

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

**Band:** 65 (1974)

**Heft:** 12

**Artikel:** Le moteur linéaire à un inducteur caractéristiques et applications

**Autor:** Jufer, M. / Mattatia, S.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915424>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Le moteur linéaire à un inducteur caractéristiques et applications

Par M. Jufer et S. Mattatia

621.313.333

## Liste des symboles

$B$	Induction magnétique	T
$C_{n,p}, K_{n,p}$	Coefficients de modulation	—
$C_1, C_2$	Constantes d'intégration	Vs/m
$D_1, D_2,$		
$D_3, D_4$		
$E$		
$F$	Champ électrique	V/m
$f$	Poussée	N
$f$	Fréquence	Hz
$h$	Hauteur (selon $x$ )	m
$H$	Champ magnétique	A/m
$i, I$	Courant	A
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	Vecteurs unité sur les axes $x, y$ ou $z$	—
$j$	Nombre complexe (0; 1)	—
$k_b$	Facteur de bobinage	—
$l$	Longueur (selon $y$ )	m
$l'$	$1/2$ période de modulation	m
$L$	Self	H
$m$	Nombre de phases	—
$n$	Nombre entier de sommation	—
$N$	Nombre de spires en série par phase	—
$p$	Nombre de paires de pôles	—
$P$	Puissance	W
$\vec{P}'$	Vecteur de Poynting	W/m <sup>2</sup>
$R_1, R_2$	Constantes d'intégration	Vs/m
$s$	Glissement	—
$S$	Surface	m <sup>2</sup>
$t$	Temps	s
$v$	Vitesse	m/s
$v_s$	Vitesse synchrone	m/s
$V$	Potentiel vecteur	Vs/m
$x, y, z$	Coordonnées cartésiennes	m
$Z$	Impédance	$\Omega$
$\alpha, \gamma, \psi, \nu, \sigma$	Constantes	—
$\alpha_{n,p}, \gamma_{n,p}, \psi_{n,p}$		
$\nu_{n,p}, \sigma_{n,p}$		
$\delta$		
$\varepsilon, \varepsilon_c$	Entrefeer	m
$\theta$	Epaisseur d'induit/de culasse	m
$\lambda$	Potential magnétique	A
$\lambda_{n,p}$	$\pi \left[ \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)^2 + \frac{p^2}{h_r^2} \right]^{1/2}$	m <sup>-1</sup>
$\mu_0$	Perméabilité du vide	Vs/Am
$\mu, \mu_c$	Perméabilité d'induit/de culasse	Vs/Am
$\mu_r, \mu_{rc}$	Perméabilité relative d'induit/de culasse	—
$\xi$	$\left[ \frac{\pi^2}{\tau^2} + j \frac{\mu}{\rho} s \omega_0 \right]^{1/2}$	m <sup>-1</sup>
$\xi_{n,p}$	$\left[ \pi^2 \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)^2 + \frac{\pi^2 p^2}{h_r^2} + j \frac{\mu}{\rho} s_n \omega_0 \right]^{1/2}$	m <sup>-1</sup>
$\xi_c$	$\left[ \frac{\pi^2}{\tau^2} + j \frac{\mu_c}{\rho_c} s \omega_0 \right]^{1/2}$	m <sup>-1</sup>
$\xi_{n,p}$	$\left[ \pi^2 \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)^2 + \frac{\pi^2 p^2}{h_r^2} + j \frac{\mu_c}{\rho_c} s_n \omega_0 \right]^{1/2}$	m <sup>-1</sup>
$\rho, \rho_c$	Résistivité d'induit/de culasse	$\Omega m$
$\tau$	Pas polaire	m
$\omega_0$	Pulsation	s <sup>-1</sup>
$\Omega$	$j \left( \frac{\pi y}{\tau} + \omega_0 t \right)$	—
$\Omega'$	$j \left( \frac{\pi y}{\tau} + s \omega_0 t \right)$	—

## Indices

a	actif
c	culasse
n	d'ordre n

p	d'ordre p
q	réactif
r	induit
s	inducteur
x, y, z	selon la direction x, y ou z
$\infty$	relatif au cas infini
$\delta$	entrefeer

## Opérateur

$\underline{Z}$	Nombre complexe
$\underline{Z}^*$	Conjugué complexe
$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}$	Somme de $-\infty$ à $+\infty$
$\wedge$	Produit vectoriel
$\vec{\text{rot}}$	Rotationnel
$\vec{\text{grad}}$	Gradient
$\vec{\Delta}$	Laplacien

## 1. Introduction

Depuis une dizaine d'années, on assiste à une redécouverte du moteur linéaire. Des applications de plus en plus nombreuses se font jour. Le moteur linéaire à induction est caractérisé par des avantages indéniables et spécifiques tels que la suppression de limites d'adhérence et la possibilité de vitesse très élevées. Simultanément, ces moteurs présentent des inconvénients importants tels que rendement et facteur de puissance faibles, difficulté d'un réglage de vitesse et impossibilité d'une démultiplication. Certains de ces inconvénients peuvent être détournés. En particulier, le développement de méthodes de calcul poussées (3 dimensions) permettra d'améliorer le rendement; des alimentations à fréquence variable permettent un réglage de vitesse très souple, mais relativement coûteux. D'autre part, la notion de service rendu peut être telle que le choix du moteur linéaire est le plus intéressant pour certains domaines d'application. A titre d'exemple, pour assurer la propulsion d'un système de traction à grande vitesse (> 300 km/h), le moteur linéaire s'impose pour des raisons de silence, de sécurité et de possibilités d'emplois sans roues, en combinaison avec des systèmes à suspension magnétique ou coussin d'air.

De façon simplifiée, le moteur linéaire à induction peut présenter deux structures de base:

- Inducteur double, induit conducteur (fig. 1);
- Inducteur simple, induit conducteur et culasse magnétique.

D'emblée, le premier cas présente des avantages quant aux performances (rendement, facteur de puissance). En revanche, le guidage mécanique entraîne des difficultés, l'induit optimum étant dans la règle relativement mince.

Le moteur à simple inducteur présente l'avantage de ne pas envelopper l'induit, ce qui laisse plus de degrés de liberté. Le guidage du mobile sera ainsi plus simple. Pour une application telle que la traction, le problème des aiguillages peut être résolu par une solution conventionnelle, ce qui n'est pas le cas avec un inducteur double. L'inducteur simple présentera cependant des problèmes d'attraction (ou de répulsion) relativement à l'induit. Une méthode de calcul précise, telle que celle déve-

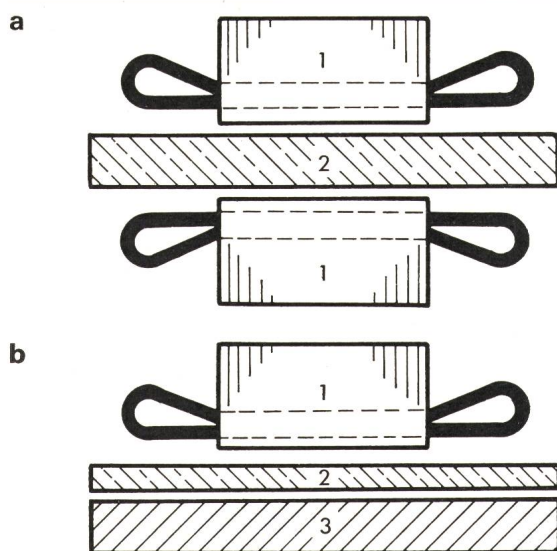


Fig. 1 Dispositions relatives inducteur/induit

- a Inducteur double  
b Inducteur simple  
1 Tôles acier  
2 Matériau aimanté  
3 Acier magnétique

loppée pour un inducteur double [1]<sup>1)</sup> est indispensable pour maîtriser les phénomènes influençant les performances ou les effets parasites.

## 2. Méthode de calcul – hypothèses générales

De même que pour un moteur à inducteur double [1], l'étude complète ne peut consister qu'en la résolution des équations de Maxwell dans les diverses zones d'entrefer et d'induit. Les équations et solutions dépendront du type d'induit et des éléments mobiles relatifs. Certaines hypothèses générales sont adoptées de façon à résoudre le problème dans un temps raisonnable, sans introduire trop d'erreurs. Ces hypothèses sont les suivantes:

- Induit homogène par couches de résistivités et perméabilités constantes. Lorsque l'induit est tout ou partie en acier massif (cas d'une culasse magnétique), il est nécessaire d'introduire une perméabilité constante équivalente. Cette dernière est définie sur la base d'une équivalence des pertes;
- Abstraction des harmoniques de courant et d'encoques;
- Abstraction des phénomènes de saturation au niveau des inducteurs.

Les méthodes décrites seront appliquées au cas le plus général correspondant à deux milieux conducteurs (fig. 2) et trois milieux non conducteurs (air). L'inducteur sera toujours de type court (induit plus long que l'inducteur). Deux cas seront considérés:

- Culasse magnétique liée à l'inducteur;
- Culasse magnétique liée à l'induit.

## 3. Moteur «infini» de référence

Ce moteur est caractérisé par la fig. 2 et les particularités suivantes:

- Dimensions axiales ( $y$ ) et transversales ( $x$ ) infinies;
- Induit d'épaisseur  $\varepsilon$ , culasse d'épaisseur  $\varepsilon_c$  et «entrefers» d'épaisseurs  $\delta_1$  et  $\delta_2$ ;

<sup>1)</sup> Voir la bibliographie à la fin de l'article.

– L'inducteur génère, par son bobinage dont les conducteurs sont dirigés selon  $x$ , un potentiel scalaire à distribution sinusoïdale glissante à la surface des inducteurs:

$$\mathcal{G} = \hat{\mathcal{G}}_s \sin \left( \frac{\pi y}{\tau} + \omega_0 t \right)$$

On peut associer à cette grandeur un potentiel complexe:

$$\underline{\mathcal{G}} = \hat{\mathcal{G}}_s e^{j \left( \frac{\pi y}{\tau} + \omega_0 t \right)} = \hat{\mathcal{G}}_s \Omega$$

Les équations caractéristiques d'un milieu magnétique soumis à un phénomène électro-magnétique quasi-stationnaire sont décrites dans la référence [1]. Rappelons les équations caractéristiques:

- Potentiel vecteur  $\vec{V}$  tel que  $\vec{B} = \text{rot } \vec{V}$
- Milieu conducteur:  $\vec{\Delta} \vec{V} = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}$  (équation de Poisson)
- Milieu non conducteur:  $\vec{\Delta} \vec{V} = 0$  (équation de Laplace)
- Champ électrique  $\vec{E} = -\partial \vec{V} / \partial t$
- Champ magnétique  $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{V}$

La résolution de ces deux équations dans le cas d'un moteur «infini» est faite en annexe I. Les constantes d'intégration sont déterminées par les conditions suivantes lors d'un changement de milieu:

- Continuité de la composante tangentielle du potentiel vecteur;
- Continuité de la composante tangentielle du champ magnétique.

La connaissance des champs électrique et magnétique permet de déterminer le vecteur de Poynting, caractéristique du flux des pertes ( $\text{W/m}^2$ ) à un niveau donné de la machine:

$$\vec{P}' = \vec{E} \wedge \vec{H} \quad (\text{W/m}^2)$$

En particulier, la composante moyenne selon  $z$  de cette grandeur s'écrit en complexe:

$$\underline{P}'_z = \frac{1}{2} \hat{E}_x \cdot \hat{H}_y^*$$

L'origine des  $z$  se trouvant à la surface de l'inducteur, on peut définir trois composantes de ce vecteur:

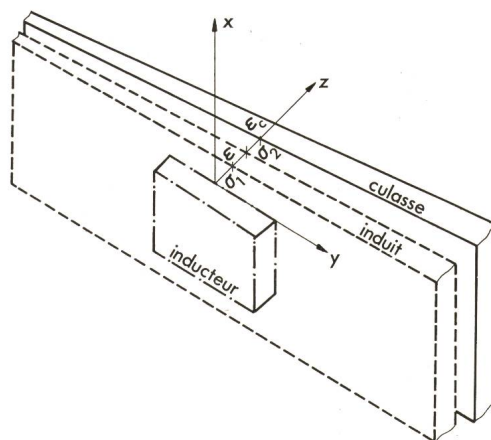


Fig. 2 Définition du référentiel et disposition des différents milieux

- $\varepsilon$  Epaisseur de l'induit  
 $\varepsilon_c$  Epaisseur de la culasse  
 $\delta_1$  Entrefers entre inducteur et induit  
 $\delta_2$  Entrefers entre induit et culasse



– une au niveau  $z = 0$ , dans un référentiel inducteur (s)  $P'_{zs}$ . Cette grandeur multipliée par la surface de l'inducteur (tranche de moteur infini) devient:

$$P_{zs} = P'_{zs} S_{\text{moteur}} = P_{as} + j P_{qs}$$

$P_{as}$  = puissance active fournie par l'inducteur

$P_{qs}$  = puissance réactive fournie par l'inducteur

– une au niveau  $z = \delta_1$  dans un référentiel inducteur

$$P_{z1} = P'|_{z=\delta_1} S_{\text{moteur}} = P_{a1} + j P_{q1}$$

– une au niveau  $z_2 = \delta_1 + \varepsilon$  si la culasse est liée à l'inducteur ou au niveau  $z_2 = \delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c$  si la culasse est liée à l'induit, dans un référentiel inducteur

$$P_{z2} = P'|_{z=z_2} S_{\text{moteur}} = P_{a2} + j P_{q2}$$

On a:

$$P_r = P_{z1} - P_{z2} = \text{puissance totale d'induit} = P_{ar} + j P_{qr}$$

$P_{ar}$  = puissance mécanique + pertes d'induit

$$P_{méc} = (1 - s) P_{ar}$$

$$P_{\text{induit}} = s P_{ar}$$

Il est possible d'obtenir la poussée du moteur ( $F$ ) et l'impédance équivalente à l'induit et aux entrefers ( $Z_\delta$ ):

$$P_{méc} = (1 - s) P_{ar} = F(1 - s) v_s$$

$$F = P_{ar}/v_s$$

$$Z_\delta = \frac{P_{zs}}{m I_s^2} \quad \text{avec } I_s = \text{courant inducteur} = \frac{\hat{\theta}_s p}{0,45 m N k_b}$$

Il est alors possible d'obtenir le schéma équivalent du moteur pour une phase, en rajoutant l'impédance de l'inducteur et les pertes fer.

Le moteur infini permet de définir un moteur de référence pour l'étude des phénomènes de bords et d'extrémités et d'étudier de façon indépendante l'effet pelliculaire.

#### 4. Effets de bords et d'extrémités

Ces effets résultent de la limitation des dimensions transversales (effets de bords selon  $x$ ) et axiales (effets d'extrémités selon  $y$ ). Les dimensions caractéristiques sont les suivantes:

- $h_s$  = hauteur selon  $x$  de l'inducteur
- $h_r$  = hauteur correspondante de l'induit, avec  $h_r > h_s$
- $l'$  = longueur de l'inducteur
- l'induit est de longueur grande par rapport à l'inducteur.

Selon la technique décrite dans la référence [1], nous associerons au moteur réel un moteur équivalent infini dont l'inducteur génère un potentiel magnétique scalaire modulé par deux fonctions périodiques, axiale et transversale. Les fonctions de modulation peuvent être définies à partir de la marche sans induit. On obtient, dans ce dernier cas, une composante transversale ( $z$ ) de l'induction liée à la perméance d'entrefer. Cette distribution peut être décomposée en deux séries de Fourier complexes, de périodes  $2 h_r$  et  $2 l'$  avec  $l' \gg 1$  (fig. 3).

On obtient alors pour l'induction:

$$B_{z0} = \hat{B} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} C_{n,p} e^{j \frac{n\pi y}{l'}} \cdot e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \cdot \Omega$$

avec  $C_{n,p}$  = coefficient de rang  $n, p$  de la fonction de modulation.  $\hat{B}$  est la valeur de crête de l'induction sans induit, dans le cas infini.

Le potentiel magnétique scalaire, associé à cette distribution de l'induction et permettant de définir les conditions aux limites des inducteurs, se décompose de façon semblable:

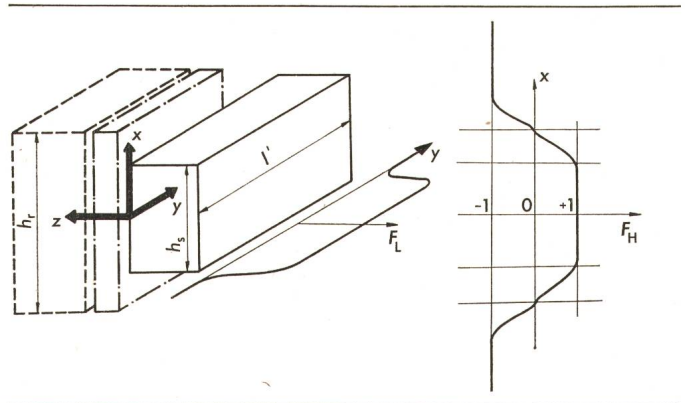


Fig. 3 Fonctions de modulation (effets de bords et d'extrémités)

- $h_r$  Hauteur de l'induit
- $h_s$  Hauteur de l'inducteur
- $l'$  Demi-période de modulation
- $F_L$  Fonction de modulation longitudinale
- $F_H$  Fonction de modulation transversale

$$\underline{\Omega}_s = \hat{\theta}_s \sum_n \sum_p K_{n,p} e^{j \frac{n\pi y}{l'}} \cdot e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \cdot \Omega = \hat{\theta}_s \sum_n \sum_p K_{n,p} \cdot \Omega_{n,p}$$

De même, toutes les grandeurs électriques et magnétiques prennent une forme semblable. Pour la composante selon  $x$  du potentiel vecteur, on obtient par exemple:

$$\underline{V}_{\delta x} = \sum_n \sum_p V_{\delta x}(z, n, p) \cdot \Omega_{n,p}$$

Suite à cette séparation des variables, la résolution générale devient possible. Compte tenu de la géométrie, il apparaît deux composantes du potentiel vecteur, selon  $x$  et  $y$ . Il en résulte, pour l'expression du vecteur de Poynting selon  $z$ :

$$P_z' = \frac{1}{2} (\hat{E}_x \hat{H}_y^* - \hat{E}_y \hat{H}_x^*)$$

et pour la valeur moyenne:

$$\bar{P}_z' = \frac{1}{h_r} \cdot \frac{1}{l'} \int_{-\frac{h_r}{2}}^{\frac{h_r}{2}} dx \int_{-\frac{l'}{2}}^{\frac{l'}{2}} P_z' dy$$

La puissance correspondante vaudra donc:

$$P_z = \bar{P}_z' h_r l'$$

Par la même démarche que pour le cas infini, il est possible d'obtenir les principales grandeurs caractéristiques, soit la poussée, le courant et l'impédance caractéristique.

#### 5. Caractéristiques générales

Des méthodes de calcul complètes, telles que celles développées précédemment, permettent une étude comparative systématique et le choix de dimensions optimales. Des paramètres tels que l'influence des effets d'extrémités et de bords, la résistivité et l'épaisseur de l'induit, l'entrefer et le type de culasse magnétique influencent la poussée, le rendement, le facteur de puissance et le coefficient d'utilisation.

Nous appliquerons les méthodes décrites à un moteur présentant les caractéristiques de dimensionnement suivantes:



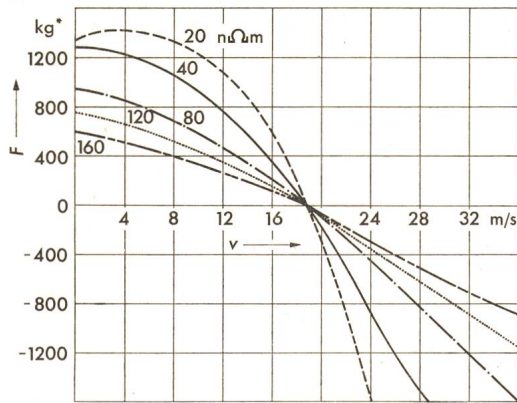


Fig. 4 Influence de la résistivité de l'induit sur la poussée compte tenu des effets d'extrémités

Moteur: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

$F$  Poussée

$v$  Vitesse

- Puissance mécanique: 75 kW;
- Vitesse nominale: 15 m/s;
- 8 pôles, 50 Hz;
- Longueur: 1600 mm;
- Largeur: 200 mm, épaisseur: 95 mm;
- Entrefer: 5 mm;
- Largeur d'induit 200 mm, épaisseur 3 mm, aluminium;
- Culasse liée à l'induit, massive d'épaisseur 18 mm.

La fig. 4 donne la caractéristique de poussée en fonction de la vitesse pour différentes valeurs de la résistivité de l'induit,

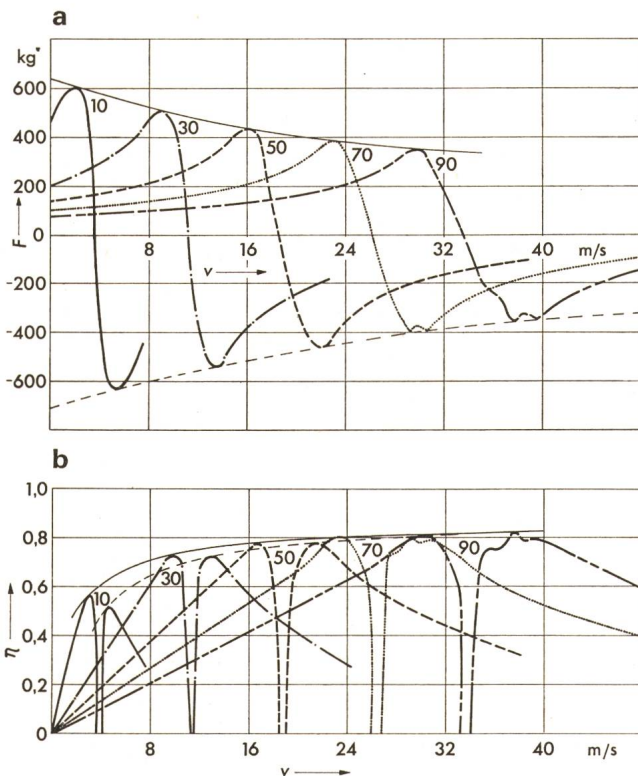


Fig. 5 Caractéristiques de poussée (a) et de rendement (b) à fréquence variable, compte tenu des effets d'extrémités

— Lieu des poussées et rendements maxima en moteur  
 - - - - - Lieu des poussées et rendements maxima en génératrice

Moteur: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

$F$  Poussée

$v$  Vitesse

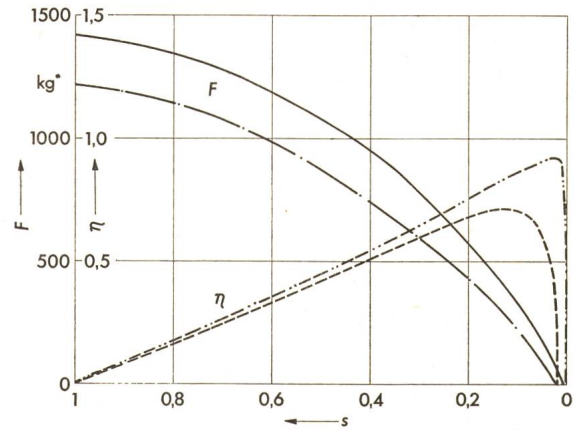


Fig. 6 Influence des effets d'extrémités et de bords sur la poussée  $F$  et le rendement  $\eta$

Moteur: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

Cas infini: — Poussée

- - - - - Rendement

Avec effets d'extrémités et de bords: - - - - - Poussée

- - - - - Rendement

dans le cas tenant compte des effets d'extrémités. L'alimentation est faite à tension constante. Il est possible d'effectuer un réglage de poussée au démarrage de cette façon.

Les fig. 5a et b donnent les caractéristiques de poussée et de rendement, compte tenu des effets de bords et d'extrémités, pour diverses fréquences d'alimentation. Il est possible d'en déduire la caractéristique optimale de réglage pour une alimentation à fréquence variable. Celle-ci est réalisée à courant constant.

La fig. 6 compare les caractéristiques de poussée  $F$  et de rendement  $\eta$  dans le cas infini, puis compte tenu des effets de bords et d'extrémités. On constate l'importance de ces deux phénomènes.

La fig. 7 donne l'influence de l'épaisseur d'induit sur la poussée, avec une alimentation à tension constante, sans effets d'extrémités.

La fig. 8 donne les caractéristiques de rendement et facteur de puissance en fonction du même paramètre.

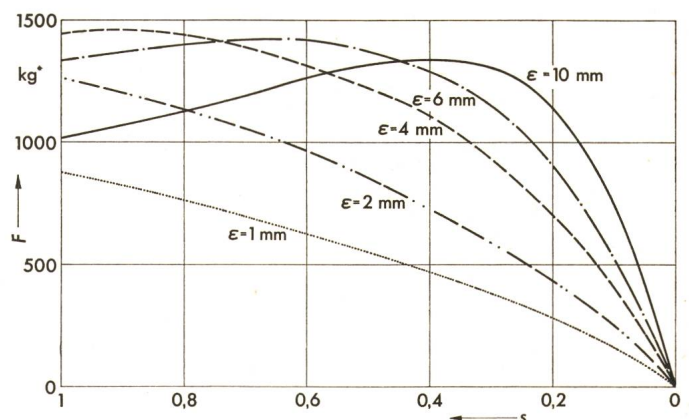


Fig. 7 Influence de l'épaisseur d'induit sur la poussée dans le cas «infini»

Moteur: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

$F$  Poussée

$s$  Glissement

$\epsilon$  Epaisseur de l'induit

La fig. 9 permet la comparaison des caractéristiques de poussée et facteur de puissance (cas infini) du moteur considéré muni d'une culasse magnétique feuilletée et d'une culasse massive.

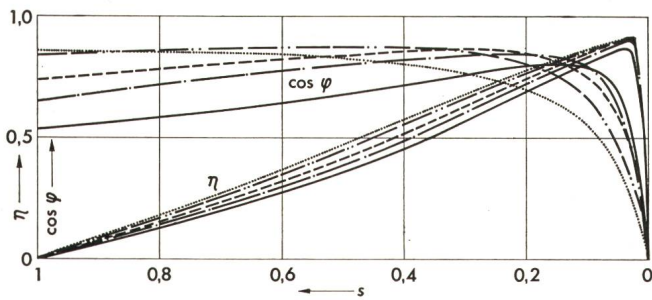


Fig. 8 Influence de l'épaisseur d'induit sur le rendement dans le cas «infini»

Moteur: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

$\eta$  Rendement

$s$  Glissement

$\cos \varphi$  Facteur de puissance

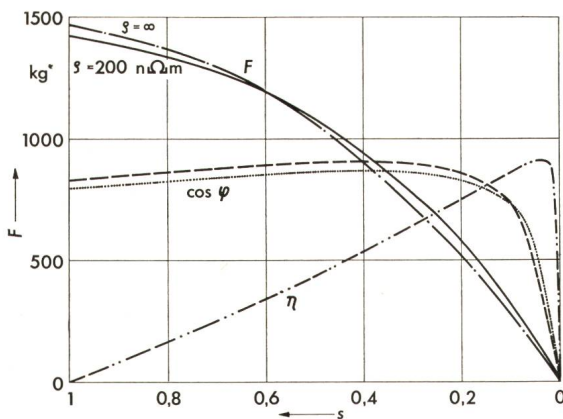


Fig. 9 Influence de la culasse magnétique sur la poussée, le  $\cos \varphi$  et le rendement

— Culasse feuilletée

- - - Culasse massive

Moteur: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

$F$  Poussée

$s$  Glissement

$\rho$  Résistivité de l'induit

$\eta$  Rendement

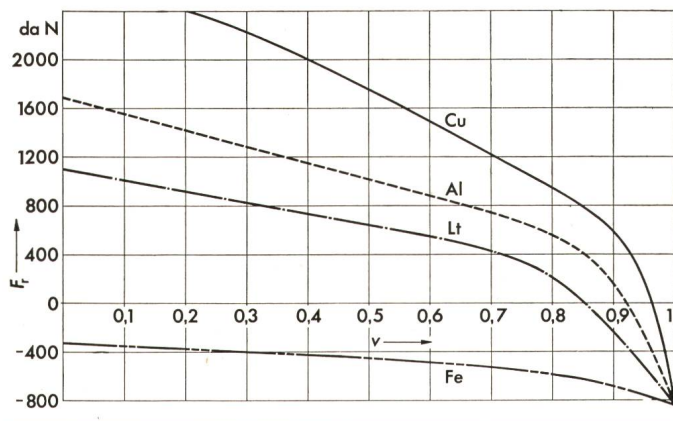


Fig. 10 Influence de la résistivité de l'induit sur la force de répulsion  $F_r$

Moteur: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

$F_r$  Force de répulsion

$v$  Vitesse relative

## 6. Efforts d'attraction et de répulsion

Outre l'effort de propulsion, un effort parasite important apparaît entre inducteur et induit sous forme d'attraction ou de répulsion relative, selon les cas. L'origine en est double:

- La perméabilité supérieure à celle de l'air des deux milieux intéressés (inducteur et culasse de l'induit); un effort d'attraction en est la conséquence;

- La présence de courants induits qui, par suite du déphasage proche de  $\pi$  relativement au courant inducteur, génère un effort de répulsion.

Ces deux phénomènes peuvent apparaître simultanément. Il en résultera un effort qui peut changer de signe selon le régime de fonctionnement.

Dans le cas du moteur simple inducteur, cet effort est particulièrement important. Il doit donc être maîtrisé, voire même utilisé. Il est indispensable de pouvoir le prédéterminer. Divers phénomènes sont à prendre en considération pour le calcul de cet effort:

- La nature des matériaux en présence;
- La structure de l'induit;
- La saturation;
- Le glissement;
- Le type d'alimentation;
- Les effets d'extrémités.

Deux méthodes permettent la détermination de cet effort parasite:

- L'intégrale du tenseur de Maxwell [3];
- La dérivation de l'énergie interne, déterminée à partir du vecteur de Poynting.

Dans ce dernier cas, on a pour le vecteur de Poynting à la surface de l'inducteur:

$$\underline{P}_{zs} = P_{as} + j P_{qs}$$

$$P_{qs} = m \omega_0 L_s I_s^2$$

d'où:

$$L_s = \frac{P_{qs}}{m \omega_0 I_s^2}$$

L'inductance  $L_s$  représente l'inductance totale de l'entrefer (inductance magnétisante) et de l'induit. Elle comprend également l'inductance mutuelle inducteur-induit. La force d'attraction est donnée par l'expression [4]:

$$F_\delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot dL_s}{d\delta_1} I_s^2$$

L'expression de la force d'attraction pour le cas particulier d'un moteur infini est donnée en annexe I.

A titre d'exemple, les efforts d'attraction sont donnés ci-après pour un moteur de 75 kW à 15 m/s (Voir paragraphe 5).

L'effort de répulsion est donné à la fig. 10 pour un moteur infini et diverses valeurs de la résistivité de l'induit, avec une alimentation à tension constante. Plus la résistivité est faible, plus la force de répulsion aux basses vitesses est importante. Pour le matériau prévu (Al), cette force atteint 1680 kg\* à l'arrêt, soit huit fois le poids propre du moteur. Pour un secondaire entièrement en acier, la réaction d'induit est insuffisante pour provoquer l'apparition d'une force de répulsion aux faibles vitesses. La fig. 11 permet la comparaison entre une «tranche» de moteur théorique infini et le même moteur, compte tenu des effets d'extrémités. La fig. 12 donne les mêmes caractéristiques pour une alimentation à courant constant (nominal), ainsi que lors d'un freinage à courant constant.



Dans ce dernier cas, on constate un effort d'attraction considérable à l'arrêt, de 5323 kg\*, soit 26 fois le poids du moteur. Selon le système de sustentation, une diminution d'entrefer s'ensuivra qui provoquera à son tour un accroissement de l'effort. Cet inconvénient peut être corrigé par un contrôle du flux dans l'entrefer.

## 7. Variantes d'exécution

Comme déjà signalé, on peut envisager une culasse liée à l'inducteur ou à l'induit.

Pour une culasse liée à l'inducteur, l'investissement est plus faible, mais il est nécessaire de pouvoir accéder aux deux faces de l'induit. Il sera généralement plus intéressant dans ce cas de recourir à un inducteur double.

Si la culasse est liée à l'induit, on pourra généralement se contenter de fer massif, par suite du glissement suffisamment faible en régime nominal. Sur de grandes distances, la différence de dilatation entre induit et culasse peut créer des problèmes. La disposition relative unilatérale de l'inducteur et de l'induit facilite les problèmes tels que courbures fortes, aiguillages, guidage etc. La fig. 13 montre un exemple de moteur travaillant sur un tracé à forte courbure.

D'autres structures sont également possibles.

Le moteur linéaire tubulaire (fig. 14) présente un induit cylindrique, généralement à noyau ferromagnétique enveloppé

d'une gaine conductrice. L'inducteur est alors placé autour de l'induit. On obtient ainsi une structure plus compacte. Les problèmes de guidage seront généralement plus simples, par suite de la plus grande rigidité relative des éléments en présence. En revanche, l'impossibilité de placer des supports intermédiaires limite la course possible.

Le moteur linéaire double action présente un inducteur muni d'encoches situées de part et d'autre de l'axe de déplacement, définissant ainsi deux surfaces actives (fig. 15). Deux induits seront placés symétriquement en regard de l'inducteur. Un tel système permet d'augmenter la puissance volumique.

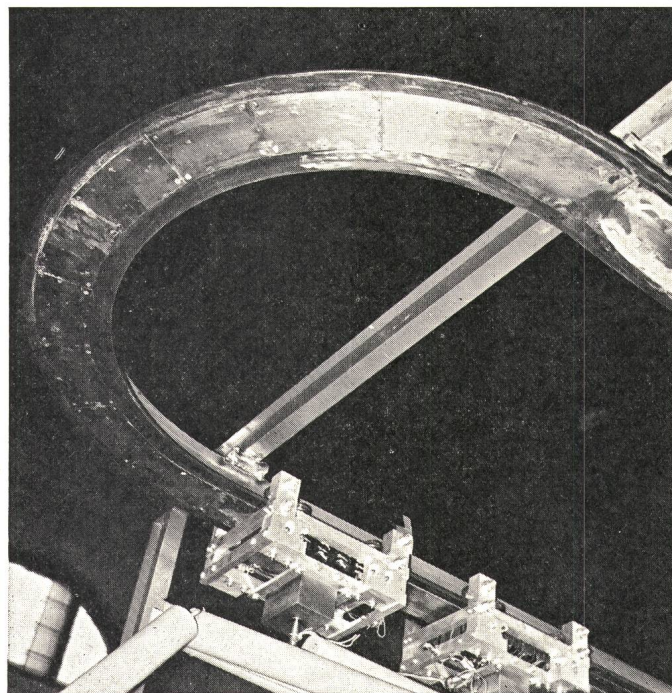


Fig. 13 Moteur pour chaîne de fabrication

$P_s = 1,6 \text{ kVA}$   $U = 380 \text{ V}$   $v_N = 1,5 \text{ m/s}$   
 $\delta = 2 \text{ mm}$   $\varepsilon = 1 \text{ mm}$   $\varrho = 20 \text{ n}\Omega\text{m}$

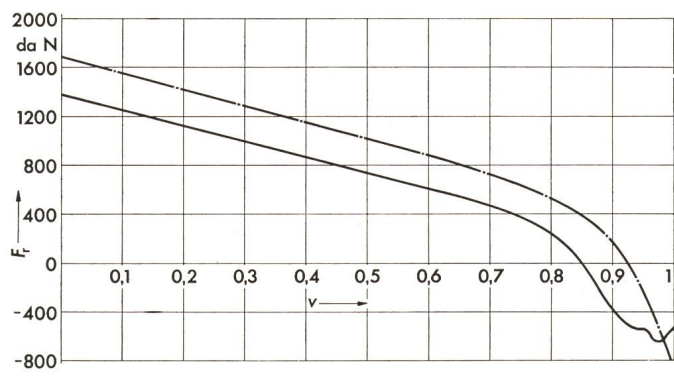


Fig. 11 Influence des effets d'extrémités sur la force de répulsion, à tension imposée

Moteurs: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

— Sans effets d'extrémités

- - - Avec effets d'extrémités

$F_r$  Force de répulsion

$v$  Vitesse relative

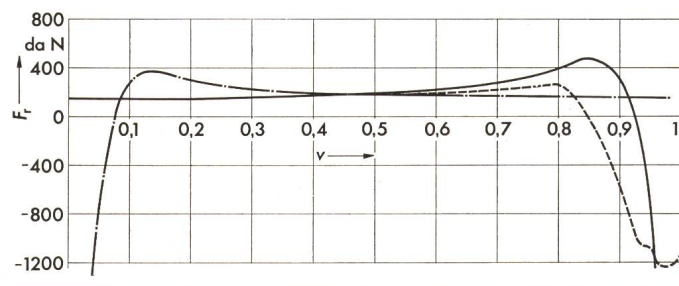


Fig. 12 Influence des effets d'extrémités sur force de répulsion à courant imposé (courant nominal)

— Sans effets d'extrémités

- - - Avec effets d'extrémités

- · - Effort au freinage à courant continu

$F_r$  Force de répulsion

$v$  Vitesse relative

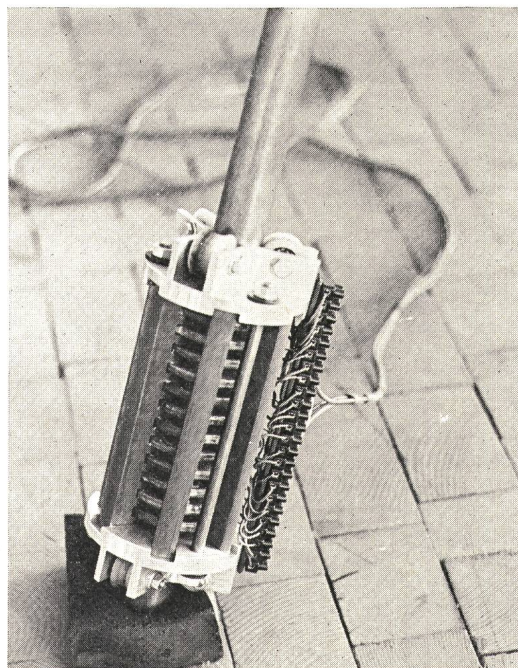


Fig. 14 Moteur tubulaire

$P_s = 1 \text{ kVA}$   $U = 70 \text{ V}$   $v_N = 3,6 \text{ m/s}$   
 $\delta = 1 \text{ mm}$   $\varepsilon = 1 \text{ mm}$   $\varrho = 20 \text{ n}\Omega\text{m}$



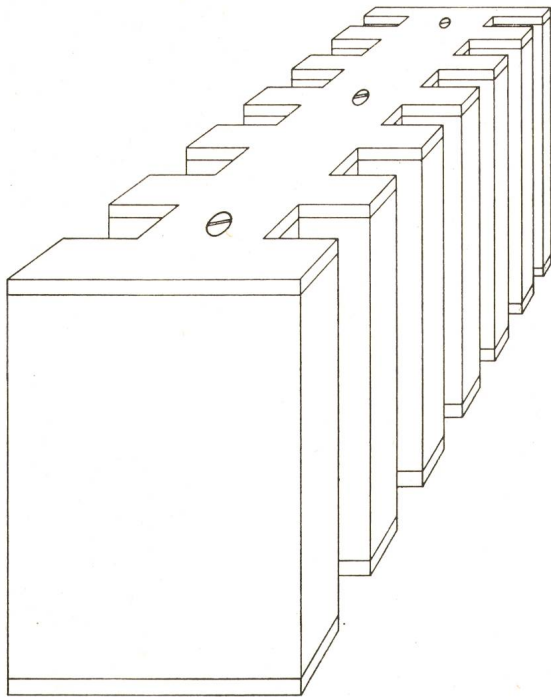


Fig. 15 Empilage d'un moteur linéaire à double action

En revanche, l'investissement au niveau des induits sera plus important. Du point de vue calcul des performances, un tel moteur peut être associé à deux moteurs séparés. La résistance et la réactance de fuite seront considérablement réduites.

Dans la règle, les culasses respectives seront liées aux deux induits. S'il y a décentrage de l'inducteur relativement aux induits, un effort d'attraction (décentrage accentué) ou de répulsion (centrage) aura lieu entre ces éléments. Un guidage approprié permettra de maîtriser ces phénomènes.

Dans le cas d'un aiguillage, il est possible de profiter de ces effets d'attraction magnétique pour réaliser le choix d'une direction.

En effet, si un électroaimant externe (A, B, fig. 16) permet d'introduire une dissymétrie dans les efforts d'attraction, on impose un choix entre les deux branches de la voie.

Le virage étant amorcé (ou la ligne droite imposée), le processus se poursuit sous l'effet de la différence des entrefers apparaissant dans la zone centrale de l'aiguillage.

Un tel comportement ne peut se produire que si le moteur travaille dans un domaine de forces d'attraction relativement aux induits. La réalisation d'une structure satisfaisant à ces conditions est indispensable. Pour ce faire, une méthode de calcul précise de ces phénomènes est primordiale.

D'autres configurations, plus complexes dans leur exécution, peuvent convenir pour des applications très particulières.

## 8. Applications

Il fait partie du rôle d'une institution polytechnique de se préoccuper également de la mise en œuvre de techniques nouvelles, en relation avec l'industrie. Les principales applications décrites par la suite résultent d'une telle collaboration.

### 8.1 Traction électrique

Le champ de développement le plus spectaculaire du moteur linéaire reste celui de la traction ferroviaire. Dans ce domaine, le moteur simple inducteur présente un avantage de simplicité

au niveau des aiguillages, du guidage latéral et des rayons de courbure faibles. En contrepartie, le problème de l'attraction magnétique unilatérale soulève des difficultés au niveau de la sustentation. De façon générale, le rendement et le facteur de puissance seront moins bons que pour un moteur à inducteur double, particulièrement pour de faibles vitesses.

La solution du moteur simple inducteur sera appliquée de préférence pour un véhicule de type transports urbains, pour lequel les courbes et les aiguillages sont fréquents. La fig. 17a montre un exemple d'implantation d'un tel moteur dans une structure conventionnelle (rails et roues acier).

L'avantage décisif du moteur linéaire restant la possibilité de se libérer des contingences d'adhérence pour de fortes pentes, la solution consistant à utiliser des moteurs linéaires d'appoint fixes pour les tronçons à pente élevée peut être particulièrement intéressante. La fig. 17b illustre la disposition d'un tel système. Un induit pratiquement continu devrait alors être placé sous l'ensemble des véhicules du convoi.

### 8.2 Manutention

C'est probablement dans le domaine de la manutention que ce type de moteurs présentera le maximum de débouchés. Les avantages principaux résident dans la suppression d'organes pouvant s'user, le bruit faible et l'adhérence. Dans ce cas également, cette solution convient mal pour de faibles vitesses ou dès qu'un positionnement précis doit être réalisé. En effet, le caractère asynchrone impose une vitesse proche de celle du champ glissant, soit :

$$v_s = 2 f \tau \quad \text{la vitesse synchrone}$$

$$v = (1 - s) v_s$$

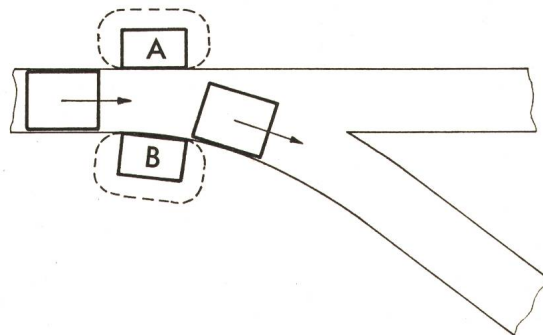


Fig. 16 Aiguillage électromagnétique d'un moteur linéaire double action  
A, B Electro-aimants de commande

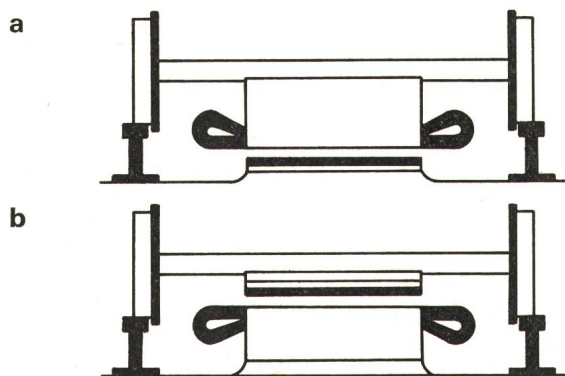


Fig. 17 Implantation d'un moteur linéaire à un inducteur sur un véhicule classique  
a Inducteur mobile  
b Inducteur fixe (moteur d'appoint)



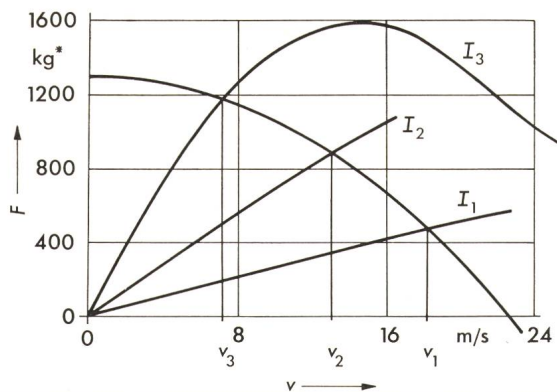


Fig. 18 Réglage de la vitesse par un frein à courant de Foucault accouplé au moteur linéaire

Moteur: 75 kW, 500 V, 8 pôles, 15 m/s

$F$  Poussée/Force de freinage en kg\*

$v$  Vitesse en m/s

$I_1, I_2, I_3$  Courants d'excitation du frein

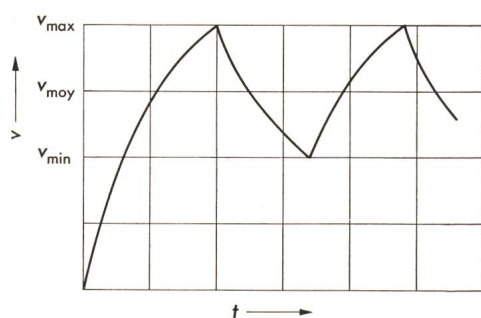


Fig. 19 Réglage d'une vitesse moyenne par enclenchements et déclenchements successifs

$v$  Vitesse

$t$  Temps

Pour une fréquence de 50 Hz, il est difficile de descendre à des vitesses inférieures à 1 m/s compte tenu du glissement. Diverses solutions s'offrent alors pour réduire cette vitesse:

- Utilisation d'une alimentation à fréquence inférieure à 50 Hz. Le prix en sera généralement élevé et ne se justifie que lorsqu'un réglage de vitesse doit s'effectuer.

- Combinaison d'un moteur linéaire et d'un frein linéaire à courant continu. Ce dernier impose une charge réglable, donc un glissement ajustable et stable (fig. 18).

Il en résulte une diminution environ proportionnelle du rendement, qui devient déplorable aux très faibles vitesses.

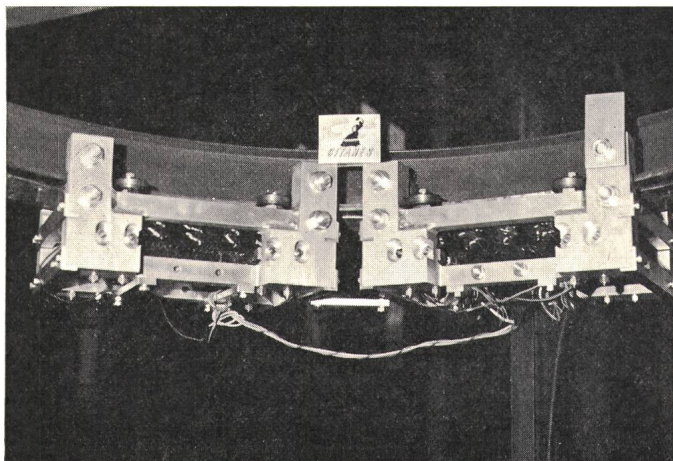


Fig. 20 Vue d'un ensemble moteur-frein pour une chaîne de fabrication

$P_s = 1,6$  kVA  $U = 380$  V  $v_N = 1,5$  m/s

$\delta = 2$  mm  $\varepsilon = 1$  mm  $\varrho = 20$  nΩm

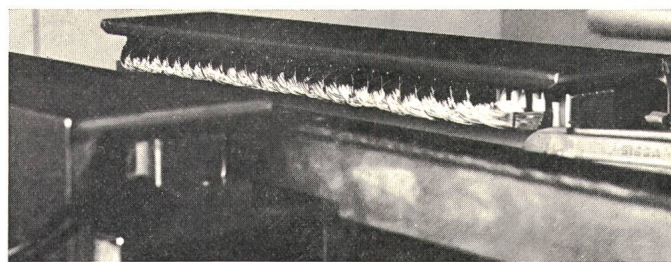


Fig. 21 Moteur à culasse fixe, destiné à l'alimentation de presses

$P_s = 2 \cdot 2,5$  kVA  $U = 60$  V  $v_N = 2$  m/s  $f = 8^{1/3}$  Hz

$\delta = 2$  mm  $\varepsilon = 2$  mm  $\varrho = 42$  nΩm

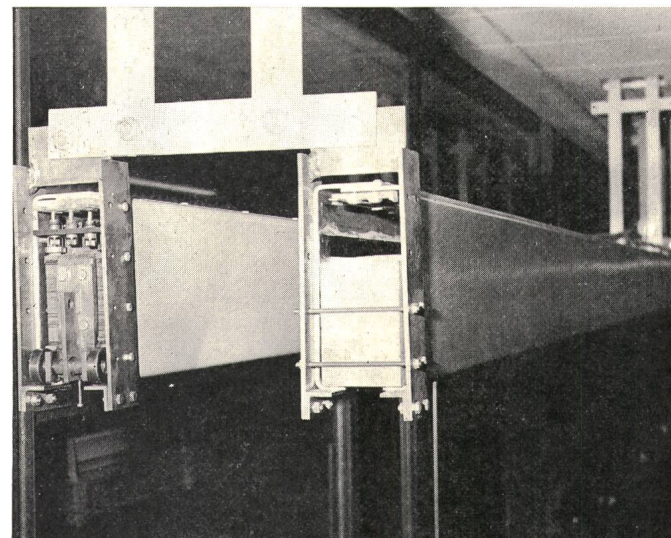


Fig. 22 Voie d'un moteur à «double action» avec aiguillage électromagnétique

Induit:  $\varepsilon = 0,55$  mm  $\varrho = 20$  nΩm  $\mu_r = 1$

Culasse:  $\varepsilon = 4$  mm  $\varrho = 200$  nΩm  $\mu_r = 200$

- Commutation de la source de façon à imposer une valeur instantanée oscillant autour de la valeur moyenne (fig. 19).

Cette solution nécessite pratiquement un asservissement et n'est pas très admissible du point de vue de l'alimentation.

La fig. 20 montre une installation 1,6 kVA, 0,5 à 2 m/s, 50 Hz, pour une chaîne de transbordement. Elle est équipée d'un moteur et d'un frein courant continu pour le réglage de la vitesse. Elle est actuellement montée à l'état de prototype et sera en exploitation au début 1974. La fig. 13 montre les possibilités de courbure qu'offre la conception à un inducteur.

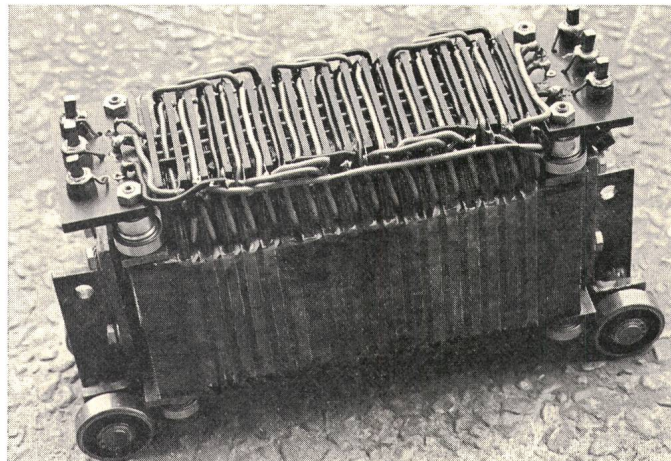


Fig. 23 Moteur «double action»

$P_s = 2,7$  kVA  $U = 260$  V  $v_N = 2$  m/s

$\delta = 1$  mm  $\varepsilon = 0,55$  mm  $\varrho = 20$  nΩm



La fig. 21 montre un moteur linéaire 2 kVA, 2 m/s,  $8^{1/3}$  Hz, destiné à l'alimentation de presses. L'inducteur et la culasse sont fixes. L'induit, constitué par une plaque d'aluminium supportant la matière à presser, s'engage entre ces deux éléments. Un moteur est situé de part et d'autre de la plaque. Une fréquence basse a été adoptée pour assurer la fermeture du flux au niveau de l'inducteur par le bâti même de la presse.

La fig. 22 montre un exemple d'utilisation d'un moteur à inducteur double action. Il s'agit d'un prototype de dispositif de manutention, d'une puissance de 2,7 kVA, 2,7 m/s à 50 Hz. La fig. 23 montre l'inducteur.

## Annexe I – Cas infini

### AI.1 Entrefer

Le potentiel vecteur  $V_\delta$  est parallèle au champ électrique, donc aux conducteurs constituant le bobinage inducteur, par continuité:

$$\vec{V}_\delta = \vec{i} V_{\delta x}$$

$$V_{\delta x} = V_{\delta x}|_{y,z} = V_{\delta x}|_z e^{j\left(\frac{\pi y}{\tau} + \omega_0 t\right)} = V_{\delta x}|_z \cdot \Omega$$

Dans un milieu sans courants, nous pouvons appliquer la loi de Laplace:

$$\Delta \vec{V}_\delta = 0$$

$$\frac{\partial^2 V_{\delta x}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_{\delta x}}{\partial z^2} = 0 = \frac{\partial^2 V_{\delta x}|_z}{\partial z^2} \Omega - \frac{\pi^2}{\tau^2} V_{\delta x}|_z \Omega$$

D'où:

$$V_{\delta x}|_z = (D_1 e^{-\lambda z} + D_2 e^{\lambda z}) \quad \text{avec } \lambda = \frac{\pi}{\tau}$$

$$\vec{H}_\delta = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{V}_\delta = \frac{1}{\mu_0} \lambda \left[ (-D_1 e^{-\lambda z} + D_2 e^{\lambda z}) \vec{j} - \right. \\ \left. - j (D_1 e^{-\lambda z} + D_2 e^{\lambda z}) \vec{k} \right] \Omega$$

$$\vec{E}_\delta = -\frac{\partial \vec{V}_\delta}{\partial t} = -j\omega_0 (D_1 e^{-\lambda z} + D_2 e^{\lambda z}) \Omega \vec{i}$$

### AI.2 Induit

Dans un milieu conducteur, l'équation de Poisson s'applique:

$$\Delta \vec{V}_r = \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial t}$$

Cette dernière doit être exprimée dans un référentiel lié à l'induit, dont la pulsation apparente des courants est  $\omega' = s \omega_0$

$$\vec{V}_r' = \vec{i} V_{rx}$$

$$V_{rx} = V_{rx}|_{y,z} = V_{rx}|_z e^{j\left(\frac{\pi y'}{\tau} + s\omega_0 t\right)} = V_{rx}|_z \Omega'$$

$$\frac{\partial^2 V_{rx}}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 V_{rx}}{\partial z^2} - \frac{\mu}{\rho} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial t} = \frac{\partial^2 V_{rx}|_z}{\partial z^2} \Omega' - \xi^2 V_{rx}|_z \Omega'$$

D'où:

$$\vec{V}_r' = (R_1 e^{-\xi z} + R_2 e^{\xi z}) \Omega' \vec{i} \quad \text{avec } \xi = \sqrt{\lambda^2 + j \frac{\mu}{\rho} s \omega_0}$$

$$\vec{H}_r' = \frac{1}{\mu} \left[ \xi (-R_1 e^{-\xi z} + R_2 e^{\xi z}) \vec{j} - j \frac{\pi}{\tau} (R_1 e^{-\xi z} + \right. \\ \left. + R_2 e^{\xi z}) \vec{k} \right] \Omega'$$

$$\vec{E}_r' = -js\omega_0 [R_1 e^{-\xi z} + R_2 e^{\xi z}] \Omega' \vec{i}$$

Les trois autres milieux s'apparentent à l'un des deux cas traités ci-dessus. Remarquons qu'en ce qui concerne la culasse, nous pouvons la lier à l'inducteur ou à l'induit (choix du référentiel), ce qui conduit à deux cas particuliers.

### AI.3 Conditions de liaison

A chaque changement de milieu, les conditions de continuité permettent de déterminer l'ensemble des constantes d'intégration. Les conditions sont en général doubles à chaque niveau:

- Continuité de la composante tangentielle du champ magnétique;
- Continuité de la composante tangentielle du potentiel vecteur.

Ordonnée	Condition de liaison	Interface
$z = 0$	$H_{ys} = H_{\delta 1y}$	Inducteur / Entrefer 1
$z = \delta_1$	$H_{\delta 1y} = H_{ry}$ $V_{\delta 1x} = V_{ry}$	Entrefer 1 / Induit
$z = \delta_1 + \varepsilon$	$H_{ry} = H_{\delta 2y}$ $V_{rx} = V_{\delta 2x}$	Induit / Entrefer 2
$z = \delta_1 + \varepsilon + \delta_2$	$H_{\delta 2y} = H_{cy}$ $V_{\delta 2x} = V_{cx}$	Entrefer 2 / Culasse
$z = \delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c$	$H_{cy} = H_{ay}$ $V_{cx} = V_{ax}$	Culasse / Air
$z \rightarrow \infty$	$V_{ax} = 0$	

Nous obtenons ainsi

$$\text{Induit: } R_2 = j\mu_0 \frac{\pi}{\lambda} \hat{g}_s \frac{e^{(\lambda-\xi)\delta_1} [1 - \tanh \lambda \delta_1]}{\left[ \frac{\xi}{\lambda \mu_r} + \tanh \lambda \delta_1 \right] \left[ \gamma e^{2\xi\varepsilon} - \alpha \right]}$$

$$R_1 = R_2 \gamma e^{2\xi(\delta_1+\varepsilon)}$$

$$\text{Entrefer 1: } D_1 = \frac{R_1 e^{-\xi\delta_1} + R_2 e^{\xi\delta_1} + j\mu_0 \frac{\pi}{\lambda} \hat{g}_s e^{\lambda\delta_1}}{2 \cosh \lambda \delta_1}$$

$$D_2 = D_1 - j\mu_0 \frac{\pi}{\lambda} \hat{g}_s$$

$$\text{Entrefer 2: } D_4 = \frac{R_1 e^{-\xi(\delta_1+\varepsilon)} + R_2 e^{\xi(\delta_1+\varepsilon)}}{1 + \psi e^{2\lambda\delta_2}} e^{-\lambda(\delta_1+\varepsilon)}$$

$$D_3 = D_4 \psi e^{2\lambda(\delta_1+\varepsilon+\delta_2)}$$

$$\text{Culasse: } C_2 = \frac{D_3 e^{-\lambda(\delta_1+\varepsilon+\delta_2)} + D_4 e^{\lambda(\delta_1+\varepsilon+\delta_2)}}{1 + \nu e^{2\xi\varepsilon_c}} e^{-\xi_c(\delta_1+\varepsilon+\delta_2)}$$

$$C_1 = C_2 \nu e^{2\xi_c(\delta_1+\varepsilon+\delta_2+\varepsilon_c)}$$

$$\text{avec: } \gamma = \frac{1 + \frac{\xi}{\lambda \mu_r} \cdot \frac{1 + \psi e^{2\lambda\delta_2}}{1 - \psi e^{2\lambda\delta_2}}}{-1 + \frac{\xi}{\lambda \mu_r} \cdot \frac{1 + \psi e^{2\lambda\delta_2}}{1 - \psi e^{2\lambda\delta_2}}}$$

$$\alpha = \frac{\frac{\xi}{\lambda \mu_r} - \tanh \lambda \delta_1}{\frac{\xi}{\lambda \mu_r} + \tanh \lambda \delta_1}$$

$$\psi = \frac{1 - \nu^2 e^{2\xi_c\varepsilon_c}}{-\nu + \nu e^{2\xi_c\varepsilon_c}}$$

$$\nu = \frac{1 + \frac{\xi_c}{\lambda \mu_{rc}}}{-1 + \frac{\xi_c}{\lambda \mu_{rc}}}$$

### AI.4 Vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting en surface de l'inducteur permet de calculer le flux de puissance transmis de l'inducteur à l'entrefer, donc la puissance totale fournie:

$$P_s = \frac{1}{2} \left[ E_{\delta 1x}|_0 \cdot H_{\delta 1y}^*|_0 \right] S$$



Au niveau  $z = \delta_1$

$$P_{z1} = \frac{1}{2} \left[ E_{rx} |_{\delta_1} \cdot H_{ry}^* |_{\delta_1} \right] S$$

Au niveau opposé de l'induit

$$z_2 = \delta_1 + \varepsilon \quad \text{culasse liée à l'inducteur}$$

$$z_2 = \delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c \quad \text{culasse liée à l'induit}$$

$$P_{z2} = \frac{1}{2} \left[ E_{rx} |_{\delta_1 + \varepsilon} \cdot H_{ry}^* |_{\delta_1 + \varepsilon} \right] S$$

$$P_{z2} = \frac{1}{2} \left[ E_{cx} |_{\delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c} \cdot H_{cy}^* |_{\delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c} \right] S$$

Tous calculs faits nous obtenons:

$$P_s = \frac{1}{2} j \omega_0 \mu_0 \frac{\left( \frac{\pi}{\tau} \hat{\theta}_s \right)^2}{\lambda} \frac{1 + \sigma \tanh \lambda \delta}{\sigma + \tanh \lambda \delta} S$$

$$\text{avec } \sigma = \frac{\xi}{\lambda \mu_r} \cdot \frac{\gamma e^{2\xi \varepsilon} - 1}{\gamma e^{2\xi \varepsilon} + 1}$$

Culasse liée à l'induit

$$P_{z2} = \frac{1}{2} j \frac{\omega_0}{\mu_c} \left( C_2 e^{\xi \varepsilon (\delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c)} \cdot \frac{\xi_c}{1 - \frac{\xi_c}{\lambda \mu_{rc}}} \right)^2 \frac{4}{\lambda \mu_{rc}} S$$

$\text{Re}[P_{z2}] = 0$  dans référentiel inducteur

$$P_{méc} = \text{Re}[P_s] \cdot (1 - s) = -\frac{1}{2} \omega_0 \mu_0 \frac{\left( \frac{\pi}{\tau} \hat{\theta}_s \right)^2}{\lambda} (1 - s) \text{Im} \left[ \frac{1 + \sigma \tanh \lambda \delta}{\sigma + \tanh \lambda \delta} \right] \cdot S$$

Culasse liée à l'inducteur

$$P_{z2} = -\frac{1}{2} j \frac{\omega_0}{\mu} \left( R_2 e^{\xi (\delta_1 + \varepsilon)} \right)^2 \left[ (\gamma + 1) (-\gamma + 1)^* \xi^* \right] S$$

$$\text{Re}[P_{z2}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_0}{\mu} |R_2 e^{\xi (\delta_1 + \varepsilon)}|^2 \left[ 2 \text{Re}(\xi) \cdot \text{Im}(\gamma) + \text{Im}(\xi) (1 - |\gamma|^2) \right] S$$

$$P_{méc} = \frac{1}{2} \omega_0 \left( -\mu_0 \frac{\left( \frac{\pi}{\tau} \hat{\theta}_s \right)^2}{\lambda} \text{Im} \left[ \frac{1 + \sigma \tanh \lambda \delta}{\sigma + \tanh \lambda \delta} \right] - \frac{1}{\mu} |R_2 e^{\xi (\delta_1 + \varepsilon)}|^2 \left[ 2 \text{Re}(\xi) \cdot \text{Im}(\xi) (1 - |\gamma|^2) \right] \right) (1 - s) S$$

### AI.5 Force d'attraction

Culasse liée à l'inducteur

$$\delta_{\text{total}} = \delta_1 + \delta_2 + \varepsilon = \text{cste} \quad \frac{d\sigma}{d\delta_1} = -\frac{d\sigma}{d\delta_2}$$

$$F = \frac{1}{4} \cdot \frac{I^2}{I_c^2} \cdot \frac{\mu_0}{\lambda} \left( \frac{\pi}{\tau} \hat{\theta}_s \right)^2 \text{Re} \left[ \frac{\lambda (\sigma^2 - 1) (1 + \tanh^2 \lambda \delta) + (\tanh^2 \lambda \delta - 1) \frac{d\sigma}{d\delta_1}}{(\sigma + \tanh \lambda \delta)^2} \right]$$

Culasse liée à l'induit

$$\delta_2 = \text{cste} \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\delta_1} = 0 \quad \left[ \sigma \neq f(\delta_1) \right]$$

$$F = \frac{1}{4} \cdot \frac{I^2}{I_c^2} \mu_0 \left( \frac{\pi}{\tau} \hat{\theta}_s \right)^2 \text{Re} \left[ \frac{(\sigma^2 - 1) (1 + \tanh^2 \lambda \delta)}{(\sigma + \tanh \lambda \delta)^2} \right]$$

## Annexe II – Effets d'extrémités et effets de bord

### III.1 Entrefer

Les effets de bord intervenant dans les calculs qui vont suivre, il apparaît une deuxième composante du potentiel vecteur due aux courants de circulation transversaux.

$$\vec{V}_\delta = \vec{i} V_{\delta x} |_{x, y, z, n, p} + \vec{j} V_{\delta y} |_{x, y, z, n, p}$$

$$V_{\delta x} = \sum_n \sum_p V_{\delta x} |_{z, n, p} e^{j \frac{n\pi y}{l'}} e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \Omega$$

En résolvant l'équation de Laplace comme dans le cas infini, nous trouvons:

$$\vec{V}_\delta = \left\{ \sum_n \sum_p (D_{1n, p} e^{-\lambda_{n, p} Z} + D_{2n, p} e^{\lambda_{n, p} Z}) \vec{i} - \sum_n \sum_p \frac{p}{h_r \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)} (D_{1n, p} e^{-\lambda_{n, p} Z} + D_{2n, p} e^{\lambda_{n, p} Z}) \cdot \vec{j} \right\} \cdot e^{j \frac{n\pi y}{l'}} e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \Omega$$

$$\vec{H}_\delta = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \sum_n \sum_p \frac{p \lambda_{n, p}}{\left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right) h_r} (-D_{1n, p} e^{-\lambda_{n, p} Z} + D_{2n, p} e^{\lambda_{n, p} Z}) \vec{i} + \sum_n \sum_p \lambda_{n, p} (-D_{1n, p} e^{-\lambda_{n, p} Z} + D_{2n, p} e^{\lambda_{n, p} Z}) \vec{j} - j \sum_n \sum_p \frac{\lambda_{n, p}^2}{\pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)} (D_{1n, p} e^{-\lambda_{n, p} Z} + D_{2n, p} e^{\lambda_{n, p} Z}) \cdot \vec{k} \right\} e^{j \frac{n\pi y}{l'}} e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \Omega$$

$$\vec{E}_\delta = -j \omega_0 \left\{ \sum_n \sum_p (D_{1n, p} e^{-\lambda_{n, p} Z} + D_{2n, p} e^{\lambda_{n, p} Z}) \vec{i} - \sum_n \sum_p \frac{p}{\left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right) h_r} (D_{1n, p} e^{-\lambda_{n, p} Z} + D_{2n, p} e^{\lambda_{n, p} Z}) \vec{j} \right\} \cdot e^{j \frac{n\pi y}{l'}} e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \Omega$$

$$\text{avec } \lambda_{n, p} = \pi \sqrt{\left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)^2 + \left( \frac{p}{h_r} \right)^2}$$

### III.2 Induit

$$\vec{V}_r' = \vec{i} V_{rx} |_{x, y, z, n, p} + \vec{j} V_{ry} |_{x, y, z, n, p} = \left\{ \sum_n \sum_p V_{rx} |_{z, n, p} \vec{i} + \sum_n \sum_p V_{ry} |_{z, n, p} \vec{j} \right\} e^{j \frac{n\pi y}{l'}} e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \Omega'$$

avec  $\Omega' = e^{j s n \omega_0 t}$

$$s_n = s - \frac{n \tau}{l'} (1 - s)$$

De même que dans le cas infini l'équation de Poisson s'applique:

$$\vec{V}_r' = \left\{ \sum_n \sum_p (R_{1n, p} e^{-\xi_{n, p} Z} + R_{2n, p} e^{\xi_{n, p} Z}) \vec{i} - \sum_n \sum_p \frac{p}{h_r \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)} (R_{1n, p} e^{-\xi_{n, p} Z} + R_{2n, p} e^{\xi_{n, p} Z}) \vec{j} \right\} e^{j \frac{n\pi y}{l'}} e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \Omega'$$

$$\vec{H}_r' = \frac{1}{\mu} \left\{ \sum_n \sum_p \frac{p \xi_{n, p}}{h_r \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)} (-R_{1n, p} e^{-\xi_{n, p} Z} + R_{2n, p} e^{\xi_{n, p} Z}) \vec{i} + \sum_n \sum_p \xi_{n, p} (-R_{1n, p} e^{-\xi_{n, p} Z} + R_{2n, p} e^{\xi_{n, p} Z}) \vec{j} - j \sum_n \sum_p \frac{\lambda_{n, p}^2}{\pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)} (R_{1n, p} e^{-\xi_{n, p} Z} + R_{2n, p} e^{\xi_{n, p} Z}) \cdot \vec{k} \right\} e^{j \frac{n\pi y}{l'}} e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \Omega'$$

$$\vec{E}_r = -j s_n \omega_0 \left\{ \sum_n \sum_p (R_{1n,p} e^{-\xi_{n,p} Z} + R_{2n,p} e^{\xi_{n,p} Z}) \vec{i} - \sum_n \sum_p \frac{p}{h_r \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)} (R_{1n,p} e^{-\xi_{n,p} Z} + R_{2n,p} e^{\xi_{n,p} Z}) \vec{j} \right\} e^{j \frac{n\pi y}{l'}} e^{j \frac{p\pi x}{h_r}} \Omega'$$

$$\text{avec } \xi_{n,p} = \sqrt{\lambda_{n,p}^2 + j \frac{\mu}{\rho} s_n \omega_0}$$

En comparant ces équations avec celles trouvées dans le cas infini, nous pouvons en déduire les constantes d'intégration.

Cas infini	Cas général
$\frac{\pi}{\tau}$	devient $\pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)$
$\lambda$	devient $\lambda_{n,p}$
$\xi$	devient $\xi_{n,p}$
$\hat{g}_s$	devient $\hat{g}_s K_{n,p}$

Nous obtenons donc:

*Induit*

$$R_{2n,p} = j \mu_0 \frac{\pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)}{\lambda_{n,p}} \hat{g}_s \cdot K_{n,p} \frac{e^{(\lambda_{n,p} - \xi_{n,p}) \delta_1} [1 - \tanh \lambda_{n,p} \delta_1]}{\left[ \frac{\xi_{n,p}}{\lambda_{n,p} \mu_r} + \tanh \lambda_{n,p} \delta_1 \right] \left[ \gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon} - \alpha_{n,p} \right]}$$

$$R_{1n,p} = R_{2n,p} \gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon)}$$

*Entrefer 1*

$$D_{1n,p} = \frac{R_{1n,p} e^{-\xi_{n,p} \delta_1} + R_{2n,p} e^{\xi_{n,p} \delta_1} + j \mu_0 \frac{\pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)}{\lambda_{n,p}} \hat{g}_s K_{n,p} e^{\lambda_{n,p} \delta_1}}{2 \cosh (\lambda_{n,p} \delta_1)}$$

$$D_{2n,p} = D_{1n,p} - j \mu_0 \frac{\pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right)}{\lambda_{n,p}} \hat{g}_s K_{n,p} e^{\lambda_{n,p} \delta_1}$$

*Entrefer 2*

$$D_{4n,p} = \frac{R_{1n,p} e^{-\xi_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon)} + R_{2n,p} e^{\xi_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon)}}{1 + \psi_{n,p} 2\lambda_{n,p} \delta_2} e^{-\lambda_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon)}$$

$$D_{3n,p} = D_{4n,p} \psi_{n,p} e^{2\lambda_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon + \delta_2)}$$

*Culasse*

$$C_{2n,p} = \frac{D_{3n,p} e^{-\lambda_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon + \delta_2)} + D_{4n,p} e^{\lambda_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon + \delta_2)}}{1 + \nu_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon}} e^{-\xi_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon + \delta_2)}$$

$$C_{1n,p} = C_{2n,p} \nu_{n,p} e^{2\xi_{n,p} (\delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c)}$$

avec:

$$\gamma_{n,p} = \frac{1 + \frac{\xi_{n,p}}{\lambda_{n,p} \mu_r} \frac{1 + \psi_{n,p} e^{2\lambda_{n,p} \delta_2}}{1 - \psi_{n,p} e^{2\lambda_{n,p} \delta_2}}}{-1 + \frac{\xi_{n,p}}{\lambda_{n,p} \mu_r} \frac{1 + \psi_{n,p} e^{2\lambda_{n,p} \delta_2}}{1 - \psi_{n,p} e^{2\lambda_{n,p} \delta_2}}}$$

$$\alpha_{n,p} = \frac{\frac{\xi_{n,p}}{\lambda_{n,p} \mu_r} - \tanh \lambda_{n,p} \delta_1}{\frac{\xi_{n,p}}{\lambda_{n,p} \mu_r} + \tanh \lambda_{n,p} \delta_1}$$

$$\psi_{n,p} = \frac{1 - \nu_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon}}{-\nu_{n,p} + \nu_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon}}$$

$$\nu_{n,p} = \frac{1 + \frac{\xi_{cn,p}}{\lambda_{n,p} \mu_{rc}}}{-1 + \frac{\xi_{cn,p}}{\lambda_{n,p} \mu_{rc}}}$$

*Détermination de  $K_n$*

Nous imposons à vide (rotor enlevé et résistivité de la culasse infinie) la valeur de l'induction en surface de l'inducteur:

Dans le cas infini:

$$\hat{B}_{\delta_0\infty} = \mu_0 \lambda \hat{g}_s \frac{e^{-\lambda \delta_{tot}} + \psi_{\infty} e^{\lambda \delta_{tot}}}{-e^{-\lambda \delta_{tot}} + \psi_{\infty} e^{\lambda \delta_{tot}}}$$

$$\hat{B}_{\delta_0} = \mu_0 \hat{g}_s \sum_n \sum_p \lambda_{n,p} K_{n,p} \frac{e^{-\lambda_{n,p} \delta_{tot}} + \psi_{n,p\infty} e^{\lambda_{n,p} \delta_{tot}}}{-e^{-\lambda_{n,p} \delta_{tot}} + \psi_{n,p\infty} e^{\lambda_{n,p} \delta_{tot}}}$$

$$\text{avec } \psi_{\infty} = \psi|_{\rho, \rho_c = \infty} = \frac{1 - \left( \frac{\mu_{rc} + 1}{-\mu_{rc} + 1} \right)^2 e^{2\lambda \varepsilon_c}}{-\left( \frac{\mu_{rc} + 1}{-\mu_{rc} + 1} \right) (1 - e^{2\lambda \varepsilon_c})}$$

$$\psi_{n,p\infty} = \frac{1 - \left( \frac{\mu_{rc} + 1}{-\mu_{rc} + 1} \right)^2 e^{2\lambda_{n,p} \varepsilon_c}}{-\left( \frac{\mu_{rc} + 1}{-\mu_{rc} + 1} \right) (1 - e^{2\lambda_{n,p} \varepsilon_c})}$$

d'où  $K_{n,p} =$

$$= \frac{\lambda}{\lambda_{n,p}} C_{n,p} \frac{[e^{-\lambda \delta_{tot}} + \psi_{\infty} e^{\lambda \delta_{tot}}] [-e^{-\lambda_{n,p} \delta_{tot}} + \psi_{n,p\infty} e^{\lambda_{n,p} \delta_{tot}}]}{[-e^{-\lambda \delta_{tot}} + \psi_{\infty} e^{\lambda \delta_{tot}}] [e^{-\lambda_{n,p} \delta_{tot}} + \psi_{n,p\infty} e^{\lambda_{n,p} \delta_{tot}}]}$$

$$P_s = \frac{1}{2} [E_{\delta_{1x}}|_0 \cdot H_{\delta_{1y}}^*|_0] S$$

Au niveau  $\delta_1$

$$P_{z1} = \frac{1}{2} [E_{rx}|_{\delta_1} \cdot H_{ry}^*|_{\delta_1}] S$$

Au niveau opposé de l'induit

$$z_2 = \delta_1 + \varepsilon \quad \text{culasse liée à l'inducteur}$$

$$z_2 = \delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c \quad \text{culasse liée à l'induit}$$

$$P_{z2} = \frac{1}{2} [E_{rx}|_{\delta_1 + \varepsilon} \cdot H_{ry}^*|_{\delta_1 + \varepsilon}] S$$

$$P_{z2} = \frac{1}{2} [E_{cx}|_{\delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon} \cdot H_{cy}^*|_{\delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_c}] S$$

Tous calculs faits, nous obtenons:



$$P_s = \frac{1}{2} j \omega_0 \mu_0 \frac{\left[ \pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right) \hat{\theta}_s K_{n,p} \right]^2}{\lambda_{n,p}} \cdot \frac{1 + \sigma_{n,p} \tanh \lambda_{n,p} \frac{\delta_1}{\delta_1}}{\sigma_{n,p} + \tanh \lambda_{n,p} \frac{\delta_1}{\delta_1}} S$$

$$\text{avec } \sigma = \frac{\xi_{n,p}}{\lambda_{n,p} \mu_r} \cdot \frac{\gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon} - 1}{\gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon} + 1}$$

Culasse liée à l'induit

$$P_{z2} = \frac{1}{2} j \frac{\omega_0}{\mu_0} \left( C_{2n,p} e^{\xi_{n,p}(\delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_e)} \frac{\xi_{n,p}}{1 - \frac{\xi_{n,p}}{\lambda_{n,p} \mu_{rc}}} \right)^2 \frac{4}{\lambda_{n,p} \mu_{rc}} S$$

dans référentiel inducteur

Re  $[P_{z2}] = 0$

$$P_{z1} = -\frac{1}{2} j \frac{s_n \omega_0}{\mu} \left( R_{2n,p} e^{\xi_{n,p} \delta_1} \right)^2 \left[ -(\gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon})^2 + 1 + 2j \operatorname{Im} [\gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon}] \right] \xi_{n,p}^* S$$

dans référentiel induit

$$P_{z2} = \frac{1}{2} j \frac{s_n \omega_0}{\mu_c} \left( C_{2n,p} e^{\xi_{n,p}(\delta_1 + \varepsilon + \delta_2 + \varepsilon_e)} \frac{\xi_{n,p}}{1 - \frac{\xi_{n,p}}{\lambda_{n,p} \mu_{rc}}} \right)^2 \frac{4}{\lambda_{n,p} \mu_{rc}} S$$

dans référentiel induit

Re  $[P_{z2}] = 0$

Pertes induit = Re  $[P_{z1} - P_{z2}]$  dans référentiel induit

$$P_{méc} = -\frac{1}{2} \omega_0 \left\{ \frac{\left[ \pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right) \hat{\theta}_s K_{n,p} \right]^2}{\lambda_{n,p}} \cdot \operatorname{Im} \frac{1 + \sigma_{n,p} \tanh \lambda_{n,p} \frac{\delta_1}{\delta_1}}{\sigma_{n,p} + \tanh \lambda_{n,p} \frac{\delta_1}{\delta_1}} \mu_0 + \right. \\ \left. + \frac{s_n}{\mu} |R_{2n,p} e^{\xi_{n,p} \delta_1}|^2 \left[ -|\gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon}|^2 + 1 \right] \cdot \operatorname{Im} |\xi_{n,p}| + 2 \operatorname{Im} [\gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon} \cdot \operatorname{Re} (\xi_{n,p})] \right\} S$$

Culasse liée à l'inducteur

$$P_{z2} = -\frac{1}{2} j \frac{\omega_0}{\mu} \left| R_{2n,p} e^{\xi_{n,p}(\delta_1 + \varepsilon)} \right|^2 \left[ (\gamma_{n,p} + 1)(-\gamma_{n,p} + 1)^* \cdot \xi_{n,p}^* \right] S$$

dans référentiel inducteur

$$P_{z2} = -\frac{1}{2} j \frac{s_n \omega_0}{\mu} \left| R_{2n,p} e^{\xi_{n,p}(\delta_1 + \varepsilon)} \right|^2 \left[ (\gamma_{n,p} + 1)(-\gamma_{n,p} + 1)^* \xi_{n,p}^* + 1 \right] S$$

dans référentiel induit

$$P_{méc} = \frac{1}{2} \omega_0 \left\{ -\mu_0 \frac{\left[ \pi \left( \frac{n}{l'} + \frac{1}{\tau} \right) \hat{\theta}_s K_{n,p} \right]^2}{\lambda_{n,p}} \operatorname{Im} \left[ \frac{1 + \sigma_{n,p} \tanh \lambda_{n,p} \frac{\delta_1}{\delta_1}}{\sigma_{n,p} + \tanh \lambda_{n,p} \frac{\delta_1}{\delta_1}} \right] - \frac{1}{\mu} \left| R_{2n,p} e^{\xi_{n,p}(\delta_1 + \varepsilon)} \right|^2 \left\{ 2 \operatorname{Re} (\xi_{n,p}) \cdot \operatorname{Im} (\gamma_{n,p}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \operatorname{Im} (\xi_{n,p}) (1 - |\gamma_{n,p}|^2) \right\} (1 - s_n) - \frac{s_n}{\mu} \left| R_{2n,p} e^{\xi_{n,p} \delta_1} \right|^2 \left[ -|\gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon}|^2 + 1 \right] \cdot \operatorname{Im} (\xi_{n,p}) + 2 \operatorname{Im} (\gamma_{n,p} e^{2\xi_{n,p} \varepsilon}) \cdot \operatorname{Re} (\xi_{n,p}) \right\} S$$

## Bibliographie

- [1] N. Jufer et N. Wavre: Le moteur linéaire. Développement théorique et applications. Bull. ASE 63(1972)15, p. 844...856.
- [2] M. Jufer: Détermination des caractéristiques spécifiques du moteur linéaire. Rev. Gén. Electr. 80(1971)2, p. 105...113.
- [3] M. Jufer: Moteurs linéaires - phénomènes d'attraction et de répulsion. Bull. Techn. Suisse Romande 99(1973)21, p. 419...424.
- [4] M. Jufer: Transducteurs électromécaniques. Nouvelles Techniques 15(1973)6, p. 246...253.
- [5] M. Jufer, S. Mattatia et N. Wavre: Moteur linéaire à induction. Possibilités de réglage de la vitesse. Bull. Techn. Suisse Romande 99(1973)23, p. 457...461.
- [6] H. Weh: Linearmotoren. VDE-Fachberichte 26(1970), S. 37...43.

- [7] K. Oberretl: Dreidimensionale Berechnung des Linearmotors mit Berücksichtigung der Endeffekte und der Wicklungsverteilung. Simposio sui motori lineari, Capri, 1973, 19...21 Giugno. Napoli, Istituto elettrotecnico, Università di Napoli und Hannover, Institut für elektrische Maschinen, Technische Universität, 1973; S. 155...162.
- [8] K. Oberretl: Dreidimensionale Berechnung des Linearmotors mit Berücksichtigung der Endeffekte und der Wicklungsverteilung. Arch. Elektrotechn. 55(1973)4, S. 181...190.

## Adresse des auteurs:

Marcel Jufer, Ing. EPUL, Dr ès sciences techniques, Professeur EPFL, Chaire d'Electromécanique, et Sidney Mattatia, Ing. EPFL, Collaborateur Laboratoire d'Electromécanique EPFL, 16, ch. de Bellerive, 1007 Lausanne.