

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 67 (1976)

Heft: 1

Artikel: Betriebsoptimierung in der elektrischen Energieversorgung

Autor: Edelmann, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-915102>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

In diesem Zusammenhang sei der Industrie der Wunsch der Elektrizitätswerke nach immer besseren, weniger störungsanfälligen und billigeren Betriebsmitteln ans Herz gelegt.

Abschliessend darf festgestellt werden, dass sich die Zusammenarbeit der Elektrizitätswerke voll bewährt hat. Heute herrscht die absolute Überzeugung, die beste Gewähr für eine sichere und preiswerte Versorgung der Schweiz mit elektrischer Energie bestehe in der bisherigen Weiterarbeit in eigener Verantwortung und im direkten Gespräch zwischen den einzelnen Werken.

Adresse des Autors

Dr. E. Trümpy, Direktionspräsident der Aare-Tessin AG für Elektrizität, Bahnhofquai 12, 4600 Olten.

Enfin, on peut constater pour terminer que la collaboration entre les entreprises d'électricité a parfaitement joué. Une certitude absolue apparaît aujourd'hui, à savoir que le meilleur moyen d'assurer un approvisionnement de la Suisse en énergie électrique de façon sûr et à un prix intéressant réside dans la poursuite du travail accompli jusqu'ici dans un esprit de responsabilité propre et dans un contact direct entre les diverses entreprises.

Adresse de l'auteur

E. Trümpy, président de la direction de l'Aar et Tessin S.A. d'Electricité, Bahnhofquai 12, 4600 Olten.

Betriebsoptimierung in der elektrischen Energieversorgung

Von H. Edelmann

Die Arbeit gibt die klassischen Grundlagen für die Betriebsoptimierung im Bereich der elektrischen Energieversorgung. Es werden zur Herleitung nur elementare Grundlagen der Differentialrechnung und der Variationsrechnung benötigt. Neben dem rein thermischen Verbundbetrieb wird auch der hydrothermische Verbundbetrieb mit Speicherwasserkraftwerken betrachtet.

1. Einleitung

Elektrizitätsversorgungsunternehmen sind Einrichtungen, die zum Ziele haben, elektrische Energie zu erzeugen und zu verkaufen. Wie jedes Unternehmen muss es darauf abzielen, bei Erfüllung der vertragsmässigen Verpflichtungen einen möglichst grossen Gewinn zu erwirtschaften. Diesem Gewinn sind freilich Grenzen gesetzt: Rohstoffe für Energiequellen sind nicht beliebig billig. Die verkaufte Energie kann auch nicht beliebig teuer verkauft werden. Während sich die Preise der Rohstoffe für Energiequellen im allgemeinen nach Angebot und Nachfrage regeln, herrscht auf der Abnehmerseite kein freier Markt. Hier wacht eine gewisse staatliche Kontrolle darüber, dass der Abnehmer einen gerechten Tarif erhält. Im ganzen gesehen wird also jedes Versorgungsunternehmen darauf achten müssen, die vom Abnehmer geforderte Energie möglichst billig zu erzeugen. Für den Ingenieur im EVU-Bereich ergibt sich hierdurch eine Optimierungsaufgabe, die er durch mathematische Hilfsmittel und den Einsatz von Rechnern zu lösen hat. Praktisch wird dies fast immer eine Optimierung über einen gewissen Zeitraum sein. Man unterscheidet kurzfristige, mittelfristige und Langzeitoptimierungen. Eine Grundaufgabe ist hierbei die Momentan-Optimierung der Erzeugungskosten. Die wesentlichen Grundlagen sollen nun anhand eines vereinfachten Modells dargestellt werden.

L'auteur donne les bases de travail conventionnelles pour une exploitation optimale dans le secteur de l'approvisionnement en énergie. Pour réaliser cette conception, il utilise les seules bases élémentaires du calcul différentiel et des variations entrant en considération. A côté de ces interconnexions purement thermiques, l'auteur a également abordé le problème des interconnexions hydrothermiques avec des centrales hydrauliques d'accumulation.

2. Momentanoptimierung eines thermischen Verbundsystems

Will man die Erzeugungskosten für einen Verbundbetrieb optimieren, so muss man zuvor die Abhängigkeiten der Energieerzeugungskosten aller Kraftwerke von den Einspeiseleistungen kennen. Sie heissen Absolutkostenfunktionen (Fig. 1a), und sie sind in der Regel nur von thermischen Kraftwerken bekannt. Jedoch auch von Übergabestellen existieren solche Absolutkostenfunktionen. Für Kraftwerke und Übergabestellen gelten gleichzeitig auch minimale und maximale Grenzleistungen \underline{P}_i bzw. \overline{P}_i .

Die Absolutkostenfunktionen K_i werden dann durch folgende Gleichungen beschrieben

$$K_i = F_i(P_i) \quad (1)$$

$$\underline{P}_i \leq P_i \leq \overline{P}_i \quad i = 1 \dots n \quad (2)$$

Wir wollen annehmen, dass die Absolutkostenfunktionen stetig sind und 1. und 2. Ableitungen besitzen. Die ersten Ableitungen nennt man die *Zuwachskosten* k_i (Fig. 1b). Für sie gilt

$$k_i = f_i(P_i) = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} \quad (3)$$

Wenn man annimmt, dass die Absolutkosten mit der Leistung nicht fallen, so gilt auch

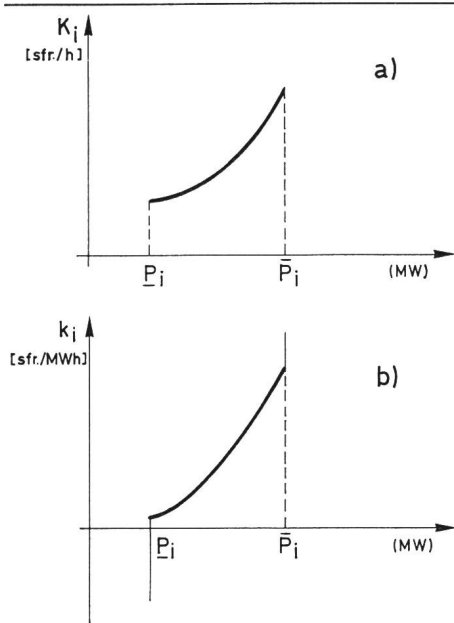


Fig. 1 Typische Absolutkostenkurve a) und die dazugehörige Zuwachskostenkurve b)

$$k_i = f_i(P_i) \leq 0. \quad (\text{Monotonitätsbedingung}) \quad (4)$$

Wenn darüber hinaus auch die Zuwachskosten mit der Leistung steigen, so gilt ferner

$$\frac{df_i(P_i)}{dP_i} > 0. \quad (\text{Konvexitätsbedingung})^1 \quad (5)$$

Sofern (4) und (5) erfüllt ist, hat die gestellte Optimierungsaufgabe eine eindeutige Lösung. Die Auswahl der einzusetzenden Maschinen sei schon vorbestimmt, dann lässt sich die Haupt-Optimierungsforderung bereits hinschreiben. Sie lautet

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n F_i(P_i) = \text{Min.} \quad (\text{Zielfunktion}) \quad (6)$$

mit den bereits erwähnten Grenzleistungsbedingungen (2)

$$P_i \leq P_i \leq \bar{P}_i. \quad (7)$$

Würden wir die Leistungsforderung der Abnehmer ausser acht lassen, hätte man die triviale Lösung: «Man schalte alle Kraftwerke ab», was wohl nicht der Sinn einer Optimierung sein kann. Aus diesem Grund müssen wir noch die Nebenbedingung berücksichtigen, welche die Abnehmersummenleistung als konstant festlegt (Fig. 3). Die Abnehmersummenleistung P_L ist die Differenz zwischen der Summe der Kraftwerksleistungen und den Netzverlusten P_V . Es ist also noch die folgende Bedingung zu beachten

$$\sum_{i=1}^n P_i - P_V = P_L = \text{const.} \quad (8)$$

Aufgrund der gemachten Voraussetzungen über die Absolutkostenfunktionen ist es uns möglich, das Optimierungsproblem mit Hilfe der Differentialrechnung zu lösen, und zwar dadurch, dass wir notwendige Bedingungen aufstellen, danach die aus den notwendigen Bedingungen resultierenden Gleichungen lösen und nachprüfen, ob die Lösungen Minima der Kosten ergeben.

¹⁾ Eine Funktion $f(x)$ heisst konvex, wenn das arithmetische Mittel der Funktionswerte für verschiedene Argumente grösser ist als der Funktionswert für das arithmetische Mittel der Argumente (Fig. 2)

Zur Lösung eines Extremalproblems mit Nebenbedingungen kann man grundsätzlich zwei Wege gehen: Entweder man versucht die Nebenbedingungen durch Elimination in die Zielfunktion einzuarbeiten oder, falls dies nicht gelingt oder umständlich ist, man wendet die Lagrange-Methode an. Sind Nebenbedingungen auch noch in Ungleichungsform gegeben, so muss man die Lagrange-Methode durch diejenige von Kuhn und Tucker erweitern. Wir werden zunächst, um die Lagrange-Methode in ihrer ursprünglichen Form verwenden zu können, die Ungleichungsbedingungen ausser acht lassen. Die Lagrange-Methode besteht nun darin, dass man eine – entsprechend der Anzahl der Nebenbedingungen – durch Zusatzterme erweiterte Zielfunktion zugrundelegt. Jeder Zusatzterm besteht aus dem Produkt eines Lagrangefaktors und der betreffenden Nebenbedingung in Nullform. Eine solche erweiterte Zielfunktion, auch Lagrange-Funktion Φ genannt, lautet in unserem Fall

$$\Phi(P_1 \dots P_n, \lambda) = \sum_{i=1}^n F_i(P_i) + \lambda(P_L - \sum_{i=1}^n P_i + P_V) \quad (9)$$

Die neue Zielfunktion enthält jetzt zwar eine Unbekannte mehr. Wir werden jedoch in den notwendigen Bedingungen auch eine zusätzliche Gleichung erhalten. Die notwendigen Bedingungen bestehen darin, dass alle partiellen Ableitungen nach den Veränderlichen $P_1 \dots P_n$ null zu setzen sind. Es müssen also folgende Gleichungen erfüllt sein (P_L ist hierbei als konstant anzusehen)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P_j} = \frac{dF_j(P_j)}{dP_j} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_V}{\partial P_j}\right) \doteq 0 \quad j = 1 \dots n \quad (10)$$

Hinzu kommt noch die Nebenbedingung Gl. (8). Damit haben wir $n + 1$ Gleichungen für $n + 1$ Unbekannte ($P_1 \dots P_n, \lambda$).

2.1 Sonderfall: Vernachlässigung der Netzverluste

Setzt man die Netzverlustleistung $P_V = 0$, so vereinfachen sich die Gleichungen (10) so, dass man alle Ableitungen der Absolutkosten nach den Einspeiseleistungen gleich λ setzen muss, das heisst man erhält die sehr einfache Forderung

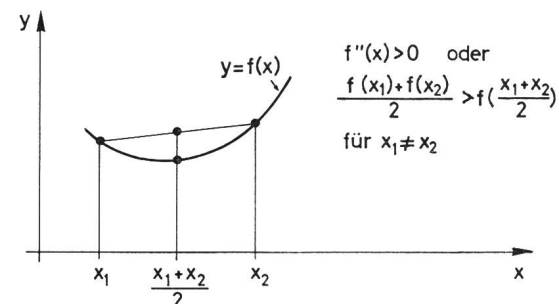


Fig. 2 Konvexe Funktion

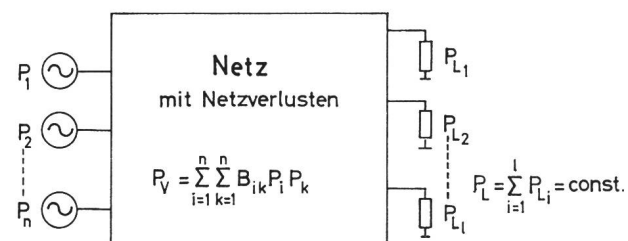


Fig. 3 Verbundnetz mit n Kraftwerken und l Lasten

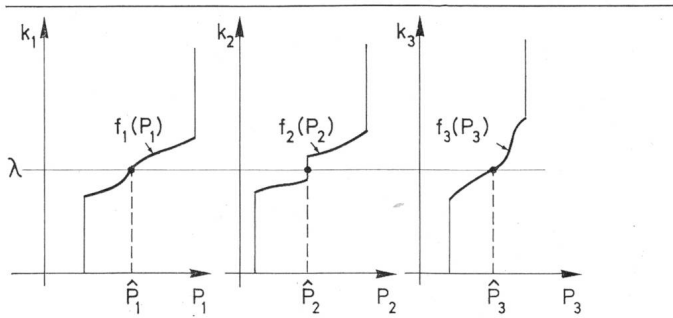


Fig. 4 Optimierung eines Verbundsystems unter Vernachlässigung der Netzverluste durch Gleichsetzen der Zuwachskosten $f_i(P_i)$

$$\frac{dF_j(P_j)}{dP_j} = f_j(P_j) \doteq \lambda \quad j = 1 \dots n \quad (10a)$$

und

$$\sum_{i=1}^n P_i = P_L \quad (8a)$$

Die Ableitungen der Absolutkosten sind die Zuwachskosten. Es ist also zweckmässig, aus den Absolutkostenfunktionen $F_i(P_i)$ durch Differentiation die Zuwachskostenfunktionen $f_i(P_i)$ bereitzustellen. Nun ist es leicht, die Forderung (10a) zu erfüllen. Hierzu zeichnet man die Zuwachskostenkurven aller Kraftwerke nebeneinander (Fig. 4) auf. Beim Anlegen eines waagerechten Lineals in der Höhe λ ergeben die Schnittpunkte jeweils optimale Betriebszustände, und zwar für $P_L = \sum_i P_i$. Damit lässt sich eine Lastverteilerkurvenschar $P_i = \varphi_i(P_L)$ (P_L) gewinnen, wie sie in Fig. 5 wiedergegeben ist. Fig. 6 zeigt auch anschaulich, warum sich das Minimum der Absolutkostensumme nur dann ergibt, wenn die Zuwachskosten, das heisst die Steigungen der Absolutkosten, gleich sind. Man sieht auch ferner, dass sich mit Sicherheit ein eindeutiges Minimum bei konvexen Absolutkostenfunktionen ergibt. Die Bedingung ist hinreichend, wie man leicht einsieht, jedoch nicht zugleich auch notwendig; denn es genügt bereits, dass die Zielfunktion (6) unter Berücksichtigung der Nebenbedingung (8a) konvex ist.

2.2 Berücksichtigung der Netzverluste durch eine Verlustformel

Unter Netzverlusten P_V versteht man die Summe der Verlustwirkleistungen in den Übertragungsmitteln. Man kann sie somit als Differenz der Kraftwerks-Einspeiseleistungen und der Abnehmerleistungen gemäss definieren, das heisst es ist $P_V = \sum_i P_i - P_L$. Die Netzverluste sind Funktionen der Kraftwerkswirk- und Blindleistungen, der Einspeisespannungen, der Abnehmerwirk- und Blindleistungen und deren Spannungen; ferner sind sie auch vom Schaltzustand des Netzes und den Transformatorstufenstellungen abhängig. Unter gewissen vereinfachenden Annahmen ist es möglich, mit guter Näherung eine Verlustformel durch eine quadratische Form der P_i anzugeben. Die folgende Verlustformel von G. Kron

$$P_V = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n B_{ik} P_i P_k \quad (11)$$

gilt unter der Annahme, dass die Kraftwerke mit konstantem $\cos \varphi$ und konstanter Spannung einspeisen und dass der Netzzustand mit den Stufenstellungen der Transformatoren kon-

²⁾ In diesem Fall sind also die Summen der Einspeiseleistungen einerseits und der Abnehmerleistungen einander gleich.

stant bleiben. Ferner ist angenommen, dass die komplexen Abnehmerströme sich bei veränderlicher Abnehmersummenleistung P_L untereinander nur proportional ändern dürfen. Zur Auflösung der Gleichungen (10) benötigt man die Ableitung $\partial P_V / \partial P_j$. Die Matrix der B_{ik} ist symmetrisch und positiv-definit. Dann ergibt sich

$$\frac{\partial P_V}{\partial P_j} = 2 \sum_{k=1}^n B_{jk} P_k. \quad (12)$$

Die Gleichungen (10) lassen sich, wie im folgenden beschrieben wird, nach Einführung der Verlustformel leicht auflösen. Man erhält zunächst die folgenden Gleichungen

$$\frac{dF_j(P_j)}{dP_j} = f_j(P_j) = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_V}{\partial P_j} \right) \quad (13)$$

$$= \lambda \left(1 - 2 \sum_{k=1}^n B_{jk} P_k \right) \quad (14)$$

$$= \lambda \left(1 - 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n B_{jk} P_k \right) - 2 \lambda B_{jj} P_j. \quad (15)$$

Diese Gleichungen können nun iterativ für jedes angenommene λ gelöst werden. Man erhält dann wieder Lastverteilerkurven, ähnlich wie in Fig. 5 wiedergegeben. Gegenüber dem Fall ohne Netzverluste ergibt sich dann nicht mehr ein Schnitt

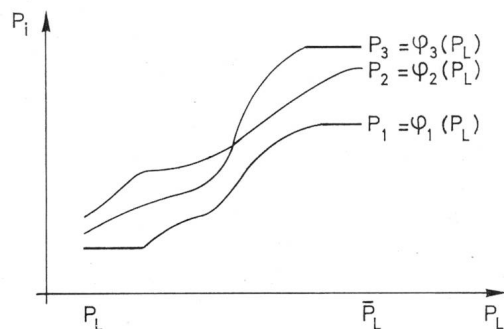


Fig. 5 Lastverteilerkurvenschar $P_i = \varphi_i(P_L)$

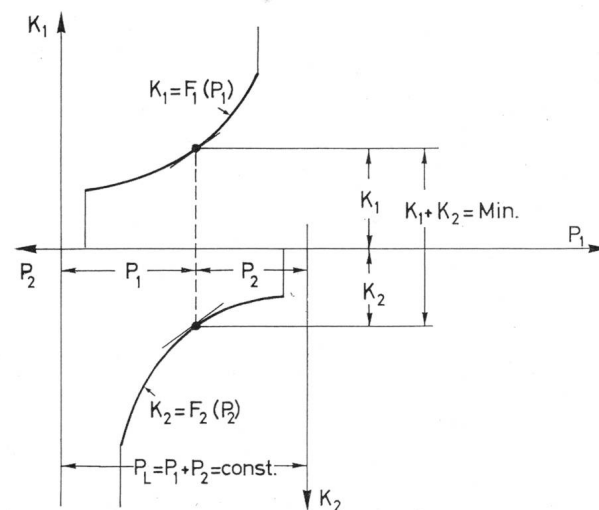


Fig. 6 Anschauliche Optimierung eines Verbundsystems von zwei Kraftwerken ohne Berücksichtigung der Netzverluste. Durch die gegeneinander um 180° gedrehten Absolutkostenkurven wird gewährleistet, dass die Summe der Kraftwerksleistungen P_1 und P_2 konstant gehalten wird. Das Minimum der Absolutkostensumme tritt ein, wenn die Steigungen beider Kostenkurven gleich sind.

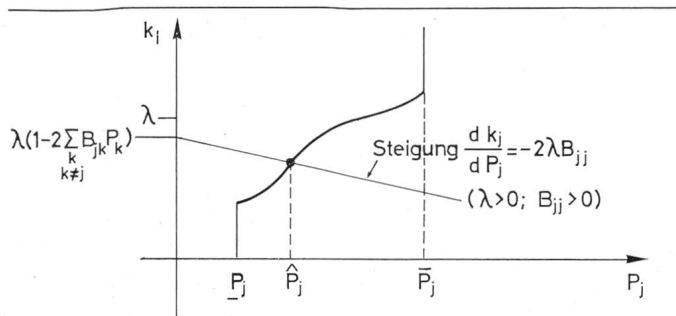


Fig. 7 Iterative Auflösung der Optimierungsgleichungen unter Berücksichtigung der Netzverluste.

Die Gerade, welche die Zuwachskosten schneidet, hat eine negative Steigung und schneidet die k_i -Achse im allgemeinen unterhalb von λ .

der Zuwachskostenfunktion mit einer waagerechten Geraden in der Höhe λ , sondern ein Schnitt der Zuwachskostenfunktion mit einer fallenden Geraden mit der Steigung $-2\lambda B_{jj}$ (Fig. 7). Ferner ist der Schnittpunkt dieser Geraden mit der K_i -Achse um $-2\sum_{k \neq j} B_{jk} P_k$ versetzt. Die hierfür notwendige

Grösse λ ist durch die Berücksichtigung der Verluste grösser geworden, was seinen Grund darin hat, dass Verluste Geld kosten. An dieser Stelle wäre es nützlich, etwas über die anschauliche Bedingung von λ zu erfahren. Der folgende Abschnitt sagt Näheres darüber aus.

2.3 Bedeutung von λ und das Zuwachskostenintegral

Gleichung (13) lässt sich auch in Differentialform schreiben. Man erhält dann

$$dF_j(P_j) = \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_j} dP_j. \quad (16)$$

Durch Summation über alle $j = 1 \dots n$ erhält man

$$\sum_{j=1}^n dF_j(P_j) = d \sum_{j=1}^n F_j(P_j) = dK = \lambda \sum_{j=1}^n \frac{\partial P_L}{\partial P_j} dP_j. \quad (17)$$

Die rechts stehende Summe ist nun aber gerade das *vollständige Differential* dP_L , woraus sich die Beziehung ergibt

$$dK = \lambda dP_L \quad (18)$$

und

$$\lambda = \frac{dK}{dP_L}. \quad (19)$$

Der Lagrange-Faktor λ erweist sich somit in Abhängigkeit von P_L als die *abnehmerseitige Zuwachskosten-Funktion*. Beim iterativen Auflösen der Gleichungen (15) mit vorgegebenem λ ergibt sich aus der Nebenbedingung die Abnehmerleistung P_L . Damit erhält man λ als Funktion von P_L . Der Flächeninhalt unterhalb der Kurve $\lambda = \lambda(P_L)$ erweist sich in einem Gebiet, in welchem die Zuwachskostenfunktionen der Kraftwerke monoton wachsen und keine Sprünge aufweisen, als die Differenz der Absolutkosten zweier Optimierungszustände, das heisst es ist

$$K(\hat{P}_L) - K(\underline{P}_L) = \int_{\underline{P}_L}^{\hat{P}_L} \lambda(P_L) dP_L. \quad (20)$$

Die rechte Seite von Gleichungen (20) wird *Zuwachskostenintegral* genannt (Fig. 8).

2.4 Berücksichtigung von Gleichungs- und Ungleichungsbedingungen

Betrachten wir in Fig. 6 die Verhältnisse wie die optimale Kraftwerksleistung P_j durch einen Schnitt mit einer fallenden Geraden ermittelt wird, so erkennt man, dass in den Fällen, in welchen man einen Leistungswert P_i festlegen will (zum Beispiel in einem Laufwasserkraftwerk), sich dort die Zuwachskosten automatisch dadurch ergeben, dass man anstelle einer Zuwachskostenkurve eine senkrechte Gerade mit der Abszisse P_i einführt. Jeder Schnitt mit einer fallenden Geraden ergibt dann immer nur den Abszissenwert P_i . Die Ordinate liefert den Zuwachskostenwert mit dem die Leistung des Laufwasserwerks differentiell zu bewerten wäre. Damit liefert die Gleichungsbedingung eine Bewertung der Energie.

Im Falle der mit den Gleichungen (7) eingeführten *Ungleichungen* gibt es zwei Möglichkeiten: entweder wir befinden uns im Inneren oder an den Rändern des Intervalls. Im Innern ergibt der Schnitt der fallenden Geraden mit der Zuwachskostenfunktion die optimale Kraftwerksleistung P_j . Bei hinreichend klein angenommenem Lagrangefaktor λ würde die fallende Gerade die Zuwachskostenkurve nicht mehr treffen. Damit sich

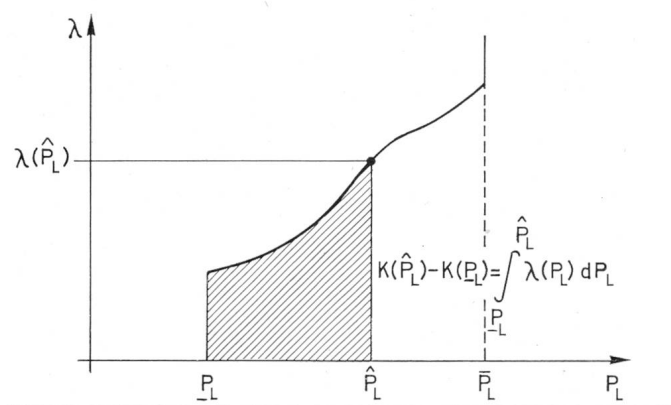


Fig. 8 Das Zuwachskostenintegral

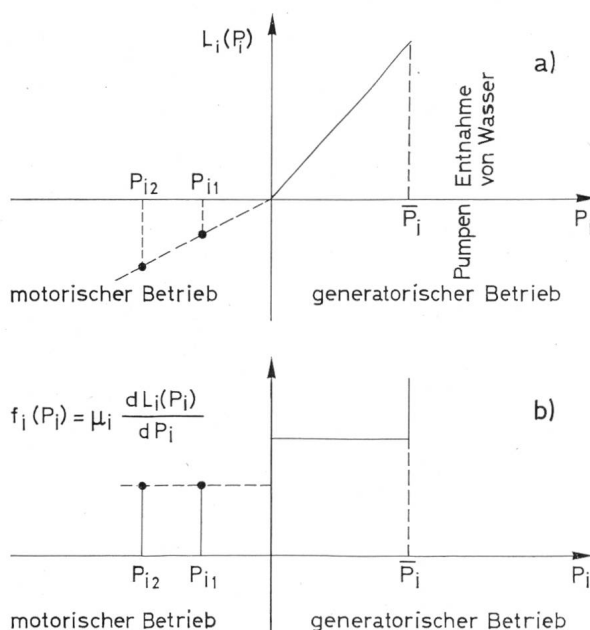


Fig. 9 a) Pump- und Entnahmewassermenge pro Zeiteinheit in Abhängigkeit der aufgenommenen bzw. abgegebenen elektrischen Leistung
b) Zugehörige fiktive Zuwachskostenkurven für einen bestimmten Wasserbewertungsfaktor μ_i

als Ergebnis hier wenigstens der Minimalwert \underline{P}_j durch einen Schnitt mit der fallenden Geraden einstellt, muss die Zuwachskostenkurve am linken Ende durch eine senkrechte Gerade nach unten ergänzt werden. Durch entsprechende Überlegungen findet man auch, dass die Zuwachskostenkurve rechts durch eine senkrechte Gerade nach oben ergänzt werden muss, damit auch dort durch einen Schnitt mit der fallenden Geraden der Maximalwert \bar{P}_j ermittelt wird. Die gleichen Ergebnisse hätten wir erhalten, wenn wir die erweiterte Lagrange-Methode von Kuhn und Tucker zur Berücksichtigung von Ungleichungsbedingungen angewandt hätten.

2.5 Optimale Maschinenauswahl und Einsatzplanung

In der bisher dargestellten Theorie des optimalen Verbundbetriebs wurde vorausgesetzt, dass in jeder Momentanoptimierung die Frage, welche Maschinen überhaupt am Verbundbetrieb teilnehmen, bereits vorher entschieden wurde. Über einen gewissen Zeitraum, zum Beispiel eines Tages (oder eines Wochenendes) kann man an Hand der zu erwartenden Belastungskurve $P_L = g(t)$ durch einen besonderen Algorithmus schon eine Entscheidung über den Maschineneinsatz machen. Das dabei zugrundeliegende Konzept besteht im wesentlichen darin, dass einzelne Kraftwerke mit relativ hohen Zuwachskosten eigentlich nur die Aufgabe haben können, erstens Belastungsspitzen zu decken und zweitens andere Kraftwerke, die im Bereich der oberen Grenzleistung noch höhere Zuwachskosten haben, zu hindern, dass sie besonders unter diesen hohen Zuwachskosten arbeiten. Allerdings ist das Problem noch etwas komplizierter. In den Pausen entstehen zwar keine Produktionskosten, jedoch beim Wiedereinschalten entstehen Anfahrkosten, die mit wachsendem Stillsetzungszeitraum ex-

Für Pumpspeicherwerke sind diese Q_i praktisch gleich null zu setzen, da diese Kraftwerke in der Regel keinen Zulauf haben. Tatsächlich ist Q_i sogar etwas negativ anzusetzen wegen der unvermeidbaren Wasserverluste. Die für die Leistungsabgabe pro Zeiteinheit benötigten Wassermengen sind Funktionen der Leistung, die mit $L_i(P_i)$ bezeichnet werden sollen. Im motorischen Betrieb sind diese $L_i(P_i)$ nur für diskrete Funktionswerte, entsprechend den Nennleistungen der Pumpen definiert (s. Fig. 9a). Die Sollwertbedingungen für diese Speicherwasserwerke lauten dann in der Form von Integralnebenbedingungen

$$\int_{t_1}^{t_2} L_i(P_i(t)) dt = Q_i \quad (22)$$

oder in Nullform

$$\int_{t_1}^{t_2} L_i(P_i(t)) dt - Q_i \doteq 0; \quad i = n+1 \dots n+s. \quad (23)$$

Für die Abnehmersummenleistung $P_L = g(t)$ sei ebenfalls aus Prognosen die zu erwartende Lastcharakteristik bekannt (Fig. 10). Auch diese Nebenbedingung in Gleichungsform wird in Nullform vorgegeben. Man erhält

$$\sum_{i=1}^{n+s} P_i(t) - P_V(P_1(t) \dots P_{n+s}(t)) - g(t) \doteq 0 \quad (24)$$

Um auch diese Aufgabe nach der Methode von Lagrange lösen zu können, setzen wir die Zielfunktion zusammen mit den Nebenbedingungen durch die folgende Lagrange-Funktion an

$$\Phi(t, P_1(t) \dots P_{n+s}(t), \mu_{n+1} \dots \mu_{n+s}, \lambda(t)) =$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \sum_{i=1}^n F_i(t) + \sum_{i=n+1}^{n+s} \mu_i L_i(P_i(t)) - \lambda(t) \left[\sum_{i=1}^{n+s} P_i(t) - P_V - g(t) \right] \right\} dt - \sum_{i=n+1}^{n+s} \mu_i Q_i. \quad (25)$$

ponentiell grösser werden. Es muss also geprüft werden, ob und wie lange in Schwachlastzeiten solche Kraftwerke abgeschaltet werden können. Hierzu existiert ein Algorithmus [1] auf den hier nicht näher eingegangen werden soll.

3. Der hydrothermische Verbundbetrieb mit Speicherwasserkraftwerken

Beim hydrothermischen Verbundbetrieb kommt ein wesentlich neuer Gesichtspunkt hinzu: Der Einsatz von speicherfähiger Energie in Form von Wasser. Um eine Antwort auf die Frage zu geben, wie die Wasserkraftwerke einzusetzen sind, muss über einen gewissen Zeitraum $t_1 \dots t_2$ optimiert werden. An die Stelle des Augenblickskostenminimums tritt damit das Minimum eines Kostenintegrals für die n -thermischen Kraftwerke über diesen Zeitraum, was wir mit der Forderung

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n K_i dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n F_i(P_i) dt = \text{Min} \quad (21)$$

ausdrücken können. Weil hier ein Integral als Zielfunktion verwendet wird, benötigen wir für die Lösung die Methoden der Variationsrechnung. Aus Prognosen seien über den gleichen Zeitraum für die s Wasserkraftwerke diejenigen Wassermengen Q_i bekannt, die voraussichtlich zur Verfügung stehen werden.

Integralnebenbedingungen erhalten zeitlich konstante Lagrange-Faktoren μ_i , Gleichungsnebenbedingungen hingegen zeitlich veränderliche Lagrange-Faktoren $\lambda(t)$. Die notwendige Bedingung für das Eintreten eines Minimums ist das Verschwinden der Variationsableitung nach dem Vektor $\mathbf{p} = (P_1 \dots P_{n+s})$, das heisst es muss sein

$$[\Phi(t_1, P_1(t) \dots P_{n+s}(t), \mu_{n+1} \dots \mu_{n+s}, \lambda(t))]_{\mathbf{p}} \doteq 0. \quad (26)$$

Formal wäre nun zu setzen

$$[\Phi]_{\mathbf{p}} = \Phi_{\mathbf{p}} - \frac{d}{dt}(\Phi_{\dot{\mathbf{p}}}) + \frac{d^2}{dt^2}(\Phi_{\ddot{\mathbf{p}}}) - \dots \doteq 0 \quad (27)$$

Da aber die ersten und die höheren Ableitungen in unserem Ansatz nicht vorkommen, bleibt nur $\Phi_{\mathbf{p}} \doteq 0$ zu berücksichtigen. Das bedeutet aber, dass alle partiellen Ableitungen nach den P_i ($i = 1 \dots n+s$) gleich null zu setzen sind. Man erhält dann für die thermischen Kraftwerke die Bedingungen

$$\frac{\partial F_j(P_j(t))}{\partial P_j} - \lambda(t) \left(1 - \frac{\partial P_V}{\partial P_j} \right) = 0; \quad (28)$$

für $t_1 \leq t \leq t_2$ und $j = 1 \dots n$;

für die Speicherwasserkraftwerke

$$\mu_j \cdot \frac{\partial L_j(P_j(t))}{\partial P_j} - \lambda(t) \left(1 - \frac{\partial P_V}{\partial P_j} \right) = 0; \quad (29)$$

für $t_1 \leq t \leq t_2$ und $j = n+1 \dots n+s$.

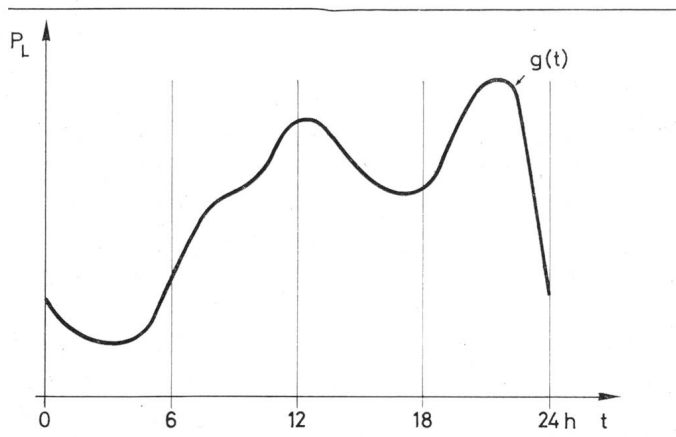


Fig. 10 Typische Tagesbelastungskurve

Setzt man, wie auch schon in Gleichung (13) geschehen, die Ableitungen der Absolutkostenfunktionen gleich den Zuwachskostenfunktionen, dann erhält man für die *thermischen Kraftwerke*

$$\frac{\partial F_j(P_j(t))}{\partial P_j} = f_j(P_j(t)); \text{ für } j = 1 \dots n. \quad (30)$$

Für die *Speicherwasserkraftwerke* drängt es sich auf, die mit den Faktoren μ_j multiplizierten Funktionen L_j als Zuwachskosten-Funktionen einzuführen (Fig. 9b). Dann wäre zu setzen

$$\mu_j \frac{\partial L_j(P_j(t))}{\partial P_j} = f_j(P_j(t)); \text{ für } j = n+1 \dots n+s. \quad (31)$$

Hierdurch lassen sich die notwendigen Bedingungen einheitlich schreiben in der Form

$$f_j(P_j(t)) = \lambda(t) \left(1 - \frac{\partial P_V}{\partial P_j}\right); \quad j = 1 \dots n+s. \quad (32)$$

Damit wäre formal das Problem des hydrothermischen Verbundbetriebs auf den thermischen Verbundbetrieb zurückgeführt. Die zu bewältigende Rechenarbeit ist jedoch sehr viel grösser. Es muss für jeden Zeitpunkt t (in einem Tag vielleicht 24mal für jede Stunde) das System (32) unter Beachtung der Nebenbedingungen nach Gleichung (24) gelöst werden. Hierbei sind die Faktoren μ_i zunächst noch unbekannt. Sie müssen einstweilen geschätzt werden. Welche unmittelbar interpretierbare Bedeutung haben diese Faktoren? Die Antwort ist leicht zu geben: Sie haben die Dimension Geldeinheit pro Volumeneinheit Wasser des betreffenden Speichers. Man nennt sie daher *Wasserbewertungsfaktoren*. Beim rechnerischen Abfahren der Tagesbelastungsfunktion $g(t)$ zum Beispiel nach Fig. 10 (wobei $\lambda(t)$ so gewählt werden muss, dass Gleichung (24) in jedem Zeitpunkt erfüllt wird) ergibt sich ein Wasserverbrauchsintegralwert Q_1 nach Gleichung (22) für jedes Wasserkraftwerk. Nun gilt die Regel: Wird zuviel Wasser verbraucht, so wäre μ_i zu niedrig angesetzt, das heisst das Wasser zu billig; wird hingegen zuwenig Wasser verbraucht, so wäre μ_i zu hoch angesetzt. Nach dieser *Wasserbörse* innerhalb des Verbundbetriebs erhält man die Lösung minimaler thermischer Energieerzeugungskosten über den betrachteten Zeitraum. Hierbei ist es wesentlich, dass die μ_i , sind sie einmal bekannt, für den Betrieb über den betrachteten Zeitraum als konstant eingesetzt werden müssen, auch dann wenn die Prognosen über den betrachteten Zeitraum nicht genau zutreffen, es sei denn, man

erkennt rechtzeitig, dass zum Beispiel gleichzeitig die angenommenen Wassermengen Q_1 zu gross waren und die Belastungskurve zu niedrig angesetzt wurde. Dann müsste man die μ_i höher setzen. Im allgemeinen werden sich die Unsicherheiten jedoch gegenseitig aufheben.

4. Folgerungen

Die Rechenvorschriften zur Berechnung eines optimalen Verbundbetriebs liefern primär Vorschriften über den zeitlichen Einsatz der Kraftwerke, kurz «optimale Lastverteilung» genannt. Dies führt im einzelnen zu folgenden Konsequenzen: Beim Durchlaufen einer zeitlichen Belastungskurve (zum Beispiel Tagesbelastungskurve) ergeben vorgegebene Kostenkurven vorgeschriebene Leistungswerte in Abhängigkeit der Zeit, hingegen ergeben fest vorgegebene Leistungen in Abhängigkeit der Zeit entsprechende Kosten, die dann auch zeitlich veränderlich sind.

Eine logische Folge davon wäre zum Beispiel auch ein entsprechend dem Auslastungsgrad des Netzes entsprechender zeitlich veränderlicher Tarif. Er könnte neben der Rundsteuerung auch dafür sorgen, dass die Tagesbelastungskurven ausgeglichener verlaufen. Die Optimierungsrechnung liefert ausserdem auch für den Fall, dass Speicherwasserkraftwerke am Verbundbetrieb beteiligt sind, aus den vorgegebenen Arbeitsmengen über einen Zeitraum eine Bewertung des Speichermediums (in der Regel Wasser). Die hier vorgetragene Theorie liefert ausser wirksamen Rechenvorschriften auch einen interessanten Einblick in den Mechanismus der Kostenbewertungen innerhalb eines Energieversorgungsunternehmens, aber auch sinnvoller Kostenverrechnungen zwischen verschiedenen Unternehmen. Zur Kostenorientierung benötigt man wenigstens einen Partner mit vorgegebener Kostenkurve.

Literatur

- [1] H. Edelmann: Berechnung elektrischer Verbundnetze. Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1963. Dunod Paris 1966. Editura Tehnică București 1966.
- [2] H. Edelmann, K. Theilsieffe: Optimaler Verbundbetrieb. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 1974.
- [3] L. K. Kirchmayer: Economic Operation of Power Systems. Wiley, New York 1958.
- [4] L. K. Kirchmayer: Economic Control of Interconnected Systems. Wiley, New York 1959.
- [5] H. P. Künzi, W. Krelle: Nichtlineare Programmierung. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1962.

Adresse des Autors:

Prof. Dr.-Ing. Hans Edelmann, Siemens AG, E 15, D-8520 Erlangen 2, Postfach 3240.