

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 64 (1973)  
**Heft:** 13

**Artikel:** Dämpfung bzw. Tilgung mechanischer Schwingungen von Rohrsammelschienen  
**Autor:** Möcks, L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915568>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Dämpfung bzw. Tilgung mechanischer Schwingungen von Rohrsammelschienen<sup>1)</sup>

Von L. Möcks

621.316.35 : 621.311.47-742 : 62-752.2

Rohrsammelschienen von Freiluftschaltanlagen können vom Wind zu mechanischen Schwingungen mit beträchtlichen Amplituden angeregt werden. Es werden Schutzmassnahmen und -vorrichtungen zur Unterdrückung dieser Schwingungen erläutert und ihre Wirksamkeit gegenübergestellt. Ein Schwingungsstand erlaubt die Nachbildung der Schwingungsvorgänge, wie sie in der Praxis beobachtet wurden, sowie die Untersuchung verschiedener Schutzvorrichtungen.

Sous l'action du vent, des jeux de barres tubulaires de postes de couplage en plein air peuvent vibrer avec des amplitudes considérables. On explique les moyens d'amortir ou de supprimer ces vibrations et on en compare l'efficacité. Un banc d'essais des vibrations permet de simuler ce phénomène comme en pratique et d'étudier différents moyens de protection.

## Verwendete Buchstabensymbole

$f_w$	Frequenz der Wirbelablösung
$S$	Strouhal-Zahl
$v$	Strömungsgeschwindigkeit
$D$	Durchmesser des zylindrischen Körpers
$P_a$	Windantriebskraft
$E$	Elastizitätsmodul des Stabes
$I$	Flächenträgheitsmoment des Stabes
$\mu$	Massenbelag des Stabes ( $\mu = \rho F$ )
$t$	Zeit
$\delta$	Abklingkonstante
$P_{(x, t)}$	orts- und zeitabhängige Störkraft
$\omega_n$	Eigenkreisfrequenzen des Stabes
$X$	Verschiebung
$X_0$	Verschiebung bzw. Amplitude in Feldmitte
$\lambda$	charakteristische Wurzel der Ortsgleichung
$l$	Feldlänge
$\varepsilon_e$	Phasenwinkel bei erzwungener Schwingung
$m$	Masse
$f$	Schwingfrequenz
$c$	Federhärte
$g$	Erdbeschleunigung
$\mu_R$	Reibungsbeiwert
$F$	Anpresskraft
$A_R$	Reibungsarbeit
$N$	Leistung
$P$	Punktmatrix

## 1. Einführung

Die Rohrsammelschienen von Freiluftschaltanlagen können vom Wind zu mechanischen Schwingungen angeregt werden [1]<sup>2)</sup>. Treten Schwingungen über längere Zeitabschnitte auf, so besteht die Gefahr von Ermüdungsbrüchen am Leiter oder Stützer. Die Schwingungen gefährden ausserdem die sichere Funktion von Geräten, wie beispielsweise Greifer-trennern.

Aufgabe der Arbeit ist es, die möglichen Massnahmen zur Unterdrückung der Schwingungen zu erläutern. Die Wirksamkeit der einzelnen Schutzmassnahmen wird teilweise unter Einschaltung von Beispielen geprüft und abschliessend gegenübergestellt.

## 2. Theorie der Rohr- bzw. Stabschwingung

Die Herleitung und Lösung der Differentialgleichung des schwingenden Stabes wird in [1] beschrieben. Hier werden nur die wichtigsten Gleichungen, soweit sie zur Behandlung der Schwingungsdämpfung bzw. Schwingungstilgung notwendig sind, angegeben.

<sup>1)</sup> Siehe auch Bull. SEV 64(1973)03, S. 137...142.

<sup>2)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Die Gleichung für die Amplituden der erzwungenen Stabschwingung eines beiderseits gestützten Stabes lautet:

$$y_e = \frac{2 P_a}{\mu} \cos(\omega t - \varepsilon_e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \cos \lambda_n) \sin \frac{\lambda}{l} x}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + 4 \omega^2 \delta^2 \lambda_n}} \quad (1)$$

mit

$$\operatorname{tg} \varepsilon_e = \frac{2 \omega \delta}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (2)$$

Im Resonanzfall  $\omega_n = \omega$  vereinfacht sich Gl. (1) für die Grundschiwingung  $n = 1$  zu:

$$y_e = y_0 \sin \omega t \sin \frac{\lambda}{l} x \quad (3)$$

mit

$$y_0 = \frac{2 P_a}{\mu \omega \delta \pi} \quad (4)$$

Die allgemeine Ortsgleichung des schwingenden Stabes entspricht:

$$X_t = C_1 \cosh \frac{\lambda}{l} x + C_2 \sinh \frac{\lambda}{l} x + C_3 \cos \frac{\lambda}{l} x + C_4 \sin \frac{\lambda}{l} x \quad (5)$$

Die Ortsgleichung des beiderseits gestützten Stabes lautet für die Grundschiwingung  $n = 1$ :

$$X = X_0 \sin \frac{\lambda}{l} x \quad (6)$$

Für die Eigenfrequenz gilt die Gleichung:

$$f_n = \frac{1}{2 \pi} \left( \frac{\lambda_n}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \quad (7)$$

Im Falle des beiderseits gestützten Stabes hat der Eigenwert  $\lambda_n$  für die Grundschiwingung ( $n = 1$ ) den Wert  $\pi$ . Den Zusammenhang zwischen Windantriebsfrequenz  $f_w$ , Windgeschwindigkeit  $v$  und Leiterdurchmesser  $D$  liefert die Formel [1]

$$f_w = S \frac{v}{D} \quad (8)$$

## 3. Unterdrückung der Rohr- bzw. Stabschwingung

### 3.1 Die starr an der Sammelschiene gefesselte Masse

In der Praxis wurde wiederholt versucht, das Schwingen von Rohrsammelschienen durch starre Befestigung einer Zusatzmasse am Rohr zu verhindern. Lösungen dieser Art führen

weder zu einer Dämpfung noch zu einer Tilgung der Schwingungen. Der Beweis für diese Feststellung sei am Beispiel des beiderseits gestützten Stabes bzw. Rohres erbracht (Fig. 1).

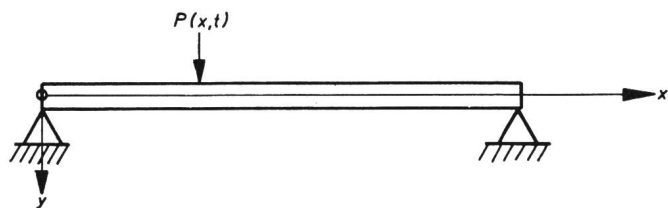


Fig. 1  
Stab mit Koordination und Erregerkraft

Durch die zusätzliche Masse ändert sich die Eigenfrequenz des Systems. Ist die Zusatzmasse im Verhältnis zur Stabmasse klein, so darf angenommen werden, dass die Schwingungsform des Stabes ohne Zusatzmasse erhalten bleibt. Es gilt also in Anlehnung an Gl. (1) und (5) und in Übereinstimmung mit Gl. (6) die vereinfachte Ortsgleichung:

$$X = X_0 \sin \frac{\lambda}{l} x \quad (6)$$

Mit Hilfe des Rayleighschen Energieverfahrens findet man dann für die niedrigste Eigenfrequenz des Stabes mit in der Mitte starr befestigter Zusatzmasse  $m$ :

$$f = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\lambda}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \cdot \sqrt{\frac{\mu l}{\mu l + 2m}} \quad (9)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von Gl. (7) nur durch den zusätzlichen Massenfaktor:

$$\sqrt{\frac{\mu l}{\mu l + 2m}} \quad (10)$$

Mit wachsender Zusatzmasse  $m$  nimmt die Eigenfrequenz langsam ab.

An einem Beispiel mit Daten aus der Praxis soll der Einfluss der Zusatzmasse auf die Eigenfrequenz untersucht werden.

### 3.1.1 Daten der Sammelschiene

*Al-Rohr, beiderseits gestützt*

Elastizitätsmodul  $E = 7 \cdot 10^5$  kp/cm<sup>2</sup>  
 Aussendurchmesser des Rohres  $D_a = 12$  cm  
 Innendurchmesser des Rohres  $D_i = 9$  cm  
 Stützweite  $l = 1133$  cm  
 Rohrquerschnitt  $F = 50$  cm<sup>2</sup>  
 Flächenträgheitsmoment des Rohres  $I = 700$  cm<sup>4</sup>  
 Spezifisches Gewicht des Rohres  $\gamma = 2,7 \cdot 10^{-3}$  kp/cm<sup>3</sup>

Nach Gl. (7) beträgt die Eigenfrequenz (Grundfrequenz,  $n = 1$ ) ohne Zusatzmasse

$$f = 2,3 \text{ Hz}$$

mit einer Strouhal-Zahl von 0,2 wird diese Frequenz gemäss Gl. (8) von einer Windgeschwindigkeit

$$v = 1,39 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

angeregt.

Mit Zusatzgewicht  $m$  in Feldmitte von 5 kp wird die Resonanzfrequenz des Rohres nach Gl. (9)

$$f = 2,3 \cdot 0,97 = 2,23 \text{ Hz}$$

Damit geht die zur Resonanzfrequenz gehörende Windgeschwindigkeit zurück auf

$$v = 1,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dieses Beispiel macht deutlich, welchen geringen Einfluss eine in Feldmitte starr befestigte Masse auf Eigenfrequenz und Windgeschwindigkeit ausübt. Eine Vergrößerung der Masse ist durch die wachsende Rohrbeanspruchung begrenzt. Auch in diesem Fall wird lediglich eine stärkere Verstimmung des Systems erreicht, die Schwingungsfähigkeit aber keinesfalls beeinträchtigt. Damit werden Dauerbrüche am Rohr oder an den Hilfsgeräten begünstigt und nicht vermieden.

Erfolgreich wäre die Methode der starren Zusatzmasse nur dann, wenn die Resonanzfrequenz Windgeschwindigkeiten unter etwa 0,2 m/s zur Folge hätte. Bei solchen niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten dürfte die Antriebsleistung des Windes in der Größenordnung der Dämpfungsleistung des Rohres liegen. Ausgeprägte Schwingungen mit gefährlichen Amplituden stellen sich dann nicht mehr ein.

### 3.2 Die ungefesselte Zusatzmasse an der Sammelschiene

Zur Unterdrückung von Sammelschienenrohr-Schwingungen wurden in der Praxis bereits Draht- bzw. Seilstücke lose in den Hohlkörper eingelegt [2]. Die Draht- bzw. Seilstückchen sammelten sich durch die Schwingbewegungen etwa in Feldmitte, deshalb wurde später ein Seilstück etwa von Sammelschienenlänge eingelegt. Diese Lösung brachte zufriedenstellende Ergebnisse.

Zunächst tritt durch das Einlegen eines Seilstückes als «Dämpfungsmittel» in das Rohr eine Verstimmung des Systems, d.h. eine Änderung der Resonanzfrequenz ein. Die Nutzlosigkeit dieses Effektes wurde bereits bewiesen. Unterschiedlich ist gegenüber der früher behandelten, starr gefesselten Masse jetzt die lose Kopplung.

Am Beispiel eines Feder-Masse-Schwingers soll das Verhalten einer am Hauptsystem nicht elastisch gefesselten Masse rein qualitativ diskutiert werden (Fig. 2).

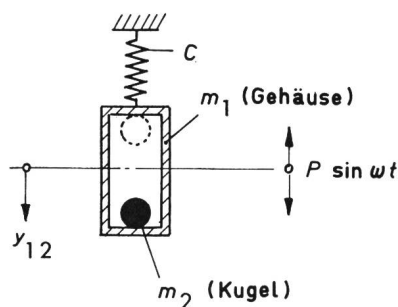


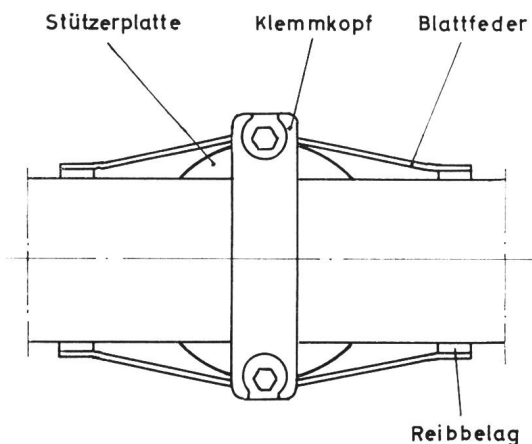
Fig. 2  
Feder-Masse-Schwinger mit nicht gefesselter Zusatzmasse  $m_2$

Startet das System, angetrieben durch die Störkraft  $P \sin \omega t$  aus der Ruhelage nach oben, so wird die Kugel  $m_2$  auf den Boden von  $m_1$  gepresst. Es gilt die Bewegungsgleichung

$$(m_1 + m_2) y_1'' + c y_1 = P \sin \omega t \quad (11)$$

Indem  $m_1 + m_2$  der oberen Umkehrlage zustrebt, kann die Verzögerung von  $m_1$  grösser werden als die Erdbeschleunigung. Die Kugel  $m_2$  löst sich dann vom Boden und schwebt im Gehäuse von  $m_1$ . Ist die Verzögerung von  $m_1$  viel grösser als die auf  $m_2$  wirkende Erdbeschleunigung, so wird  $m_2$  die obere Begrenzung des Gehäuses  $m_1$  berühren. Aus dieser Lage wird sich die Kugel wieder lösen, wenn bei der Abwärtsbewegung die Beschleunigung von  $m_1$  kleiner wird als die Erdbeschleunigung.

### Draufsicht



### Seitenansicht

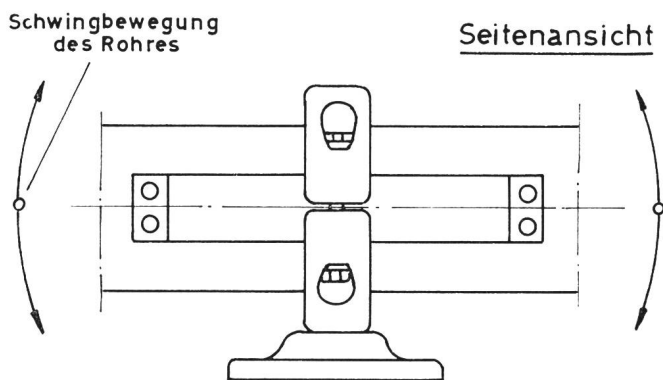


Fig. 3  
Reibdämpfer

Eine die Schwingbewegung von  $m_1$  störende Relativbewegung zwischen  $m_2$  und  $m_1$  kann also nur zustande kommen, wenn zu irgendeinem Zeitpunkt  $t$  während des Schwingungsvorganges die Beschleunigung oder Verzögerung von  $m_1$  grösser wird als die Erdbeschleunigung.

Zur Beurteilung der Wirksamkeit einer ungefesselten Masse im begrenzten Raum einer federgefasst schwingenden Masse als Schwingungsstörer gilt demnach folgende Bedingungs-gleichung:

$$y_1'' \geq g \quad (12)$$

Das Ergebnis der Untersuchung am Beispiel des Feder-Masse-Schwingers lässt sich sinngemäss auch auf den Fall des schwingenden Rohres mit eingelegtem Seil übertragen.

Das Seil kann als Gegen- oder Störschwinger nur wirksam werden, wenn die Erdbeschleunigung zu irgendeinem Zeitpunkt grösser ist als die maximale Rohrbeschleunigung. Ist dies der Fall, so wird sich zunächst das Seil in Rohrmittle von der Rohrinnenwand lösen. Mit grösseren Beschleunigungsunterschieden werden auch längere Abschnitte des Seiles vom Rohr gelöst und der Stör-Schwingeffect wird wirksamer. Ein Energieverzehr während dieses Vorganges ist nur möglich, wenn es zu unelastischen Stössvorgängen kommt, d.h. wenn sich beim Stoss entweder das Rohr oder das Seilstück plastisch verformt. Mit den Daten des vorhergehenden Beispiels soll jetzt gezeigt werden, wann das auf der ganzen Rohrlänge eingelegte Al/St.-Seil 490/65 mm<sup>2</sup> sich in Feldmitte gerade vom Rohrboden löst. Das Al/St.-Seil 490/65 hat einen Aussendurchmesser von 30,6 mm, das spezifische Gewicht beträgt  $3,36 \cdot 10^{-3}$  kp/cm<sup>3</sup>, d.h. 1 m Seil wiegt fast 2 kp.

Die Resonanzfrequenz des Rohres ändert sich durch die Zusatzmasse von 2,3 auf 1,56 Hz, solange die Bedingung  $y_1'' < g$  eingehalten wird. Für  $y_1'' \geq g$  löst sich das Seil von der Unterlage und es kommt zu Gegenschwingungen. Im vorliegenden Fall wird mit der vereinfachten Gl. (3)

$$y = y_0 \sin \omega t \sin \frac{\lambda}{l} x \quad (13)$$

mit  $x = l/2$  und  $\omega t = \pi/2$  die Maximalbeschleunigung in Feldmitte

$$y_1''_{\max} = -y_0 \omega^2$$

Eingesetzt in die Beziehung (12) erhält man schliesslich

$$y_0 \geq \frac{g}{\omega^2} \quad (14)$$

Mit den Werten aus dem Beispiel wird dann

$$y_0 \geq 4,67 \text{ cm}$$

Erst bei einer Schwingamplitude von  $y_0 \geq 4,67$  cm in Feldmitte tritt der Stör-Schwingeffect auf. Bei Amplituden unterhalb dieses Grenzwertes löst sich das Seil zu keinem Zeitpunkt von der Rohrinnenwand. Andererseits können bei Amplituden von etwa 4,5 cm in Rohrmittle bereits Biegebeanspruchungen auftreten, die durchaus Schäden einleiten können.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass lose mit dem Rohr gekoppelte Massen als Schwingungsstörer nur bei relativ hohen Schwingfrequenzen und Amplituden wirksam werden.

### 3.3 Reibdämpfer als Schwingungsschutz

Der in Fig. 3 gezeigte Reibdämpfer kann beispielsweise an dem Stützpunkt eines beiderseits gestützten Rohres eingebaut werden. Das Reibglied ist starr mit dem Leitungsträger verbunden, so dass bei vertikaler Schwingbewegung des Rohres zwischen Rohr und Reibglied eine Relativbewegung stattfindet. Nach den bekannten Gesetzen der Mechanik wird dabei Reibarbeit geleistet. Durch entsprechende Dimensionierung der Reibglieder, ihres Reibbeiwertes und Anpressdruckes ist es möglich, ein Energiegleichgewicht zwischen der durch Reibung verzehrten Energie und der durch den Wind eingespeisten Energie herzustellen. Ist dies gewährleistet, so können sich keine gefährlichen Schwingungen aufbauen.

Anhand des folgenden Ersatz-Schaltbildes soll die Funktion eines Reibdämpfers kurz erläutert werden (Fig. 4):

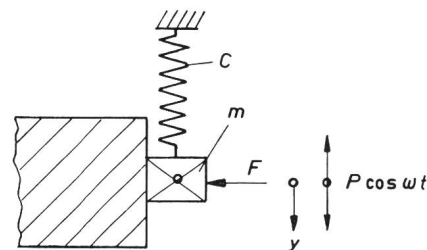


Fig. 4  
Feder-Masse-Schwinger  
mit Reibdämpfer

Die Anpresskraft  $F$  wird durch die Blattfeder gemäss Fig. 3 erzeugt. Der Betrag des Reibbeiwertes  $\mu_R$  soll für Ruhe- und Bewegungsreibung gleich gross sein. Die Reibkraft  $R$  beträgt dann in beiden Fällen

$$R = \mu_R F \quad (15)$$

Für den Schwinger nach Fig. 4 lautet die Bewegungsgleichung

$$m y'' + c y = R + P \cos \omega t \quad (16)$$

Die Lösung der Gleichung ist dann

$$y = \pm \frac{R}{c} + y_F \cos \omega t \quad (17)$$

mit

$$y_F = \frac{P}{c - m \omega^2} \quad (18)$$

Für die Reibarbeit einer Halbschwingung gilt

$$A_R = - \int_0^\pi R \frac{dy}{d\omega t} d\omega t = 2 R y_F \quad (19)$$

Mit der vereinfachten Schwingungsgleichung (3) wird die Amplitude  $y_F$  im Falle des beiderseits gestützten Rohres

$$y_F = y_0 \sin \frac{\lambda}{l} x \quad (20)$$

Für die mittlere Reibleistung pro Vollschiwingung gilt schliesslich

$$N_R = 4 R y_0 \cdot f \sin \frac{\lambda}{l} x \quad (21)$$

Aus der Leistungsbilanz des schwingenden Rohres

$$N_E = N_R + N_{D\ddot{a}} \quad (22)$$

lässt sich endlich die gesuchte Dimensionierungsgleichung für den Reibdämpfer ableiten. Dabei bedeuten  $N_E$  die vom Wind eingespeiste Energie und  $N_{D\ddot{a}}$  der Leistungsverzehr des Rohres durch innere und äussere Eigendämpfung.

Leider kann der Rohrdämpfer nur am gestützten Rohrende mit Erfolg eingesetzt werden. Bei eingespannten Rohrenden ist eine wirtschaftliche Konstruktion des Dämpfers nicht möglich. Die Schwingbewegung des Rohres wird hier im Bereich des Stützers so gering, dass der Leistungsverzehr ungenügend ist. Eine weitausladende Konstruktion arbeitet nur, wenn ihre Biegeelastizität, im Vergleich zum Rohr, unbedeutend ist. Diese Forderung führt aber in der Praxis zu völlig unwirtschaftlichen Lösungen.

Das beschriebene Problem gilt nicht nur für den Fall des eingespannten Rohrendes, sondern auch dann, wenn das Rohr die Stützstelle ungeschnitten durchläuft und symmetrische Schwingungen auftreten [1].

Der Reibdämpfer eignet sich als Schwingungsschutz aus den dargelegten Gründen nur für Stützstellen mit gelenkig gelagertem Rohrende. In der Praxis laufen die Sammelschienenrohre aber oft ungeschnitten über wenigstens eine Stützstelle. Reibungsdämpfer in der Bauart gemäss Fig. 4 sind deshalb kein allgemein wirksamer Schwingungsschutz für Rohrsammelschienen.

### 3.4 Der am Rohr als Tilger befestigte Feder-Masse-Schwinger

Auf allen Gebieten der Technik ist die Nützlichkeit des sog. Tilgereffektes zur Unterdrückung gefährlicher Schwingungen bekannt. Der zu «dämpfende» Hauptschwinger wird mit einem Zusatzschwinger ausgerüstet, dessen Eigenfrequenz mit der Frequenz der Störkraft übereinstimmt. Es kommt dann zu dem sog. Tilgereffekt: die Schwingungsamplitude des Hauptschwingers geht trotz Störkraft gegen Null [3]. Bei diesem Vorgang verzehrt der Tilger im Gegensatz zum Dämpfer, wenn man von der Eigendämpfung im Tilger absieht, keine Energie.

Die analytische Untersuchung des Schwingungssystems Rohr plus Tilger gemäss Fig. 5 lässt sich hinsichtlich der

Eigenwerte auch hier übersichtlich mit Matrizen durchführen. Die Feldmatrizen für die Abschnitte  $l_1$  und  $l_2$  sind bis auf die Indizes identisch mit der Matrix (19) in [1]. Der Übergang von Feld  $l_1$  in Feld  $l_2$  wird mit Hilfe der Punktmatrix

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{m c \omega^2}{c - m \omega^2} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

durchgeführt. Die allgemeine Eigenwertgleichung des Systems «Rohr und Tilger» lautet dann:

$$S(\lambda_1) \cdot C(\lambda_2) + S(\lambda_2) \cdot C(\lambda_1) - \frac{a^*}{2} [S(\lambda_1) \cdot B(\lambda_2) + S(\lambda_2) \cdot B(\lambda_1)] = 0 \quad (24)$$

mit

$$a^* = \frac{a}{EI \sqrt[4]{\frac{\mu \cdot \omega^2}{EI}}} = \frac{m c \omega^2}{(c - m \omega^2) EI \sqrt[4]{\frac{\mu \omega^2}{EI}}} \quad (25)$$

und

$$\begin{aligned} S(\lambda) &= 2 \sin h \lambda \cdot \sin \lambda \\ C(\lambda) &= 2 \cos h \lambda \cdot \cos \lambda \\ B(\lambda) &= \cos h \lambda \cdot \sin \lambda - \sin h \lambda \cdot \cos \lambda \end{aligned} \quad (26)$$

Die drei Funktionen (26) sind in [4] tabelliert.

Wird der Tilger in Feldmitte montiert, so gilt  $l_1 = l_2$  und  $\lambda_1 = \lambda_2$ . Gl. (24) vereinfacht sich dann zu

$$S(\lambda) [2 C(\lambda) - a^* B(\lambda)] = 0 \quad (27)$$

Gl. (28) wird erfüllt für:

$$1) \quad S(\lambda) = 0 \rightarrow \sin h \lambda \cdot \sin \lambda = 0 \quad (28)$$

$$2) \quad \frac{C(\lambda)}{\lambda B(\lambda)} = \frac{m c}{(c - m \omega^2) 2 \mu l} \quad (29)$$

Die erste Lösung liefert die Eigenwerte:

$$\lambda = n \pi \quad \text{mit} \quad n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

Damit ist folgende Aussage möglich:

Wird der Tilger in Feldmitte montiert, so liegt die Befestigungsstelle bei den möglichen, zur Feldmitte asymmetrischen Schwingungsformen stets im Schwingungsknoten. Bei Schwingungsformen dieser Art ist der Tilger unwirksam.

Die zweite Lösung liefert für den Sonderfall der Resonanz mit  $\omega_0^2 = \omega^2$  die Eigenwertgleichung:

$$\frac{C(\lambda)}{B(\lambda)} = \infty \quad (30)$$

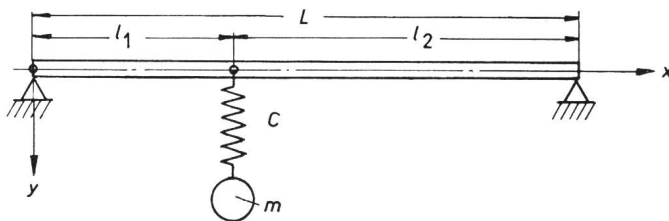


Fig. 5  
Rohr mit Feder-Masse-Schwinger als Tilger

mit den Eigenwerten

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 3,93 \\ \lambda_2 &= 7,07 \\ \lambda_3 &= 10,21 \\ \lambda_4 &= 13,35 \text{ usw.}\end{aligned}$$

gemäss

$$\lambda \approx (4n + 1) \frac{\pi}{4} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Damit ist folgende Aussage möglich:

Wird der Tilger in Feldmitte montiert und liegt Resonanz zwischen der Schwingfrequenz des Rohres und der Eigenfrequenz des Tilgers vor, dann treten, bezogen auf die Feldmitte, symmetrische Schwingungsformen auf. Das Rohr verhält sich dabei in Feldmitte wie fest eingespannt. Die Grundschwingung, bezogen auf das Doppelfeld  $L = 2l_{1,2}$  mit maximaler Amplitude in Feldmitte, bildet sich nicht aus. Im Falle der Resonanz tritt hier völlige Tilgung ein, so dass sich diese Schwingungsform nicht aufbauen kann. Da nur diese Schwingungsform in der Praxis gefährliche Auswirkungen hat, ist die Lösung des Schwingungsproblems durch einen abgestimmten Tilger optimal.

Einen rein qualitativen und leichter verständlichen Überblick zur Wirksamkeit des Tilgers verschafft eine Energiebetrachtung. Dabei wird vorausgesetzt, dass dem schwingungsfähigen System nach Fig. 5, mit und ohne Tilger, die gleiche Antriebsenergie vom Wind zufließt. Die Tilgermasse wird so gewählt, dass die Schwingungsform des Rohres nicht modifiziert wird, d.h. für die Schwingungsform gilt uneingeschränkt die Ortsgleichung (6).

Die Energiebilanz lautet:

$$2 U_{S0} + 2 T_{S0} = 2 U_{SM} + 2 T_{SM} + 2 U_T + 2 T_T \quad (31)$$

Darin bedeuten:

- $U_{S0}$  die potentielle Energie des Schwingers *ohne* Tilger und
- $T_{S0}$  die kinetische Energie des Schwingers *ohne* Tilger.
- $U_{SM} + U_T$  die potentielle Energie des Schwingers *mit* Tilger und
- $T_{SM} + T_T$  die kinetische Energie des Schwingers *mit* Tilger.

Die Lösung der Gl. (31) erfolgt nach den üblichen Verfahren [4] und führt zu folgendem Amplitudenverhältnis:

$$\frac{y_T^2}{y^2} = \frac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_1^2 - \omega^2 - \frac{m_2}{\mu} \cdot \frac{\omega_2^2 \omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \sin^2 \frac{\lambda}{L} x} \quad (32)$$

Hier bedeuten

- $y_T$  die Amplitude des Rohres in Feldmitte *mit* Tilger und
- $y$  die Amplitude des Rohres in Feldmitte *ohne* Tilger.
- $\omega_1$  die Eigenkreisfrequenz des Rohres,
- $\omega_2$  die Eigenfrequenzkreis des Tilgers,
- $\omega$  die Antriebskreisfrequenz.

Aus Gl. (32) lassen sich folgende qualitativen Feststellungen zur Wirksamkeit des Tilgers ableiten:

a) Bei Übereinstimmung zwischen Antriebskreisfrequenz  $\omega$  und Eigenkreisfrequenz  $\omega_2$  des Tilgers wird die Amplitude  $y_T = 0$ . Dies

ist die bekannte Eigenheit eines Schwingungssystems mit abgestimmtem Tilger.

b) Für den Fall  $\omega_2 \neq \omega$  ist das Amplitudenverhältnis um so kleiner, die Tilgung also um so besser, je grösser die Masse des Tilgers  $m_2$  ausgelegt wird.

c) Der Tilger wird am Einbauort  $x = 0$  und  $x = L$  unwirksam. Die beste Wirkung erreicht man für  $x = L/2$  (Feldmitte). In diesem Fall ist der Ausdruck

$$\left| \sin^2 \frac{\lambda}{L} x \right|_{x=L/2} = 1 \quad (33)$$

Zusammenfassend gelten für die Dimensionierung und den Einbau eines Tilgers folgende Regeln:

- a) Die Eigenfrequenz des Tilgers ist der möglichen Schwingfrequenz des Rohres anzupassen.
- b) Die Masse des Tilgers ist auf die Masse des Rohres abzustimmen.
- c) Der Tilger soll etwa in Rohrmitte eingebaut werden.

### 3.5 Elastische Lagerung des Rohres an den Stützpunkten

Die Art der Lagerung hat erheblichen Einfluss auf die Eigenfrequenz des Stabes. Es soll deshalb noch der Fall eines elastisch gestützten Stabes untersucht werden (Fig. 6). Einmal ist nicht auszuschliessen, dass diese Lagerart die Unterdrückung von Resonanzschwingungen fördert, zum anderen sind elastische Lagerungen von Sammelschienenrohren auch in der Praxis hin und wieder üblich.

Zur Analysierung des Problems wird die Ortsgleichung (5) in Anspruch genommen.

Die Lösung setzt zunächst zur Feldmitte ( $x = l/2$ ) symmetrische Schwingungsformen voraus. Es gelten dann folgende Randbedingungen:

- a) für  $x = 0$  ist  $E I X''' = c X$  (Querkraft am Stabende ist gleich Federkonstante mal Verschiebung)
- b) für  $x = 0$  ist  $X'' = 0$  (Kein Moment)
- c) für  $x = l/2$  ist  $X' = 0$  (Bei zur Feldmitte symmetrischer Schwingungsform muss die Steigung = 0 sein)
- d) für  $x = l/2$  ist  $X''' = 0$  (Bei der vorgegebenen Schwingungsform muss die Querkraft in Feldmitte = 0 sein)

Unter Beachtung der Randbedingungen findet man mit Gl. (5) schliesslich die Eigenwertgleichung

$$\text{th} \frac{\lambda_n}{2} + \text{tg} \frac{\lambda_n}{2} = - \frac{2 c l^3}{E I \lambda_n^3} \quad (34)$$

Im Grenzfall unendlich weicher Federn ( $c = 0$ ) vereinfacht sich Gl. (34) zu

$$\text{tg} \frac{\lambda_n}{2} = - \text{th} \frac{\lambda_n}{2} \quad (35)$$

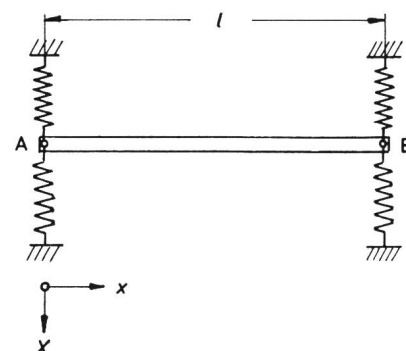


Fig. 6  
An den Punkten A und B elastisch und gelenkig gestützter Stab

mit den Lösungen

$n$	1	2	3	...
$\lambda_n$	$\frac{3}{2} \pi$	$\frac{7}{2} \pi$	$\frac{11}{2} \pi$	

(36)

Dies sind die Eigenwerte des völlig freien Stabes bei symmetrischer Schwingungsform.

Werden die Federn unendlich hart ( $c = \infty$ ) so lautet die neue vereinfachte Eigenwertgleichung

$$\operatorname{tg} \frac{\lambda_n}{2} = -\infty \quad (37)$$

Lösungen dieser Gleichung sind

$n$	1	2	3	...
$\lambda_n$	$\pi$	$3\pi$	$5\pi$	

(38)

Dies sind die Eigenwerte des beiderseits starr gestützten Stabes bei symmetrischer Schwingungsform.

Im Falle asymmetrischer Schwingungsform, bezogen auf die Feldmitte ( $x = l/2$ ) gelten die Randbedingungen

- a) für  $x = 0$  ist  $E I X''' = c X_0$
- b) für  $x = 0$  ist  $X'' = 0$
- c) für  $x = \frac{l}{2}$  ist  $X = 0$
- d) für  $x = \frac{l}{2}$  ist  $X'' = 0$

Unter Beachtung dieser Werte findet man die Eigenwertgleichung

$$\operatorname{cotg} \frac{\lambda_n}{2} - \operatorname{coth} \frac{\lambda_n}{2} = \frac{2 c l^3}{E I \lambda_n^3} \quad (39)$$

Für den Grenzfall unendlich weicher Federn ( $c = 0$ ) vereinfacht sich Gleichung (39) zu

$$\operatorname{tg} \frac{\lambda_n}{2} = \operatorname{th} \frac{\lambda_n}{2} \quad (40)$$

mit den Lösungen

$n$	1	2	3	...
$\lambda_n$	$\frac{5}{2} \pi$	$\frac{9}{2} \pi$	$\frac{13}{2} \pi$	

(41)

Bei unendlich harten Federn ( $c = \infty$ ) wird aus Gl. (39)

$$\operatorname{tg} \frac{\lambda_n}{2} = 0 \quad (42)$$

mit den Lösungen

$n$	1	2	3	...
$\lambda_n$	$2\pi$	$4\pi$	$6\pi$	

(43)

Dies sind die asymmetrischen Schwingungsformen des Stabes auf zwei starren Stützen.

Die Untersuchung zeigt, dass die elastische Stützung der Stabenden Eigenwerte liefert, die zwischen den Werten des völlig freien Stabes und des starr gestützten Stabes liegen. Zur weiteren Beurteilung der Ergebnisse wird Gl. (7) herangezogen. Dabei wird deutlich, dass die Eigenfrequenzen des elastisch gestützten Stabes höher liegen als die des starr gestützten Stabes. Grössere Frequenzunterschiede sind jedoch kaum zu erwarten. Vergleicht man aufgrund der Grenzwertbetrachtung

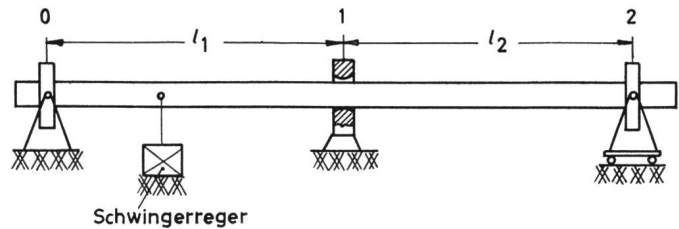


Fig. 7  
Schema des Rohrschwingungsstandes

die Eigenfrequenz des völlig freien Stabes mit der Eigenfrequenz des starr gestützten Stabes, so ergibt sich für die Grundfrequenz ein Verhältnis 9:4.

Die elastische Lagerung kann demnach keinesfalls zu Eigenfrequenzen führen, die vom Wind nicht mehr angeregt werden können. Eine Lösung des Schwingungsproblems ist also aus dieser Sicht nicht zu erwarten. An dieser Feststellung wird sich auch wenig ändern, wenn die bisher als masselos betrachteten Federn mit Masse belegt werden, so dass ein zusätzliches Schwingungssystem existiert.

#### 4. Beschreibung eines Rohrschwingungsstandes

Zur Beobachtung und Ausmessung verschiedener Schwingungsvorgänge wurde ein Rohrschwingungsstand errichtet.

Der Prüfstand nach Fig. 7 und 8 eignet sich für Rohre bis zu einem maximalen Aussendurchmesser von 250 mm. Die grösste Entfernung zwischen den beiden äusseren Stützen 0 und 2 beträgt etwa 30 m. An der Stützstelle 0 kann das Rohr wahlweise gelenkig gelagert oder fest eingespannt werden. Stützstelle 1 ist zwischen den Stützen 0 und 2 stufenlos verschiebbar, so dass auch ungleiche Feldlängen eingestellt werden können.

Die Schwingungserregung erfolgt im Gegensatz zur Praxis nicht über die gesamte Rohrlänge gleichmässig verteilt angreifend, sondern konzentriert an einer Stelle. Die Kopplung des Erregers kann an jeder beliebigen Stelle des Feldes bzw. der beiden Felder erfolgen. Zur Schwingungserregung stehen wahlweise zwei Erregereinrichtungen zur Verfügung.

Die mechanische Erregereinrichtung besteht aus zwei gegenläufigen unwuchtigen Massen, die über eine biegsame Welle von einem drehzahlregelbaren Antrieb gespeist werden. Die beiden Unwuchten sind am Rohrleiter befestigt.

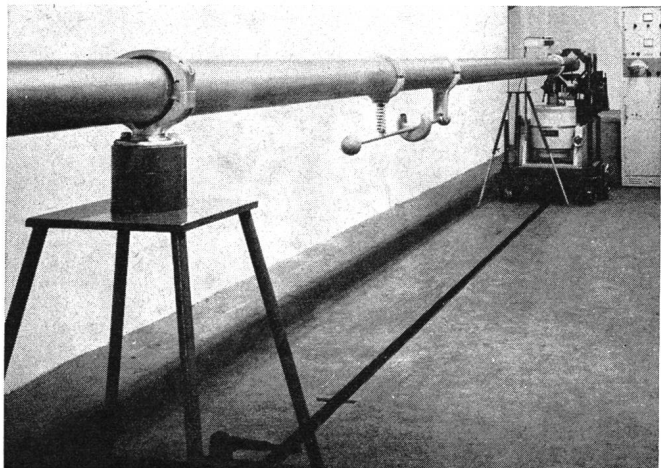


Fig. 8  
Rohrschwingungsstand

Die elektromagnetische Einrichtung arbeitet nach dem Tauchspul-Prinzip und benötigt neben dem eigentlichen Erreger noch einen Frequenzgenerator sowie einen Verstärker.

Für Dauerversuche wird in der Regel die mechanische Einrichtung eingesetzt, während bei Messungen der elektromagnetische Erreger bevorzugt wird.

Reibdämpfer werden zur Prüfung an der Mittelstütze 1 montiert. Dynamische Tilger werden etwa in Feldmitte angebaut und auf Wirksamkeit getestet.

Fig. 9 zeigt das Amplituden-Zeitverhalten einer Rohrsammelschiene mit und ohne Reibdämpfer. Zum Versuchsaufbau sind folgende Daten zu nennen:

Al-Rohr mit Aussendurchmesser  $D_A = 150$  mm  
 mit Innendurchmesser  $D_I = 130$  mm  
 Stützlänge  $l_1 = l_2 = 8$  m

Erregung etwa 1 m vor der Stützerstelle 0. Die Schwingamplitude wurde mit elektronischen Instrumenten aufgezeichnet.

Zum Versuch wurde das Rohr in erzwungene Schwingungen mit der gewünschten Resonanzamplitude versetzt. Im eingeschwungenen Zustand wurde der Erreger abgeschaltet und die abklingenden Amplituden aufgezeichnet. Die Untersuchungen wurden mit und ohne Dämpfer sowie bei symmetrischer und asymmetrischer Schwingungsform durchgeführt.

Im Falle asymmetrischer Schwingungsform ist die Wirksamkeit des Reibdämpfers beachtlich. Bei symmetrischer Schwingungsform ist praktisch kein Unterschied zwischen der Abklingkurve ohne Dämpfer und der mit Dämpfer. Beachtet man, dass die Rohreigendämpfung bei symmetrischer Schwingungsform etwas grösser als bei asymmetrischer Schwingungsform ist, so kann man den Reibdämpfer bei symmetrischer Schwingungsform als wirkungslos bezeichnen.

Die Form der Abklingkurve (asymmetrische Schwingungsform mit Reibdämpfer) wird bestimmt durch die Rohreigendämpfung und die Reibdämpfung. Ein Kurvenverlauf, entsprechend einer  $e$ -Funktion, wie er bei geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung vorliegt, ist also keinesfalls zu erwarten. Aus diesem Grunde wurde das Zeit-Weg-Verhalten dargestellt. Die Bestimmung einer sog. Abklingkonstante ist wertlos, da sich diese Grösse im vorliegenden Falle mit der Amplitude ändert, also nicht konstant ist.

Schwingungsversuche mit einem dreifach gestützten Al-Rohr 150/10 mm, mit dem auf der gesamten Rohrlänge ein Al/St-Seil 240/40 mm<sup>2</sup> lose eingelegt war, brachten folgende Ergebnisse:

Mit eingelegtem Seil lag die Eigenfrequenz des Rohres um etwa 3 bis 4 % niedriger. Bei konstanter Eingangsleistung in das schwingende System erreichte die Schwingamplitude bei Rohr und Seil im Mittel noch etwa 50 % des Bezugswertes «Rohr ohne Seil». Die Anlageverhältnisse des Seiles im Rohr hatten einen wesentlichen Einfluss auf die Grösse der gedämpften Schwingamplitude. So wurden unter sonst konstanten Bedingungen gedämpfte Amplituden zwischen 20 und 80 % des Bezugswertes gemessen. Eine geringfügige Verlagerung des Leiterseiles im Rohr liess den Amplitudenwert von 20 auf 80 % anwachsen.

Eine Dämpfung der Schwingamplituden wurde auch dann beobachtet, wenn das Seil sich noch nicht von der Rohrrinnenwand hämmernd löste. Löste sich das Seil vom Rohr, so limitierte die hämmernde Gegenschwingung die Rohramplitude auch bei höherer Eingangsenergie.

## 5. Zusammenfassung

In Freiluft-Schaltanlagen können Rohrsammelschienen vom Wind zu gefährlichen Biegeschwingungen angeregt werden. Läuft das dreifach gestützte Sammelschienenrohr ungeschnitten und gelenkig gelagert über die Mittelstütze, so wird das Rohr im Falle symmetrischer Schwingungsform an dieser Stelle genauso beansprucht wie ein eingespanntes Rohrende.

Zur Unterdrückung der Rohrschwingung wurden verschiedene Möglichkeiten untersucht und folgende Ergebnisse erzielt:

a) Am Rohr starr befestigte Zusatzmassen ändern die Systemeigenfrequenz, ohne die Schwingungsfähigkeit und damit das Schwingungsrisiko zu mindern.

b) Lose, mit dem Rohr gekoppelte Zusatzmassen (eingelegte Seilstücke) ändern bei kleinen Rohrbeschleunigungen ebenfalls lediglich die Systemeigenfrequenz. Bei grösseren Rohrbeschleunigungen kann die Zusatzmasse begrenzte Schwingbewegungen ausführen und so die Rohrschwingung stören. Ein Energieverzehr findet nur statt, wenn der Stossvorgang zwischen Rohr und Zusatzmasse plastischer Natur ist.

Messungen im Schwingungsstand haben demgegenüber gezeigt, dass bereits bei kleinen Rohrausschlägen das eingelegte Seil eine messbare Dämpfung der Amplitude bringt. Offensichtlich kommt hier die hohe Eigendämpfung des ungespannten Leiterseiles zum Tragen, indem sich das Seil durch Biegung mit verformt. Die Untersuchungen auf diesem Gebiet werden fortgesetzt.

c) Reibschwingungsdämpfer sind ein zuverlässiges Hilfsmittel, solange ausreichende Schwingbewegungen des Rohres nahe dem Stützpunkt vorliegen. Bei eingespannten Rohrenden und symmetrischen Koppelschwingungen ist der Reibdämpfer wirkungslos.

d) Der Schwingungstilger ist bei sorgfältiger Abstimmung hinsichtlich Frequenz und Masse unter allen Bedingungen ein zuverlässiger Schwingungsschutz. Vorteilhafterweise sollte seine Eigen-

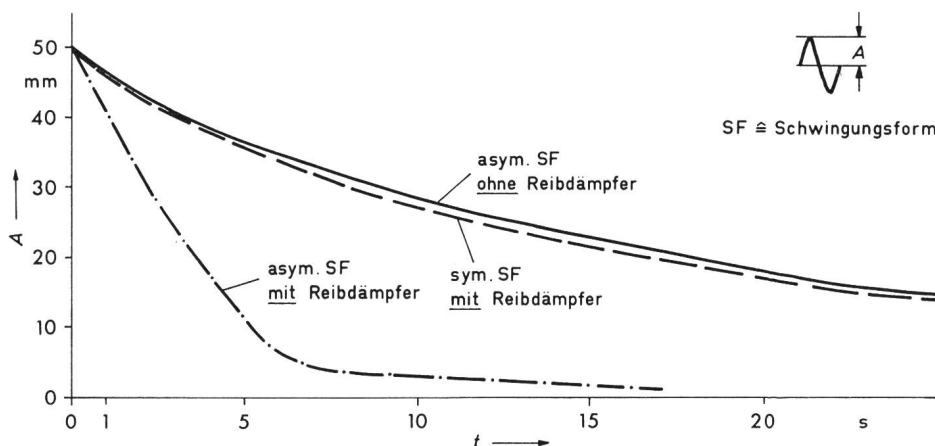


Fig. 9  
Amplitudenzeitverhalten einer Rohrsammelschiene mit und ohne Reibdämpfer

frequenz in gewissen Grenzen einstellbar sein, damit die üblichen Unterschiede zwischen errechneter und gemessener Rohreigenfrequenz an Ort und Stelle korrigiert werden können. Unter bestimmten Bedingungen kann es nützlich sein, die Eigendämpfung des Tilgers durch einen Zusatzdämpfer zu verbessern, damit Koppleresonanzen zwischen Tilger und Rohr bedeutungslos werden.

e) Die elastische Rohrlagerung führt zur Änderung der Rohreigenfrequenz, ohne die Schwingungsfähigkeit zu mindern.

Abschliessend wurde ein Rohrschwingungsstand beschrieben, in dem alle denkbaren Schwingungsvorgänge, soweit es um Biegeschwingungen geht, simuliert werden können. Dabei lassen sich auch die verschiedenen Schwingungsschutzeinrichtungen testen.

## Literatur

- [1] *L. Möcks*: Mechanische Schwingungen von Rohrsammelschienen in Freiluftschaltanlagen. Bull. SEV 64(1973)03, S. 137...142.
- [2] *S. J. Schwarz*: Shows need for bus damping. Electr. Wld. 159(1963)25, p. 19.
- [3] *Hütte. Des Ingenieurs Taschenbuch*. Herausgegeben vom Akademischen Verein e. V., Berlin. Theoretische Grundlagen. 28. Auflage. Verlag Wilhelm Ernst und Sohn, 1955.
- [4] *K. Hohenemser und W. Prager*: Dynamik der Stabwerke. Eine Schwingungslehre für Bauingenieure. Berlin, Verlag Julius Springer, 1933.

### Adresse des Autors:

*L. Möcks*, Richard Bergner Elektroarmaturen, Postfach, D-8540 Schwabach.

## OLIVER JOSEPH LODGE

1851 — 1940

Oliver Lodge, am 12. Juni 1851 in Penkhull (GB) geboren, hätte das väterliche Tonerdegeschäft übernehmen sollen. Nach dem Besuch der primitiven Dorfschule musste er bis zum 20. Altersjahr im Betrieb arbeiten. Eine Tante verschaffte ihm in dieser Zeit ab und zu Eintrittskarten zu Vorlesungen des grossen Experimentalphysikers *Tyndall*. Das weckte in dem aufgeweckten Jungen den Wunsch, selber zu studieren. Gegen den Willen des Vaters bereitete er sich darauf vor und bezog das Universitäts-College in London, wo er 1875 den Bachelor of Sc. und zwei Jahre später den Doctor of Sc. erlangte. Er erhielt sofort Lehrstellen, und 1881 wurde er als Professor für Physik und Mathematik ans Universitäts-College in Liverpool berufen. 1900 folgte er dem Ruf zum Rektor der neu gegründeten Universität Birmingham.

In seiner Londonerzeit befasste er sich u. a. mit Elektrolyse und Messungen der Ionen-geschwindigkeit. Bei Versuchen mit Elektrometern fielen ihm grosse Unterschiede im Verhalten an nebligen und trockenen Tagen auf. Zufällig beobachtete er, dass Nebel und Rauch beim Auftreten von Büschelentladungen niedergeschlagen wurden. Unter Ausnützung dieses Phänomens baute später der Amerikaner *Cottrell* elektrostatische Staubfilter.

Ebenfalls in London machte er Versuche mit Wellen längs Leitern und erfand 1889 eine Cohäer-Schaltung zum Nachweis von Hertzschcn Wellen. Im folgenden Jahr beschrieb er in der Zeitschrift *Nature* seine Leydner-Flaschen-Experimente, die grundlegend für das Messen und das Abstimmen von elektromagnetischen Wellen wurden.

Im August 1894 demonstrierte er in Oxford an einer Versammlung der British Association die Verwendung von Hertzschcn Wellen zur Übertragung von Morsesignalen, wobei diese auf einer Entfernung von 60 m mehrere Mauern zu durchdringen hatten. Er formulierte auch die Bedingungen, die an einen brauchbaren Oszillator hinsichtlich Dämpfung und Abstimmung zu stellen waren. Für diese Vorführung erhielt Lodge die Rumford Medaille der Royal Society. Seine Formulierungen ermöglichten seinerzeit die Funkentelegraphie.

Lodge machte sich aber nichts aus Prioritäten. Er war in erster Linie ein hervorragender Dozent, der es verstand, die wissenschaftlichen Tatsachen einfach und klar darzustellen. Er verfocht eifrig die Existenz des Äthers. Nach 1910 widmete er sich eingehend spiritistisch-my-stischen Untersuchungen. Am 22. August 1940 starb er in Amesbury.

Einer seiner Mentoren schreibt von ihm, er sei grösser gewesen als sein Werk, ein überall gerne gesehener, bis ins Alter jugendlich ge-bliebener, zukunftsgläubiger Forscher und Lehrer, der alle durch seine angeborene Güte und Freundlichkeit gewann.

*H. Wüger*

