

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 64 (1973)  
**Heft:** 13  
  
**Artikel:** Sur propriétés électromagnétiques des matériaux réels  
**Autor:** Gardiol, F.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915567>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)  
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

## Sur les propriétés électromagnétiques des matériaux réels

Par F. Gardiol

537.226

*Dans un milieu présentant des propriétés linéaires, la cause et l'effet ne sont proportionnels l'un à l'autre en temps réel que lorsque l'excitation est à fréquence nulle ou que le milieu n'est pas dissipatif. Pour les autres cas, le retard causé par les pertes rend toute proportionnalité impossible. La notation complexe permet de tenir compte de ce retard et de définir un coefficient complexe liant la cause à l'effet dans le domaine fréquentiel. Les parties réelle et imaginaire de ce coefficient doivent satisfaire aux conditions découlant des principes de causalité et de réponse bornée dans le temps. Ces notions sont illustrées par l'application au cas d'un diélectrique.*

*Die Ursache und deren Wirkung sind in einem Medium mit linearen Eigenschaften nur dann einander – in Echtzeit – proportional, wenn die Anregung mit der Frequenz null erfolgt oder wenn das Medium nicht dissipativ ist. In den übrigen Fällen schliesst die durch die Verluste verursachte Verzögerung jede Proportionalität aus. Mit der komplexen Schreibweise kann diese Verzögerung berücksichtigt werden: ein komplexer Faktor beschreibt im Frequenzbereich die Verbindung zwischen Ursache und Wirkung. Der Real- und der Imaginärteil müssen den Voraussetzungen des Kausalitätsprinzips und einer zeitbegrenzten Antwort genügen. Eine Anwendung auf ein Dielektrikum veranschaulicht diese Begriffe.*

### 1. Introduction

L'application de champs électromagnétiques à un milieu matériel provoque des interactions pouvant être de nature très diverse, telles que la formation ou la rotation de dipôles, l'alignement de domaines magnétiques, l'accélération de particules libres, etc. Il en résulte respectivement une polarisation ou une aimantation du milieu, ou encore l'apparition d'un courant électrique. Les relations de cause à effet dépendent du milieu considéré, mais obéissent toujours à certaines relations fondamentales telles que le principe de causalité et celui de réponse bornée dans le temps.

Le but de cet article est d'attirer l'attention sur les contraintes imposées par les deux principes cités ci-dessus, ainsi que par la présence de pertes dans pratiquement tous les milieux matériels. Bien que ces notions soient tout à fait générales, leurs implications en électromagnétisme ont surtout été mises en évidence dans des ouvrages de nature très théorique et dans des applications spécialisées, qui sont rarement à la disposition de l'ingénieur électricien. Le présent article espère contribuer à combler cette lacune.

Le champ électrique  $\vec{E}$  est considéré ici comme cause et le champ de déplacement  $\vec{D}$  en est l'effet<sup>1)</sup>. Le même traitement peut être utilisé pour les autres types d'interaction (magnétique, conduction). Le milieu considéré est isotrope (ses propriétés ne dépendent pas de l'orientation des champs) et invariant (ses propriétés sont indépendantes du temps). Finalement, le milieu a un caractère «linéaire», c'est-à-dire que les interactions y sont régies par des équations linéaires. Le prin-

cipe de superposition est alors applicable, de sorte que toute excitation dépendante du temps peut être exprimée sous la forme d'une série ou d'une transformée de Fourier. Il suffit alors de connaître la réponse du milieu à une excitation sinusoïdale, la réponse à une excitation plus complexe étant donnée par la sommation des réponses à chacun des composants de l'excitation. On ne considère pas ici les matériaux ferromagnétiques et ferroélectriques, dont la réponse n'est pas proportionnelle à l'excitation et pour lesquels les interactions sont de nature plus complexe (la résolution de problèmes d'électromagnétisme dans de tels milieux présente des difficultés majeures et peut rarement être effectuée de façon exacte, par suite de la présence de termes non-linéaires dans des équations aux dérivées partielles).

### 2. La permittivité

Dans le vide, le champ de déplacement est directement proportionnel au champ électrique:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (1)$$

Le facteur de proportionnalité, appelé constante électrique  $\epsilon_0$  vaut:

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \quad (2)$$

Dans un milieu matériel, l'existence d'un champ électrique  $\vec{E}$  provoque l'apparition d'une polarisation  $\vec{P}$  (à la suite de différents mécanismes que l'on ne considérera pas ici). La relation constitutive est alors donnée par:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (3)$$

Dans la résolution de problèmes d'électromagnétisme en présence de diélectriques, il est indispensable de connaître la relation entre la polarisation  $\vec{P}$  et le champ électrique  $\vec{E}$ . On

<sup>1)</sup> Les symboles en italiques correspondent aux champs électromagnétiques dans le domaine temporel (champs réels, fonctions du temps). Les lettres droites seront utilisées pour dénoter des «phaseurs» (domaine fréquentiel) dans la Section 3.

obtient cette relation à partir des équations différentielles linéaires qui définissent l'état du milieu, ce qui ne signifie pas pour autant que  $\bar{P}$  soit proportionnel à  $\bar{E}$ , comme l'illustre l'exemple suivant: on considère un milieu formé d'atomes (modèle classique) comportant chacun un noyau de charge  $+q$  entouré d'un nuage d'électrons, disposés symétriquement, dont la charge totale vaut  $-q$  (fig. 1), [1]<sup>2)</sup>.

La charge totale de chaque atome est nulle. De plus, en l'absence de champ électrique appliqué, les centres de gravité des systèmes de charges positives et négatives coïncident: l'atome ne possède pas de moment dipolaire permanent, il ne produit pas d'interaction électrique à distance. L'application d'un champ électrique  $\bar{E}$  provoque un déplacement des électrons d'une distance  $\bar{x}$  par rapport au noyau. Les forces internes de l'atome tendent à rétablir l'équilibre: une force de rappel est proportionnelle au déplacement ( $kx$ ), tandis qu'une autre force dépend de la vitesse ( $m\nu dx/dt$ ). Le bilan de toutes les forces en présence donne l'équation suivante:

$$m \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} + m\nu \frac{d\bar{x}}{dt} + k\bar{x} = -q\bar{E} \quad (4)$$

où  $m$  est la masse du nuage d'électrons (en supposant un noyau fixe),  $k$  le coefficient de la force de rappel et  $\nu$  un coefficient de pertes. Ces constantes peuvent être déterminées expérimentalement. Il faut remarquer ici que les phénomènes apparaissant au niveau de l'atome dépendent de la physique quantique et obéissent à des lois extrêmement complexes. Toutefois, en prenant une moyenne statistique sur un grand nombre d'atomes, on obtient bien la relation linéaire indiquée ci-dessus (4), où le déplacement  $\bar{x}$  ne correspond pas à un atome particulier mais représente une valeur moyenne.

Pour une excitation sinusoïdale de la forme

$$\bar{E} = \bar{a}_x E_x \cos \omega t \quad (5)$$

(où  $\bar{a}_x$  est le vecteur unité dans la direction du champ électrique), on obtient après quelques calculs:

$$\bar{x} = -\bar{a}_x \frac{(q/m) E_x}{[(\omega^2 - k/m)^2 + \omega^2 \nu^2]^{1/2}} \cos(\omega t + \Phi) \quad (6)$$

avec  $\Phi = \arctg \left( \frac{\omega \nu}{\omega^2 - k/m} \right)$

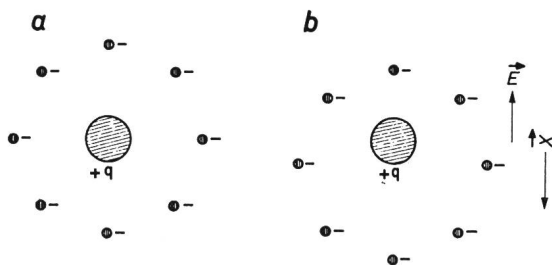


Fig. 1

Modèle de l'atome considéré

a sans champ électrique

b en présence d'un champ électrique appliqué

$q$  charge électrique du noyau

$\bar{E}$  champ électrique

$\bar{x}$  déplacement du centre de gravité

Le moment dipolaire d'un atome vaut  $\bar{p} = -q\bar{x}$ . Pour un milieu contenant  $N$  atomes du même type par unité de volume, la polarisation est donnée par

$$\bar{P} = N\bar{p} = -Nq\bar{x} \quad (7)$$

On obtient finalement le champ de déplacement  $\bar{D}$  en introduisant (6) dans (7) puis dans (3):

$$\bar{D} = \bar{a}_x E_x A \cos(\omega t - \delta) \quad (8)$$

$$\text{où } A = \left( \frac{[\varepsilon_0 (k/m - \omega^2) + Nq^2/m]^2 + (\omega \nu \varepsilon_0)^2}{(k/m - \omega^2)^2 + (\omega \nu)^2} \right)^{1/2}$$

$$\delta = \arctg \frac{\omega \nu}{k/m - \omega^2} - \arctg \frac{\omega \nu}{k/m - \omega^2 + Nq^2/m}$$

$\bar{D}$  est dirigé dans la même direction que  $\bar{E}$ . Prenant le rapport entre ces deux vecteurs, on obtient une grandeur qui varie dans le temps (sauf dans les deux cas particuliers considérés plus loin):

$$\frac{D}{E} = \frac{A \cos(\omega t - \delta)}{\cos \omega t} = A \cos \delta - A \tan \omega t \cdot \sin \delta \quad (9)$$

Ce rapport devient infini lorsque

$$t = \frac{(2n+1)\pi}{2\omega} = (2n+1) \frac{T}{4}, n = 0, 1, 2, \dots$$

Il n'existe que deux cas particuliers dans lesquels le rapport  $D/E$  ne dépend pas du temps, pour lesquels on pourra appeler ce rapport la «permittivité»  $\varepsilon$ :

a)  $\omega = 0$  Le champ électrique est constant.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{Nq^2}{k} \quad (10)$$

b)  $\nu = 0$  Le milieu ne présente pas de pertes et ne donne donc lieu à aucun déphasage ( $\delta = 0$ ).

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{Nq^2}{m} \left( \frac{1}{k/m - \omega^2} \right) \quad (11)$$

(on constatera par la suite que ce deuxième cas ne correspond pas à la réalité).

Bien que ces résultats aient été obtenus pour un cas particulier, les conclusions restent valables en général. Il ne sera possible de définir une permittivité  $\varepsilon$ , telle que

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E} \quad (12)$$

que dans les deux cas suivants:

a) électrostatique,

b) milieux sans pertes.

### 3. La permittivité complexe

De même qu'en électrotechnique [2], la résolution de problèmes en régime sinusoïdal permanent est grandement simplifiée par l'introduction de la formulation complexe, qui permet en particulier de remplacer la dérivation par rapport au temps par la multiplication par un facteur  $j\omega$ . On définit de façon semblable les «phaseurs»  $\bar{E}$  et  $\bar{D}$  par les relations suivantes:

$$\bar{E} = \text{Im} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{E} e^{j\omega t} \right) \quad (13)$$

$$\bar{D} = \text{Im} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{D} e^{j\omega t} \right)$$

Il faut noter ici que les phaseurs  $\bar{E}$  et  $\bar{D}$  ont à la fois des propriétés vectorielles dans l'espace et dans le plan complexe: il s'agit en fait de termes comportant 6 composantes. On pour-

<sup>2)</sup> Voir la bibliographie à la fin de l'article.

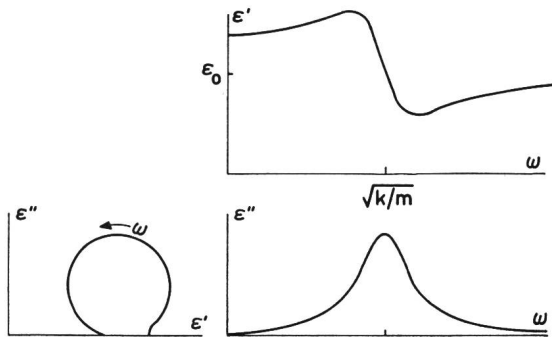


Fig. 2

Dépendance  $\varepsilon(\omega)$  pour un milieu formé d'atomes identiques

$\varepsilon$	permittivité complexe
$\omega$	pulsation
$k$	coefficient de rappel
$m$	masse totale des électrons de l'atome
$\sqrt{k/m}$	pulsation de résonance

rait prendre dans la relation (13) la partie réelle plutôt que la partie imaginaire, ce qui reviendrait à changer la définition de l'origine du temps. En régime sinusoïdal permanent, ce choix est tout à fait arbitraire.

Utilisant les phaseurs pour la résolution du problème traité en Section 2, on obtient dans tous les cas une proportionnalité entre  $\bar{D}$  et  $\bar{E}$ , le facteur de proportionnalité  $\varepsilon$  étant complexe:

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E} \quad (14)$$

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon_0 + \frac{Nq^2}{m} \left( \frac{1}{k/m - \omega^2 + j\omega\nu} \right) \quad (15)$$

Les parties réelle et imaginaire de la permittivité  $\varepsilon$  valent alors respectivement:

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \varepsilon_0 + \frac{Nq^2}{m} \cdot \frac{k/m - \omega^2}{(k/m - \omega^2)^2 + (\omega\nu)^2} \\ \varepsilon'' &= \frac{Nq^2}{m} \cdot \frac{\omega\nu}{(k/m - \omega^2)^2 + (\omega\nu)^2} \end{aligned} \quad (16)$$

On définit par ailleurs le facteur de pertes comme le rapport entre  $\varepsilon''$  et  $\varepsilon'$ :

$$\text{tg } \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \quad (17)$$

[la valeur de  $\delta$  pour le problème considéré ici a été donnée en (8)].

L'introduction des phaseurs permet de définir ainsi une permittivité complexe pour tous les milieux avec pertes ayant des caractéristiques linéaires. Une situation similaire existe en électrotechnique: en régime sinusoïdal permanent, il n'existe de proportionnalité entre courant et tension que pour le cas d'une résistance, alors que la notation complexe permet de définir une impédance complexe pour tout assemblage de composants linéaires.

Comme les mécanismes qui provoquent une polarisation sont tous dus à des variations de l'état mécanique interne du matériau et sont décrits par des équations différentielles (4), la permittivité complexe est généralement une fonction de la fréquence. Pour le cas considéré ci-dessus, la dépendance  $\varepsilon(\omega)$  est représentée en fig. 2. Cette relation peut aussi être décrite par un circuit équivalent [4] (fig. 3), où les différents éléments permettent de définir les facteurs qui influencent le mécanisme de polarisation. Il faut encore noter que la polarisation peut être

due à différents effets (dipolaire, déplacement de sites, ionique, électronique), chaque effet ayant une fréquence de coupure (pour le cas considéré ci-dessus,  $\omega_c = \sqrt{k/m}$ ) [5]. La fonction  $\varepsilon'(\omega)$  résultante est alors formée de paliers séparés par des zones à variation rapide (fig. 4), [3].

La partie imaginaire  $\varepsilon''(\omega)$  est faible dans les zones de palier, elle peut devenir importante dans les zones où  $\varepsilon'(\omega)$  varie. La corrélation entre  $\varepsilon'$  et  $\varepsilon''$  sera étudiée plus en détail dans la Section 4.

Un grand nombre de méthodes de mesure ont été mises au point pour déterminer la permittivité et le facteur de pertes [5; 6]. Les propriétés diélectriques de la plupart des matériaux ont été mesurées et sont présentées dans des tables [5; 7].

#### 4. Propriétés de la permittivité complexe

Bien que la polarisation puisse être due à plusieurs types de phénomènes apparaissant au niveau moléculaire ou atomique, certaines conditions doivent être satisfaites dans tous les cas. Si un matériau de permittivité complexe  $\varepsilon(\omega)$  est soumis à une impulsion de champ électrique en  $t = 0$ ,

$$\bar{E}(t) = \bar{E}_0 \delta(t) \quad (18)$$

$\delta(t)$ : impulsion de Dirac

le champ de déplacement résultant est obtenu à l'aide de la transformée de Fourier:

$$\bar{D}(t) = \frac{\bar{E}_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (19)$$

Développant (19) en parties réelle et imaginaire, on trouve:

$$\begin{aligned} \bar{D}(t) &= \frac{\bar{E}_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon' \cos \omega t + \varepsilon'' \sin \omega t d\omega + \\ &+ \frac{j\bar{E}_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon' \sin \omega t - \varepsilon'' \cos \omega t d\omega \end{aligned} \quad (20)$$

Mais  $\bar{D}(t)$  est un champ réel existant dans le domaine temporel, qui ne peut pas comporter de partie imaginaire. Cette exigence est satisfaite, pour tout  $t$ , lorsque  $\varepsilon'(\omega)$  est une fonction paire de  $\omega$  et  $\varepsilon''$  une fonction impaire, ce qui s'exprime de la manière suivante [8]:

$$\varepsilon(-\omega) = \varepsilon^*(\omega) \quad (21)$$

Tous les milieux réels satisfont au principe de causalité (2<sup>e</sup> principe de thermodynamique), qui spécifie que l'effet ne

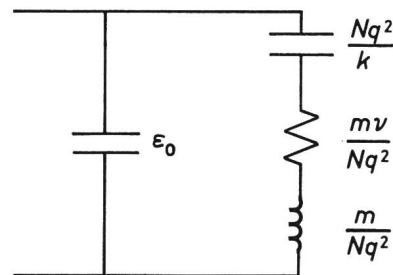


Fig. 3

Schéma équivalent d'un condensateur de capacité par unité de longueur  $\varepsilon(\omega)$

$N$	nombre d'atomes par unité de volume
$q$	charge électrique du noyau
$k$	coefficient de rappel
$m$	masse totale des électrons de l'atome
$\varepsilon$	permittivité complexe

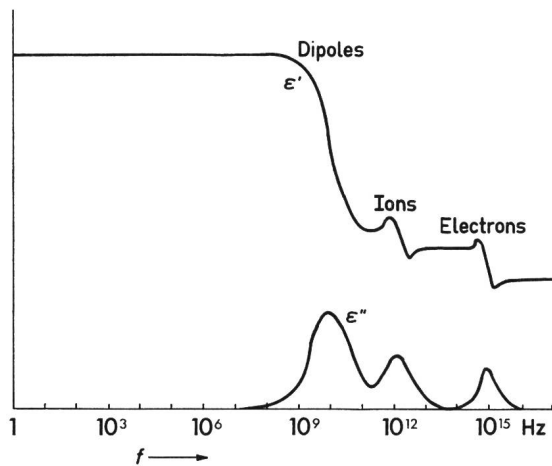


Fig. 4  
Dépendance de  $\varepsilon(\omega)$  pour un milieu possédant plusieurs mécanismes de polarisation distincts

$f$  fréquence  
 $\varepsilon$  permittivité complexe

peut pas précéder la cause. Il en résulte que la réponse à une impulsion de champ en  $t = 0$  doit être nulle pour  $t < 0$ :

$$\bar{D}(t) = 0 \quad \text{pour } t < 0 \quad (22)$$

dans la relation (19).

De plus, la réponse à l'impulsion doit être bornée et décroître dans le temps, afin de correspondre aux constatations expérimentales [9]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\bar{D}(t)| dt \neq \infty \quad (23)$$

Ces deux conditions sont remplies quand  $\varepsilon(\omega)$  est analytique (ne possède pas de pôles) dans la moitié inférieure<sup>3)</sup> du plan complexe  $\omega$  [10] et sur l'axe réel. On exprime cette condition en faisant appel au théorème des résidus, qui permet d'écrire:

$$\int_C \frac{\varepsilon(\Omega) - \varepsilon_\infty}{\Omega - \omega} d\Omega = 0 \quad (24)$$

Le contour  $C$  est défini dans la fig. 5. L'intégrale s'annule du fait que la fonction ne possède pas de pôles à l'intérieur du contour  $C$ . On a appelé  $\varepsilon_\infty = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \varepsilon(\omega)$ . La contribution de la partie circulaire de  $C$  s'annule lorsque son rayon tend vers l'infini, la fonction  $(\varepsilon - \varepsilon_\infty)/(\Omega - \omega)$  tendant vers zéro plus rapidement que  $1/\Omega$ . Il ne reste donc à considérer que l'axe réel et le demi cercle de rayon  $\delta$  entourant le point  $\omega$ , puis de faire tendre  $\delta \rightarrow 0$ .

Tenant compte du résidu de la fonction en  $\omega$ , on trouve:

$$P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon(\Omega) - \varepsilon_\infty}{\Omega - \omega} d\Omega + j\pi \{\varepsilon(\omega) - \varepsilon_\infty\} = 0 \quad (25)$$

où on a défini la valeur principale de Cauchy de l'intégrale par:

$$P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon(\Omega) - \varepsilon_\infty}{\Omega - \omega} d\Omega = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left( \int_{-\infty}^{\omega - \delta} \frac{\varepsilon(\Omega) - \varepsilon_\infty}{\Omega - \omega} d\Omega + \int_{\omega + \delta}^{+\infty} \frac{\varepsilon(\Omega) - \varepsilon_\infty}{\Omega - \omega} d\Omega \right) \quad (26)$$

<sup>3)</sup> Dans [8], Landau et Lifschitz arrivent à la conclusion opposée, par suite de l'emploi d'une notation différente. Comme ils considèrent une dépendance temporelle de la forme  $\exp(-i\omega t)$ , le signe de  $\omega$  est inversé.

En développant (25) en parties réelle et imaginaire, on obtient les relations cherchées entre  $\varepsilon'(\omega)$  et  $\varepsilon''(\omega)$ , qui ont été obtenues en premier en 1927 par H. Kramers et R. Kronig [11]:

$$\begin{aligned} \varepsilon'(\omega) &= \varepsilon_\infty + \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon''(\Omega)}{\Omega - \omega} d\Omega \\ \varepsilon''(\omega) &= -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon'(\Omega) - \varepsilon_\infty}{\Omega - \omega} d\Omega \end{aligned} \quad (27)$$

Tenant compte de la nature paire de  $\varepsilon'(\omega)$  et impaire de  $\varepsilon''(\omega)$ , ces relations peuvent être mises sous la forme suivante:

$$\begin{aligned} \varepsilon'(\omega) &= \varepsilon_\infty + \frac{2}{\pi} P \int_0^{+\infty} \frac{\Omega \varepsilon''(\Omega)}{\Omega^2 - \omega^2} d\Omega \\ \varepsilon''(\omega) &= -\frac{2\omega}{\pi} P \int_0^{+\infty} \frac{\varepsilon'(\Omega) - \varepsilon_\infty}{\Omega^2 - \omega^2} d\Omega \end{aligned} \quad (28)$$

Une application de ces relations dans un cas pratique est donnée en [4]. Il faut noter ici la généralité des concepts utilisés pour obtenir ces relations. On constate que lorsque  $\varepsilon'$  est une fonction de la fréquence, le milieu doit forcément avoir des pertes et vice-versa. Il en résulte entre autres que la solution obtenue sous b) dans la Section 2 ne correspond pas à un milieu physiquement réalisable. Ce n'est que pour les bandes de fréquences pour lesquelles la partie réelle de la permittivité est constante (paliers de la fig. 4) que l'on peut admettre en première approximation que le milieu est sans pertes.

## 5. Généralisation

Par suite de la généralité des concepts utilisés dans la dérivation de (27) et (28), ces relations ne sont pas limitées au cas des propriétés diélectriques des matériaux, mais peuvent être appliquées généralement aux relations de cause à effet des milieux et systèmes régis par des équations différentielles linéaires. Par exemple, il suffit de remplacer  $\varepsilon'$  par  $R$  et  $\varepsilon''$  par  $X$  dans ces deux relations pour obtenir les équations de Bayard-Bode en théorie des circuits [12]. Le même raisonnement a été étendu au cas de milieux anisotropes, tels que des ferrites aimantés en hyperfréquences (théorie des petits signaux) [13]. Il est intéressant de noter à ce sujet que l'ignorance des concepts présentés ici a donné lieu à un «paradoxe thermodynamique» dans l'étude de guides d'ondes partiellement remplis de ferrite: théoriquement, on peut obtenir une propagation unidirectionnelle en considérant un modèle sans pertes du ferrite. En terminant une section d'un tel guide par un court-circuit idéal, on obtient un système non-dissipatif qui doit pourtant

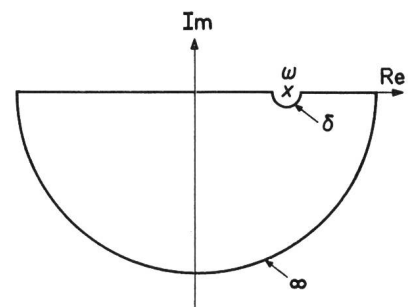


Fig. 5  
Contour d'intégration  $C$  dans le plan complexe  $\Omega$   
 $\omega$  pulsation  
 $X$  emplacement du pôle de (24)

absorber de l'énergie! Toutefois, le modèle sans pertes du ferrite est un milieu non causal [14], qui ne saurait correspondre à un matériau physiquement réalisable, ce qui explique l'apparition du paradoxe (qui n'existe évidemment pas en réalité).

## 6. Conclusion

Il ne peut exister de proportionnalité entre cause et effet (grandeurs physiques) que dans les deux cas particuliers d'excitation continue ou de milieux non-dispersifs et non-dissipatifs. L'introduction de la notation complexe permet de tenir compte du retard causé par la présence de pertes et de définir un facteur complexe de «proportionnalité» pour tous les milieux à caractère linéaire. De plus, il existe des relations générales liant la partie réelle et la partie imaginaire du facteur de proportionnalité, ces relations provenant des principes de causalité et de réponse bornée. Bien que la relation existant dans un diélectrique entre  $\bar{E}(t)$  et  $\bar{D}(t)$  soit la seule qui ait été considérée en détail, toutes les relations de cause à effet décrites exclusivement par des équations différentielles linéaires doivent satisfaire au même type de conditions (à moins que le milieu soit actif et instable).

## Bibliographie

- [1] *R. E. Collin*: Foundations for microwave engineering. New York, McGraw-Hill, 1966.
- [2] *J. J. Morf*: Méthodes de calcul de circuits électriques. Lausanne, Ecole Polytechnique Fédérale, 1969.
- [3] *S. Ramo, J. R. Whinnery and T. Van Duzer*: Fields and waves in communications electronics. New York, John Wiley and Sons, 1965.

- [4] *A. R. Von Hippel*: Dielectrics and waves. New York, John Wiley and Sons, 1954.
- [5] *A. R. Von Hippel*: Dielectric materials and applications. New York, John Wiley and Sons, 1954.
- [6] *M. Sucher and J. Fox*: Handbook of microwave measurements. Vol. II. New York, Wiley-Interscience, 1964.
- [7] *H. W. Sams*: Reference data for radio engineers. 5th edition. Indianapolis, International Telephone and Telegraph Corporation, 1969.
- [8] *L. Landau and E. M. Lifschitz*: Course of theoretical physics. Vol. 8: Electrodynamics of continuous media. Oxford a. o., Pergamon Press, 1958.
- [9] *A. Vander Vorst*: Rappels d'électromagnétisme. Louvain, Université Catholique, 1967.
- [10] *J. H. Van Vleck*: The relation between absorption and dispersion. In: D. E. Kerr: Propagation of short radio waves. New York, McGraw-Hill, 1951, p. 641...646.
- [11] *H. A. Kramers*: La diffusion de la lumière par les atomes. Atti del congresso internazionale dei fisici, 11...20 settembre 1927. Onorazione ad Alessandro Volta nel primo centenario della morte. Bologna, Nicola Zanichelli, 1928.
- [12] *R. Boite et J. Neirynck*: Analyse des circuits linéaires. Paris e. a., Gordon et Breach, 1971.
- [13] *B. S. Gourary*: Dispersion relations for tensor media and their application to ferrites. J. applied Physics 28(1957)3, p. 283...288.
- [14] *F. E. Gardiol*: On the thermodynamic paradox in ferrite-loaded waveguides. Proc. IEEE 55(1967)9, p. 1616...1617.

## Adresse de l'auteur:

Professeur *F. Gardiol*, Chaire d'Electromagnétisme et d'Hyperfréquences, EPF-L, Chemin de Bellerive 16, 1007 Lausanne.