Zeitschrift:	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
Herausgeber:	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
Band:	67 (1976)
Heft:	8
Artikel:	Quasistatische H-B-Trajektorien beim Eisen
Autor:	Gerecke, E.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-915155

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. <u>Mehr erfahren</u>

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. <u>En savoir plus</u>

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. <u>Find out more</u>

Download PDF: 26.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Quasistatische H–B-Trajektorien beim Eisen

Von E. Gerecke

621.318.4.042.2:537.623

Es wird über Versuche an luftspaltlosen Ringbandkernen aus kornorientiertem Silizium-Eisen-Blech von der Qualität, die für Transformatoren verwendet wird, berichtet. Die geometrischen Eigenschaften von unsymmetrischen Hystereseschleifen werden bei beliebigen, zeitlich sehr langsam veränderlichen Magnetisierungsströmen beschrieben und ein «Rückkehrsatz» formuliert. Die Umlaufzeit einer geschlossenen Schleife liegt zwischen I min und 1 h. Zum Schluss werden kurz die durch Kriechen sowie rasche Stromvariationen hervorgerufenen Abweichungen gestreift.

Des tores sans entre-fer en alliage au Fer-Silicium, orienté et laminé à froid, d'une qualité identique à celle utilisée pour les transformateurs de puissance, font l'objet d'essais. On étudie quelques propriétés géométriques des boucles asymétrique d'hystérèse magnétique dans le fer soumis à des courants magnétisants variant arbitrairement et très lentement. On formule également un théorème sur le retour conditionné au point de départ. Le temps de circulation dans une boucle varie entre 1 min et 1 h. Pour terminer on mentionne brièvement l'influence de la dérive magnétique du fer ainsi que les écarts provoqués par des variations rapides du courant.

1. Aufbau und Schema der Versuchsanlage

Für die Versuche wurde ein luftspaltfreier, gewickelter Ringbandkern aus 0,3 mm starkem, kaltgewalztem, kornorientiertem Textur- α -Eisen mit etwa 3 ⁰/₀ Siliziumgehalt (ARMCO M5 und Trafoperm N2 der VAC) verwendet [1, S. 24] ¹). Die Quelle u_q (Fig. 1) lieferte rampen- und dreieckförmige Spannungen von etwa 0,01 Hz. Zufolge der Weisschen Bezirke schwankt die örtliche Flussdichte über dem Eisenquerschnitt sehr stark, deren Mittelwert *B* ist proportional zum Integral $\int u_2 dt$ der induzierten Spannung u_2 . Die mittlere Erregung $H = N_1 \cdot l_1^{-1} \cdot i(t)$ bezieht sich auf die Mitte des Kernes, wobei *l* die mittlere Länge des Kernes bedeutet. Der x-y-Schreiber zeichnet bei sehr langsam sich veränderndem Strom i(t) quasistatische H-*B*-Trajektorien.

2. Definitionen

Der momentane (mittlere) Zustand des Kernes kann durch einen Bildpunkt P (H, B) in einer H-B-Ebene dargestellt werden. Bei sehr langsam sich änderndem Strom i(t) beschreibt P eine quasistationäre Trajektorie T, deren Durchlaufsinn durch einen Pfeil gekennzeichnet wird. Geht i(t) durch ein Maximum oder ein Minimum, so zeigt die Trajektorie eine Spitze oder einen Umkehrpunkt. Es ist zweckmässig, Aufwärtsund Abwärtstrajektorien zu unterscheiden, je nachdem di/dt positiv oder negativ ist.

1) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.



Fig. 1 Anlagenschema

- *u*q variable Spannungsquelle
- N1 Anzahl Windungen der Erregerwicklung
- i (t) Erregerstrom
- R Messwiderstand
- u2 sekundär induzierte Spannung
- I Integrator
- S Koordinatenschreiber
- H Erregung
- **B** Flussdichte

3. Ideales Eisen

Die zugehörige äusserste Trajektorie (Fig. 2) hat zwei nahezu senkrechte Flanken UV, U*V* und zwei horizontale Äste VEU* und V*E*U [1, S. 10]. Die Koerzitiverregung H_c liegt beim Monokristall aus Silizium- α -Eisen bei etwa 1 A/m. Überschreitet im Punkt U die Erregung H den Wert H_c ganz wenig, so wandern im Eisenkern die Blochwände von aussen nach innen. Reduziert man im Bildpunkt 1 den Strom i(t) bis 1', und erhöht man ihn wieder bis 1, so stehen die Blochwände dabei still und die Trajektorie ist eine horizontale Gerade. Ähnlich verhält sich die Trajektorie 2-2'-2. Bei der Trajektorie 3-3' muss man H von $-H_c$ bis $+H_c$ und bei 4-4' von $+H_c$ bis $-H_c$ ändern. Durch Kombination erhält man die geschlossenen Schleifen 3-3'-4-4'-3, sowie V–U*–3-3'–V und U–4-4'-V*-U.

Bei technischem Eisen gehen die Trajektorien 1-1'-1 sowie 2-2'-2 in flache krummlinige Zweiecke (oder Zweiseite) und die Fig. 2 in Fig. 3 über.

4. Experimentelle Resultate

Fig. 3 zeigt zwei bezüglich des Mittelpunktes M zentrischsymmetrische, geschlossene Trajektorien $1-T_1-1^*-T_1^*-1$ und $2-T_2-2^*-T_2^*-2$. Deren Umkehrpunkte 1, 1* und 2, 2* liegen auf der *Kommutierungs*- (oder Spitzen-)Kurve K-M-K*. Verlegt man den Punkt 1 bis zum Punkt E mit der höchst erreichbaren Erregung H_E , so erhält man die zugehörigen *Grenztrajektorien* mit dem linken Ast G₁: E-R₀-G₁- H_c^* -E* und dem rechten Teil E*-R_u-G_r- H_c -E.

Geht man von beliebigen, auf T₁ gelegenen Bildpunkten wie 3 oder 4 wieder nach rechts, so gelangt man über T₃ bzw. T₄ zurück nach 1. Kommutiert man ferner in einem beliebigen Bildpunkt P auf T₄ den Strom, so gelangt man über die zugehörige Trajektorie T4* in den Ausgangspunkt 4 zurück, folgt dann T1 bis 1* und hernach ungefähr der Kommutierungskurve K* bis E*. Diese Trajektorie von P bis E* weist zwei Knickpunkte 4 und 1* auf; dort ändert sich die Tangente und damit auch die differentielle Permeabilität (dB/dH) unstetig. Kommutiert man i(t) in einem beliebigen Punkt 5 auf T^{*}₄, so gelangt man über T₅ abermals nach P. Auf T₂ existiert ein Punkt 6 derart, dass dessen Aufwärtstrajektorie T₆ genau durch P geht. Auf der Grenztrajektorie Gr gibt es zudem einen Punkt 7 so, dass dessen Abwärtstrajektorie T₇ ebenfalls durch P geht; die zugehörige Aufwärtstrajektorie T^{*} endet wieder in 7. Durch jeden Bildpunkt P innerhalb der Grenztrajektorien gehen also unendlich viele quasistatische Trajektorien; sie verlaufen in den zu P gehörigen 1. und 3. Quadranten. Die differentielle Permeabilität dieser Trajektorien in P ist stets positiv







Fig. 3 H–B-Trajektorien von technischem Eisen Symmetrische und unsymmetrische Schleifen Bezeichnungen siehe im Text

und liegt zwischen einem unteren und einem oberen Grenzwert. Zweiseitig geschlossene Schleifen wie P-4, P-5, P-6 und P-7 können beliebig oft durchlaufen werden, man kehrt immer wieder zu den gleichen Umkehrpunkten zurück. Geht man jedoch z. B. von P über 4 nach 1* und kommutiert dann, so erreicht man P nicht mehr, offenbar weil man den Knickpunkt 4 passiert hat.

5. Schlussfolgerungen

Aus dem Vorhergehenden ergeben sich folgende Schlüsse:

1. Durch jeden innerhalb der Grenztrajektorien gelegenen Bildpunkt P(H, B) gehen unendlich viele quasistatische Trajektorien; sie verlaufen im ersten und dritten Quadranten des Koordinatensystems mit Ursprung P.

2. Die differentielle Permeabilität (dB/dH) ist bei quasistatischen Trajektorien stets positiv und liegt in jedem Bildpunkt zwischen 2 Grenzwerten.

3. Bildpunkte P(H, B) ausserhalb der Grenztrajektorien sind nicht erreichbar.

4. Die Umkehrpunkte symmetrischer Trajektorienschleifen liegen auf einer Kommutierungskurve (Spitzenkurve). Diese kann von der Neukurve abweichen.

5. Trajektorien können Knickpunkte aufweisen, bei denen sich die differentielle Permeabilität unstetig ändert [1, S. 33].

6. Gelangt man bei zunehmendern Strom zu einem Bildpunkt P₁, kommutiert man alsdann den Strom bis man einen Punkt P₂ erreicht hat und erhöht man diesen wieder, so gelangt man zu P₁ zurück, falls man keinen Knickpunkt passiert hat (*Rückkehrsatz*) [1, S. 31].

6. Beispiele zum Rückkehrsatz

In Fig. 4 geht man von einem beliebigen Bildpunkt P sehr langsam abwärts bis 1, dann wieder aufwärts bis P, dann abwärts bis 2 und zurück bis P und wiederholt diesen Vorgang bis Punkt 14. Man gelangt dabei stets in den Umkehrpunkt P zurück.

In Fig. 5 [1, S. 34] startet man vom unteren Remanenzpunkt R_u aufwärts, reduziert dann i(t) langsam auf Null, erhöht i(t) wieder und wiederholt dieses Spiel abwechslungsweise. Man gelangt dabei stets wieder auf die Grenztrajektorie G_r . H_e beträgt hier 7,5 A/m. Man vergleiche diese Trajektorien mit denen des idealen Eisens von Fig. 2.

7. Dynamische Trajektorien

Befindet sich allgemein ein System zur Zeit t_1 in einem stationären Zustand I und zur Zeit t2 in einem stationären Zustand II, so durchläuft es zwischen t_1 und t_2 einen transienten Vorgang. Ist z. B. bei t_1 der Strom $i = i_1$ konstant und bei t_2 $i = i_2$ konstant, so kann der Übergang von t_1 zu t_2 sehr langsam, also quasistatisch oder sehr rasch, also dynamisch vorgenommen werden; je nachdem ergibt sich eine guasistatische oder dynamische H-B-Trajektorie. Es zeigt sich nun beim System «Eisen», dass sich der gewünschte stationäre Zustand II gar nicht sofort einstellt, es kann Sekunden oder Stunden oder Jahre benötigen. Denn das Eisen besteht aus rund 10²⁹ m⁻³ Elementarmagneten (spin), und es dauert sehr lange, bis alle die endgültige Lage erreicht haben. Diese Erscheinung ist schon lange als Kriechen oder magnetische Nachwirkung bekannt [1, S. 20], sie muss bei den vorhergehenden Abschnitten 3 und 4 mitberücksichtigt werden.



Ist beim Zustand II i(t) eine periodische Funktion der Zeit, so durchläuft die dynamische *H*-*B*-Trajektorie eine Reihe von nicht ganz geschlossenen Schleifen, die dauernd wandern und sich erst nach 10...100 oder mehr Perioden in einen nahezu stationären Zustand einspielen, wie das folgende Beispiel zeigt.

Startet man nach Fig. 6 vom unteren Remanenzpunkt R_u mit einer sinusförmigen Erregung $H_0 \sin \omega t$ kleiner Frequenz, so gelangt man zunächst längs G_r zu Punkt 1, dann längs der zu 1 zugehörigen statischen Abwärtstrajektorie T_1 nach Punkt 2 und anschliessend laut dem Rückkehrsatz nach 1 zurück. Dann verschiebt sich die Schleife 1–2 beim vielmaligen Durchlaufen kaum merklich [1, S. 36]. Wiederholt man den Vorgang jedoch stundenlang, so hebt sich die Schleife langsam an und gelangt über die Zwischenlagen 3–4 schliesslich in die stationäre Lage 5–6, wobei die Spitzen symmetrisch zum Mittelpunkt M auf der Kommutierungslinie KK* liegen. Beginnt man beim oberen Remanenzpunkt R_0 , so verschiebt sich die Schleife langsam abwärts bis in die Endlage 5–6. Solch langsame Kriechvorgänge sind schon vielmals beobachtet worden, z. B. bei Messinstrumenten und bei Pupinspulen nach Stromstössen.

Bei *dynamischen* Vorgängen sind die Schlussfolgerungen von Abschnitt 5 wie folgt zu ändern:

3* Dynamische Trajektorien können sehr wohl ausserhalb der Grenztrajektorien verlaufen.

1* Durch jeden erreichbaren H–B-Bildpunkt gehen unendlich viele dynamische Trajektorien; sie können dort in allen Quadranten verlaufen.

2* Die differentielle Permeabilität (dB/dH) bei dynamischen Trajektorien kann jeden Wert zwischen ($-\infty$) und ($+\infty$) annehmen.

4* Bei Extremwerten von i(t) verläuft die Trajektorie senkrecht. Bei dynamischen symmetrischen Trajektorien liegen die Bildpunkte mit extremalem H nicht mehr genau auf der Kommutierungskurve KK*.

6* Der Rückkehrsatz gilt nur noch näherungsweise.

Die *Neukurve* ist eine dynamische Trajektorie, sie kann ja jeweils nur einmal durchlaufen werden. Sie kann sogar die Grenztrajektorien überqueren.

Literatur

 [1] E. Gerecke: Ferromagnetophysik. Scientia Electrica 19(1973)3, S. 57...96, 20(1974)1, S. 1...47+Nr. 2, S. 49...80+Nr. 3, S. 81...110.

Adresse des Autors

Prof. Dr. h. c. Ed. Gerecke, ETHZ-ETL Physikstrasse 3, 8006 Zürich.



Fig. 5 Linsenförmige Schleifen

Beginn im unteren Remanenzpunkt R_u . Fortschreiten längs der Grenztrajektorie G_r. Dabei mehrmals Reduktion von *i* (*t*) bis Null und jeweils anschliessende Erhöhung von *i* (*t*). ARMCO M5. [1, S. 34, Fig. C 10] Abszisse H: 20 mA \cong 1,91 A/m, H_c = 7,5 A/m Ordinate H: 200 V \cong 0,5 Tesla, B_u/B₀ = 3,06 Tesla



Fig. 6 Kriechen der H–B-Schleifen bei periodischem Strom i(t)Beginn in R_u , dann nach 1. Zu 1 gehörende statische Abwärts-Trajektorie T₁. Schleife 1–T₁–2–T₂–1. Schleife 3–4 in einer späteren Zwischenlage. Stationäre Schleife 5–6–5 mit Umkehrpunkten auf der Kommutierungskurve K–M–K*. Obere anfängliche Schleife 7–8–7.