Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 66 (1975)

Heft: 6

Artikel: Synchrone Drehmomente durch Leitwertschwankungen bei Asynchronmaschinen

Autor: Seiler, W.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-915270

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Synchrone Drehmomente durch Leitwertschwankungen bei Asynchronmaschinen

Von W. Seiler

621.313.33 : 621.3.016.1

Wicklungen in Drehstrom-Asynchronmaschinen erzeugen aufgrund ihrer Anordnung räumliche Grund- und Oberwellendrehfelder. Diese bewirken ein asynchrones Grundwellendrehmoment und asynchrone und synchrone Oberwellendrehmomente. Ein synchrones Drehmoment entsteht bei einer Drehzahl, die nicht nach der bekannten Oberwellentheorie erklärbar ist. Diese Erscheinung liegt begründet in einer am Bohrungsumfang periodischen Leitwertsverteilung über Zahnkopf und Luftspalt mit der Wellenlänge einer Polteilung. Die Leitwertschwankungen laufen bei Drehung des Läufers – abhängig vom Verhältnis der Nutenzahlen – relativ zum Ständer um. Bei einer bestimmten Drehzahl tritt Synchronismus mit dem umlaufenden Grundwellen-Drehfeld ein, so dass ein Synchroneffekt ähnlich dem bei einer Reaktionsmaschine mit ausgeprägten Polen entsteht. Diese Erscheinung tritt bei Maschinen mit grösserer Nutenzahl im Ständer als im Läufer bei Lauf gegen Drehfeldrichtung, bei Maschinen mit kleinerer Nutenzahl im Ständer als im Läufer bei Lauf in Drehfeldrichtung bei einer bestimmten Drehzahl auf. Schrägung und Staffelung beeinflussen das synchrone Drehmoment. Ausserhalb der synchronen Drehzahl wird dieses synchrone Drehmoment zu einem Pendelmoment, was zu unerwünschten Anregungen von Drehschwingungen in Antriebssystemen (Fig. 1) führen kann.

Du fait de leur disposition, les enroulements dans des machines triphasées asynchrones produisent des champs tournants d'onde fondamentale et d'harmoniques, qui exercent un couple asynchrone d'onde fondamentale, ainsi que des couples asynchrones et synchrones d'harmoniques. Un couple synchrone résulte d'une vitesse de rotation ce qui ne peut pas être expliqué par la théorie des harmoniques connue. Ce phénomène provient d'une répartition périodique des conductances à la périphérie de l'alésage, entre tête de denture et entrefer, avec la longueur d'onde d'un pas polaire. Lors de la rotation du rotor, les fluctuations de la conductance tournent relativement au stator, ce qui dépend du rapport des nombres d'encoches. Pour une vitesse de rotation déterminée, le synchronisme s'établit avec le champ tournant d'onde fondamentale et il en résulte un effet synchrone analogue au cas d'une machine à réaction à pôles saillants. Ce phénomène se produit dans des machines à plus grand nombre d'encoches dans le stator que dans le rotor, lors de rotation dans le sens contraire à celui du champ tournant et, dans des machines à plus petit nombre d'encoches dans le stator que dans le rotor, lors de rotation dans le même sens que le champ tournant, à une vitesse de rotation déterminée. Une obliquité et un échelonnement exercent une influence sur le couple synchrone. Hors de la vitesse de synchronisme, ce couple synchrone devient un couple pendulaire, ce qui peut donner lieu à des oscillations de rotation dans des systèmes d'entraînement (fig. 1).

Verwendete Formelzeichen

B, B_g	Induktion, Grundwellen-Induktion
b, b_s^*	Breite, eff. Nutschlitzbreite
b	Schrägung
E	EMK
D	Bohrungsdurchmesser
f, f_p	Frequenz, Pendelfrequenz
I	Strom
k_e	Eisenfüllfaktor
L	Induktivität
l, l_e	Streckenlänge, Blechpaketlänge
M	Drehmoment
m	Strangzahl
n, n_s	Drehzahl, synchrone Drehzahl
n_{syr}	synchrone Drehzahl 3. Art
P	Leistung
p	Polpaarzahl
R, r	Ohmscher Widerstand, magnetischer Streckenwiderstand
s	Schlupf
t	Zeit
U	Spannung
V	magnetische Spannung
w	Windungszahl
X	Blindwiderstand
x	Wegstrecke
$Z(x)$	Überdeckungsbreite
δ	Luftspalt
Θ	Durchflutung
μ	Permeabilität
ξ	Wicklungsfaktor
τ	Teilung
Φ, φ, ψ	Fluss

Indizes

1, 2	Ständer, Läufer
ν, μ	Ordnungszahlen
j	Joch-
N	Nut-
p	Pol-
Z, ZK	Zahn-, Zahnkopf-

1. Einführung

Drehstrom-Asynchronmaschinen zeigen in ihrem Drehmomentverhalten neben dem Grundwellendrehmoment auch asynchrone und synchrone Oberwellendrehmomente.

Asynchrone Oberwellendrehmomente entstehen, wenn Oberwellendrehfelder ν. Ordnung des Ständers zusammenwirken mit von diesen im Läufer erzeugten Oberwellendrehstrombelägen der gleichen Ordnungen μ. Für die synchrone Drehzahl gilt bei 3phasigen Maschinen:

$$n_{s\nu} = \frac{n_s}{\nu} \qquad (\nu = -5, 7, -11, 13, \ldots)$$

für $\nu = 1$ ist die Grundwelle definiert

mit

$$n_s = \frac{f_1}{p}$$

Den asynchronen Grund- und Oberwellendrehmomenten überlagern sich synchrone Oberwellendrehmomente, von denen man drei Arten unterscheiden kann:

a) *Synchrone Oberwellendrehmomente 1. Art* treten auf, wenn ein Oberwellendrehfeld des Ständers der Ordnung ν und ein Oberwellendrehstrombelag des Läufers der Ordnung μ mit gleicher Wellenlänge bei einer definierten Drehzahl $n_{sy\,(\nu,\mu)}$ synchron miteinander umlaufen. Bei dieser synchronen Drehzahl entsteht abhängig von der Stellung ein Drehmoment zwischen den beiden Kippmomenten (positiv und negativ). Für $n \neq n_{sy\,(\nu,\mu)}$ wird das synchrone Oberwellendrehmoment als ein Wechselmoment registriert, dessen Pendelfrequenz mit wachsender Drehzahldifferenz zur synchronen Drehzahl n-$n_{sy\,(\nu,\mu)}$ zunimmt. Die prinzipielle Darstellung zeigt Fig. 2.

b) *Synchrone Oberwellendrehmomente 2. Art* treten auf, wenn Induktionswellen von Ständer oder Läufer eine Wellenlänge besitzen, die gleich der doppelten Läufer- oder Ständernutteilung ist und synchron mit der Gegenseite umlaufen (Läuferdrehzahl n_{sy}). Dabei wirken die Zähne wie ein (Nutungs-)Polrad einer unerregten Synchronmaschine mit ausgeprägten Polen.

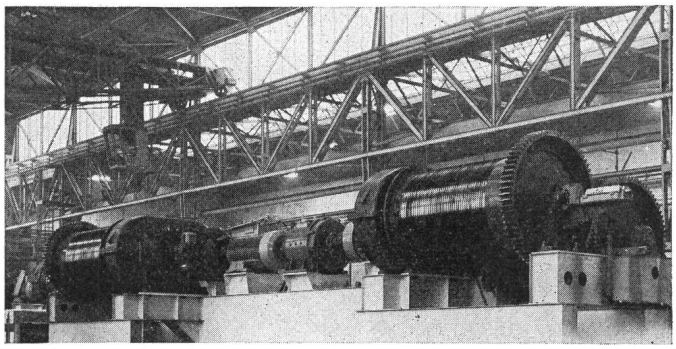

Fig. 1 **Grösseres Antriebssystem zum Heben von Containern auf dem Prüfstand, ohne Belastung**

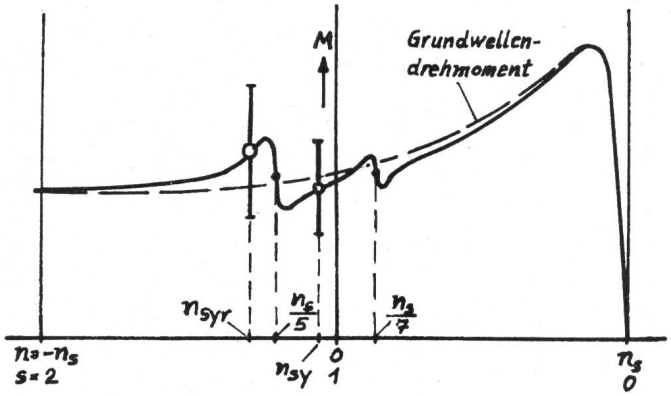

Fig. 2 **Drehmoment $M = f(n)$ als Funktion der Drehzahl**
Grundwellendrehmoment und überlagerte asynchrone und synchrone Drehmomente

c) *Synchrones Oberwellendrehmoment 3. Art*

Neben den vorgenannten Erscheinungen existieren noch synchrone Drehmomente bei Drehzahlen, die sich mit keiner der oben beschriebenen, bisher bekannten Theorien vereinbaren lassen, also von anderer Art sind. Die Drehzahl wird nachstehend mit n_{syr} bezeichnet.

Dieser Effekt tritt – wenn auch gemindert – auch bei unbewickeltem Läufer auf. Somit ist es zweckmässig, die Asynchronmaschine im Querschnitt auf Leitwertsverhältnisse bzw. stellungsabhängige Flussverhältnisse zu untersuchen.

2. Magnetische Ersatzschaltung einer Asynchronmaschine

Im Schnitt stellt sich eine Asynchronmaschine, wie in Fig. 3a skizziert, dar. Die einzelnen Hauptabschnitte für den Fluss: Joch, Zahn, Zahnkopf-Luftspalt-Zahnkopf sind eingezeichnet. Für die einzelnen Abschnitte lassen sich ersatzweise magnetische Widerstandsstrecken bilden, entsprechend der Fig. 3b. Das Durchflutungsgesetz auf dem Schliessungskreis, z. B. um Nut *3* angewendet, lautet:

$$\theta_{N3} = -V_{J2P2} + V_{J2J3} + V_{J3P3} - V_{P2P3}$$

mit $V_{mn} = \varphi_{mn}\, r_{mn}$

Die magnetischen Widerstände der Streckenabschnitte lassen sich entsprechend der Darstellung in Fig. 4 wie folgt ermitteln:

Magnetischer Widerstand des Ständerjochabschnittes:

$$r_{j1} = \frac{l_{j1}}{h_{j1}\, k_e l_e\, \mu_{j1}}$$

Magnetischer Widerstand der Ständerzahnabschnitte:

$$r_{z1} = \frac{l_{z1} - l_{zk1} \cdot \sin \alpha_1}{b_{z1} \cdot k_e l_e\, \mu_{z1}}$$

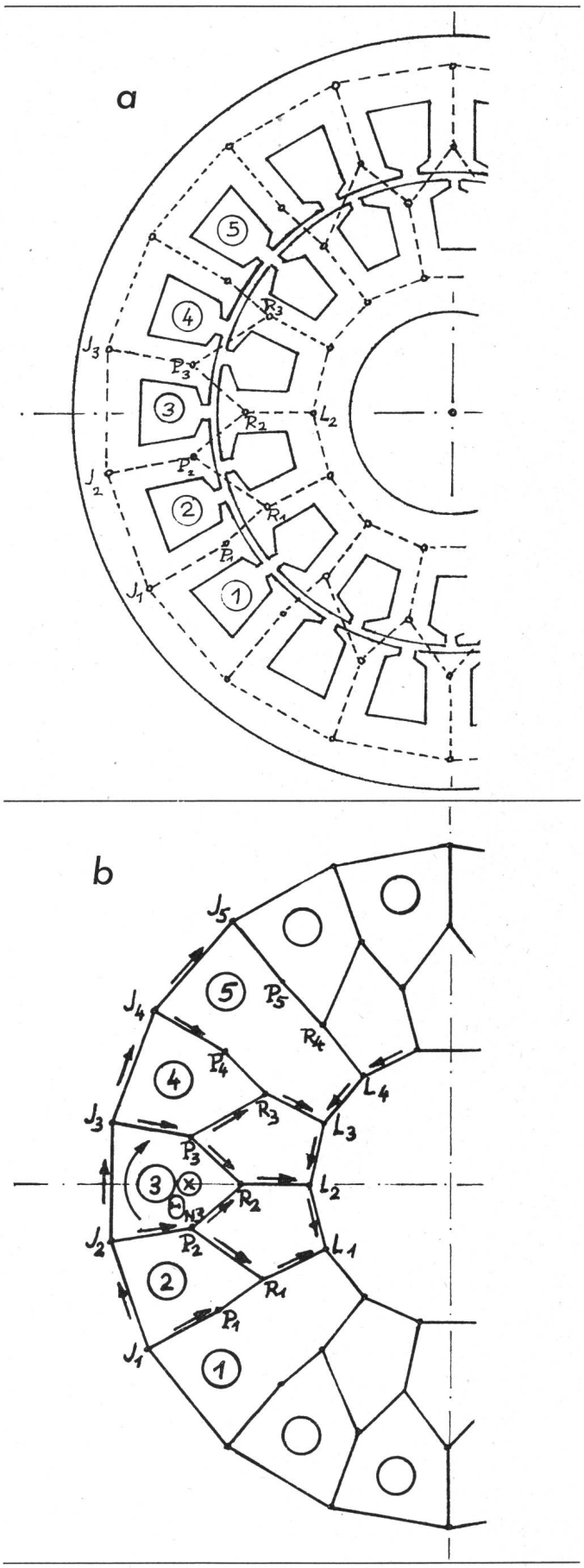

Fig. 3 **Magnetische Ersatzschaltung einer elektrischen Maschine im Querschnitt, wobei der Ständernut ③ ein Läuferzahn gegenübersteht**
$N_1 = 18 \quad N_2 = 14$
→ = Zählpfeile für magnetische Spannungen
J, *P*, *R* und *L* bedeuten Knotenpunkte

Magnetischer Widerstand der Ständerzahnköpfe:

$$r_{zk1} = \frac{l_{zk1}}{b_{zk1}\, k_e l_e\, \mu_{zk1}}$$

wobei

$$b_{zk1} = Z(x) \cdot \sin \alpha_1$$

Bei den entsprechenden magnetischen Widerständen der Läufergrössen ist der Index 1 durch 2 zu ersetzen.
α bedeutet der Steigungswinkel der parallelflankig angenommenen Flussröhre in den Zahnköpfen.

Allgemein kann $\alpha_1 = \alpha_2$ angenommen werden [2][1]). Damit wird:

$$l_{zk1} + l_{zk2} = \text{konst.}$$

Die Beziehungen lauten im einzelnen:

$$l_{zk1} = \frac{\tau_{N1} - (b^*_{s1} - b^*_{s2})}{4 \cos \alpha_1}$$

$$l_{zk2} = \frac{\tau_{N2} - (b^*_{s2} - b^*_{s1})}{4 \cos \alpha_2}$$

Somit ergibt sich als einzelner *Widerstand des Ständerzahnkopfes*

$$r_{zk1}(x) = \frac{1}{\mu_{zk1}} \cdot \frac{\tau_{N1} - (b^*_{s1} - b^*_{s2})}{4\, k_e l_e \cdot \sin \alpha_1 \cdot \cos \alpha_1 \cdot Z(x)}$$

und für den Läufer analog

$$r_{zk2}(x) = \frac{1}{\mu_{zk2}} \cdot \frac{\tau_{N2} - (b^*_{s2} - b^*_{s1})}{4\, k_e l_e \cdot \sin \alpha_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot Z(x)}$$

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

wobei

$$\alpha_2 = \alpha_1$$

μ_{zk} stellt hierbei die jeweils augenblicklich herrschende Permeabilität des Zahnkopfeisens abhängig von der Eiseninduktion dar.

Zur genaueren Erfassung der Flussverteilung über Luftspalt ist eine feinere Aufteilung der Abschnitte als nur die reinen Überdeckungsbreiten erforderlich. Eine Aufteilung, wie in Fig. 5 dargestellt, hat sich als zulässig und zweckmässig erwiesen. Der einzelne magnetische Widerstand der Luftteilstrecken ergibt sich damit zu:

$$r(x) = \frac{\delta}{l_j \cdot Z(x) \cdot \mu_0}$$

Das magnetische *Ersatzgebilde* einer Asynchronmaschine besteht somit im Querschnitt aus einem vermaschten geschlossenen Netz, bei dem einige Maschen Nutdurchflutungen (MMK) umschliessen, d. h.:

$\sum V = \theta$ ist, andernfalls gilt:

$\sum V = 0$

3. Berechnung der Flussverteilungen abhängig von der Läuferstellung

Der Schnittdarstellung in Fig. 3a ist zu entnehmen, dass für ein Grundfeld mit der Achse in Mitte Nut *3* eine andere Leitwertverteilung über Luftspalt und Läufer vorliegt als für eine Achse, die in Mitte Nut *1* liegt. Es lassen sich somit zwei Extremstellungen ermitteln, für die bei gleicher Ständerdurch-

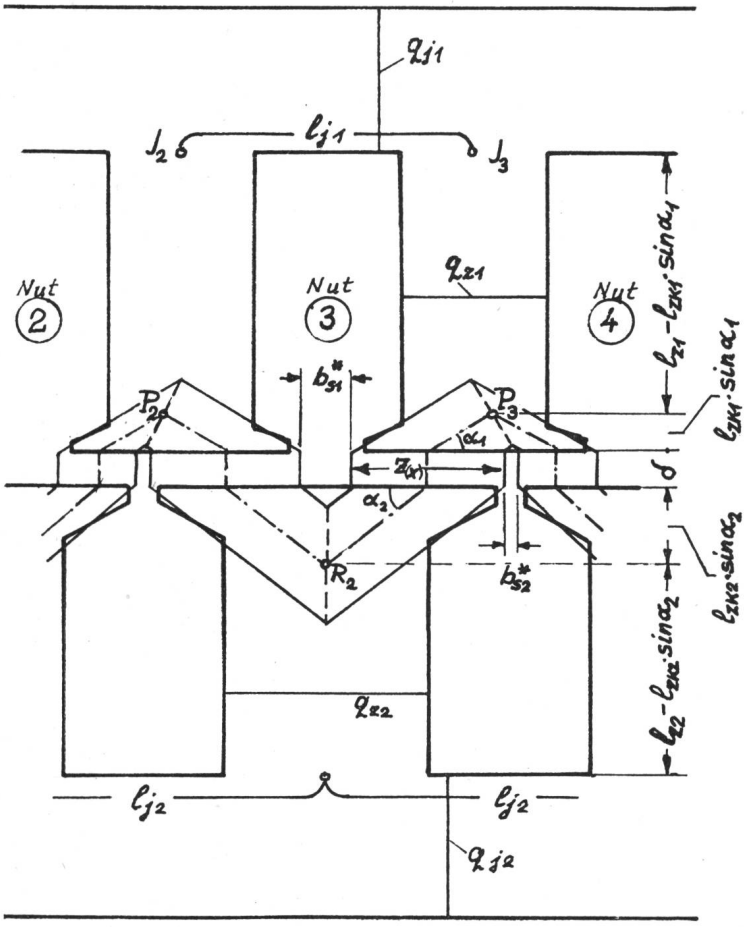

Fig. 4
Darstellung von magnetischen Widerstandsstrecken in der Abwicklung

*) $b_s = \dfrac{b_s^2}{5\delta + b_s}$

flutung geringfügig unterschiedliche Feldverteilungen und unterschiedliche Feldamplituden existieren. Wegen der kleinen Differenzen bei reiner Ständererregung wird es notwendig, eine exakte Berechnung des magnetischen Netzes mittels EDV durchzuführen. Das Netz muss hierzu umgeformt werden. Die in einer Nut existierende Durchflutung wird als magnetische Spannungsquelle in den Zahnschaft übergeführt, wobei als treibende Ersatzgrösse die Differenz benachbarter Nutdurchflutungen eingebracht wird (Fig. 6).

Der magnetische Widerstand je Streckenabschnitt hängt von der jeweils herrschenden Induktion ab, d. h. $\mu = f(B)$, Fig. 7. Es lässt sich für die Permeabilität μ der Blechsorte I folgende Ersatzfunktion schreiben:

I. für: $0 \leqq B_{\mathrm{I}} \leqq 1{,}1975$ (T) : $\mu_{\mathrm{I}} = k_0 - k_1 \cdot e^{k_2 B}$

II. für: $1{,}1975 \leqq B_{\mathrm{II}}$ (T) : $\mu_{\mathrm{II}} = \dfrac{k_3}{e^{k_4 B}}$

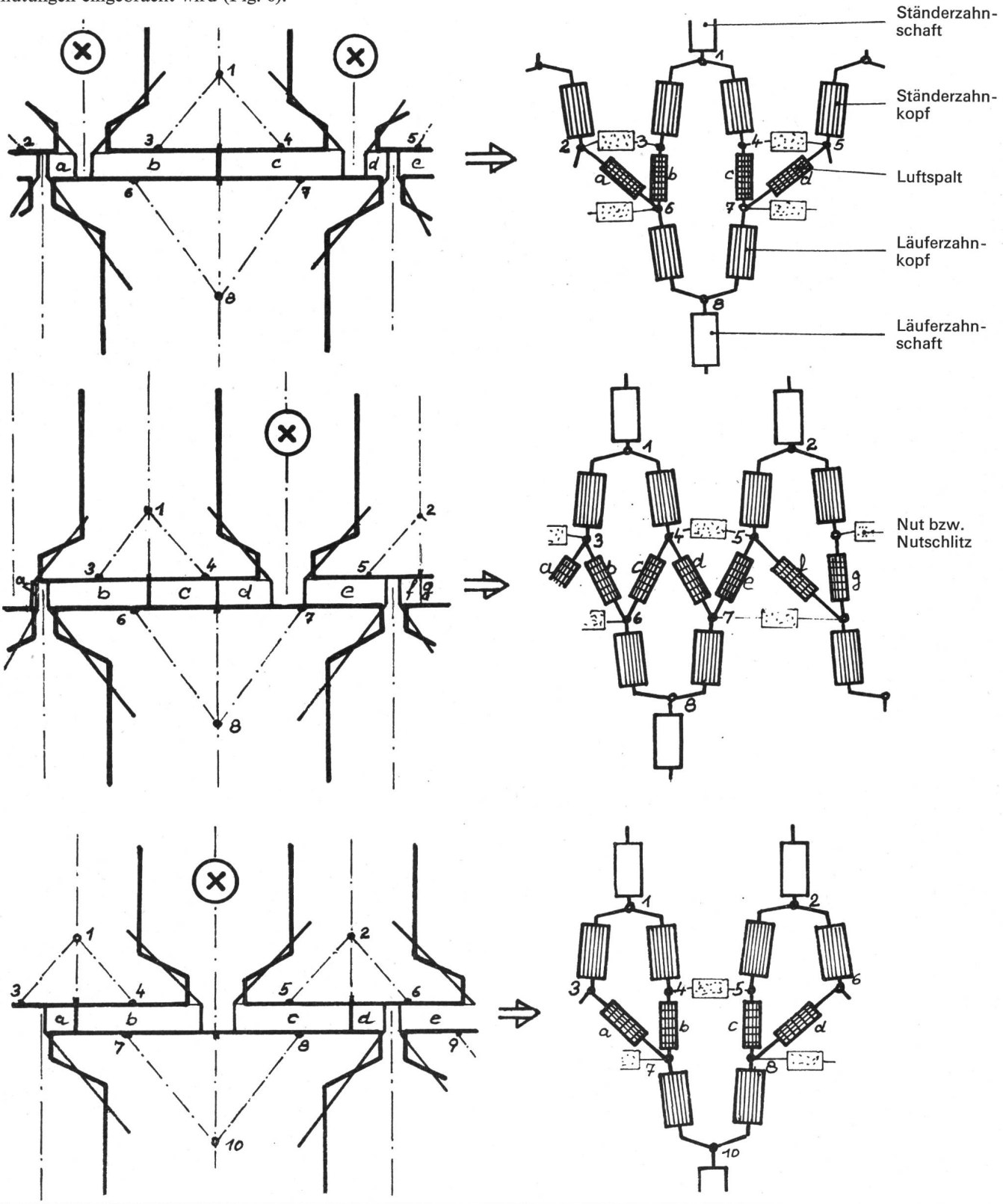

Fig. 5 Verfeinerte Aufteilung der Flusspfade in der Zahnkopf-Luftspaltzone im Schnitt für 3 verschiedene Zahnstellungen. Danebenstehend die magnetische Ersatzschaltung

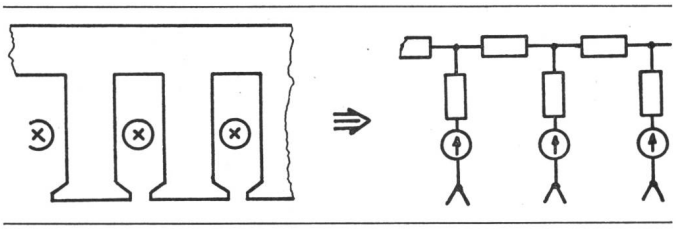

Fig. 6 Überführen der Notdurchflutungen in Zahnschaftpotentiale

Die mit einer elektronischen Rechenmaschine ermittelten Konstanten lauten für Blechsorte I:

$k_0 = 4870 \cdot 10^{-4}$ (T · cm/A)

$k_1 = 0{,}47 \cdot 10^{-4}$ (T · cm/A)

$k_2 = 6{,}729$ (1/T)

$k_3 = 1{,}42 \cdot 10^{2}$ (T · cm/A)

$k_4 = 5{,}04$ (1/T)

Beide Funktionen haben im Grenzwert $B_{\text{grenz}} = 1{,}1975$ T gleichen Wert und tangieren einander.

Bei eingehender Betrachtung des magnetischen Ersatznetzes genügen für stromlosen Läufer und unter gewissen Vernachlässigungen auch für stromführenden Läufer (siehe Abschnitt 9) Teilberechnungen über $\tau_p/2$. Bei Symmetrie lässt sich an der Achse der grössten Luftspaltinduktion der Netzring auftrennen und ebenfalls bei Symmetrie an der Achse der grössten Nutdurchflutung der Netzring kurzschliessen.

Eine Berechnung der Flussverteilung und somit der Induktionsverteilung geht aus von festen vorgegebenen Nutdurchflutungen (≙ Strömen) und geschätzten magnetischen Widerstandswerten in den einzelnen Streckenabschnitten. Die Flussverteilung wird ermittelt und entsprechend den neuen magnetischen Beanspruchungen werden die Widerstandswerte korrigiert (Fig. 8). Über eine genügende Zahl von Iterationsschritten lässt sich so die endgültige Verteilung in einer Maschine für die betrachtete Stellung ermitteln.

Die Rechenergebnisse für die Induktion der beiden Extremwerte für eine 4polige Maschine mit $N_1 = 36$, $N_2 = 28$ Nuten, ungesehnter Ständerwicklung mit effektiver Windungszahl $w_1 \xi_1 = 253{,}3$ und ohne Läuferwicklung sind in Fig. 9 aufgezeichnet.

4. «Synchrone Drehzahl 3. Art»

Am Luftspalt stehen N_1 Zähne und N_1 Nutöffnungen des Ständers, N_2 Zähnen und N_2 Nutöffnungen des Läufers gegenüber. Das geometrische Bild wiederholt sich spätestens nach einer Polteilung τ_p. Es existieren somit im Bild der verschiedenen örtlichen Leitwerte über Luftspalt wiederkehrende Symmetrieachsen nach:

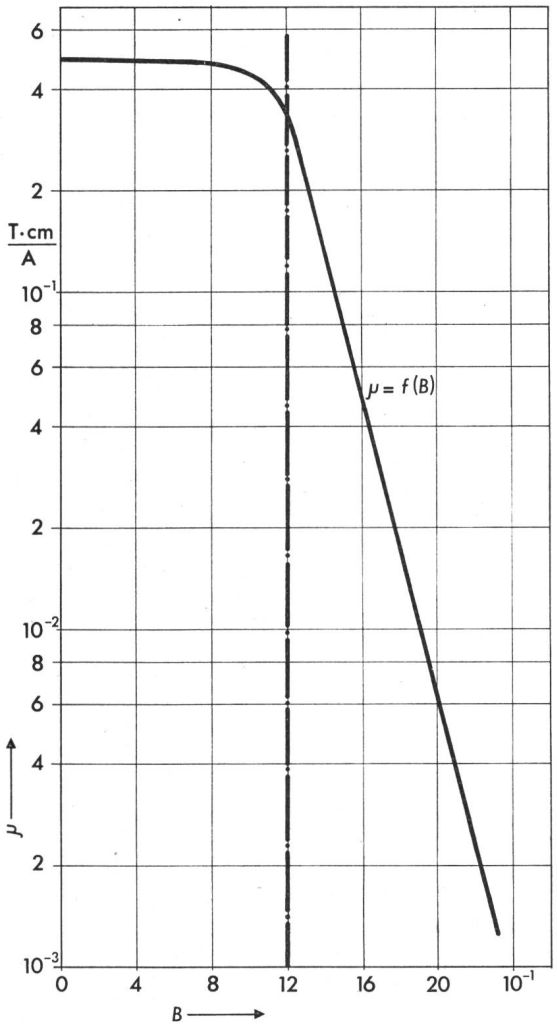

Fig. 7 Ersatzfunktion der Permeabilität $\mu = f(B)$ für Blechsorte I

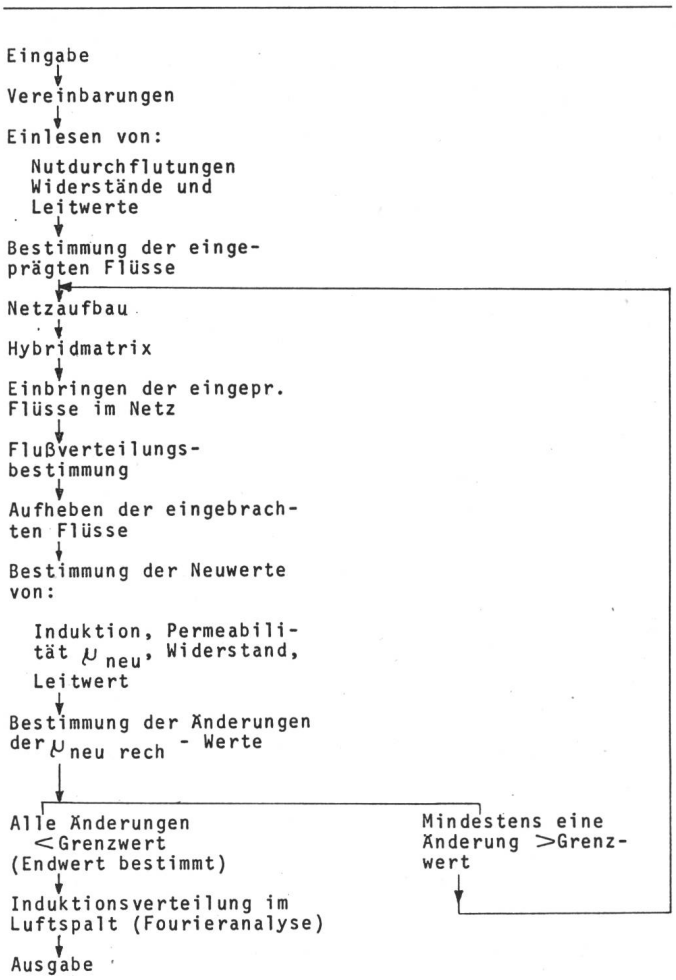

Fig. 8 Ablaufschema des Rechenprogrammes zur Bestimmung der Momentanwerte der Flüsse und Induktionen

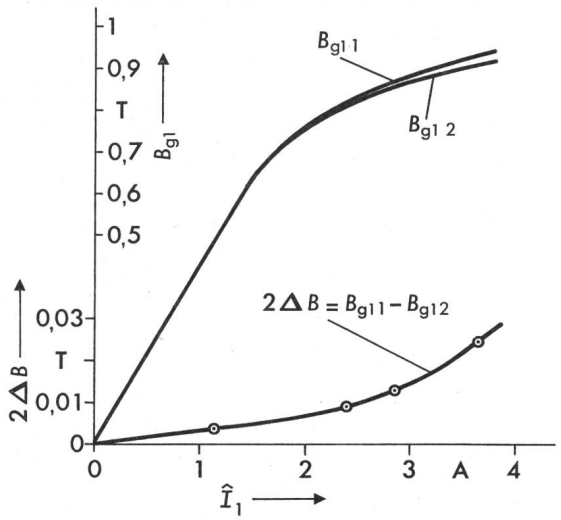

Fig. 9 **Gerechnete Kennlinien: B_{g1} bzw. $2\Delta B$ als Funktion des Scheitelwertes des Primärstromes $\hat{I}_1$**

$$\frac{\tau_p}{\frac{N_1}{2p} - \frac{N_2}{2p}} = \frac{2p\,\tau_p}{N_1 - N_2}$$

Verschiebt sich der Läufer um $x = |\tau_{N2} - \tau_{N1}|$ in Fig. 10 nach links, so wandert die soeben betrachtete Deckung der Mittelachsen einer Ständernut mit einem Läuferzahn (Dekkungsachse K) um τ_{N1} nach rechts. Das Drehfeld der Grundwelle, das mit v_s gegenüber dem Ständer umläuft, benötigt für die Strecke einer Polteilung $s_1 = \tau_p$ die Zeit:

$$t_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f_1}$$

Mit der Verschiebung des Läufers wandert auch die Achse K. Die stellungsabhängigen Leitwertsverteilungen bzw. Zahnkopf-Flussverhältnisse bleiben im Mittel konstant[2]), wenn in dieser Zeit t_1 der Läufer um die Strecke

$$s_2 = \frac{D\pi}{2p}\left(\frac{1}{N_2} - \frac{1}{N_1}\right) N_1$$

verschoben wird. Setzt man die Strecken s_1 und s_2 ins Verhältnis zu den Drehzahlen n_s und n ($= n_{syr}$), so ergibt sich als synchrone Drehzahl, für die die Leitwertsverhältnisse für das Grundfeld konstant bleiben:

$$n_{syr} = -\,n_s \frac{N_1 - N_2}{N_2}$$

Die Drehzahl, bei der Synchronismus für das synchrone Drehmoment 3. Art auftritt, liegt

im negativen Drehzahlbereich für $N_1 > N_2$ bzw.
im positiven Drehzahlbereich für $N_1 < N_2$.

Die Drehzahl n_{syr} ist um so kleiner, je geringer der Nutenunterschied von Ständer und Läufer ist.

Einen Sonderfall stellt $N_1 = N_2$ dar, wobei $n_{syr} = 0$ wird. Bei einer Läuferdrehzahl $n \neq n_{syr}$ läuft ständig der schwankende Leitwert relativ zum Drehfeld durch. Es kommt zu einer Schwingung pro Sekunde, wenn der Läufer in dieser Zeiteinheit gegenüber n_{syr} um $1/N_2$ Umdrehung schneller oder langsamer ist. Als Pendelfrequenz der Synchronerscheinung 3. Art für $n \neq n_{syr}$ ergibt sich somit:

$$f_{psyr} = |(n - n_{syr})|\, N_2$$

5. Bestimmung des synchronen Drehmoments 3. Art

Für die beiden Extremstellungen *1* und *2* lassen sich die beiden Drehfeldamplituden $B_{g1\,1}$ und $B_{g1\,2}$ und daraus die stellungsabhängigen Hauptfeldreaktanzen $X_{h1\,1}$ und $X_{h1\,2}$ bestimmen. Der Übergang zwischen beiden Werten verläuft – von gewissen überlagerten Pulsationserscheinungen abgesehen – etwa sinusförmig, so dass geschrieben werden kann:

$$\underline{B}_{g1}(\varphi) = \underline{B}_{g10} + \Delta B_{g1}\, e^{j\varphi}$$

Die Leistungsbilanz:

$$\underline{P}_{s1} = m_1\, \underline{U}_{1N}\, \underline{I}_1^* = P_{w1} + j\, P_{b1}$$

lässt sich nach Umformung darstellen als:

$$m_1\, \underline{U}_{1N}\, \underline{I}_1^* = m_1 R_1 \underline{I}_1 \underline{I}_1^* + m_1 j X_{\sigma 1} \underline{I}_1 \underline{I}_1^* + \underbrace{m_1 j X_{h1} \underline{I}_1 \underline{I}_1^*}_{-\,\underline{E}_{g10}} + \underbrace{m_1 j\, \Delta X\, \underline{I}_1 \underline{I}_1^*\, e^{j\varphi}}_{-\,\Delta \underline{E}_g}$$

$$P_{w1} = m_1 R_1 I_1^2 + m_1 \Delta X I_1^2 \sin\varphi = V_{k1} + P_{12}(\varphi)$$

$$P_{b1} = m_1 X_{\sigma 1} I_1^2 + m_1 X_{h1} I_1^2 + m_1 \Delta X I_1^2 \cos\varphi = P_{bstr} + P_{bHaupt} + P_b(\varphi)$$

[2]) Gewisse vernachlässigbare Pulsationen treten beim Übergang von Achse K zu K' zu um τ_{N1} versetzte K auf (siehe auch Abschnitt 5).

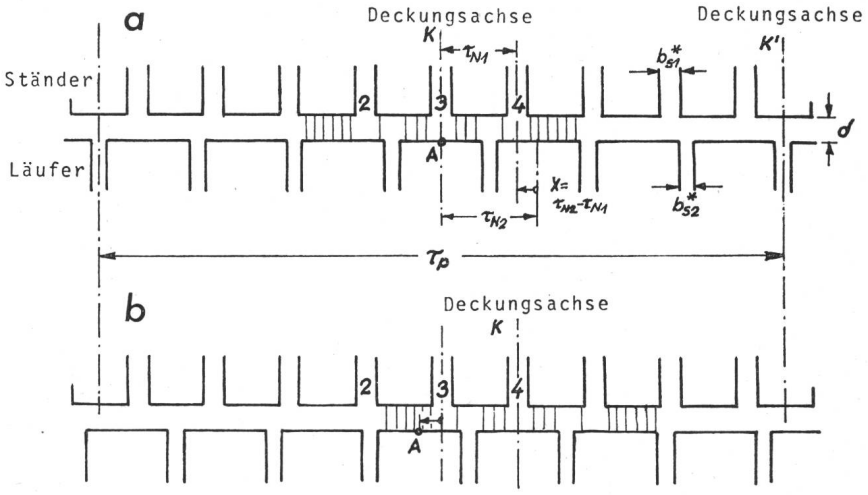

Fig. 10
Wandern der Deckungsachse bei Verschiebung des Läufers und Ableitung der synchronen Drehzahl n_{syr}
$n = n_{syr}$, wenn K mit synchroner Geschwindigkeit v_s läuft

Nach [5] gilt:

$$M \sim p \frac{3}{2} \underline{\Psi}_1 \times \underline{i}_1 \qquad (\underline{i}_2 = 0, \text{ keine Läuferwicklung})$$

Wird für den Flussvektor $\underline{\Psi}_1$ der Raumzeiger $\vec{B}_{g1}$ eingeführt, so ergibt sich als maximale Momentendifferenz:

$$2\,\Delta M \sim [\vec{B}_{g1}(\varphi) \cdot \vec{I}_1{}^*(\varphi)]_{max} - [\vec{B}_{g1}(\varphi) \cdot \vec{I}_1{}^*(\varphi)]_{min}$$

oder nach Umformung

$$2\,\Delta M = 0{,}102 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}\, \frac{w_1 \xi_1}{\pi} p\, \tau_p\, l_i \cdot 2\Delta B_{g1}\, I_1 10^{-8} \qquad \text{(kpm)}$$

Das Differenzmoment lässt sich auch aus der Leistungsbilanz bestimmen:

$$2\,\Delta P_1 = m_1 U_1\, 2\,\Delta I_1 = \Delta P_{12} \qquad (V_{K1} = 0)$$

$$2\,\Delta M = \frac{2\,\Delta P_{12}}{n_2} 0{,}974 = \frac{m_1 U_1 \cdot \Delta I_1 \cdot 2 \cdot \cos\gamma}{n_s} 0{,}974\,\text{(kpm)}$$

γ bedeutet hierin den Neigungswinkel der Verbindungsgeraden durch die Kippunkte im Reaktionskreis, bedingt durch den primären Wicklungswiderstand R_1 [7].

6. Vergleich zwischen Messung und Rechnung

Für die Messungen wurde eine Versuchsmaschine mit nachfolgenden Daten herangezogen:

Nennspannung	220/380 V
Nennleistung	1,5 kW
Nenndrehzahl	1410 1/min
Nutenzahlen	Ständer 36, Läufer 28
eff. Windungszahl	253,3
Ohmscher Widerstand je Strang (20 °C)	4,362 Ω
Bohrungsdurchmesser	82,5 mm
Aussendurchmesser	135 mm
Paketlänge	100 mm
Luftspalt	0,25 mm

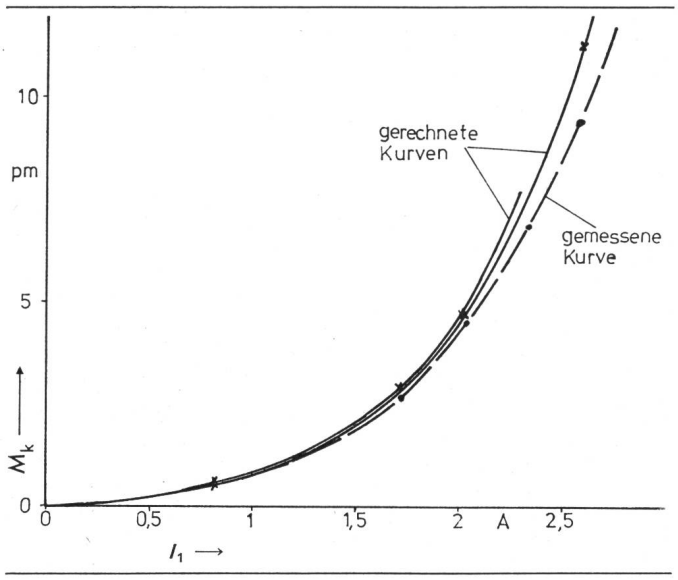

Fig. 11 Errechnete und gemessene Kippmomente M_k als Funktion des Stromes I_1
Läufer unbewickelt

Als Differenzmoment zwischen den beiden Extremstellungen lassen sich aus den Rechnungen über EDV und den Messungen die Kennlinien entsprechend Fig. 11 ermitteln.

Zum anderen lässt sich aus dem berechneten Netz anhand der Flussverteilung für die beiden Extremstellungen die am Luftspalt auftretende und mit der Ständerwicklung verkettete Induktionsverteilung ableiten und mit an Meßspulen abgegriffenen Spannungen vergleichen. Die Gegenüberstellung in Fig. 12 zeigt für gleiche Ströme gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung.

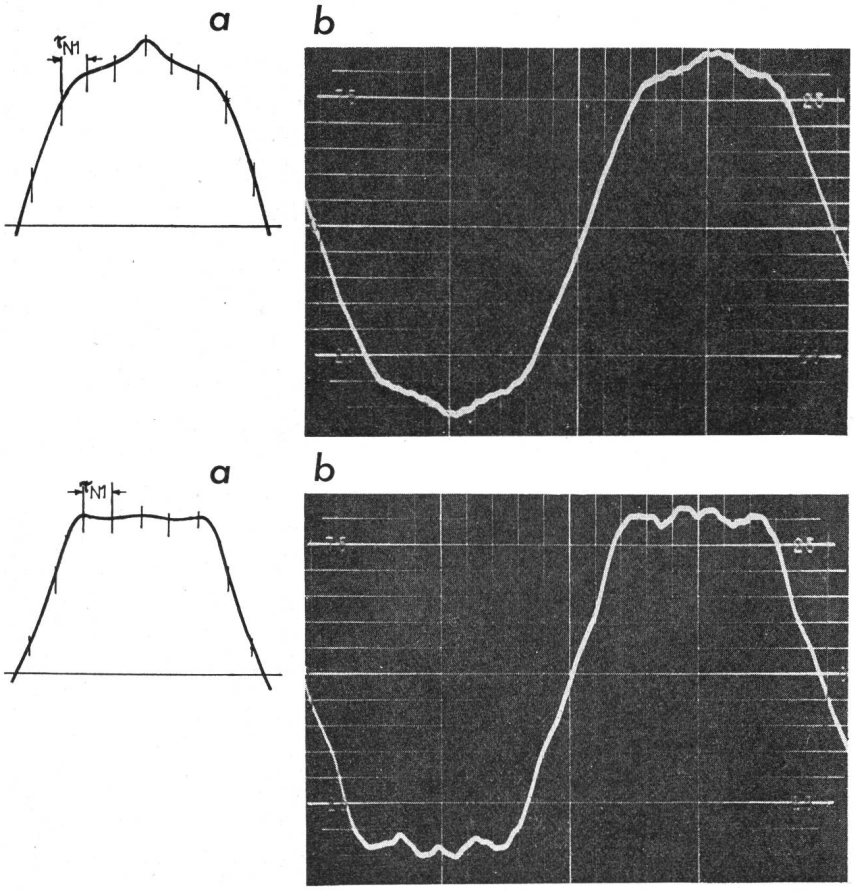

Fig. 12
Vergleich der berechneten (*a*) und gemessenen (*b*) Verteilung der Luftspaltinduktion für beide Extremstellungen

7. Einfluss von Schrägung und Staffelung

Zunehmende Schrägung mindert den Synchroneffekt. Das synchrone Drehmoment 3. Art verschwindet, wenn die Leitwertverteilung am Umfang keine stellungsabhängigen Unterschiede mehr aufweist. Durch die Nutenschlitze ist dies bei der Versuchsmaschine erst bei $b > \tau_{N2}$ der Fall (Fig. 13).

Eine Staffelung eines Läufers unterdrückt den Synchroneffekt nur dann, wenn die Mittelpunkte der Zahnkopfhälften um eine halbe Nutteilung versetzt sind oder die Schrägung selbst je Hälfte gross genug wird, d. h. bei der Versuchsmaschine $b > \tau_{N2}$.

Dies gilt sowohl für die bisher betrachtete Maschine mit unbewickeltem Läufer als auch für die anschliessend betrachtete Maschine mit Läuferwicklung.

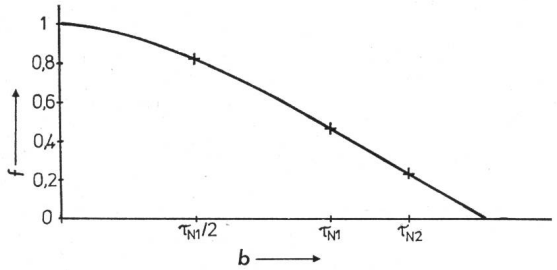

Fig. 13 **Minderungsfaktor des Synchronmomentes in Abhängigkeit der Läuferschrägung**
Vollkommener magnetischer Ausgleich von Blech zu Blech vorausgesetzt
Bezeichnungen siehe im Text

8. Berechnung der Flussverhältnisse bei stromführendem Läufer

Die Betrachtungen mit unbewickeltem Läufer sind praktisch ohne Bedeutung und dienen nur zur physikalischen Beweisführung. Für eine magnetische Berechnung eines Querschnitt-Modells einer Asynchronmaschine für eine bestimmte Stellungskonfiguration kann das zuvor genannte Rechenschema benutzt werden. Dabei ist in dem Ersatzkreis die Rückwirkung der Läuferdurchflutung zu einem Gleichgewicht zwischen Grundfeld bzw. induzierter Sekundär-EMK und abgeleiteter Sekundär-Durchflutung zusätzlich einzubringen. Das Schema einer gemischt elektrisch-magnetischen Durchrechnung zeigt Fig. 14. Dabei wird von einer primären Durchflutung in dem magnetischen Netzwerk der Ersatzschaltung ausgegangen.

Der mit der Läuferwicklung verkettete Fluss induziert mit Kreisfrequenz ω_2 die sekundäre Leiter-EMK und somit die sekundären Ströme, die als Nutdurchflutung eine neuerliche Flussverzweigung vom Läufer her bewirken und sich der Ausgangsflussverzweigung überlagern. Mit den Ausgangsdurchflutungen und der nun existierenden Gegendurchflutung wird mit veränderten Leitwertverhältnissen eine korrigierte Verteilung und damit eine geänderte Sekundärdurchflutung geschaffen. Durch Iteration wird der Endwert ermittelt, bei dem die sekundäre Durchflutung den zur Berechnung von Θ_2 angenommenen Induktionswert B_2 liefert. Aus der resultierenden Luftspaltinduktion kann über E_{g1} nach Umrechnung über die

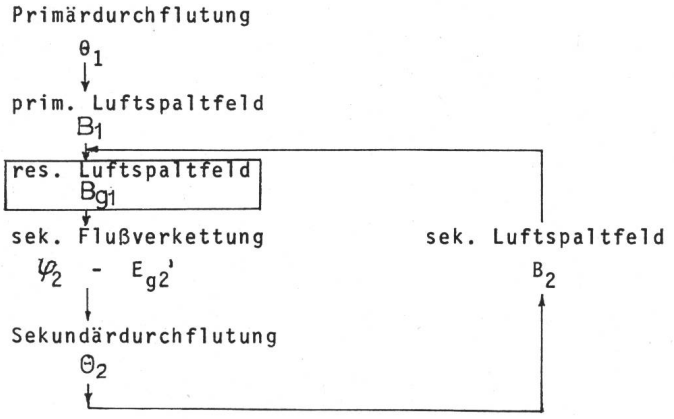

Fig. 14 **Vereinfachtes prinzipielles Rechenschema**

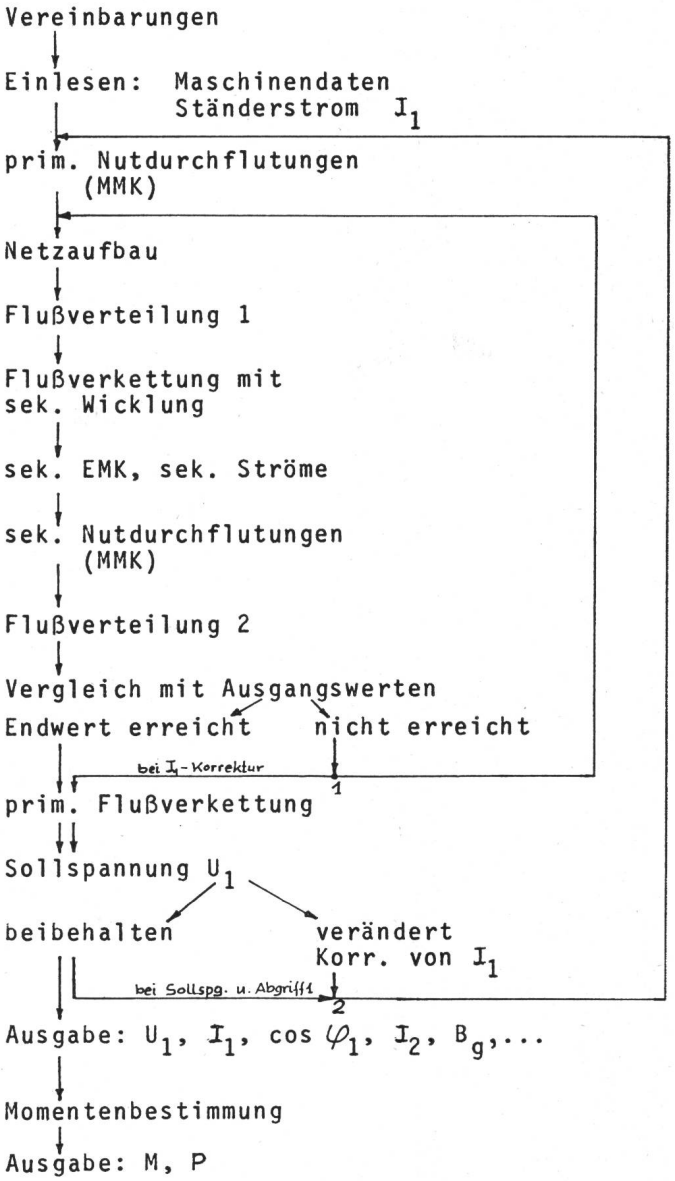

Fig. 15 **Ablaufschema eines Rechenprogramms zur Bestimmung von Flüssen, Induktionen, Drehmomenten usw. für eine belastete Asynchronmaschine**
Verzweigungspunkt 1: vorzeitiger Abgriff zur Spannungsbestimmung und gegebenenfalls Korrektur über I_1
Verzweigungspunkt 2: bei vorzeitigem Abgriff zur Spannungsbestimmung nach 1 und richtiger Sollspannung-Weiterrechnung

Maschinenkonstanten (R_1 und $X_{\sigma 1}$) die Netzspannung U_1 bestimmt werden.

Sollen die Werte für fest vorgegebene Primärspannungen ermittelt werden, so muss, wenn die Abfrage einen anderen Wert ergibt, eine Korrektur von I_1 bzw. Θ_1 erfolgen und die Rechnung erneut gestartet werden (Fig. 15).

Eine Untersuchung für geschrägte Läufer ist durch Aufteilung in mehrere versetzte, ungeschrägte Scheiben in axialer Richtung möglich. Der mit der sekundären Wicklung verkettete Fluss wird zur EMK-Bildung herangezogen und aus *gesamter* Stab-EMK die sekundäre Nutdurchflutung gebildet. Die magnetische Berechnung wird dann exakt, wenn für alle Scheiben mit gemeinsamen Jochen und Zähnen von Ständer und Läufer bis hin zum Verzweigungspunkt an den Zahnkopfaufteilungen gerechnet wird, da der Leitwertunterschied hauptsächlich in den Zahnkopf-Luftspaltzonen auftritt.

9. Vereinfachtes Rechenverfahren

Die synchrone Drehzahl für diesen Effekt liegt bei niedrigen Drehzahlen. Bei Maschinen mit $s \rightarrow 1$ und stromführendem Läufer tritt der grösste magnetische Spannungsanteil im Schliessungskreis im Zahnkopf-Luftspalt-Zahnkopf-Bereich auf. Der magnetische Widerstand von Zahnschaft und Joch kann vereinfachend zu Null gesetzt werden, insbesondere dann, wenn Rechnungen für kleinere Spannungen durchgeführt werden. Ausserdem sind primäre und sekundäre Durchflutungsachse um nahezu 180° phasenverschoben. Für Näherungsrechnungen kann die Verschiebung vernachlässigt werden, so dass sich für die beiden Extremstellungen ein stark vereinfachtes Rechenschema aufstellen lässt. Hierbei ist es wiederum möglich, durch Symmetriebildung über $\tau_p/2$ für beide Stellungen abzubilden (Fig. 16). Das Rechenschema läuft danach wie folgt ab:

– Vorgabe der Ständernutdurchflutung für einen betrachteten Augenblick.

– Annahme eines in die Achse des primären Magnetisierungsstroms hineingedrehten sekundären Ersatzstroms — I_2^E bei sinusförmiger Verteilung der gequantelten Nutdurchflutungen für Käfigläufer.

– Einbringen der Durchflutungen in das vereinfachte Netzwerk (Fig. 16) und Ermittlung der Flussverteilung über Luftspalt und Läufer.

– Bestimmen der mit der Sekundärwicklung verketteten Grundwelleninduktion B_2 und daraus der neue Ersatzwert I_2^E über Sekundärreaktanz.

– Einbringen der neuen Nutdurchflutungen in das Netzwerk und neue Rechnung, sofern der gefundene I_2^E-Wert mit dem angenommenen nicht übereinstimmt.

– Bei Übereinstimmung von vorgegebenem I_2^E-Wert und gefundenem Rechenwert sind die tatsächlich für diesen Augenblick und diese Stellung auftretenden Fluss- und Induktionsverhältnisse gefunden.

Für die beiden Extremstellungen ergibt sich je eine Spannungskennlinie als Funktion des vorgegebenen Ständerstroms. Aus der übertragenen Wirkleistungsdifferenz $2\,\Delta P_{12}$ zwischen den beiden Extremstellungen und konstanter Primärspannung ermittelt sich das Differenzmoment für das dem asynchronen

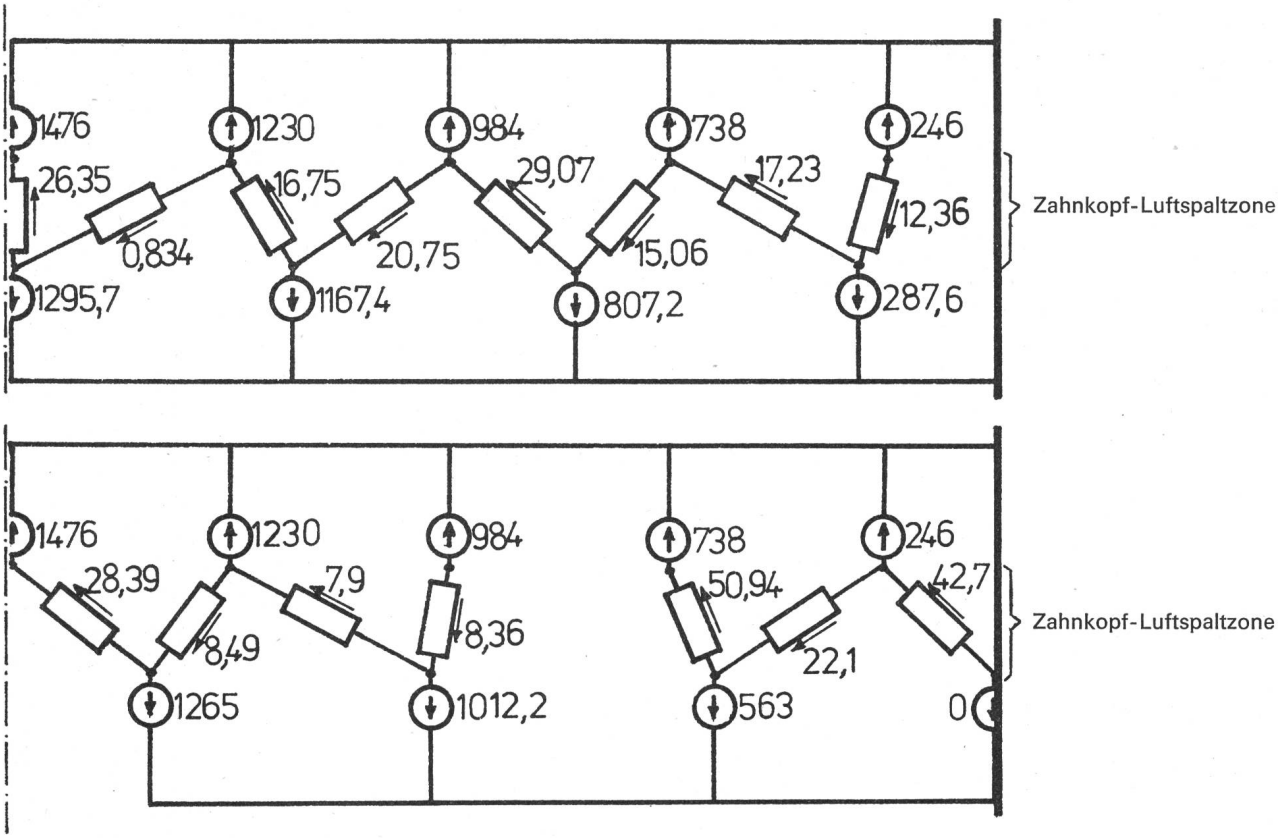

Fig. 16 Vereinfachte Flussverteilung bei Last für beide Exstremstellungen und $I_1 = 7{,}9$ A

984 treibende MMK am Zahnkopffusspunkt mit z. B.: 984 A

8,36 Ersatzwiderstand: Zahnkopf Luftspalt-Zahnkopf führt Fluss von z. B.: $8360 \cdot 10^{-8}$ Wb

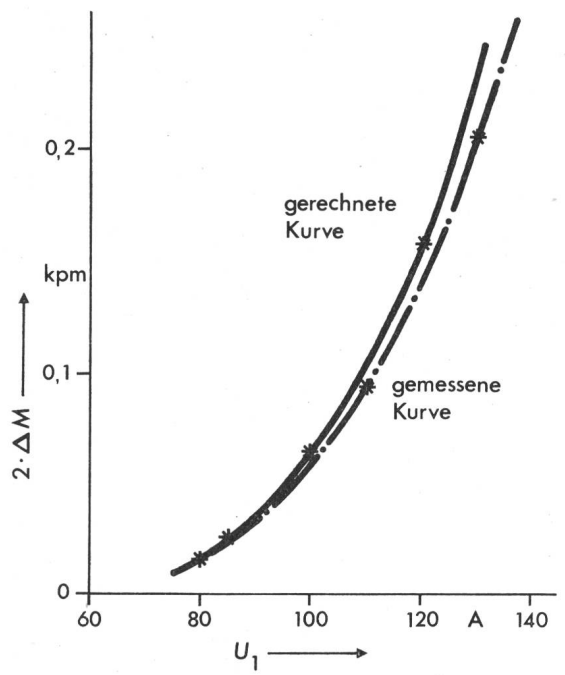

Fig. 17 **Gemessene und gerechnete Differenzmomente $2 \cdot \Delta M$ als Funktion der Spannung U_1**

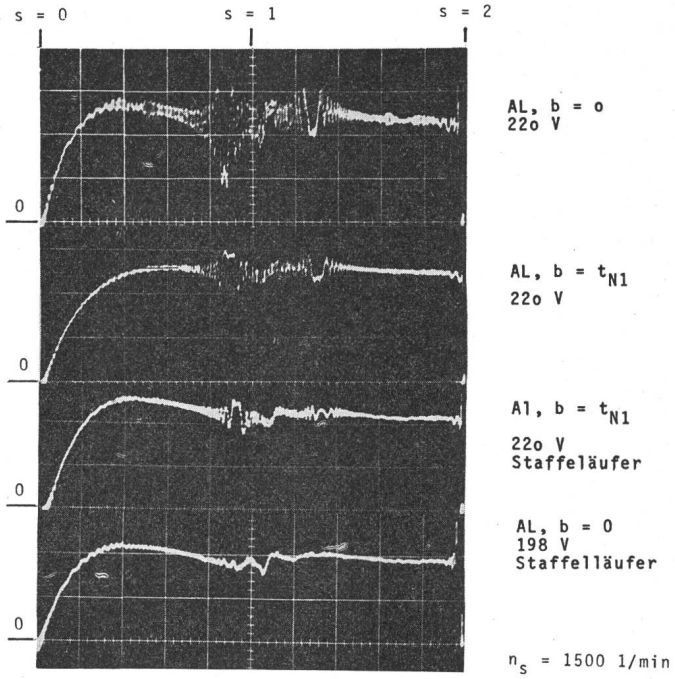

Fig. 18 **Momentverläufe $M = f(s)$ für verschiedene Läufer** aufgenommen mit Beschleunigungsmesswerk im quasi stationären Hochlauf

Grundwellendrehmoment überlagerte synchrone Moment 3. Art zu

$$2 \cdot \Delta M = \frac{2 \cdot \Delta P_{12}}{n_s} 0{,}974$$

10. Messtechnische Untersuchungen

Dieses theoretisch bestimmte Differenzmoment wurde auch messtechnisch nachgewiesen. Hierzu sind die beiden Kippunkte für $n = n_{syr}$ mit einer empfindlichen Pendelwaage bestimmt worden. Die Ergebnisse im Vergleich zu den Rechenwerten zeigt Fig. 17. Bei höheren Spannungen ist der Temperaturanstieg während der Einstellzeit für einen Messpunkt zu gross.

Für eine Drehzahl-Drehmomenten-Kennlinienbestimmung war der Prüfling starr mit einem Tachodynamo und einem Drehbeschleunigungsmesswerk nach [8] gekoppelt. Die zusätzlich angebrachte Schwungmasse wurde so gewählt, dass ein Hochlauf von $n \approx -n_s$ bis $n \approx n_s$ ca. 5...6 s dauerte. Damit werden alle synchronen Drehmomente für $n \rightarrow n_{sy}$ bzw. $n \rightarrow n_{syr}$ im Synchronpunkt gerade langsam genug durchfahren und so die Differenzmomentamplitude genau genug vom Messwerk angezeigt. Der Temperaturanstieg in der Maschine innerhalb eines Hochlaufs blieb dabei in zulässigen Grenzen.

Die gemessenen Drehzahl-Drehmomentenverläufe für verschiedene Läufer sind in Fig. 18 dargestellt. In den Kurven erscheinen zwei synchrone Drehmomente:

– Ein synchrones Oberwellendrehmoment 2. Art bei $n = 214$ 1/min, herrührend vom Oberwellendrehfeld 7. Ordnung, das mit den Läuferzähnen als Polrad zusammenwirkt ($N_2/2\,p = 7$);

– Das synchrone Drehmoment 3. Art bei $n = n_{syr} = -428$ 1/min, herrührend von den stellungsabhängigen Leitwerten für das Grundwellendrehfeld.

In beiden Fällen hat die Schrägung wie auch die Staffelung einen entscheidenen Einfluss, da in beiden Fällen die Leitwertverteilung über Luftspalt und Zahnköpfe für die Entstehung von fundamentaler Bedeutung ist. Es ist deutlich zu erkennen, dass mit zunehmender Schrägung des Läufers die Amplitude abnimmt. Für Schrägung des Läufers um Ständernutteilung $b = \tau_{N1}$ sind die Leitwertunterschiede noch nicht voll aufgehoben. Die Schrägung müsste im Fallbeispiel noch grösser als τ_{N2} (wegen Nutschlitze) sein, um den Effekt zu unterdrücken. Auch ein einfach gestaffelter Läufer mit Schrägung um $b = \tau_{N1}$ bei Versatz am Mittelring um ca. $\tau_{N2}/2$ egalisiert diesen Unterschied der periodischen Leitwerte nicht. Hingegen ist ein ungeschrägter Staffelläufer mit Versatz um $\tau_{N2}/2$ in beiden Fällen voll wirksam und unterdrückt beide Synchronerscheinungen.

Das synchrone Oberwellendrehmoment 3. Art, bezogen auf das Anzugsmoment, existiert auch bei sehr kleinen Spannungen und nimmt mit zunehmender Spannung und damit zunehmender Sättigung für einen ungeschrägten Läufer noch zu. Die Sättigung spielt somit für $b = 0$ eine entscheidende Rolle.

Wie Tabelle I zeigt, ist das synchrone Moment 3. Art, bezogen auf das Anzugsmoment, nicht klein. Zur Vermeidung unerwünschter Drehschwingungen lässt sich der Effekt – tritt er aufgrund der periodischen Leitwertunterschiede auf – durch richtige Schrägung oder Staffelung des Läufers unterdrücken.

Synchrones Differenzmoment 3. Art, bezogen auf das Anzugsmoment
Tabelle I

$\frac{2 \cdot \Delta M}{M_A}$ bei Schrägung $U =$	$0{,}5 \cdot U_n$	$0{,}75 \cdot U_n$	$1{,}0 \cdot U_n$
$b = 0$	0,25	0,36	0,42
$b = \tau_{N1}$	0,21	0,22	0,22
Staffelläufer, $b = 0$	0	0	0

Literatur

[1] *R. Richter:* Elektrische Maschinen. 4 Bände. 2. Auflage. Basel, Birkhäuser Verlag, 1951...1954.
[2] *E. Beier:* Die Vorausberechnung der Betriebskennlinien der Asynchronmaschine unter Berücksichtigung der Eisensättigung. Dissertation der Technischen Hochschule München, 1964.
[3] *T. Bödefeld* und *H. Sequenz:* Elektrische Maschinen. Wien, Springer-Verlag, 1942.
[4] *E. Riccius:* Über die von Drehstromwicklungen erzeugten Drehwellen. ETZ-A 90(1969)13, S. 305...310.
[5] *K. P. Kovacs:* Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Zwei Bände. Budapest, Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959.
[6] *E. Riccius* und *W. Seiler:* Über das von Induktionsmaschinen nach der Drehfeldtheorie erzeugte Drehmoment. Bull. SEV 60(1969)8, S. 333...339.
[7] *W. Seiler:* Theoretische und experimentelle Untersuchung eines bei Asynchronmaschinen durch Leitwertschwankungen erzeugten synchronen Drehmomentes. Dissertation der Technischen Universität München, 1972.
[8] *F. Gann:* Elektrodynamische Drehbeschleunigungsmesser. Dissertation der Technischen Hochschule Stuttgart, 1962.
[9] *B. Heller:* Der Einfluss der Nutung auf den Drehmomentverlauf des Käfigankermotors. Acta Technica CSAV 9(1964)6, S. 517...541.
[10] *R. Zurmühl:* Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. 3. Auflage. Berlin/Göttingen/Heidelberg, Springer-Verlag, 1961.
[11] *E. Kübler:* Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren im Kurzschluss und Betrieb. Arch. Elektrotechn. 21(1928)4, S. 407...432.
[12] *H. Jordan* u. a.: Über parametrisch erzeugte Oberfelder. ETZ-A 92(1971)8, S. 451...455.

Adresse des Autors:

Dr.-Ing. *Wolfram Seiler,* Hauptabteilungsleiter des Produktbereiches Steuer- und Regelanlagen der DEMAG, Grasstrasse 6-10, D-2000 Hamburg 50.

Pierre Simon Laplace 1749–1827

Bibliothek ETH Zürich

Laplace war ein sehr produktiver und erfolgreicher Mathematiker, wobei er sich allein auf seine mathematischen Überlegungen stützte und selber praktisch keine Versuche durchführte.

So unantastbar seine mathematischen Fähigkeiten waren, so wenig sympathisch war er hingegen in charakterlicher Beziehung. Als Sohn eines armen Bauern wurde er am 23. März 1749 in Beaumont-en-Auge geboren. Über seine Jugendjahre ist fast nichts bekannt, da Laplace, der 1799 von Consul Napoleon zum Senator und 1816 von Louis XVIII. zum Marquis ernannt wurde, sich seiner einfachen Herkunft schämte und alles tat, über seine Jugend einen Schleier auszubreiten. Er brachte – wohl als einziger – das Kunststück fertig, sowohl im Ancien Régime, unter den Revolutionären, unter Napoleon sowie schliesslich auch unter Louis XVIII. zur Elite gezählt zu werden. Aber diese Charakterlosigkeiten vermögen natürlich seinen grossen Verdiensten um die Wissenschaft keinen Abbruch zu tun.

Nach dem Besuch der Militärschule von Beaumont reichte er *d'Alembert* eine Abhandlung ein, die dieser so glänzend fand, dass er ihn sofort als Professor der Mathematik an die Pariser Militärschule empfahl.

Zwischen 1776 und 1783 entstanden zunächst zusammen mit dem Chemiker *Lavoisier* (der 1794 hingerichtet wurde) Arbeiten über die Wärme, wobei ihnen insbesondere der Nachweis gelang, dass Wärmemengen bei chemischen Verbindungen denen bei der Zerlegung entsprechen. Ein wichtiges Kapitel seiner Leistungen bildet die Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Die Hauptwerke von Laplace betreffen astronomische Probleme, die grossenteils in der 16 Bände umfassenden «Himmelsmechanik» (Mécanique céleste) zusammengefasst sind. Dieses Werk behandelt Fragen wie: die allgemeinen Gesetze des Gleichgewichtes und der Bewegungen, die Form der Himmelskörper, die Planeten und ihre Satelliten, die gegenseitigen Störungen der Planeten, Theorie der Kometen, Schwingungen der Meere und der Atmosphäre, eine Hypothese über die Entstehung des Sonnensystems, um nur einige zu erwähnen.

Über die Elektrizität existieren anscheinend bloss zwei kleinere Arbeiten, die eine «über Elektrizität bei Verdampfung», eine andere «über die Eigenschaften der statischen Elektrizität».

Laplace wurde schon 1774 als membre adjoint, 1885 als membre titulaire und 1816 als Vollmitglied der Académie des Sciences aufgenommen. Allgemein bekannt sind die Laplaceschen Differentialgleichungen für Kraftfelder und die sog. Laplacesche Transformation, eine die Lösung von Differentialgleichungen erleichternde Umformung.

Laplace starb am 5. März 1827 in Paris. Kurz vor seinem Tod sagte er noch: «Was wir wissen, ist wenig, was wir nicht wissen, ist unermesslich.» Dieses Verhältnis hat sich bis heute kaum verändert, trotzdem gerade Laplace durch die Weiterführung der Arbeiten *Newtons* vieles zur Erweiterung unseres Wissens beigetragen hat.

1842 waren die Berichte Laplaces vergriffen. Um einen Neudruck zu ermöglichen, erwog seine Witwe, ein Grundstück zu verkaufen. Dann bewilligte die Kammer einen Kredit von 40000 Frs für die Neuauflage. Madame Laplace stiftete darauf einen Fonds, aus dem die Académie des Sciences jedes Jahr dem besten die Ecole Polytechnique verlassenden Schüler einen Preis ausrichten konnte. *H. Wüger*