

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen

Band: 65 (1974)

Heft: 12

Artikel: Berechnung der Korona-Einsatzfeldstärke zylindrischer Leiter in Luft : eine Verallgemeinerung der Peek-Formeln

Autor: Zaengl, W. / Nyffenegger, H.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-915423>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 05.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>



Berechnung der Korona-Einsatzfeldstärke zylindrischer Leiter in Luft Eine Verallgemeinerung der Peek-Formeln

Von W. Zaengl und H. Nyffenegger

537.523.3

Die Korona-Einsatz- bzw. Durchschlagfeldstärke zylindrischer Leiter oder insbesondere koaxialer Zylinderanordnungen werden in der Regel auf Grund einiger von Peek angegebenen Formeln berechnet oder aus experimentell ermittelten Tabellenwerten entnommen. Die von Peek angegebenen Formeln geben vor allem bei grösseren Zylinderadien ($r > 1$ cm) die Messwerte nicht richtig wieder. In der vorliegenden Arbeit wird die Einsatz- bzw. Durchschlagfeldstärke E_a zylindrischer Leiter mit dem Radius r anhand der bestehenden Kenntnisse über die Physik des Gasdurchschlages bei Luft rein theoretisch berechnet, wobei auch die Abhängigkeit von der Luftdichte δ richtig wiedergegeben wird. Dieser Zusammenhang wird durch die Abhängigkeit gekennzeichnet:

$$r = \frac{\left(\frac{K}{C}\right) \delta}{E_a^2 - 2(\delta E_0) \cdot E_a \cdot \ln\left(\frac{E_a}{\delta E_0}\right) - (\delta E_0)^2}$$

$$r \text{ in cm; } E_a \text{ in } \left[\frac{\text{kV}}{\text{cm}}\right]; \left(\frac{K}{C}\right) \approx 42 \frac{(\text{kV})^2}{\text{cm}}; E_0 = 24,36 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$$

1. Einleitung

Die Einsatzspannung bzw. Einsatzfeldstärke einer elektrischen Entladung an beliebig gestalteten Elektrodenanordnungen in Gasen und nicht zu kurzzeitigen Spannungsbeanspruchungen kann dann berechnet werden, wenn

- der örtliche Verlauf der Feldstärke im Feldraum;
- der von der Feldstärke und dem Gasdruck bzw. der Gasdichte abhängige Verlauf des 1. Townsendschen Ionisationskoeffizienten α bzw. einer diesem Koeffizienten äquivalenten Grösse; und
- die Bedingung für den Einsatz einer stabilen Entladung, kurz Zündbedingung genannt,

bekannt sind.

Die Berechnung der Feldstärken in gasisolierten Anordnungen stellt wegen der Eindeutigkeit dieser isotropen Isoliermedien und des möglichen Einsatzes computerorientierter Rechenmethoden heute kein fundamentales Problem mehr dar. Die hier zu behandelnden zylindrischen Felder gehorchen zudem einfachen analytischen Beziehungen. Die zweite Bedingung fordert die Kenntnis der Ladungsträgervermehrung

L'intensité de champ d'amorçage de l'effet de couronne ou de claquage de conducteurs cylindriques, notamment de cylindres coaxiaux, se calcule normalement à l'aide de quelques formules de Peek ou de valeurs de tableaux déterminées par des expériences. Quand il s'agit de cylindres de grand rayon ($r > 1$ cm), les valeurs calculées avec les formules de Peek et les valeurs mesurées sont différents. Dans le présent exposé on calcule d'une façon purement théorique le champ d'amorçage de l'effet de couronne ou de claquage E_a de conducteurs cylindriques de rayon r . Ce calcul se base sur les connaissances en physique du claquage dans l'air. La dépendance de la densité de l'air δ est correctement considérée. La relation est finalement donnée par:

$$r = \frac{\left(\frac{K}{C}\right) \delta}{E_a^2 - 2(\delta E_0) \cdot E_a \cdot \ln\left(\frac{E_a}{\delta E_0}\right) - (\delta E_0)^2}$$

$$r \text{ en cm; } E_a \text{ en } \left[\frac{\text{kV}}{\text{cm}}\right]; \left(\frac{K}{C}\right) \approx 42 \frac{(\text{kV})^2}{\text{cm}}; E_0 = 24,36 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$$

durch Stossprozesse entlang einer ungünstigsten Feldlinie; bei Luft kann diese Ladungsträgervermehrung allein aus dem durch viele Messungen recht gut bekannten Verlauf des Townsendschen Ionisationskoeffizienten berechnet werden. Eine grössere Unsicherheit besteht jedoch bei der Anwendung der Zündbedingung, wenn man die Forderung aufstellt, dass diese sowohl bei weitgehend homogenen als auch inhomogenen Feldern, bei kleinen und grossen Schlagweiten und bei stark unterschiedlichem Gasdruck gültig sein soll. Diese Unsicherheit wird im wesentlichen durch den Übergang vom Townsend in den Kanal- oder Streamer-Mechanismus verursacht. Ein Vergleich experimenteller Messergebnisse mit den theoretischen Abhängigkeiten ist daher immer noch notwendig, um diese Unsicherheiten in ihrem quantitativen Ausmass nachzuprüfen.

Ansätze zur theoretischen Berechnung von Einsatzfeldstärken erscheinen, wegen der erweiterten Möglichkeit einer Feldberechnung, vor allem in neueren Veröffentlichungen, wobei aber recht unterschiedliche Ansätze insbesondere bezüglich

der Ionisationskoeffizienten in Luft auftauchen (z. B. [4; 14]¹⁾. Manche Ansätze werden daher recht bedingungslos benützt und berücksichtigen nur in ungenügender Masse die physikalischen Tatsachen. Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten theoretischen Grundlagen ergeben sich aus einer guten Übereinstimmung von Mess- und Rechenergebnissen von Durchschlagfeldstärken in Luft bei homogenen Feldanordnungen, die der Anlass dafür waren, dieselben Erkenntnisse auch auf das inhomogene Zylinderfeld zu übertragen. Dabei ergibt sich wiederum eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den aus der Literatur bekannten Messwerten und einer neu ermittelten Abhängigkeit für die Einsatzfeldstärken sowohl vom Radius des betrachteten Zylinders als auch vom Luftdruck. Die rein empirisch gewonnenen und häufig verwendeten Formeln von Peek, die wohl erstmals im Jahre 1911 in der Literatur [1] erschienen, können damit bezüglich ihres Gültigkeitsbereiches stark erweitert werden.

2. Die Peek-Formel für zylindrische Leiter

Für einen zylindrischen Leiter mit glatter Oberfläche, der entweder parallel zu einem zweiten Leiter gleicher Grösse oder konzentrisch in einem Zylinder von grösserem Radius untergebracht ist, gilt nach Peek folgende, allgemeine Abhängigkeit [3]:

$$E_a = E_{0P} \delta^* \left(1 + \frac{\beta}{\sqrt{\delta^* r}} \right) \quad (1)$$

Hierin bedeuten:

$$\delta^* = 0,392 \frac{b}{273 + \vartheta}$$

Luftdichte ($\delta^* = 1$ für Luftdruck $b = 760$ Torr und Lufttemperatur $\vartheta = 25^\circ\text{C}$)

r	[cm]	Radius des zylindrischen Leiters
E_a	$\left[\frac{\text{kV}}{\text{cm}} \right]$	Korona-Einsatz- oder Zündfeldstärke
E_{0P}	$\left[\frac{\text{kV}}{\text{cm}} \right]$	Bezugsfeldstärke nach Peek für $\delta^* = 1$
β	[cm ^{1/2}]	Zahlenbeiwert

Schon von Peek wurde experimentell festgestellt, dass E_a unabhängig vom Elektrodenabstand (Abstand zweier paralleler Leiter oder Differenz der Radien einer coaxialen Zylinderanordnung) wird, sofern dieser Abstand nicht zu klein ist. Nicht ganz einheitlich werden jedoch die Zahlenwerte für E_{0P} und β angegeben: Diese Werte sind für *parallele* Drähte

$$E_{0P} = 29,8 \dots 30 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}; \beta = 0,301 \text{ cm}^{1/2}$$

für *konzentrische* Zylinder aber

$$E_{0P} = 31 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}; \beta = 0,308 \text{ cm}^{1/2}$$

Der Unterschied wird dadurch erklärt, dass die Feldstärke im coaxialen Fall gleichmässig an der Leiteroberfläche verteilt ist, während bei den parallelen Zylindern die Maximalfeldstärke nur lokal an der der Gegenelektrode zugewandten Seite auftritt. Diese Feststellung ist zwar richtig, die angegebene physikalische Erklärung für diesen Unterschied, der sich auf allgemeine Energiebetrachtungen für die Zündbedingung

¹⁾ siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

stützt, befriedigt aber nicht. Sehr wahrscheinlich sind die kleinen Abweichungen auf die fehlerbehafteten Feldstärkeberechnungen für den Fall der parallelen Zylinder zurückzuführen, welche den Umgebungseinfluss vernachlässigen.

Von Peek wurde die Gl. (1) allein auf Grund experimenteller Ergebnisse über die «visuelle Korona» aufgestellt. Die Einsatzspannung dieser Korona, also die Zündung von Entladungen bzw. des Durchschlages bei kleinen Elektrodenabständen, wurde rein optisch festgestellt, was bei einer sehr sorgfältigen Beobachtung durchaus mit dem Einsatz von – im heutigen Sinne – Teilentladungen identisch ist. Aus diesen Spannungswerten wurde dann unter der Annahme eines zylindrischen Feldes durch analytische Berechnungen die Feldstärke E_a ermittelt, wobei kleinste Drahradien von ca. 0,1 mm und grösste Radien von ca. 1 cm verwendet wurden. Die Darstellung $E_a = f(r^{-1/2})$ ergab für $\delta^* = 1$ linear ansteigende Geraden und führt damit unmittelbar auf Gl. (1). Die Abhängigkeit von der Luftdichte δ^* wurde auf ähnliche Art und Weise aus entsprechenden Messungen bei unterschiedlichem Luftdruck und veränderter Lufttemperatur ermittelt.

Ergänzend sei darauf hingewiesen, dass es sich bei den hier betrachteten kritischen Feldstärken in stark inhomogenen Feldern um Werte handelt, bei denen der betrachtete Zylinder die *Kathode* bildet, also ein gegenüber der Gegenelektrode negatives Potential zum Zeitpunkt des Entladungseinsatzes aufweist. Ist der Zylinder Anode, so kann der Koronaeinsatz teilweise erst bei höheren Feldstärkewerten auftreten, sofern keine ausreichende Vorionisation der Luft vorhanden ist.

3. Vergleich der Peek-Formel mit Messwerten

Die den Verfassern bekannten Messwerte für die Einsatzfeldstärke E_a coaxialer, zylindrischer Anordnungen sind durchwegs recht alt und erscheinen dennoch in der neuesten Literatur [7]. Eine sehr gute Zusammenstellung von Messdaten findet sich bei Schumann [8], von dem selbst Messungen an grösseren Zylindern ($r = 1,15 \dots 16$ cm) durchgeführt wurden. In Fig. 1 wurden die Mittelwerte dieser bekannten Messungen für die Radien von $r = 0,05$ bis 15 cm und Normalbedingungen als Kurve A-A dargestellt. Sie wurden bei Wechselspannungen technischer Frequenzen (25...90 Hz) ermittelt und können auf Grund vereinzelter Vergleichsmessungen auch bei negativen Gleich- und Stoßspannungen als gültig angenommen werden (siehe z. B. [3] und [9]).

Als Vergleich dazu erscheint in Fig. 1 als Kurve B-B eine Auswertung der Peek-Formel Gl. (1), für coaxiale Zylinder und die heute übliche Normal-Luftdichte ($\delta = 1$ für $b = 760$ Torr; $\vartheta = 20^\circ\text{C}$), was zur Zahlenwertgleichung

$$E_a = 31,53 + \frac{9,63}{\sqrt{r}} \quad (1a)$$

E_a in kV/cm
 r in cm

führt. Dieser Vergleich zeigt die sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse für $r < 1$ cm. Für $r \geq 1$ cm jedoch werden die nach der Peek-Formel berechneten Einsatzfeldstärken zu gross. Die Abweichung beträgt bei $r \approx 3$ cm bereits ca. 5%, was als unzulässig erachtet wird.

Die zweifellos notwendige Erweiterung und bessere Fundierung der Peek'schen Formeln würde folgende Nachteile bei deren Anwendung und Interpretation vermeiden:

a) Die Suche nach Zahlenwerten für E_a aus der Literatur ist mühsam und zeitraubend.

b) Sowohl bei Freiluft-Anlagen als auch in den Hochspannungslaboratorien werden die Rohr- bzw. Zylinderdurchmesser von wünschenswerten entladungsfreien Anordnungen zunehmend grösser, da auch die verwendeten Spannungen immer grösser werden. Insbesondere in den Laboratorien müssen heute sehr grosse Rohrdurchmesser für teilentladungsfreie Zuleitungen verwendet werden.

c) Die Gl. (1) verleitet immer wieder zu der falschen Annahme, dass die elektrische Festigkeit der Luft unter Normalbedingungen dem Zahlenwert von E_{0P} (also ca. 31 kV/cm) zustrebt, da sich für grosse Radien dieser Grenzwert ergibt. Der mit den physikalischen Gesetzmässigkeiten des Gasdurchschlages weniger vertraute Ingenieur wird daher durch die Peek-Formel leicht zu Fehlinterpretationen verleitet, sofern die Gültigkeitsgrenzen nicht bekannt sind.

4. Theoretisch-physikalische Grundlagen für die Einsatzfeldstärke

Sowohl der Townsend-Mechanismus als auch die Kanaltheorie (Loeb; Meek; Raether) führen auf fundamentale Zündbedingungen zur Ableitung der Einsatzfeldstärke einer Entladung oder eines Durchschlages. Beide Theorien werden als allgemein bekannt vorausgesetzt (z. B. [10]).

Nach der Townsend-Theorie wird die Zündung einer Entladung im wesentlichen durch die Sekundär-Elektronenemission an der Kathode eingeleitet; diese entsteht dadurch, dass die aus den im Gasvolumen erfolgenden Stossionisationsprozessen freiwerdenden positiven Ionen auf die Kathode aufprallen (γ_i -Prozess). Auch die bei der Stossionisation auftretenden Strahlungsvorgänge (γ_{Ph}) und die sicherlich erst bei hohen Feldstärken nennenswerte Ion-Molekül-Ionisation (β -Prozess) liefern einen geringen Anteil an Sekundärelektronen.

Fasst man alle Sekundärprozesse in der Rückwirkungsausbeute Γ zusammen, so lautet die Bedingung für den Einsatz

einer stabilen Gasentladung für ein im allgemeinsten Fall inhomogenes Feld:

$$\int_0^S \alpha dx = \ln \left[\frac{1}{\Gamma} + 1 \right] \quad (2)$$

wobei

$$\Gamma = \gamma_i + \gamma_{Ph} + \frac{\beta}{\alpha} \ll 1$$

$\alpha = 1$. Townsendscher Ionisationskoeffizient

Dabei ist entlang der ungünstigsten Feldlinie zu integrieren, die den höchsten Zahlenwert liefert; die obere Integralgrenze S ist in der Regel identisch mit dem kürzesten Abstand zwischen den Elektroden, also der Schlagweite der Anordnung.

Bekanntlich ist die Rückwirkungsausbeute Γ keine Konstante. So ist beispielsweise der als 2. Townsendscher Ionisationskoeffizient bezeichnete Term γ_i von der Reinheit des Gases und der Oberflächenbeschaffenheit der Kathode abhängig. Die logarithmische Abhängigkeit rechtfertigt aber die wohl auf Schumann [8] zurückgehende Annahme, welche die rechte Seite von Gl. (2) als konstant ansieht, insbesondere dann, wenn sich der Gasdruck nicht in allzu weiten Grenzen ändert. Damit lautet Gl. (2):

$$\int_0^S \alpha dx = k_1 \quad (2a)$$

Die Kanaltheorie besagt, dass eine einzige Elektronenlawine in Verbindung mit starker Photoionisation, die zu weiteren Lawinenprozessen führt, die Zündung einer Entladung einleiten kann; sie gilt bekanntlich für grössere Produkte von «Druck mal Schlagweite». Bei dieser Theorie ist der exakte Ablauf der Sekundärprozesse auch heute noch teilweise unbekannt. Aus vielen Untersuchungen ergab sich jedoch, dass mit guter Näherung die Kanaltheorie durch eine Zündbedingung der Form

$$\int_0^S \alpha dx = \ln N_C = k_2 \quad (3)$$

beschrieben werden kann. N_C ist hierbei eine kritische Ladungsträgeranzahl, welche sich am Kopf der Lawine konzentriert und die ursprüngliche Feldstärke stark verändert. N_C liegt in der Grössenordnung von 10^8 , was einem Zahlenwert von ca. 20 für k_2 entspricht.

Beide Zündbedingungen – Gl. (2a) und (3) – sind also formal identisch und unterscheiden sich gegebenenfalls nur durch die Zahlenwerte für k_1 und k_2 . Diese Zündbedingungen liefern die Einsatzfeldstärken, wenn der Zusammenhang zwischen α und der Feldstärke E bekannt ist. Für Luft existieren einerseits sehr exakte Messungen für α von Sanders [12]; andererseits sind die Einsatz- und Durchschlagfeldstärken im homogenen Feld, aus denen auch indirekt die Zündbedingungen und die α -Abhängigkeit berechnet werden kann, sehr genau bekannt [5; 6]. Warum als Ausgangspunkt für die Berechnung der Einsatzfeldstärken im Zylinderfeld (siehe Abschnitt 5) auf die letztgenannten Messungen zurückgegriffen wird, sei etwas eingehender erläutert.

Sowohl von Schröder [5] als auch von Sohst [6] wird die Durchschlagfeldstärke E_D im rein homogenen Feld bei Raumluft unter Normalbedingungen ($b = 760$ Torr; $\vartheta = 20$ °C; Wasserdampf-Partialdruck 10 Torr) folgendermassen angegeben:

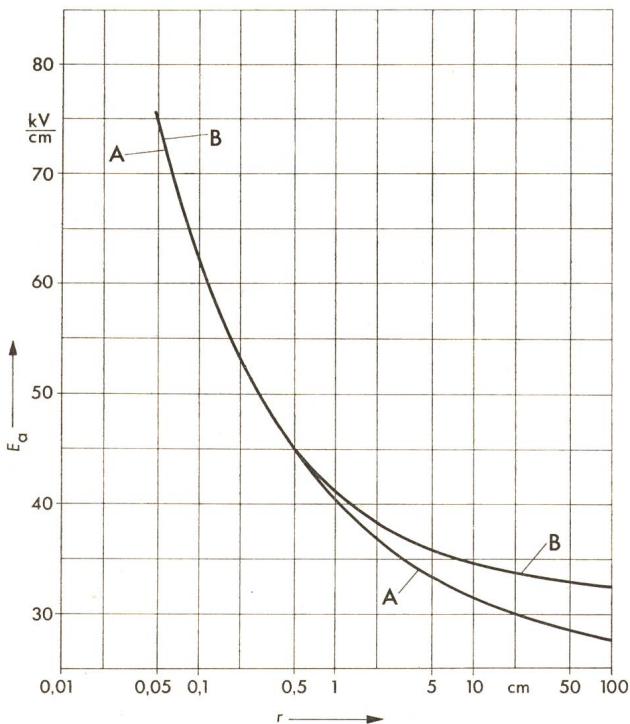


Fig. 1 Vergleich der Korona-Einsatzfeldstärke E_a aus Messungen (Kurve A-A) und aus einer Auswertung der Peekformel Gl. (1) (Kurve B-B) für konzentrische Zylinder
Luft bei Normalbedingungen ($\vartheta = 20$ °C; $b = 760$ Torr)
 r Radius des Innenzylinders

$$E_D = 24,36 + \frac{6,72}{\sqrt{S}} \quad (4)$$

E_D in kV/cm

S Schlagweite in cm

Der Gültigkeitsbereich dieser Abhängigkeit erstreckt sich zumindest auf Schlagweiten von 2 bis 30 cm, wobei die Abweichungen von den Messwerten kleiner als 1% sind; auch für kleinere Abstände bis zu 0,01 cm kann Gl. (4) verwendet werden, obgleich sie dann etwas zu tiefe Feldstärkewerte liefert.

Nähert man im Feldstärkebereich, für den die Gl. (4) als gültig angenommen werden kann, den Ionisationskoeffizienten α durch die auf Schumann [8] zurückgehende Abhängigkeit

$$\alpha = C [E(x) - E_0]^2 = \alpha(x) \quad (5)$$

mit C Konstante

$E(x)$ Feldstärke am Ort x

E_0 Feldstärke, bei der $\alpha = 0$

an, und verwendet man als generell gültige Zündbedingung gemäss Gl. (2a) und Gl. (3) den Ausdruck

$$\int_0^S \alpha(x) dx = K \quad (6)$$

so ergibt sich aus diesen beiden Gleichungen der nachfolgende Zusammenhang zwischen der berechneten Durchschlagfeldstärke und den in den Gln. (5) und (6) erscheinenden Konstanten:

$$E_D = E_0 + \sqrt{\frac{K/C}{S}} \quad (7)$$

Aus dem Vergleich mit der experimentell ermittelten Abhängigkeit von Gl. (4) lassen sich die Konstanten unmittelbar bestimmen, die für die oben angegebenen Normalbedingungen gültig sind:

$$E_0 = 24,36 \text{ kV/cm}$$

$$K/C = 45,16 \text{ (kV)}^2/\text{cm}$$

Die experimentell ermittelten Durchschlagfeldstärken werden damit zweifellos durch die Ansätze gemäss Gl. (5) und (6), welche die physikalischen Vorgänge für den Luftdurchschlag beschreiben, richtig wiedergegeben. Durch die Gln. (2a) und (3) wurde jedoch bereits darauf hingewiesen, dass die Konstante K in Gl. (6) in Wirklichkeit keine Konstante sein kann. Wenn aber der Quotient K/C offensichtlich innerhalb eines grossen Feldstärkebereiches konstant ist, muss daraus gefolgert werden, dass auch der Wert von C in Gl. (5) nicht als Konstante aufgefasst werden darf, obwohl dies üblicherweise angenommen wird. Dies lässt sich in der Tat leicht beweisen, wenn man die Gl. (5) mit den experimentell ermittelten Werten für α vergleicht:

In Fig. 2 sind die Messwerte von $\alpha/b = f(E/b)$ von Sanders [12] in einem für diesen Vergleich geeigneten Maßstab als Kurve 1 aufgetragen; sie werden mit dem analytischen Ansatz gemäss Gl. (5) verglichen, wenn in diese Gleichung noch der barometrische Luftdruck b einbezogen wird, wodurch die folgende Abhängigkeit entsteht:

$$\frac{\alpha}{b} = C^* \left[\frac{E}{b} - \frac{E_0}{b_0} \right]^2 \quad (5a)$$

mit E, E_0 in V/cm

b, b_0 in Torr

C^* in Torr · cm/V²

α in 1/cm

Während für den Vergleich der Zahlenwert für E_0/b_0 durch den Zahlenwert von E_0 in Gl. (7) bereits festgelegt ist ($E_0/b_0 = 32 \text{ V/cm} \cdot \text{Torr}$), kann die «Konstante» C^* nur dann ermittelt werden, wenn man den Faktor K in der Zündbedingung [Gl. (6)] kennt.

Bei grösseren Schlagweiten und Atmosphärendruck b_0 wird sich der Durchschlag gemäss der Kanaltheorie [Gl. (3)] entwickeln, wofür der Zahlenwert für $K = k_2 \approx 20$ sein wird. Mit dem bereits bekannten Wert für K/C erhält man somit

$$C = 20/45,16 = 0,443 \text{ cm} \cdot (\text{kV})^{-2}$$

oder

$$C^* = b_0 C = 3,344 \cdot 10^{-4} \text{ Torr} \cdot \text{cm} \cdot (\text{V})^{-2}$$

In Fig. 2 ist der damit festgelegte α/b -Verlauf als Kurve 2 eingetragen, und man stellt fest, dass die gemessene Abhängigkeit wesentlich flacher verläuft als die analytische Abhängigkeit von Gl. (5a). Es ergibt sich aber ein Schnittpunkt der beiden Kurven, für den der analytische Verlauf richtig sein muss. Dieser Schnittpunkt liegt bei $E/b = 37,5 \text{ V} \cdot (\text{cm Torr})^{-1}$ entsprechend einer Feldstärke von 28,5 kV/cm für $b_0 = 760 \text{ Torr}$. Aus Gl. (4) beträgt bei dieser Durchschlagfeldstärke die Schlagweite S

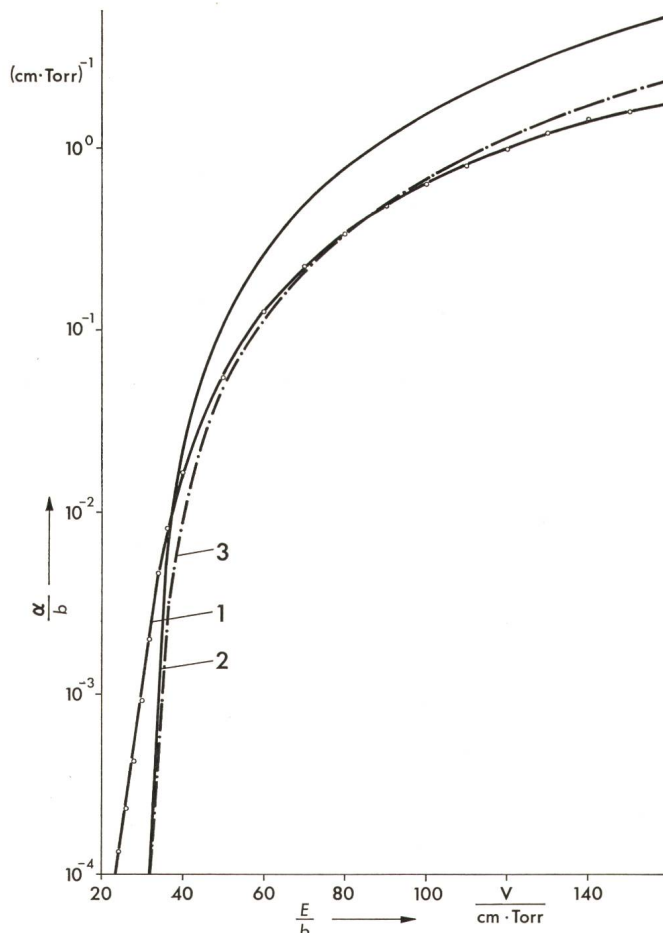


Fig. 2 Verlauf des ersten Townsendschen Ionisationskoeffizienten in Abhängigkeit der Feldstärke

Kurve 1: Messungen nach Sanders [12]

$$\text{Kurve 2: Ansatz nach Schumann } \frac{\alpha}{b} = 3,344 \cdot 10^{-4} \left(\frac{E}{b} - 32,05 \right)^2$$

$$\text{Kurve 3: Ansatz nach Schumann } \frac{\alpha}{b} = 1,479 \cdot 10^{-4} \left(\frac{E}{b} - 32,05 \right)^2$$

α 1. Townsendscher Ionisationskoeffizient in cm^{-1}

b Luftdruck in Torr

E Feldstärke in V/cm

ca. 2,65 cm, und das dementsprechende Produkt von $b_0S = 2000 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$ rechtfertigt die Voraussetzung, dass sich hierbei der Durchschlag aus dem Kanalmechanismus vollzieht.

Als eine zweite Variante wurde in Fig. 2 ein Kurvenverlauf 3 eingetragen, der bei $E/b = 80 \text{ V} \cdot (\text{cm Torr})^{-1}$ entsprechend einer Feldstärke von 60,8 kV/cm für $b_0 = 760 \text{ Torr}$ einen Schnittpunkt mit den experimentellen Werten liefert. Die dafür notwendigen Konstanten sind

$$C^* = 1,479 \cdot 10^{-4} \text{ Torr} \cdot \text{cm} \cdot (\text{V})^{-2}$$

oder

$$C = 0,1945 \text{ cm} (\text{kV})^{-2}$$

woraus sich ein Zahlenwert für K von 8,78 ergibt. Gemäss Gl. (2a) und (2) bedeutet dies, dass unter diesen Bedingungen die Rückwirkungsausbeute $\Gamma = 1,77 \cdot 10^{-4}$ ist; was recht gut mit den bekannten Messwerten für die Sekundärelektronenausbeute durch Kathodenprozesse (γ_1 -Effekt) übereinstimmt, die beim Townsend-Mechanismus die Zündung eines Durchschlages einleiten. Dass bei dieser Variante tatsächlich ein Townsend-Durchschlag stattfindet, wird wiederum durch das massgebende Produkt $b_0S = 26 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$ bestätigt, das sich mit Hilfe der Gl. (4) berechnen lässt und welches weit innerhalb der Gültigkeitsgrenzen für diesen Durchschlagmechanismus liegt.

Somit besteht kein Zweifel darüber, dass sowohl die vereinfachte Zündbedingung [Gl. (6)] als auch der «Schumann»-Ansatz für die α -Abhängigkeit in Luft [Gl. (5) bzw. (5a)] dann physikalisch falsch sind, wenn man die darin erscheinenden «Konstanten» K , C und E_0 als echte Konstanten betrachten würde! Bei der Verwendung dieser Ansätze zur Berechnung von Zünd- oder Durchschlagfeldstärken wird jedoch im Ergebnis stets der Quotient K/C erscheinen, der offensichtlich in sehr weiten Bereichen unabhängig von der Feldstärke und von Gasdruck bzw. der Gasdichte ist. Der Wert von E_0 besitzt nur bei sehr grossen Schlagweiten, also sehr niedrigen Durchschlagfeldstärken, einen bedeutenden Einfluss; inwieweit dieser Zahlenwert richtig ist, kann auf Grund aller bis heute vorliegenden Messergebnisse noch nicht erkannt werden.

In diesem Zusammenhang verdient eine sehr umfangreiche Untersuchung von Jørgensen [13] Beachtung, die sich mit der Veränderung von K mit der Schlagweite befasst. Auch dabei wurde eine starke Erhöhung von K mit der Schlagweite festgestellt.

Da die Zündbedingung [Gl. (6)] bei einer Abwandlung der Integralgrenzen auch auf inhomogene Elektrodenanordnungen anwendbar ist, sollten die hier diskutierten physikalischen Vorgänge auch den Entladungseinsatz im speziell untersuchten Zylinderfeld bestimmen. Ergibt sich auch dabei eine gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Messung, so kann die gute Verwendbarkeit des einfachen α -Ansatzes von Gl. (5) und (5a) um so mehr unter Beweis gestellt werden.

5. Berechnung der Korona-Einsatzspannung koaxialer Zylinder

Gegeben sei eine koaxiale Zylinderanordnung nach Fig. 3 mit den Radien R und r . Bei einer Spannung U wird die am Innenleiter herrschende Maximalfeldstärke E_{max} :

$$E_{\text{max}} = \frac{U}{r \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (8)$$

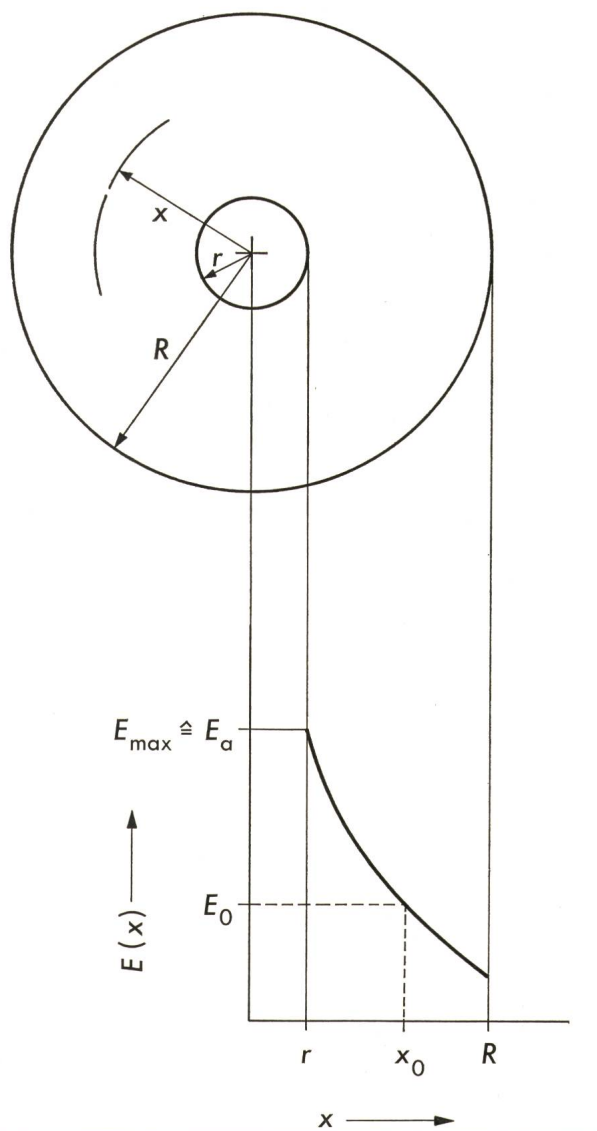


Fig. 3 Koaxiale Zylinderanordnung

- r Radius des Innenzylinders
- R Radius des Aussenzylinders
- x Ortskoordinate
- E Feldstärke

und der ortsabhängige Feldstärkeverlauf $E(x)$

$$E(x) = E_{\text{max}} \frac{r}{x} \quad (9)$$

Da es üblich ist, die Korona-Einsatzspannungen oder Feldstärken auf die Luftdichte zu beziehen, wird in die Schumann-Abhängigkeit von Gl. (5a) die Luftdichte δ eingeführt, welche sich bei konstanter Temperatur zu

$$\delta = \frac{b}{b_0}$$

ergibt. Damit wird der allgemeinere Verlauf des Ionisationskoeffizienten α durch die Gleichung

$$\alpha = \delta \frac{C^*}{b_0} \left[\frac{E(x)}{\delta} - E_0 \right]^2 = \delta C \left[\frac{E}{\delta} - E_0 \right]^2 \quad (10)$$

gegeben. Aus der Maximalfeldstärke E_{max} von Gl. (9) wird nun definitionsgemäss die Korona-Einsatzfeldstärke E_a , wenn die Zündbedingung – Gl. (6) – erfüllt ist. Hierbei ist auch die

Ortsabhängigkeit des Feldstärkeverlaufes und die Geometrie nach Fig. 3 zu berücksichtigen:

$$\int_{x=r}^{x=x_0 \leq R} \alpha [E(x); \delta] dx \geq K \quad (11)$$

Die obere Integralgrenze x_0 ist dabei identisch mit jener Stelle im Feldraum, bei der die Mindestfeldstärke (δE_0), für die nach Gl. (10) der Wert von $\alpha = 0$ wird, unterschritten wird.

Aus den Gln. (9) bis (11) erhält man das Integral

$$\int_{x=r}^{x_0} \left[\frac{E_a r}{\delta} \cdot \frac{1}{x} - E_0 \right]^2 dx = \frac{K}{\delta C} \quad (12)$$

bei dessen Lösung das Längenverhältnis x_0/r erscheint. Dieses Verhältnis lässt sich aber aus Gl. (9) und unter Beachtung von Gl. (10) durch das Feldstärkeverhältnis

$$\frac{E_a}{\delta E_0} = \frac{x_0}{r} \quad (13)$$

ersetzen, was implizit bedeutet, dass sich die Integration in Gl. (11) nur im Extremfall zwischen r und R erstreckt. Reichen diese Integrationsgrenzen allein nicht für die Zündung einer Entladung aus, so werden die Korona-Einsatzfeldstärken höher als hier berechnet; dies wäre dann der Fall, wenn die Schlagweite ($R-r$) sehr klein wird und die Feldstärken so gesteigert werden müssten, dass am Aussenzylinder die Feldstärke $E(R) > \delta E_0$ wird. Die Korona-Einsatzfeldstärken sind dann auch nicht mehr unabhängig vom Aussenradius R ; ein für die Praxis recht seltener Fall, der hier nicht näher behandelt wird.

Die Berechnung von Gl. (12) ist fundamentaler Art und führt schliesslich zur folgenden Lösung, die den gesuchten Zusammenhang zwischen der Einsatzfeldstärke und dem Radius des Innenzylinders aufzeigt:

$$r = \frac{\left(\frac{K}{C}\right) \delta}{E_a^2 - 2(\delta E_0) E_a \cdot \ln\left(\frac{E_a}{\delta E_0}\right) - (\delta E_0)^2} \quad (14)$$

Im Vergleich zur Peek-Formel [Gl. (1)] kann hier die Einsatzfeldstärke E_a nicht als abhängige Variable angegeben werden, wodurch jedoch die numerische Auswertung nicht erschwert wird. Ob der neue Zusammenhang die bekannten Messwerte besser wiedergibt, muss aber nun noch nachgeprüft werden.

5.1 Berechnete und gemessene Einsatzfeldstärken bei Normalbedingungen ($\delta = 1$)

In Fig. 4 sind für eine Luftdichte $\delta = 1$ die von Schumann [8] zusammengestellten Messwerte für $E_a = f(r)$ als Einzelpunkte eingetragen. Die aus Gl. (14) berechnete Kurve *a* wurde unmittelbar mit den aus den Homogenfeldmessungen bekannten Konstanten $K/C = 45,16 \text{ (kV)}^2/\text{cm}$; $E_0 = 24,36 \text{ kV/cm}$ bestimmt. Man sieht, dass damit zwar der allgemeine Verlauf der Messwerte recht gut nachgebildet wird; die berechneten Einsatzfeldstärken sind aber fast durchwegs etwas zu hoch.

Eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen und gemessenen Werten erhält man, wenn in Gl. (14) bei gleichem E_0 der Zahlenwert für K/C auf 42 reduziert wird (siehe Kurve *b* in Fig. 4). Insbesondere werden dann bei den grossen Zylinderradien, bei denen die Peek-Formel völlig ver-

sagt, die gemessenen Feldstärken korrekt berechnet. Bei sehr kleinen Radien hingegen ($r < 0,7 \text{ mm}$; $E_a > 68 \text{ kV/cm}$) sind dann die berechneten Feldstärken etwas tiefer als die Messwerte, was wohl darauf zurückzuführen ist, dass der quadratische α/b -Ansatz [Gl. (5a)] bei hohen E/b -Werten steiler verläuft als dies den Messwerten entspricht. Ob der im Vergleich zum Homogenfeld leicht abweichende K/C -Wert durch Änderungen im physikalischen Ablauf des Zündensatzes beim inhomogenen Feld zustande kommt, ist wegen der möglicherweise fehlerbehafteten Messwerte nicht mit Sicherheit angebar. Betrachtet man die Messwerte als richtig, so könnte der abweichende K/C -Wert nur dadurch zustande kommen, dass im inhomogenen Feld ein niedrigerer Wert von K , also eine grössere Rückwirkungsausbeute Γ [siehe Gl. (2)], vorliegt.

5.2 Berechnete und gemessene Einsatzfeldstärken bei variablem Luftdruck ($\delta \neq 1$)

Vor allem für kleinere Zylinderradien liegen für $\delta \leq 1$ umfangreichere Messungen von Peek [1...3] vor, die einen Vergleich mit den aus Gl. (14) berechneten Werten ermöglichen. Dieser Vergleich wurde in Fig. 5 für einen Radius von $r = 0,254 \text{ cm}$ und in Fig. 6 für $r = 0,127 \text{ cm}$ durchgeführt, wobei wiederum die Messwerte als Einzelwerte, die berechneten

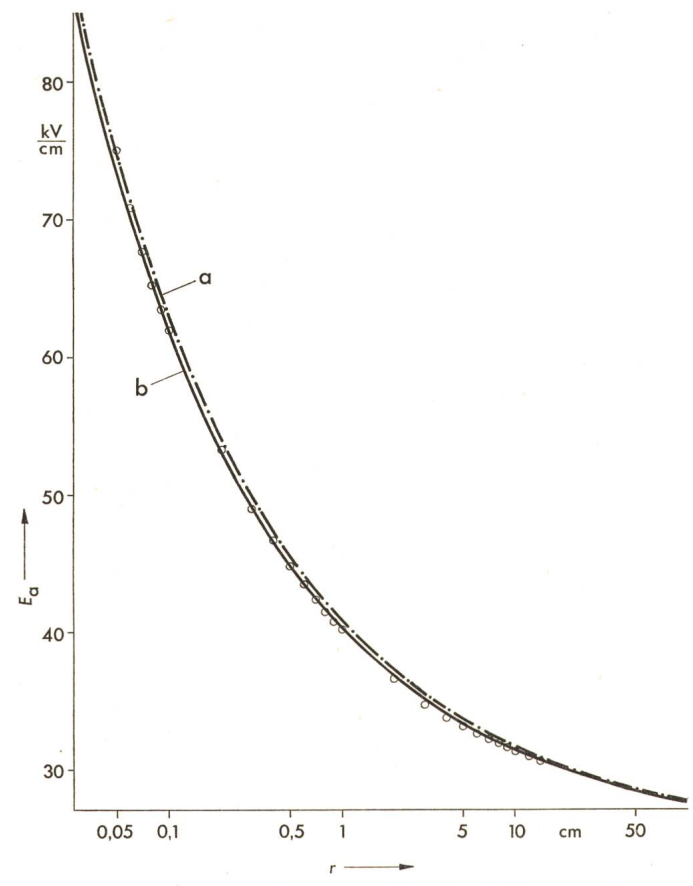


Fig. 4 Korona-Einsatzfeldstärken E_a nach Schumann im Vergleich mit Homogenfeldmessungen

$$\text{Kurve a: } \frac{K}{C} = 45,16 \frac{\text{(kV)}^2}{\text{cm}}; E_0 = 24,36 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$$

$$\text{Kurve b: } \frac{K}{C} = 42 \frac{\text{(kV)}^2}{\text{cm}}; E_0 = 24,36 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$$

- Messungen nach Schumann
- K siehe Gl. (6)
- C siehe Gl. (5)
- E_a Korona-Einsatzfeldstärke
- r Radius des Innenzylinders

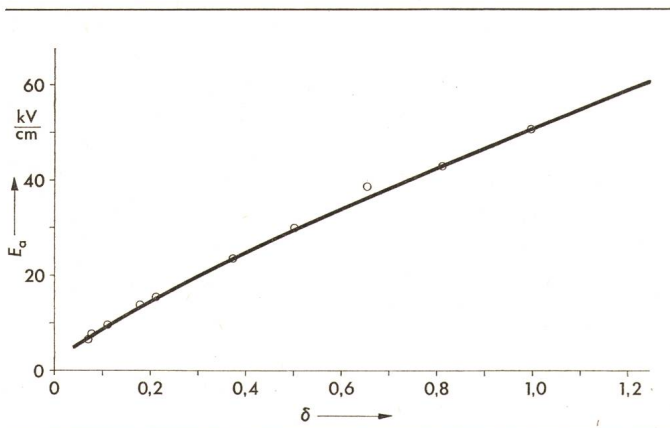


Fig. 5 Einsatzfeldstärke E_a bei variabler Luftdichte δ gemäss Gl. (14)
 Radius des Innenzylinders $r = 0,254$ cm
 ○ Messwerte nach Peek [2], auf Luftdichte δ umgerechnet

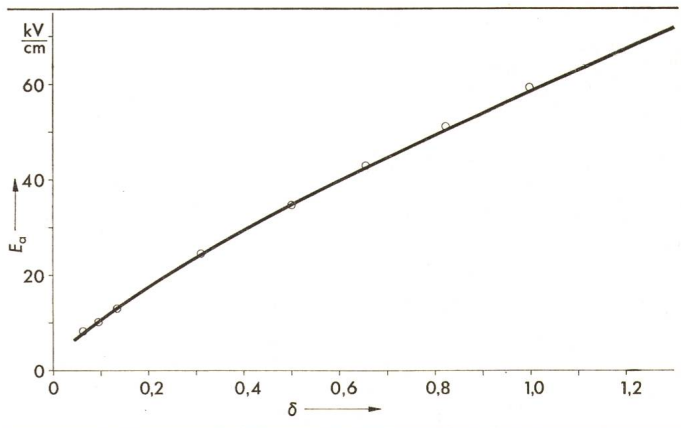


Fig. 6 Einsatzfeldstärke E_a bei variabler Luftdichte δ gemäss Gl. (14)
 Radius des Innenzylinders $r = 0,127$ cm
 ○ Messwerte nach Peek [2], auf Luftdichte δ umgerechnet

Werte als Kurvenzug eingetragen sind. Die Konstanten in Gl. (14) betragen:

$$K/C = 42 \text{ (kV)}^2/\text{cm} \text{ und } E_0 = 24,36 \text{ kV/cm}$$

In beiden Fällen ist die Übereinstimmung mit den Messwerten sehr gut, insbesondere wird auch die stärker nichtlineare Abhängigkeit $E_a = f(r)$ für kleine Luftdichten durch die Gl. (14) richtig erfasst.

Somit ist nachgewiesen, dass der neu berechnete Zusammenhang zwischen der Einsatzfeldstärke E_a , dem Zylinder-radius r und der Luftdichte δ gemäss Gl. (14) innerhalb der hier mit Messungen verglichenen Bereiche gültig ist und die Peek-Formel [Gl. (1)] ersetzen kann. Darüber hinaus wurde gezeigt, dass zwischen den physikalischen Vorgängen im homogenen und inhomogenen Feld offensichtlich kein fundamentaler Unterschied besteht, da dieselben Ansätze für die Berechnung der Durchschlag- bzw. der Korona-Einsatzfeldstärken verwendet wurde.

Literatur

- [1] F. W. Peek: The law of corona and dielectric strength of air. Trans. AIEE 30(1911)-, p. 1889...1965.
- [2] F. W. Peek: Law of corona and dielectric strength of air. III: A theory of rupture. Trans. AIEE 32(1913)-, p. 1767...1785.
- [3] F. W. Peek: Dielectric phenomena in high voltage engineering. Second edition. New York/London, McGraw-Hill, 1920.

- [4] W. Rasquin: Berechnung der Durchschlagsspannungen von gasförmigen, flüssigen und festen Isolierstoffen. ETZ-A 93(1972)11, S. 647...654.
- [5] G.-A. Schröder: Messung der statischen Durchbruchfeldstärke in Raumluft in einem homogenen Feld bei Abständen von 2 bis 9 cm. Z. angew. Physik 13(1961)6, S. 296...303.
- [6] H. Sohst: Durchschlagsspannungen in Luft (760 Torr) im homogenen Feld (7 bis 30 cm Abstand). Z. angew. Physik 14(1962)10, S. 620...627.
- [7] A. Roth: Hochspannungstechnik. 5. Auflage. Wien/New York, Springer-Verlag, 1965.
- [8] W. O. Schumann: Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Theoretische Grundlagen und Anwendung. Berlin, Springer-Verlag, 1965.
- [9] I. B. Whitehead and W. S. Brown: The electric strength of air. VII. Trans. AIEE 36(1917)-, p. 169...198.
- [10] A. Pedersen: Calculation of spark breakdown or corona starting voltages in nonuniform fields. Trans. IEEE PAS 86(1967)2, p. 200...205.
- [11] H. Raether: Electron avalanches and breakdown in gases. London, Butterworth, 1964.
- [12] F. H. Sanders: Measurement of the Townsend coefficients for ionization by collision. Physical Review 44(1933)12, p. 1020...1024.
- [13] M. O. Jörgensen: Elektrische Funkenstrecken mit besonderer Berücksichtigung der Messentladungsstrecke. Copenhagen, Munksgaard, 1943.
- [14] Recherches aux Renardières sur l'amorçage de grands intervalles d'air. Electra -(1972)21, p. 53...157.

Adresse der Autoren:

Prof. Dr. Walter Zaengl und El.-Ing. ETHZ Herbert Nyffenegger, Laboratorium für Hochspannungstechnik der ETHZ, Gloriastrasse 35, 8006 Zürich.