n'admettant pas une résolution analytique exacte. Le présent article considère l'application de cette méthode à des structures de propagation possédant une symétrie circulaire et présentant des discontinuités. On considère comme exemples d'application une fente dans le conducteur extérieur d'une ligne coaxiale et une structure de connecteur pour haute tension.

Pour ces types de structures, il est souvent nécessaire de connaître précisément la répartition du champ aux environs de la discontinuité. C'est le cas de la ligne coaxiale où la connaissance de la perturbation du champ permet d'évaluer les effets de réflexion si importants sur une ligne de transmission [1; 2]<sup>1)</sup>. C'est également le cas d'un connecteur en haute tension où une mauvaise répartition du champ peut créer des endroits où le diélectrique protecteur est trop sollicité et où un claquage de l'isolant risque de se produire.

## 2. Ligne coaxiale fendue

Considérons le cas d'une ligne coaxiale, fonctionnant dans le mode TEM, dont le conducteur extérieur est interrompu par une fente circonférentielle (fig. 1). Cette fente est de plus munie d'une fenêtre diélectrique en deux couches (permittivité  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$ ).  $\epsilon_4$  représente le diélectrique remplissant la ligne et  $\epsilon_1$  le milieu ambiant. Les matériaux diélectriques sont ici supposés linéaires. Toutefois la méthode pourrait également s'appliquer à des milieux non linéaires, auquel cas le principe de superposition n'est pas applicable [3].

Pour une analyse complète de la discontinuité, deux types d'excitation de la ligne doivent être considérés: excitation paire

et impaire. Le mode TEM revenant à une approximation statique du problème, l'équation différentielle à résoudre est l'équation de Laplace portant sur le potentiel. Pour l'excitation paire, le problème se ramène donc à celui de la fig. 2 où l'on a tenu compte de la symétrie par rapport au plan AA' pour ne considérer que la moitié de la structure. Les conditions limites pour le potentiel  $v$  sont:

a) du type Dirichlet: 0 sur le conducteur intérieur,  $V$  sur le conducteur extérieur et 0 sur une surface cylindrique suffisamment éloignée de la discontinuité. On choisit en général  $c \approx 10b$ .

b) du type Neumann:  $\frac{\partial v}{\partial n} = 0$  dans le plan de symétrie AA' et  $\frac{\partial v}{\partial n} = 0$  en  $z = -d$ . On choisit  $d$  suffisamment grand pour que le potentiel ne soit pratiquement pas perturbé à cet endroit.

L'excitation impaire est donnée à la fig. 3; au plan AA' correspond la condition  $v = 0$ .

La méthode des éléments finis peut être alors facilement utilisée. L'équation de Laplace en coordonnées cylindriques devient, tenant compte de la symétrie axiale,

$$\left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \epsilon(\rho, z) \rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \epsilon(\rho, z) \frac{\partial}{\partial z} \right] \right) v(\rho, z) = 0 \quad (1)$$

avec les conditions limites des figures 2 et 3.  $\epsilon(\rho, z)$  est la permittivité qui varie d'un élément à l'autre. Un cas plus général, linéaire, peut être considéré comme étant la superposition des solutions paire et impaire avec les coefficients correspondants. La méthode des éléments finis demande une triangulation préalable du domaine considéré. La fig. 4 en donne un exemple. On remarque que les triangles sont choisis plus nombreux dans les zones où la dérivée du potentiel est importante. De plus, leurs contours respectent les interfaces diélectriques de telle façon qu'aucun triangle ne puisse les chevaucher.

<sup>1)</sup> Voir la bibliographie à la fin de l'article.

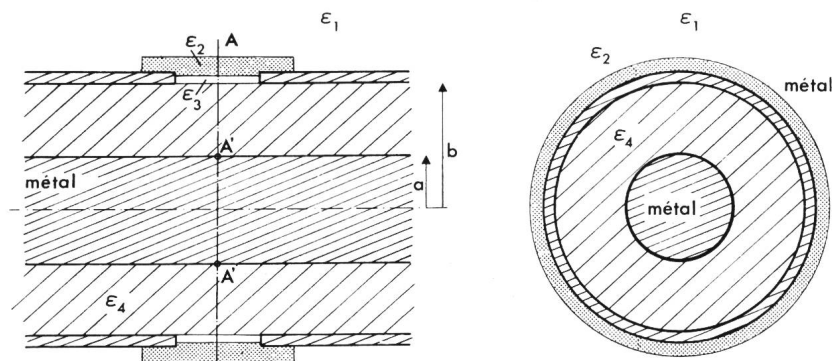


Fig. 1

Ligne coaxiale fendue

$a$  rayon intérieur

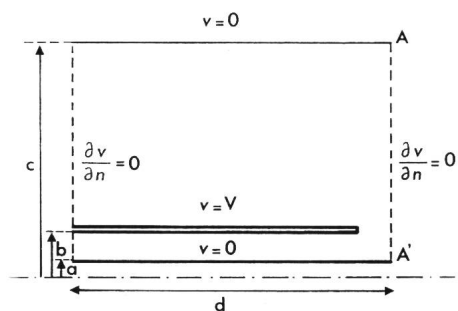
$b$  rayon extérieur

$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$  permittivités des différents matériaux diélectriques

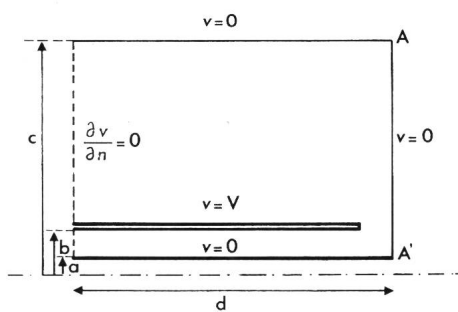
A partir de la connaissance en tout point du potentiel aux environs de la discontinuité, on peut déduire les caractéristiques de transmission de la ligne. La discontinuité peut être représentée par un circuit équivalent  $\Pi$  ou  $T$  formé de trois capacités (fig. 6). La structure en  $\Pi$  est choisie pour le présent exemple. Les valeurs des composantes du circuit équivalent sont calculées à partir de deux cas particuliers: l'excitation paire où le plan  $AA'$  est un circuit ouvert (fig. 7) et l'excitation impaire où  $AA'$  correspond à un court-circuit (fig. 8). Les capacités  $C_1$  et  $(C_1 + 2 C_2)$  sont obtenues en intégrant les densités de charge superficielles excédentaires  $\sigma_e$  sur les conducteurs aux environs de la fente. On a

$$C = \frac{1}{V} \int_s \sigma_e \, dS \quad (2)$$

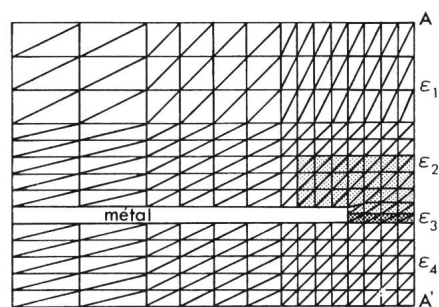
où  $C = C_1$  si on est dans le cas pair et  $C = (C_1 + 2 C_2)$  dans le cas impair.  $V$  est la différence du potentiel entre les deux conducteurs de la ligne coaxiale et  $S$  est la surface d'un des deux conducteurs aux environs de la fente.



**Fig. 2** Problème aux valeurs limites pour l'excitation paire  
 $a, b$  et l'axe  $AA'$  sont les mêmes que dans la fig. 1;  $c \gg b$

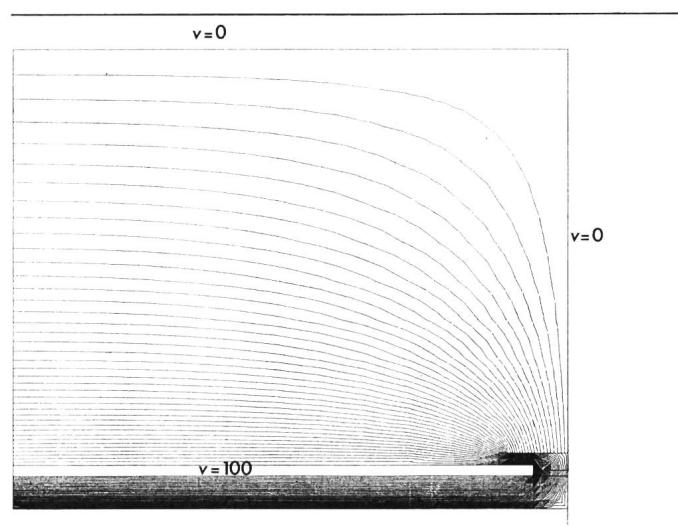


**Fig. 3** Problème aux valeurs limites pour l'excitation impaire

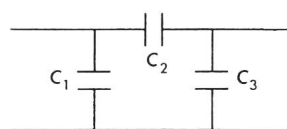


**Fig. 4** Division en triangles

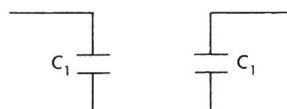
A A' plan de symétrie  
 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$  permittivités des différents matériaux



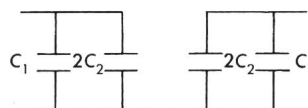
**Fig. 5** Lignes de potentiel pour une excitation impaire



**Fig. 6** Circuit équivalent en  $\Pi$



**Fig. 7** Circuit équivalent de l'excitation paire



**Fig. 8** Circuit équivalent de l'excitation impaire

### 3. Connecteurs de câble haute tension

Le problème d'un connecteur de câble haute tension peut être résolu par la même méthode pour autant que la symétrie de révolution soit conservée. La grandeur la plus intéressante dans ce cas-ci est le gradient du potentiel dans les isolants. Il est en effet important de déceler des endroits où le champ électrique est très élevé et où un claquage du diélectrique est possible.

La fig. 9 donne un exemple de structure du connecteur. La discontinuité est entourée d'une surface fictive à grande distance mise au potentiel nul.

#### 4. Précision de la méthode

Pour la structure relativement complexe du connecteur haute tension, une vérification expérimentale [4] a permis de déterminer la précision obtenue par les calculs. Une erreur maximale de 5% a été observée. Une structure plus simple, comme celle du câble coaxial, donnera des précisions encore

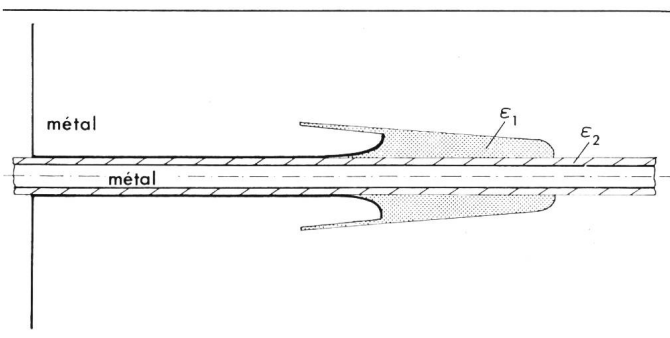


Fig. 9 Connecteur haute tension

$\epsilon_1, \epsilon_2$  permittivités des différents isolants

meilleures. Une technique d'amélioration de la précision peut être utilisée. Elle consiste à résoudre deux problèmes consécutifs:

1. On détermine la répartition des champs dans une structure avec des conditions limites très éloignées de la discontinuité. La dimension des triangles sera d'autant plus petite qu'on se trouvera dans la zone de forte variation du potentiel.

2. On considère dans un second temps une zone plus restreinte autour de la discontinuité, en prenant comme conditions limites les résultats de la première étape sur la nouvelle frontière. Il est en effet prouvé [2] théoriquement qu'une petite variation des conditions limites n'affecte que très peu la solution intérieure. Dans cette deuxième phase, les triangles peuvent être choisis plus nombreux et plus petits.

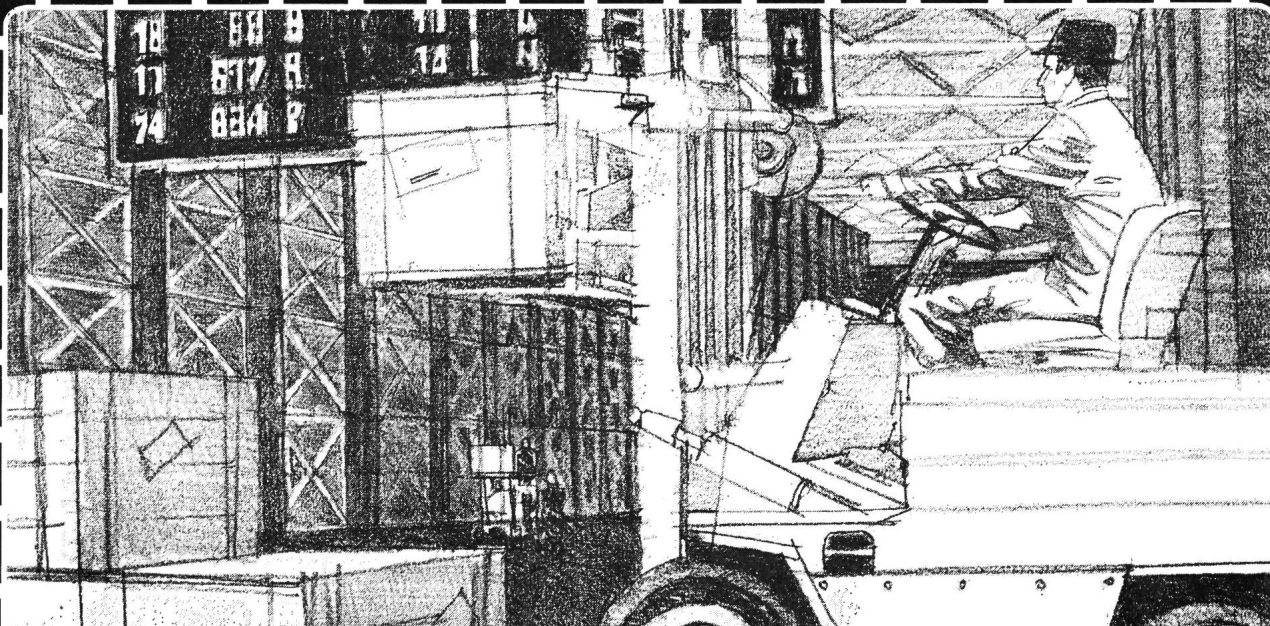
#### Bibliographie

- [1] H. A. Atwater: Introduction to microwave theory. New York, a. o. McGraw-Hill, 1962.
- [2] P. Silvester and I. A. Cermak: Analysis of coaxial line discontinuities by boundary relaxation. Trans IEEE MTT 17(1969)8, p. 489...495.
- [3] H. E. Green: The numerical solution of some important transmission-line problems. Trans. IEEE MTT 13(1965)5, p. 676...692.
- [4] V. Andriamiharisoa and E. Contalbrigo: Analysis of the electrostatic field by the finite element method for a high voltage cable termination. Symposium International Techniques de la Haute Tension, Zürich, 1975; Vol. 1, p. 65...69.

#### Adresse des Auteurs

V. Andriamiharisoa, Chaire d'Electromagnétisme et d'hyperfréquence, EPFL, 16, chemin de Bellerive, et H. Froidevaux, Département de Mathématiques, EPFL, 26, avenue de Cour, 1007 Lausanne.

**Corrigendum:** Im Aufsatz von J. L. Olsen «Physikalische Eigenschaften von Supraleitern für technische Anwendungen» in Heft 10/1977 sind die Figuren 1 und 6 irrtümlich vertauscht worden; die Legenden stehen am richtigen Ort.



**Wenn Mitarbeiter jederzeit auf dem laufenden sind, dann läuft die Kommunikation über Autophon.**

**Näheres über diesen Coupon.**

Mitarbeiter, die man jederzeit lautlos informieren kann? Das würde vieles erleichtern. Verschaffen Sie uns doch mal einen genauen Einblick darüber, wo und wie Informationsprobleme mit Autophon-Informatic-Anlagen auch in mittleren und kleineren Betrieben gelöst werden.

SEV

Name: \_\_\_\_\_ in Firma: \_\_\_\_\_

Strasse: \_\_\_\_\_ Telefon: \_\_\_\_\_

PLZ: \_\_\_\_\_ Ort: \_\_\_\_\_

Einsenden an: Autophon AG, Vertriebsleitung Schweiz, Stauffacherstrasse 145, 3000 Bern 22

Autophon-Niederlassungen

in Zürich 01 201 44 33, St. Gallen 071 25 85 11, Basel 061 22 55 33, Bern 031 42 66 66, Luzern 041 44 04 04  
Téléphonie SA in Lausanne 021 26 93 93, Sion 027 22 57 57, Genève 022 42 43 50

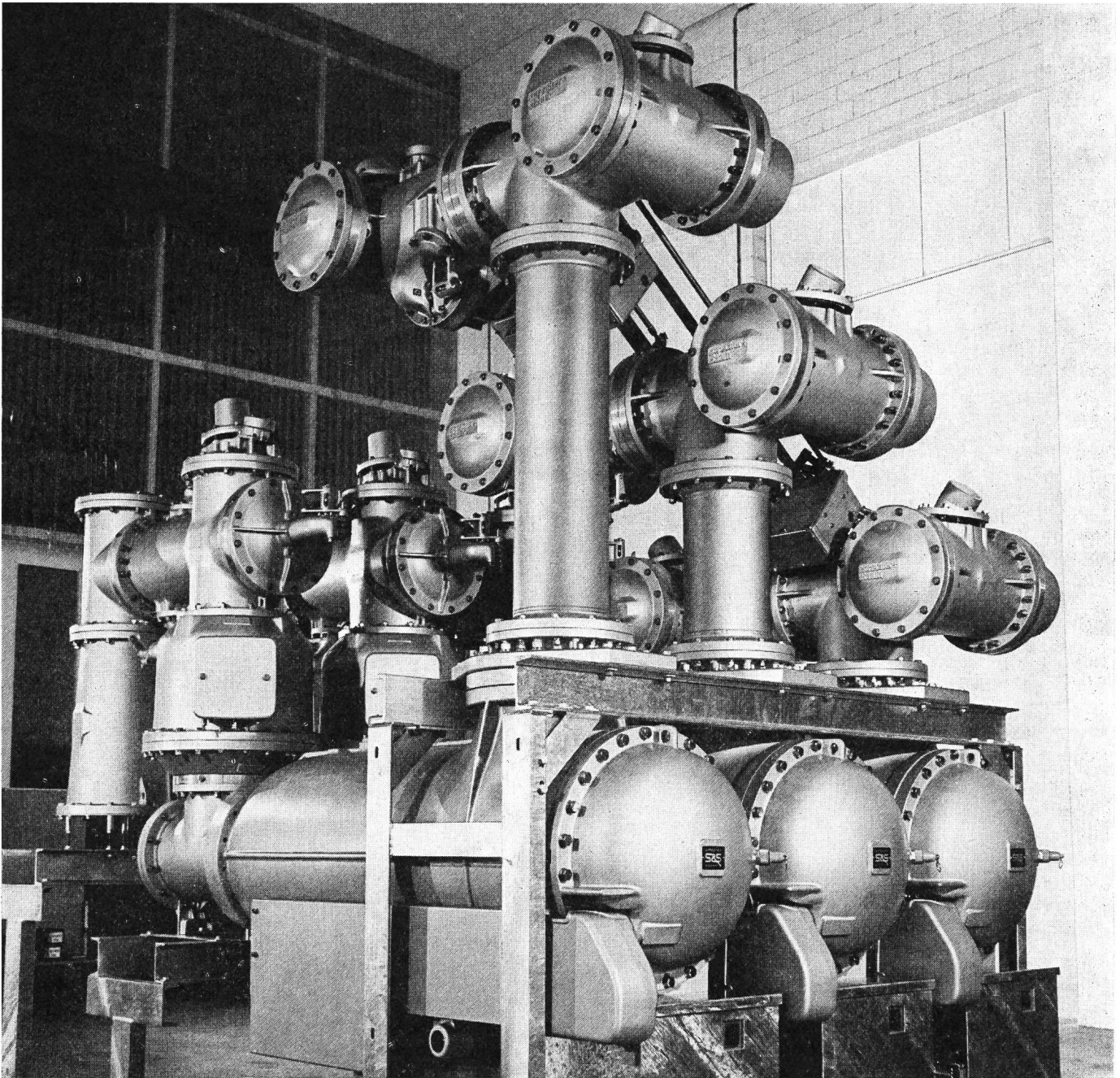


**AUTOPHON** 

Sprechen Sie mit Autophon,  
wenn Sie informieren müssen oder Informationen brauchen, wenn Sie gesehen oder gehört werden wollen,  
wenn Sie die richtige Verbindung mit oder ohne Draht brauchen, wenn Sie warnen, überwachen  
oder einsatzbereit sein müssen.



# B 212 – die **neue** **SF<sub>6</sub>-Anlagengeneration** von Sprecher + Schuh



Basierend auf den ausgezeichneten Betriebserfahrungen mit den bisher gebauten SF<sub>6</sub>-Anlagen, wurde für Spannungen bis 170 kV die neue Baureihe B 212 entwickelt. Ihre besonderen Vorteile sind:

- einfacher, robuster Eindruck-SF<sub>6</sub>-Leistungsschalter
- aussergewöhnlich kleiner Platzbedarf
- einwandfreie Zugänglichkeit zu allen Komponenten
- sehr geringer Unterhaltsaufwand
- Ausbaumöglichkeit bestehender Anlagen ohne Betriebsunterbruch

Sicher sind Sie interessiert, mehr über das neue SF<sub>6</sub>-Anlagensystem B 212 zu erfahren. Rufen Sie uns an, Sie werden überrascht sein, wie wirtschaftlich Ihr Anlagenproblem gelöst werden kann. Unsere Fachleute beraten Sie gerne unverbindlich.

**sprecher+**  
**schuh**

Sprecher + Schuh AG  
5001 Aarau/Schweiz  
Telefon 064/25 21 21

762 E