

Zeitschrift:	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen = Bulletin de l'Association suisse des électriciens, de l'Association des entreprises électriques suisses
Herausgeber:	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätsunternehmen
Band:	65 (1974)
Heft:	3
Artikel:	Berechnung der Wickelkopfkräfte von Linearmotoren mit Grammescher Ringwicklung
Autor:	Jordan, H. / Teichgräber, U.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-915347

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Berechnung der Wickelkopfkräfte von Linearmotoren mit Grammescher Ringwicklung

Von H. Jordan und U. Teichgräber

Es wird ein Verfahren zur Berechnung von Stromkräften an parallel angeordneten Spulen (Grammesche Ringwicklung) angegeben. Die Ableitung des Rechenganges geschieht mit Hilfe des Gesetzes von Biot-Savart. Es zeigt sich, dass auf die parallel zur Blechschichtung verlaufenden Stromleiter Kräfte wirken, die die Leiter vom Eisen wegdrücken versuchen. Stromführende Leiter, die senkrecht zur Schichtung der Eisenbleche angeordnet sind, werden vom Eisen angezogen. Es werden die Kräfte zwischen den parallelen Spulen, die an einem Leiter angreifende Gesamtkraft und die Kräfteverteilung längs eines Leiters angegeben.

621.313.282 : 621.3.045.6 : 621.3.013.5

Indication d'un procédé pour le calcul des forces exercées par le courant sur des bobines disposées en parallèle (enroulement en anneau de Gramme). Le déroulement du calcul est basé sur la loi de Biot-Savart. On constate que les forces agissant sur les conducteurs disposés parallèlement à l'empilage des tôles tendent à écarter du fer les conducteurs, tandis que ceux disposés transversalement y sont attirés. Les auteurs indiquent les forces entre bobines parallèles, la force globale exercée sur un conducteur et la répartition des forces le long de celui-ci.

1. Einleitung

Die Anordnung der Grammeschen Ringwicklung in einem Linearmotor ist im Gegensatz zur normalen Zweischichtwicklung einer synchronen oder asynchronen Maschine denkbar einfach. Die Spulen umschließen hier nahezu rechteckförmig das Ständerblehpaket des Linearmotors. Die dem Arbeitsluftspalt zugekehrten Seiten der Rechteckspulen verlaufen in den Ständernuten. Aus konstruktiven Gründen muss an den Seiten und besonders am Rücken des Ständers zwischen den Spulen und dem Blehpaket ein bestimmter Abstand vorgesehen werden. In diesen Bereichen (Fig. 1) erzeugen die stromführenden Spulen magnetische Felder, die allgemein als Streufelder bezeichnet werden.

Die Spulenseiten *a* verlaufen über den Rücken des Ständers senkrecht zu den Eisenblechen, die Spulenseiten *b* dagegen sind parallel zu den Ständerblechen angeordnet.

Fig. 2 zeigt einige in ein mittleres Teilblehpaket eingelegte Ringspulen. Man erkennt, dass die Spulen ausserhalb des Arbeitsluftspaltes noch vollkommen frei in der Luft angeordnet sind. Die Befestigung der freien Spulenseiten *a* und *b* richtet sich nach den auftretenden Stromkräften.

Die Berechnung der Stromkräfte an einer Spule erfolgt mit Hilfe des Gesetzes von Biot-Savart [1; 2; 3]. Danach wird zunächst das gesamte magnetische Feld längs des Leiters bestimmt. Zusammen mit dem Leiterstrom erhält man schliesslich die Kräfte auf den Leiter.

Um die Berechnung der Stromkräfte auf die stromführenden Ringspulen des Linearmotors mit vertretbarem Aufwand durchführen zu können, müssen zunächst einige Voraussetzungen und Vereinfachungen getroffen werden.

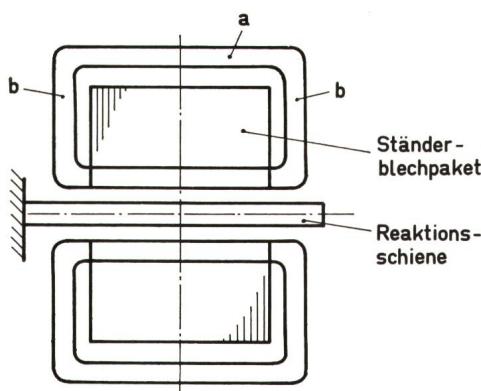


Fig. 1 Schematische Anordnung eines Linearmotors

mit Ringwicklung

a und b Bezeichnung der Spulenseiten

2. Vereinfachungen

Bei den gemachten Vereinfachungen muss darauf geachtet werden, dass nicht etwa durch diese die Kraftwirkung auf die Spulen vermindert wird, was schliesslich zu einer zu schwachen konstruktiven Ausführung der Spulenabstützung führen könnte. Die Vereinfachungen lauten:

- Unendlich dünne Stromfäden als Spulenleiter;
- Rechteckförmiger Leiterverlauf;
- Der Abstand der Spulen vom Eisen ist klein gegenüber der Breite und Höhe des Ständerblehpakets;
- Die Ströme im Läufer (Reaktionsschiene) haben keinen direkten Einfluss auf die Kräfte an den Spulen.

Die Spulenseiten *a* über dem Rücken des Ständers erzeugen Felder, die parallel zu den Ständerblechen verlaufen. Die Streufelder der Spulenseiten *b* versuchen zum grossen Teil, senkrecht in die Ständerbleche einzudringen.

Wirbelströme durch Wechselfelder, die parallel zu den Eisenblechen verlaufen, sind vernachlässigbar; für diese Felder ist die Permeabilität $\mu_{Fe} = \infty$. Wechselfelder, die versuchen, senkrecht in die Eisenbleche einzudringen, werden durch Wirbelströme in den äusseren Blechen völlig abgedämpft.

Die Einführung besonders der letzten Voraussetzung, die streng genommen erst durch Anwendung der Maxwellschen Gleichungen nachgewiesen werden müsste, ist allein schon durch die Erfahrung gerechtfertigt, dass ein Wechselfluss nicht ungehindert in massives Eisen eindringen kann. Die Ständerbleche wirken für die Streufelder der Spulenseite *b* als massives Eisen. Damit erhält man die schematischen Flusslinienverläufe gemäss Fig. 3a und 3b.

Die Felder der stromführenden Leiter lassen sich durch Anbringung von Spiegelleitern in der in Fig. 4a und 4b gezeigten Art recht einfach bestimmen. Die Feldverläufe entsprechen der Überlagerung der Felder der Original- und Spiegelleiter.

3. Wicklungsanordnung

Das Blehpaket des Linearmotors wird zunächst entsprechend den Nuten in gleichen Abständen mit den Rechteckspulen versehen. Die Spulen werden darauf zu einer dreiphasigen Wicklung mit der Zonenbreite $\beta = 60^\circ_{el}$ verschaltet.

Die mechanische Polzahl eines Linearmotors ist genau um einen Pol grösser als bei einer rotierenden Maschine. Dafür sind die beiden Polteilungen an den Enden des Motors mit Spulen bewickelt, die nur die halbe Windungszahl haben. Fig. 5 zeigt die schematische Anordnung der Wicklung mit der Polzahl $2p = 4 + 1$ und der Lochzahl $q = 6$.

4. Die notwendigen Gleichungen

Die Stromkräfte entstehen dadurch, dass magnetische Felder beliebiger Herkunft auf die stromdurchflossenen Leiter wirken. Die Induktionen, die durch die Stromleiter selbst hervorgerufen werden, lassen sich mit Hilfe des Gesetzes von Biot-Savart berechnen [1; 4]:

$$dB_u = \frac{\mu_0 I_u}{4\pi} \cdot \frac{[ds_u \mathbf{r}]}{r^3} \quad (1)$$

Gl. (1) beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Leiterstrom I_u längs der gerichteten Strecke ds_u und der Induktion \mathbf{B}_u in einem Punkt im Abstand r vom Leiter. Die Beziehung gilt für den homogenen eisenlosen Raum, was durch die Anbringung von Spiegelleitern auch für die Spulenseiten des Linearmotors der Fall ist.

Aus Fig. 6 geht die Anwendung des Gesetzes von Biot-Savart hervor. Der Index u steht für die «Ursache», der Index w für die «Wirkung». Das Koordinatensystem x, y, z gilt für Originalleiterkombinationen. Ist die Ursache der Felder ein Spiegelleiter, so ist das Koordinatensystem x', y', z' zu betrachten. Durch diese Massnahme wird erreicht, dass praktisch für jede Leiterkombination die gleichen Koordinatenverhältnisse vorliegen. Dies gilt auch insbesondere für die Spulenseiten b , wobei hier darauf geachtet werden muss, dass die Spiegelleiter den entgegengesetzten Strom führen.

Sämtliche Felder haben an den stromführenden Leitern (Wirkung) nur Komponenten in z - bzw. z' -Richtung:

$$dB_z = \frac{\mu_0 I_u}{4\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{r^2} \cdot d y_u \quad (2)$$

mit

$$r^2 = (y_w - y_u)^2 + (x_w - x_u)^2 \quad (3)$$

und

$$\sin \alpha = \frac{x_w - x_u}{r} \quad (4)$$

Durch Integration über den das Feld verursachenden Leiter erhält man die Induktion an der Stelle $(x_w, y_w, 0)$:

$$B_z = - \frac{\mu_0 I_u}{4\pi} \int_{y_u=0}^{l_{au}} \frac{x_w - x_u}{[(y_w - y_u)^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}}} dy_u = \\ = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_u}{x_w - x_u} \left\{ \frac{y_w - l_{au}}{[(y_w - l_{au})^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}}} - \right. \\ \left. - \frac{y_w}{[y_w^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (5)$$

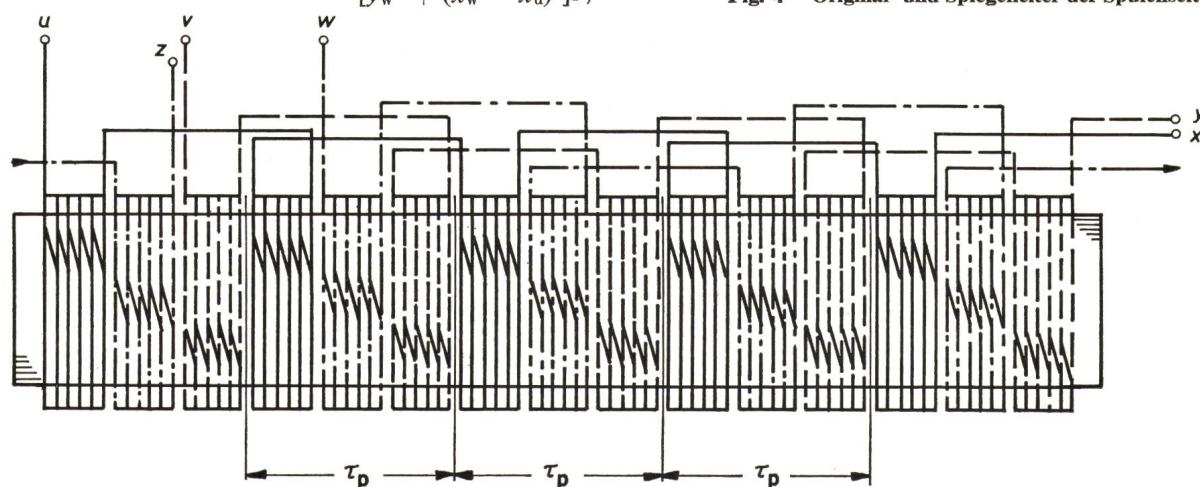


Fig. 5 Anordnung der Grammeschen Ringwicklung an einem Linearmotor

Nutenzahl $N = 90$, Lochzahl $q = 6$

Strangbezeichnungen: $u \text{ --- } x, v \text{ --- } y, w \text{ --- } z$

T_p Polteilung

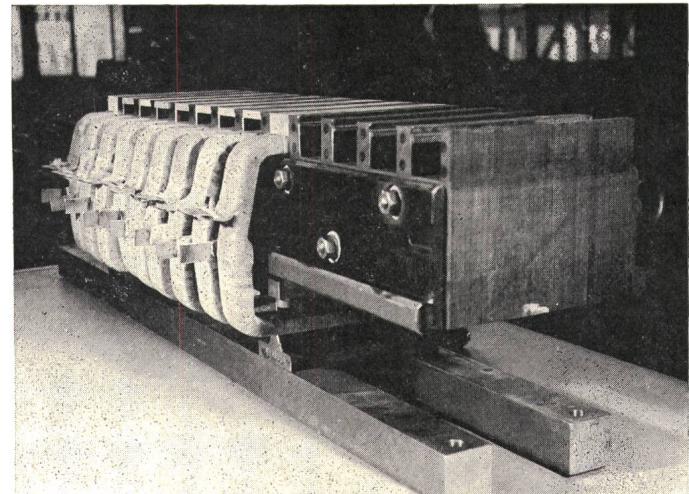


Fig. 2 Teilweise bewickeltes Blechpaket eines Linearmotors mit Ringwicklung

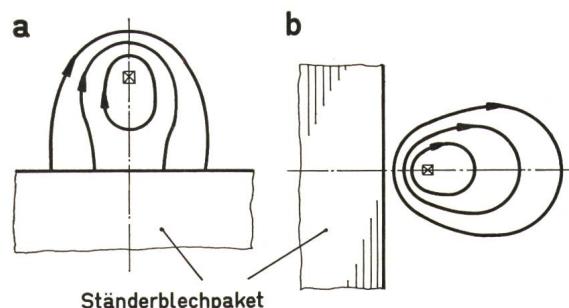


Fig. 3 Schematischer Flusslinienverlauf der Spulenseiten a und b

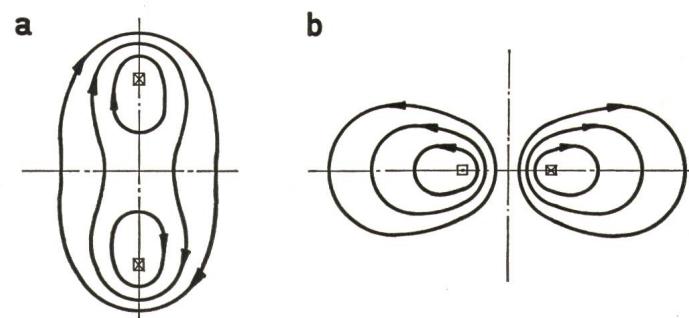


Fig. 4 Original- und Spiegelleiter der Spulenseiten a und b

l_{au} bedeutet die Länge der betrachteten Spulenseite. Die Induktion B_z ruft am Leiter x im Punkt $x_w, y_w, 0$ die differentielle Kraft hervor:

$$d\mathbf{F} = I_w [\mathbf{j} dy_w, \mathbf{k} B_z] = B_z I_w dy_w [\mathbf{j} \mathbf{k}] = \mathbf{i} B_z I_w dy_w \quad (6)$$

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ sind die Einheitsvektoren in x -, y - und z -Richtung. Aus dem Kreuzprodukt in Gl. (6) ergibt sich eine differentielle Kraftkomponente nur in x -Richtung:

$$dF_x = B_z I_w dy_w \quad (7)$$

Aus Gl. (7) erhält man die Kraft je Längeneinheit

$$\frac{dF_x}{dy_w} = B_z I_w \quad (8)$$

Interessiert darüber hinaus die gesamte an einer Spulenseite angreifende Kraft, muss über die Länge des Leiters w integriert werden:

$$F_x = \frac{\mu_0}{4\pi} I_w I_u \frac{1}{x_w - x_u} \int_{y_1}^{y_2} \left\{ \frac{y_w - l_{au}}{[(y_w - l_{au})^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}}} - \frac{y_w}{[y_w^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\} dy_w = \frac{\mu_0}{4\pi} I_w I_u \cdot \frac{1}{x_w - x_u} \{ [(y_2 - l_{au})^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}} - [(y_1 - l_{au})^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}} - [y_2^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}} + [y_1^2 + (x_w - x_u)^2]^{\frac{1}{2}} \} \quad (9)$$

y_1 bedeutet die untere und y_2 die obere Grenze der Leiterlänge mit dem Strom I_w .

Durch die Einführung der Koordinatensysteme x' , y' , z' ist es möglich, die Beträge der Stromkräfte, herrührend sowohl von den Feldern der Originalleiter ($z = 0$) als auch der Spiegelleiter ($z = -h_a$), zu bestimmen (Fig. 6). Da aber nur die Kraftkomponenten im Koordinatensystem x, y, z interessieren, müssen sämtliche Beträge der Kräfte durch Komponenten im Originalkoordinatensystem ersetzt werden.

Die Felder der Spiegelleiter erzeugen an den Originalleitern Kraftkomponenten in x - und z -Richtung. Wird gerade ein Spiegelleiter als «Ursache» betrachtet, dann ergibt sich eine Stromkraft am Originalleiter nur in z -Richtung.

Die Kraftkomponenten im (x, y, z) -Koordinatensystem lauten (Fig. 7):

$$F_x = F_{x'} \cos \gamma \quad (10)$$

und

$$F_z = F_{x'} \sin \gamma \quad (11)$$

mit

$$\gamma = \arctan \left\{ \frac{z_w - z_u}{x_w - x_u} \right\} \quad (12)$$

Für die Spulenseiten b gelten genau die gleichen Verhältnisse. Es ist vorteilhaft, die verschiedenen Koordinatensysteme 90° um die x -Achse zu drehen. Auf diese Weise bleiben auch die Koordinaten für die Linearmotorseiten b erhalten.

Um die spezifischen Kräfte an den einzelnen Spulenseiten zu erhalten, muss die Wirkung sämtlicher stromführenden Leiter, die am Aufbau des Feldes beteiligt sind, berücksichtigt werden. Gl. (8) lautet in Differenzenform:

$$\frac{\Delta F_x}{\Delta y_w} = f_x = B_z I_w \quad (13)$$

Die Summe der spezifischen Kräfte entsprechend den verschiedenen Feldern ist in x -Richtung:

$$\sum_{n=1}^N f_x = \sum_{n_a=1}^N B_z (n_a, \Delta y_w) I_w + \sum_{n'_a=1}^N B'_z (n'_a, \Delta y_w) I_w \cos \gamma \quad (14)$$

und in z -Richtung

$$\sum_{n=1}^N f_z = \sum_{n_a=1}^N B'_z (n'_a, \Delta y_w) I_w \sin \gamma \quad (15)$$

Mit n_a und n'_a werden die einzelnen Original- und Spiegelleiter gekennzeichnet, womit auch gleichzeitig die Lage der Spulen ($x_{u,w}$ und $x_{u',w}$) festgehalten wird. Die Anzahl der Leiter entspricht der Nutenzahl N .

5. Rechenbeispiel und Ergebnisse

Die Auswertung der Gl. (14) und (15) kann nur mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine bewältigt werden. Als Beispiel sei ein $4+1$ poliger doppelseitiger Linearmotor betrachtet, mit $N = 90$ und $q = 6$ (siehe Fig. 5). Eine mittlere

Spule hat 18 Windungen. Der effektive Nennstrom in einer Windung ist 1250 A. Von Interesse sind besonders die Stromkräfte an den Endspulen des Linearmotors (Abstützung) und die maximalen Kräfte an den Spulen in Längsrichtung. Darüber hinaus interessieren die möglichen Verformungen der Spulen in Querrichtung. Da wegen der grossen Länge die Linearmotoren oft aus einzelnen Teilblechpaketen mit der

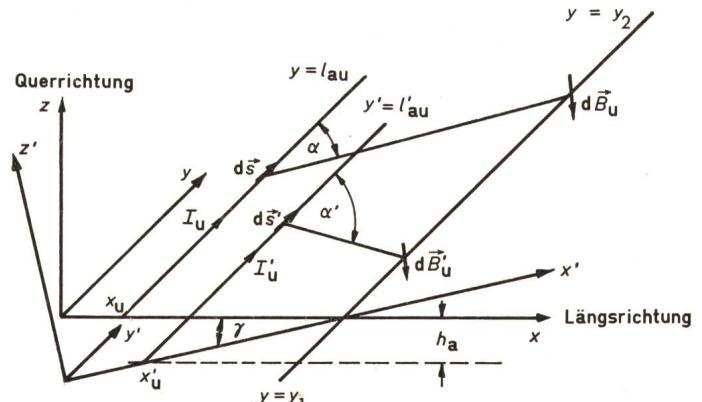


Fig. 6 Anwendung des Gesetzes von Biot-Savart für einen Original- und Spiegelleiter

h_a Abstand der Spiegel- von der Originalebene
Erklärungen siehe im Text

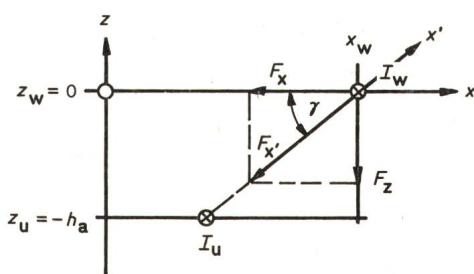
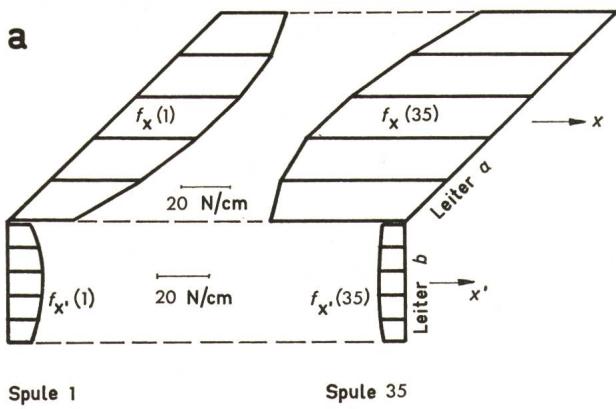


Fig. 7 Kraftkomponenten an einem Originalleiter
Bezeichnungen siehe Fig. 6



Spule 1 Spule 35

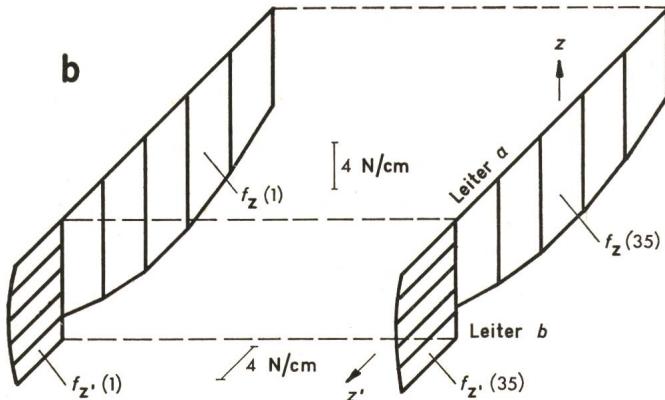


Fig. 8 Komponenten der spezifischen Stromkräfte an der 1. und 35. Spule

(Einheit: Newton pro cm)

a Längsrichtung

b Querrichtung z

Zeitphasenwinkel des Stromes in Phase R: $\varphi_R = 0^\circ$

Länge einer Polteilung zusammengebaut werden, ist auch die Summe der Spulenkräfte für jedes Blechpaket von Bedeutung.

Die Wicklung (Fig. 5) wird normalerweise von einem symmetrischen dreiphasigen Spannungssystem gespeist. Das Rechenprogramm ist so aufgebaut, dass jede beliebige Stromunsymmetrie berücksichtigt werden kann. Hier soll nur auf symmetrische Verhältnisse eingegangen werden.

Fig. 8 zeigt die Verteilung der Stromkräfte je Längeneinheit längs einer Endspule (halbe Windungszahl) und einer mittleren Spule (volle Windungszahl). Man erkennt, dass die spezifischen Kräfte doch recht erheblich sind. Die Querkräfte an der betrachteten Spulenseite *a* versuchen, den Abstand zwischen Blechpaket und Leiter zu verringern, während die Spulenseiten *b* sich vom Ständer abdrücken wollen. Waren die Spulen nicht rechteck- sondern ringförmig, könnte man hier von einer elliptischen Verformung sprechen.

In Fig. 9 sind die gesamten Kräfte in Längsrichtung an den einzelnen Spulen für die beiden Zeitphasenwinkel des Stromes der Phase R: $\phi_R = 0^\circ$ und 120° aufgetragen. Man erkennt deutlich, dass sich die Kräfte wie Wanderwellen fortpflanzen. Die Amplitude dieser Wellen ist über die Länge des Linear-motors wegen der Endblechpakete nicht konstant.

6. Zusammenfassung

Die Ringwicklung an einem Linearmotor besteht aus einzelnen Spulen, die im Abstand der Nutteilung das Blechpaket des Motors umschließen. Die Stromverteilung ergibt sich aus der Schaltung der Spulen zu einem Drehstromsystem. Für die

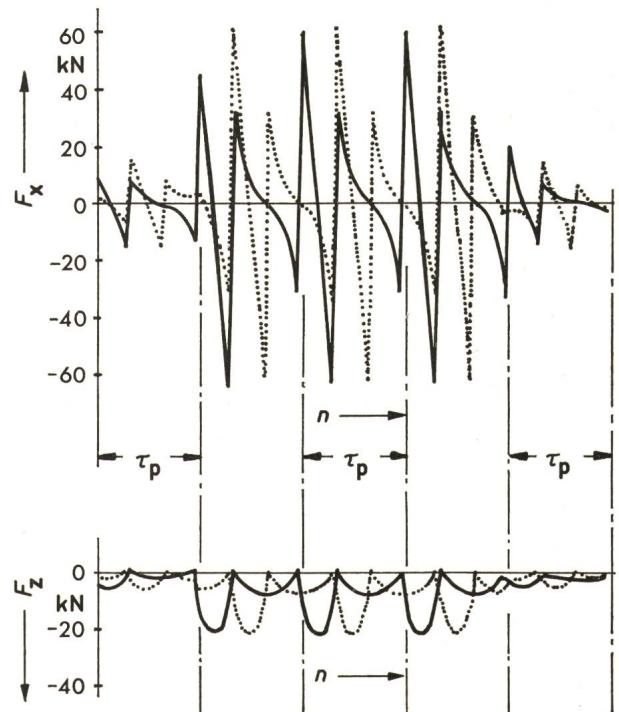


Fig. 9 Stromkräfte in Längs- und Querrichtung an den Spulenseiten α

Zeitphasenwinkel $\varphi_B = 0^\circ$

$$\dots \varphi_R = 120^\circ$$

Die Abzisse n kennzeichnet die Lage der 90 Spulenseiten

Bestimmung der Stromkräfte an den Leitern müssen die Spulenseiten nach ihrer Lage zu der Blechung des Ständers unterschieden werden. Zur Anwendung des Gesetzes von Biot-Savart werden Spiegelleiter vorgesehen, die im Falle a die gleichen, im Falle b die entgegengesetzten Ströme der Originalleiter führen. Die Überlagerung der Felder sämtlicher Ströme längs eines stromführenden Leiters ergibt zusammen mit dem Strom dieses Leiters die gesuchte spezifische bzw. die gesamte Kraft, die an der Spulenseite angreift.

Ein Rechenbeispiel zeigt, dass schon im Nennbetrieb des Linearmotors erhebliche Stromkräfte auf die Spulenseiten wirken, und zwar sowohl in Längs- als auch in Querrichtung des Ständerblechpaketes. Die Längs- und Querkräfte pflanzen sich dabei wie Wanderwellen mit der doppelten Geschwindigkeit des Strombelages entlang des Ständerblechpaketes fort.

Literatur

- [1] K. Küpfmüller: Einführung in die theoretische Elektrotechnik. 9. Auflage. Berlin/Heidelberg/New York, Springer Verlag, 1968
 - [2] R. Richter: Elektrische Maschinen. Bd. 1: Allgemeine Berechnungselemente. Die Gleichstrommaschinen. 3. Auflage. Basel und Stuttgart, Birkhäuser Verlag, 1967.
 - [3] H. Jordan und M. Weiss: Asynchronmaschinen. Uni - Text. Braunschweig, Vieweg Verlag, 1970.
 - [4] E. C. Andrensen: Berechnung der Wickelkopfkräfte von Synchron- und Asynchronmaschinen mit digitalen Rechenmaschinen. ETZ-A 86(1965) 12, S. 391...395.

Adressen der Autoren:

Prof. Dr.-Ing. *Heinz Jordan*, Direktor des Institutes für elektrische Maschinen der TU-Hannover, Welfengarten 1, D-3 Hannover, und Dipl.-Ing. *Utz Teichgräber*, Entwicklungingenieur, AEG-Telefunken, Abt. VI/E/M, Brunnенstrasse 107a, D-1 Berlin 65.