

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 64 (1973)

**Heft:** 10

**Artikel:** Theorie der Streuung in Dauermagnetkreisen

**Autor:** Schick, C.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915551>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 06.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Theorie der Streuung in Dauermagnetkreisen

Von C. Schick

621.3.042.7 : 621.318.2

Es wird eine neue elementare Theorie der Streuung behandelt, die bei der Berechnung der Streuung von Magnetkreisen mit Dauermagneten von sehr unterschiedlichen Abmessungen unter bestimmten Bedingungen eine gute Näherung ermöglicht.

On propose une nouvelle théorie élémentaire de la dispersion magnétique, qui, dans certaines conditions, donne une bonne approximation dans le calcul de la dispersion des circuits magnétiques à aimants permanents de dimensions très différentes.

## 1. Einleitung

Der Entwickler von Dauermagnetkreisen wird immer mit den gleichen typischen Schwierigkeiten bei der Berechnung der Streuflüsse konfrontiert. Wegen der mathematischen Kompliziertheit der Maxwellschen Gleichungen [1...5]<sup>1)</sup> hat man nach Näherungsformeln für typische Magnetkreise gesucht [5...7] oder numerische Methoden für Berechnungen mittels Computer entwickelt [8].

Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, eine neue Theorie der Streuung vorzustellen, die auf einer als Postulat angenommenen Formel beruht. Diese Grundgleichung bezieht sich auf zwei Magnetscheiben  $D_1$  und  $D_2$  in einer Anordnung entsprechend Fig. 1. Es wird zunächst versucht, die Definitionsgleichung anhand eines einfachen zweidimensionalen Modells zu begründen, um sie nachher für den praktischen Fall eines Magnetsystems mit Kurzschlussjoch und Luftspalt zu verallgemeinern (Fig. 2).

## 2. Einige Definitionen

Fig. 2 zeigt einen typischen Magnetkreis, bestehend aus zwei gleichen Dauermagneten (1) und (2) mit dem Querschnitt  $A_g$  und Umfang  $U_a$ , aus einem veränderlichen Luftspalt der Länge  $\delta$  und aus einem Kurzschlussjoch (3), dessen Permeabilität unendlich ( $\mu\mu_0 = \infty$ ) angenommen wird; Fig. 3 zeigt das entsprechende Ersatzschaltbild [9]. Zur Vereinfachung wird der magnetische Widerstand zwischen dem Kurzschlussjoch und den Magneten vernachlässigt. In dieser Figur sind  $r_i$ ,  $r_d$  und  $R$  die magnetischen Widerstände der Magnete, des Streuflusses bzw. des Kurzschlussjoches, und  $1/r$  ist der «totale» magnetische Leitwert des Luftpaltes, der dem Volumen  $A_m A' C' n C A$  entspricht. Selbstverständlich besitzen die Magnete eine magnetomotorische Kraft  $F$  [9], welche die Flüsse  $\Phi_i$ ,  $\Phi_d$  und  $\Phi_c$  in den magnetischen Widerständen  $r_i$ ,  $r_d$  und  $r$  erzeugen.

Zweckmässigerweise wird nun der totale Streufaktor  $\sigma$  wie folgt definiert

$$\sigma = \frac{\Phi_i}{\Phi_c}$$

Mit Hilfe der Kirchhoffschen Sätze lässt sich leicht aus dem Ersatzschaltbild von Fig. 3 [9] folgender Ausdruck für den Streufaktor  $\sigma$  für  $R = 0$  ableiten

$$\sigma = 1 + \frac{r}{2r_d}$$

Durch Einführung des Verhältnisses  $\varphi$  zwischen der Energie, die dem gemeinsamen Fluss  $E_c = \frac{1}{2} \Phi_c^2 r$  entspricht, und der

Energie des Streuflusses  $E_d = E_{d1} + E_{d2} = \Phi_d^2 r_d$  ergibt sich aus Fig. 3 für  $R = 0$ , dass

$$\varphi = \frac{E_d}{E_c} = \sigma - 1 \quad (1)$$

Ganz allgemein kann das Verhältnis  $\varphi$  vom Ausdruck (1) auch für ein Magnetsystem wie das in Fig. 1 angewandt werden. Dabei ist aber zu bedenken, dass zur Berechnung von  $E_d$  und  $E_c$  in Gl. (1) die Integration der Energiedichte über den ganzen Raum, d.h. bis ins Unendliche, auszuführen ist, jedoch mit Ausnahme des Raumes, der von den Magneten selbst ausfüllt ist.

## 3. Grundgleichung der Streuung

In Fig. 1 ist eine symmetrische Anordnung von zwei Dauermagnetscheiben  $D_1$  und  $D_2$  (mit der Magnetisierung  $\vec{M}_1$  bzw.  $\vec{M}_2$ ) dargestellt. Für eine bestimmte Position der Scheiben im

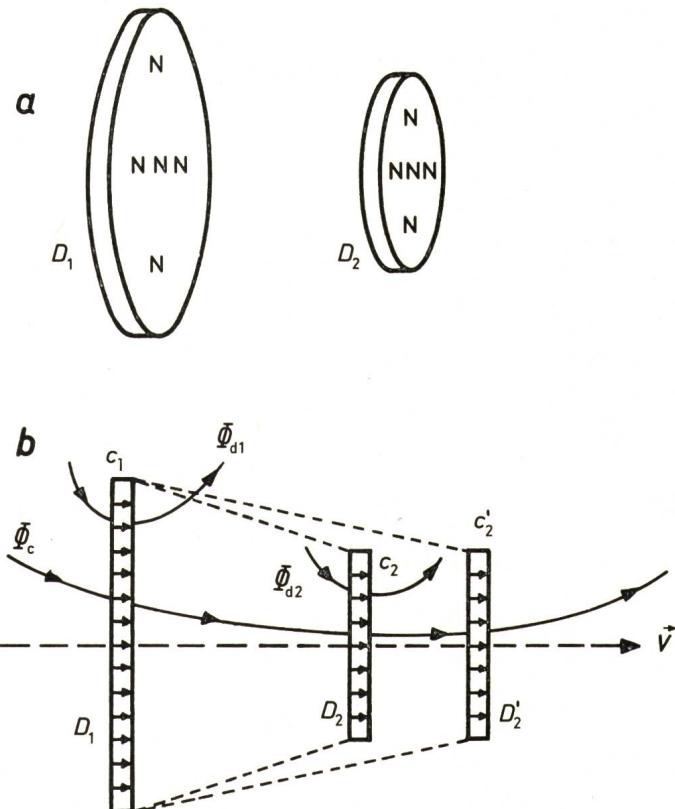


Fig. 1  
Offener Magnetkreis

$D_1$  und  $D_2$  Dauermagnetscheiben;  
 $D_2'$  Magnetscheibe  $D_2$  nach einer infinitesimalen Bewegung;  
 $\Phi_{d1}$  und  $\Phi_{d2}$  Streuflüsse von  $D_1$  bzw.  $D_2$ ;  
 $c_1$  und  $c_2$  Außenlinien von  $D_1$  bzw.  $D_2$ ;  
 $\Phi_c$  gemeinsamer Fluss durch  $D_1$  und  $D_2$

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

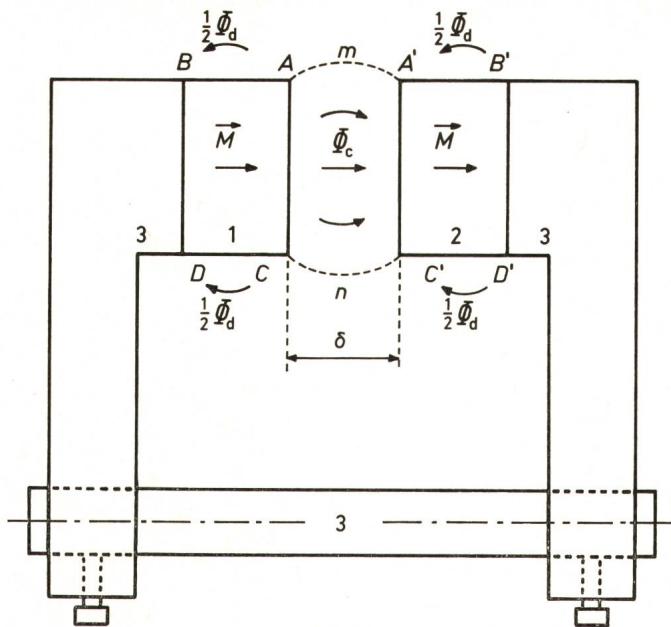


Fig. 2  
Magnetkreis mit Luftspalt und Kurzschlussjoch

- 1, 2 Dauermagnete;
- 3 Kurzschlussjoch;
- $m, n$  Grenzen der Streuzone;
- $\vec{M}$  Magnetisierungsvektor;
- $\Phi_d$  Streufluss;
- $\Phi_c$  gemeinsamer Fluss durch die Magnete 1 und 2

Raum erhält man einen eindeutig definierten Wert für  $\varphi$  nach Gl. (1). Man betrachte jetzt eine infinitesimale Bewegung der Scheibe  $D_2$  in Richtung  $\vec{v}$  (Symmetriechse), bis Position  $D_2'$  erreicht wird. Bevor die Bewegung beginnt, bilden die Kurven  $C_1$  und  $C_2$  zusammen mit der Richtung von  $\vec{v}$  eine Mantelfläche  $S$ . Nach der infinitesimalen Bewegung bilden ebenso die Kurven  $C_1$  und  $C_2'$  zusammen mit der Richtung  $\vec{v}$  eine neue Mantelfläche  $S + dS$ . Unter diesen Bedingungen kann nun folgende Definition des «idealen» Magnetkreises eingeführt werden: Zwei Scheiben  $D_1$  und  $D_2$  (Fig. 1) bilden dann einen idealen Magnetkreis, wenn sie die Bedingung

$$\frac{d^2 \varphi}{dS^2} = D \frac{d\varphi}{dS} \quad (2)$$

erfüllen, die auch wegen Gl. (1) zu

$$\frac{d^2 \sigma}{dS^2} = D \frac{d\sigma}{dS} \quad (3)$$

umgeschrieben werden kann; hierin ist  $D$  eine Konstante, die nur von den Abmessungen der Scheiben abhängt, nicht aber von ihrer relativen Position zueinander. Diese Definition der idealen Streuung ist rein intuitiv und muss daher als eine Näherungshypothese betrachtet werden, deren Geltungsbereich für wirkliche Magnete nur durch Vergleich mit Erfahrungswerten ermittelt werden kann.

In den nächsten Abschnitten [Gl. (10)] wird ein Beweis für die Gültigkeit der eben eingeführten Definition anhand eines zweidimensionalen Modells abgeleitet, da für den dreidimensionalen Fall die mathematischen Schwierigkeiten gewaltig ansteigen.

#### 4. Ableitung der Grundgleichung

Auf Grund der Äquivalenz zwischen Magneten und Spulen soll nun Gl. (2) für einen einfachen Fall (Fig. 4 und 5) begründet werden. Dieser besteht aus vier unendlich langen Drähten,

durch die paarweise stationäre Ströme in entgegengesetzter Richtung fließen. Wie üblich werden die Drähte in Fig. 4 senkrecht zur Papierebene dargestellt, wobei z.B.  $Q_1$  und  $Q_2$  die Punkte sind, durch die die Ströme in die Papierebene einfließen. Die Drähte  $P_1, Q_1$  können zusammen als eine unendlich lange rechteckige Spule von einer einzigen Windung gedacht werden, die vom Strom  $I_1$  durchflossen wird; das gleiche gilt für  $P_2, Q_2$  und  $I_2$ . Ist aber  $I_2 \approx 0$ , so bilden die von  $I_1$  erzeugten Feldlinien eine Schar von Kreisen  $C_1$  mit  $P_1$  und  $Q_1$  als Grenzpunkte. Diese Kreise schneiden die Abszissenachse  $OP_1$  in den Punkten  $X$  und  $X'$  der Koordinaten  $OX = x$  und  $OX' = x'$ , so dass

$$x x' = a^2$$

Es ist nun leicht, aus Fig. 4 folgenden Ausdruck zu finden:

$$d^2 = (a - x)(x' - a) = \frac{a(a - x)^2}{x}$$

Durch Differentiation dieses Ausdrucks erhält man:

$$\frac{dx}{d\delta} = \frac{\mp 2x\sqrt{x}}{(a + x)\sqrt{a}} \quad (4)$$

Offensichtlich bilden die zwei Drähtepaare  $P_1, Q_1$  und  $P_2, Q_2$  (deren Radien sehr klein gegenüber  $\delta$ , jedoch nicht Null sind) je eine Induktivität  $L_1$  bzw.  $L_2$  sowie eine Gegeninduktivität  $M$ . Unter Berücksichtigung, dass die elektromagnetische Energie als Funktion von  $L_1, L_2$  und  $M$  ausgedrückt werden kann, erhält man für  $\varphi$

$$\varphi = \frac{Ed_1 + Ed_2}{E_c} = \frac{(L_1 - M)I_1^2 + (L_2 - M)I_2^2}{M(I_1 + I_2)^2} = \frac{K_1}{M} - K_0 \quad (5)$$

worin  $K_1$  und  $K_0$  als Konstanten angenommen werden können, weil man annehmen kann, dass  $L_1, L_2, I_1$  und  $I_2$  konstante Werte haben. Durch Differentiation von Gl. (5) ergibt sich:

$$d\varphi = - \frac{K_1 \cdot dM}{M^2} \quad (6)$$

Man beachte, dass die Gegeninduktivität  $M$  auch als das Verhältnis  $\Phi_c/I_1$  angegeben werden kann, worin  $\Phi_c$  der von

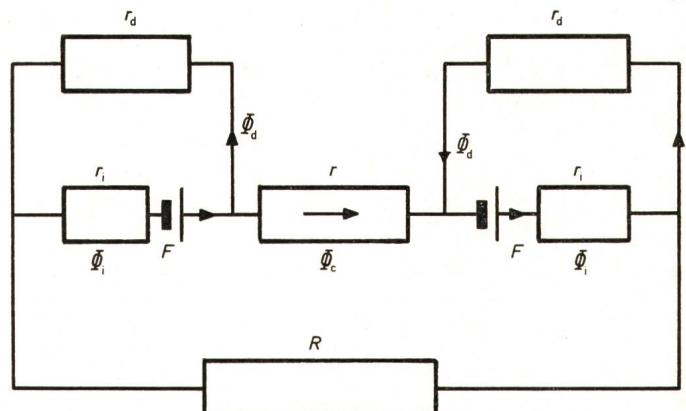


Fig. 3  
Elektrisches Ersatzschaltbild

- $R$  magnetischer Widerstand des Kurzschlussjoches;
- $r$  magnetischer Widerstand des Luftpaltes;
- $r_d$  magnetischer Streuwiderstand;
- $r_i$  innerer magnetischer Widerstand des Magneten;
- $\Phi_c$  Nutzfluss im Luftspalt;
- $\Phi_d$  Streufluss;
- $\Phi_i$  Fluss im Magneten;
- $F$  magnetomotorische Kraft des Magneten

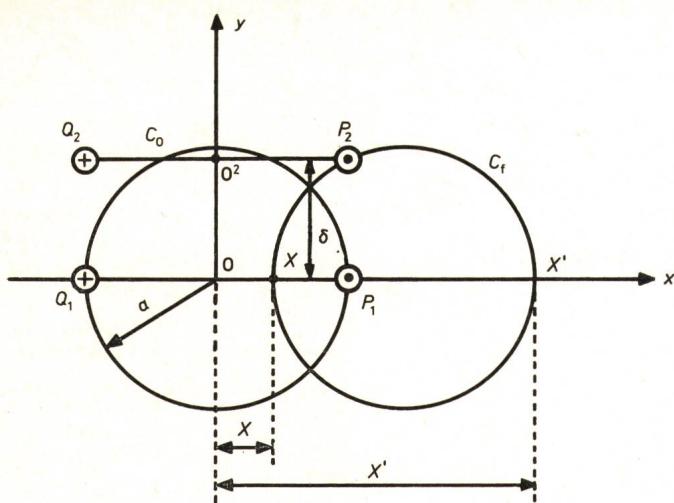


Fig. 4

**Feldkurvenverlauf bei der Zweidrahtleitung  $P_1Q_1$**

$C_0$  Äquipotentialkreis;  
 $C_f$  beliebiger Kreis des Feldlinienbildes;  
 $P_2Q_2$  bewegliche Zweidrahtleitung;  
 $X, X'$  Schnittpunkte von  $C_f$  mit der Abszissenachse;  
 $\delta$  Abstand zwischen  $P_1Q_1$  und  $P_2Q_2$

dem Drähtepaar  $P_1Q_1$  erzeugte magnetische Teilfluss ist, der durch das Drähtepaar  $P_2Q_2$  hindurchtritt. Auf der anderen Seite ist der Fluss zwischen  $O_2P_2$  für  $I_2 = 0$  (Fig. 4) gleich dem Fluss zwischen  $O$  und  $X$ . Daraus folgt

$$M \sim \Phi \sim \int_0^x \frac{dx}{a^2 - x^2} \sim \ln \left( \frac{a+x}{a-x} \right) \quad (7)$$

und

$$dM \sim \frac{dx}{a^2 - x^2} \quad (8)$$

Durch Addition eines konstanten Parameters  $Q$  zu beiden Gliedern von Gl. (5) erhält man

$$\varphi + Q = \frac{K_1 + Q_1 M}{M} \quad (9)$$

Das Einsetzen von Gl. (4), (7), (8) und (9) in Gl. (6) ergibt

$$d\varphi = \frac{K_2 (\varphi + Q) x \sqrt{ax}}{(a^2 - x^2) (K_1 + Q_1 M) (a+x) \ln \left( \frac{a+x}{a-x} \right)} d\delta \quad (10)$$

was umgeschrieben werden kann in die Form

$$d\varphi = \eta (\varphi + Q) d\delta \quad (11)$$

worin zur Abkürzung ein neuer Ausdruck  $\eta$  eingeführt wurde

$$\eta = K_3 \frac{\eta_1}{\eta_2} = K_3 \eta_3 \quad (12)$$

mit

$$\eta_1 = \frac{t \sqrt{t}}{(1+t)(1-t^2) \ln \left( \frac{1+t}{1-t} \right)}$$

und aus Gl. (7)

$$\eta_2 = 1 + Q_2 \ln \left( \frac{1+t}{1-t} \right)$$

worin  $t = x/a$  als neue normierte Variable eingeführt wurde. Fig. 6 stellt die Kurven  $\eta_1$  und  $\eta_2$  für  $Q_2 = 0,75$  dar. Man merkt sofort, dass diese Kurven eine ziemlich gerade Zone aufweisen, welche es erlaubt, folgende Näherungen zu machen:

$$\eta_1 \approx 0,3 t + 0,14 \quad (13)$$

und

$$\eta_2 \approx 1 + Q_2 (2,5 t - 0,15) \quad (14)$$

Aus dem Verhältnis

$$\frac{0,3}{2,5 Q_2} = \frac{0,14}{1 - 0,15 Q_2} = q$$

ergibt sich unter Berücksichtigung von Gl. (12), (13) und (14) der Wert  $Q_2 = 0,75$ , woraus folgt:

$$\eta \approx K_3 q = 0,16 K_3$$

Dies bedeutet, dass für einen bestimmten Bereich von  $t$  der Wert  $\eta$  als konstant betrachtet werden kann. Fig. 7 zeigt die Kurve  $\eta_3$ , die dem Wert  $Q_2 = 0,75$  entspricht. Für  $t = 0$  (d.h. für  $\delta = \infty$ ) oder wenn  $t$  sich dem Wert 1 nähert (d.h. für  $\delta = 0$ ) darf Gl. (10) nicht mehr angewandt werden. In solchen Fällen ist jedoch die Äquivalenz zwischen dem Magnetstreifen und der einwändigen Spule nicht mehr haltbar, weil die Magnetisierung des Magnetstreifens inhomogen ist. Dieser Effekt wirkt zugunsten der Konstanz von  $\eta$ , was qualitativ leicht einzusehen ist. Wäre nämlich die Magnetisierung vollkommen homogen, so müsste für  $t = 1$  die Induktion unendlich sein, was physikalisch unmöglich ist. Außerdem kann man für  $t = 0$  experimentell nachweisen, dass die Induktion des Magnetstreifens kleiner ist als der entsprechende Wert vom äquivalenten Modell mit vier Drähten, d.h. von einem Modell mit einer vollkommen homogenen Magnetisierung.

In einer ersten allgemeinen Näherung darf man daher die Konstanz von  $\eta$  für den ganzen Bereich von  $t$  annehmen. Das führt zu folgendem Ausdruck für die Beschreibung der idealen Streuung

$$d\varphi = K (\varphi + Q) d\delta \quad (15)$$

oder in einer anderen Form nach Differentiation

$$\frac{d^2 \varphi}{d\delta^2} = K \frac{d\varphi}{d\delta} \quad (16)$$

Es bereitet nun keine Mühe mehr, aus Gl. (5) zu zeigen, dass Gl. (16) nicht nur für  $L_1 = L_2$ ,  $I_1 = I$  und  $I_2 = 0$  gilt, sondern auch für  $I_1 = I_2 = I$  oder, wegen der Äquivalenz zwischen den Drähten von Fig. 4 und dem Magnetstreifen von Fig. 5, auch für  $\vec{M}_1 = \vec{M}_2 = \vec{M}$ . Auf der anderen Seite ist  $\varphi$  ein Formfaktor der Dimension 1, der sowohl für Magnetscheiben als auch für den unendlich langen Magnetstreifen endliche Werte ergibt. Aus diesem Grunde steht nichts mehr im Wege, die Definition (2) auch für scheibenförmige Magnete anzuwenden. Diese Resultate können als ein Beweis für die Gültigkeit der postulierten Gl. (2) für den Fall  $D_1 = D_2$  (Fig. 1) gelten, weil dann  $d\delta$  proportional zu  $dS$  ist.

### 5. Magnetkreis mit Kurzschlussjoch

Die Magnete eines wirklichen Magnetsystems sind in der Praxis nicht dünn genug im Vergleich zu ihrem Durchmesser, um die vorausgegangene Theorie ohne weiteres anwenden zu können. Außerdem besitzen sie in der Regel noch ein Kurzschlussjoch. Um diese Umstände zu berücksichtigen, kann offenbar die Analogie des fiktiven magnetischen Kondensators [10] zu Hilfe genommen werden. Durch diese Analogie wird ein Magnetsystem mit veränderlichem Luftspalt  $\delta$  in Beziehung zu einem fiktiven magnetischen Kondensator gebracht, dessen Klemmenspannung sich mit der Zeit ändert, weil er sich z. B.

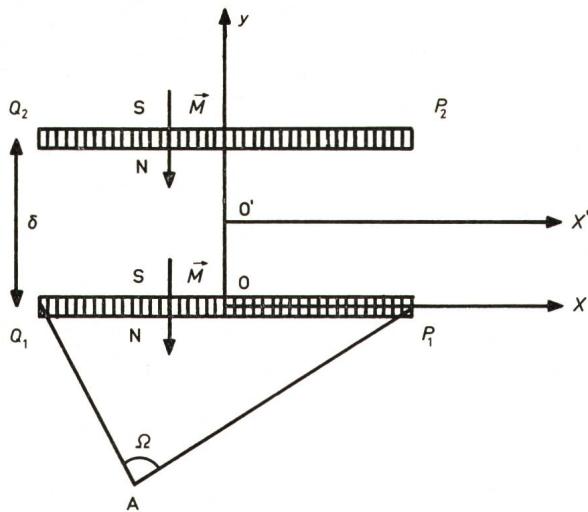


Fig. 5

Potential des Magnetstreifens  $\overline{P_1 Q_1}$

$\overline{P_2 Q_2}$  beweglicher Magnetstreifen;

$\vec{M}$  Magnetisierungsvektor;

$\delta$  Abstand zwischen beiden Magnetstreifen

entlädt. Im Bildraum dieser Analogie entspricht also die Luftspaltlänge  $\delta$  des Magnetsystems einem Zeitintervall  $t$  eines fiktiven magnetischen Kondensators. Ebenso transformiert sich eine magnetische Energie  $E_2/E_1$  zwischen zwei Energiewerten in eine Potentialdifferenz  $V_2 - V_1$  und ein Volumen  $v$  in eine Fläche  $S$ . Nun aber verändert sich die Klemmenspannung eines Kondensators mit initialer Ladung, der durch einen Widerstand mit einer Spannungsquelle verbunden wird, gemäß einer exponentiellen Funktion der Zeit in der Form:

$$(V_2 - V_1)_t = (V_2 - V_1)_A + (V_2 - V_1)_B \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (17)$$

Dasselbe muss mit dem transformierten fiktiven magnetischen Kondensator in der erwähnten Analogie geschehen. Durch Anwendung der postulierten Transformationsregeln resultiert unmittelbar

$$\left(\frac{E_2}{E_1}\right)_\delta = \left(\frac{E_2}{E_1}\right)_A + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)_B \cdot e^{-\frac{\delta}{\lambda}} \quad (18)$$

oder umgeschrieben

$$\varphi = \varphi_A + \varphi_B \cdot e^{-\frac{\delta}{\lambda}} \quad (19)$$

worin  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$  und  $\lambda$  Konstanten sind. Durch Differentiation des letzten Ausdrucks erhält man nach kurzer Umformung wieder Gl. (16), wodurch die Analogie begründet wird. Die zwei Magnetscheiben in Fig. 1 ergeben im «Bildraum» dieser Analogie einen Kugelkondensator  $C$  zum Potential  $V_1$ , der durch einen Widerstand  $R$  mit der Erde (Potential  $V_2$ ) verbunden ist. Auf der anderen Seite kann man sich jeden Magnet eines Systems wie das in Fig. 2 so vorstellen, als würde er aus einer Reihe verschiedener in Serie geschalteter Magnetscheiben  $D_1$ ,  $D_2$  ...  $D_n$  [Magnet (1)] und  $D_1'$ ,  $D_2'$  ...  $D_n'$  [Magnet (2)] bestehen, so dass alle zusammen wie ein einziger Magnet wirken. Es sei  $\Phi_c$  der «gemeinsame» magnetische Fluss für alle Scheiben. Im Bildraum dieser Anordnung wird wiederum ein fiktiver magnetischer Kondensator betrachtet werden müssen, der ebenfalls aus einer Reihe Kugelkondensatoren  $C_1$ ,  $C_2$  ...  $C_n$  bestehen muss, die sich kurzgeschlossen auf einem gemeinsamen Potential befinden und durch einen Widerstand mit der Erde ver-

bunden sind. Sie werden zusammen eine äquivalente Kapazität  $C$  aufweisen, und ihr Verhalten kann durch genau denselben Ausdruck (17) beschrieben werden. Für ein solches System werden daher die vorher eingeführten Transformationsregeln nochmals dieselbe Gl. (18) ergeben, worin  $E_1$  jetzt die Energie ist, die dem gemeinsamen Fluss  $\Phi_c$  entspricht, und  $E_2$  die Streuenergie. Das «gemeinsame» elektrostatische Potential der Kugelkondensatoren  $C_1$ ,  $C_2$  ...  $C_n$  entspricht daher in dieser Analogie der «gemeinsamen» Energie durch alle Magnetscheiben  $D_1$ ,  $D_2$  ...  $D_n$ ,  $D_1'$ ,  $D_2'$  ...  $D_n'$ . Offensichtlich sollte diese Vorstellung auch für magnetisierte Magnetpaare mit den gleichen Abmessungen, aber mit unterschiedlicher Magnetisierung gelten. Diese Analogie legt die Annahme nahe, dass die Gleichung des idealen Magnetkreises (2) nicht nur für den Fall der Magnetscheiben (Fig. 1) brauchbar ist, sondern auch für ein Magnetsystem mit dickeren Magneten und mit Kurzschlussjoch entsprechend Fig. 2.

## 6. Praktisches Beispiel

Unter Berücksichtigung von Gl. (1) ergibt sich nach Integration von Gl. (16) Fig. 2

$$\sigma = 1 + C (1 - e^{-n \delta/L}) \quad (20)$$

worin  $C$  und  $n$  Konstanten sind, die nur von den Abmessungen der Magnete abhängen;  $L$  ist die Länge der Magnete. Wenn die Magnete nicht zylindrisch, sondern rechteckig oder viereckig sind, ist es zweckmäßig, folgende Abkürzungen einzuführen

$$A_g = \pi R_A^2 = \frac{\pi D_A^2}{4}$$

und

$$U_a = 2 \pi R_u = \pi D_u$$

worin  $R_u$  und  $R_A$  die Radien zweier Kreise sind, die denselben Umfang  $U_a$  bzw. dieselbe Querschnittsfläche  $A_g$  wie die Magnete aufweisen.

In anderen Arbeiten wurden bereits Formeln für die Berechnung der Konstanten  $C$  und  $n$  hergeleitet, die nachstehend in Funktion von  $D_u$ ,  $D_A$  und  $L$  wie folgt umgeschrieben werden:

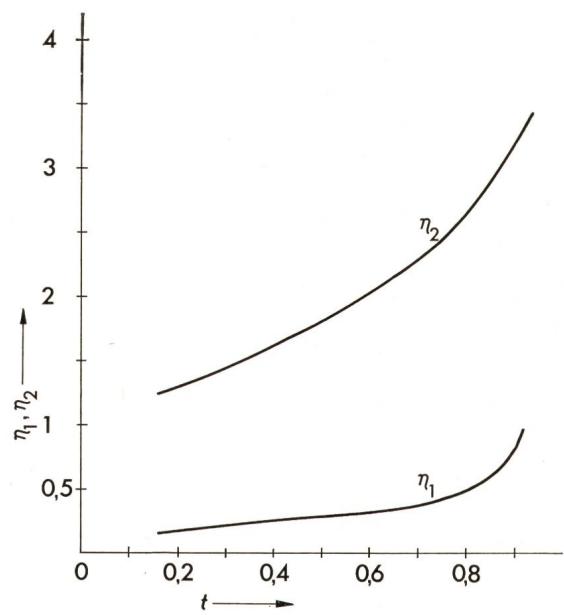


Fig. 6  
Werte von  $\eta_1$  und  $\eta_2$  in Funktion von  $t$

$$C = \frac{\pi D_u + L + \sqrt{D_u L}}{\pi^2 D_A} \quad (21)$$

und

$$n = \frac{2 L}{C \pi D_A^2} \left( 3 D_u + \frac{5 L}{\pi} + \frac{\pi D_u}{2} + L \right) \quad (22)$$

gültig für

$$D_A/L > 1$$

Mit den Werten  $A_g = 560 \text{ mm}^2$ ,  $U_a = 156 \text{ mm}$  und  $L = 15 \text{ mm}$  für ein System (mit Magnetblöckchen von  $8 \times 70 \text{ mm}$ ), wie es in [6] beschrieben wurde, ergibt sich aus Gl. (20...22):

$$\sigma = 1 + 0,7524 [1 - \exp(-4,732 \delta/L)] \quad (23)$$

Tabelle I

$\delta$ mm	$\sigma_e$	$\sigma_m$
1	1,204	1,24
3	1,460	1,46
5	1,597	1,61

Tabelle I zeigt einen Vergleich zwischen den gemessenen Werten  $\sigma_m$  [6] und den mittels Gl. (23) berechneten Werten  $\sigma_e$ .

Die etwas grössere Abweichung für  $\delta = 1 \text{ mm}$  kann vielleicht vom magnetischen Widerstand des Kurzschlussjoches herrühren, dessen Effekt, wie erwartet, für diesen kleinen Wert von  $\delta/L$  nicht vernachlässigt werden sollte. Andere praktische Fälle wurden bereits in [11] beschrieben.

## 7. Ein unsymmetrischer Fall

Das Resultat von Gl. (16) kann für den Fall verallgemeinert werden, bei dem die Breite der zwei Spulen (Fig. 8) nicht gleich ist, d.h. wenn  $P_1 Q_1 \neq P_2 Q_2$ . Aus dieser Figur ist jedoch leicht ersichtlich, dass der Fluss in  $P_3 Q_3$  gleich ist wie in  $P_2 Q_2$ . So besteht das Problem einfach darin, eine Beziehung zwischen  $\delta$  und  $\delta_1$  zu finden. Aus geometrischen Betrachtungen in Fig. 8 erhält man folgende Ausdrücke

$$\delta^2 = (a - x)(x' - a)$$

und

$$\delta_1^2 = (a - x - \delta_0)(x' - a + \delta_0)$$

Durch Elimination von  $x'$  und  $x$  aus diesen Gleichungen und unter Berücksichtigung, dass  $xx' = a^2$ , ergibt sich:

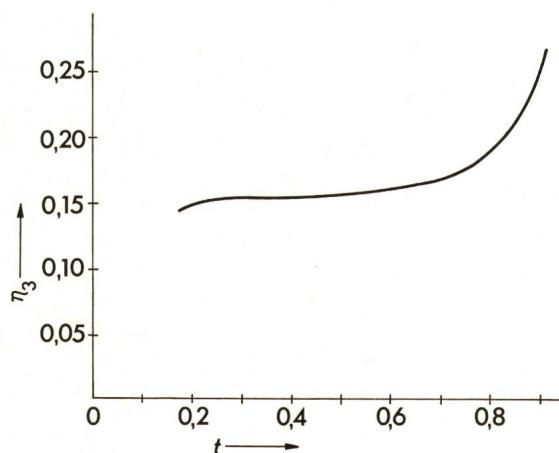


Fig. 7  
Werte von  $\eta_3$  in Funktion von  $t$

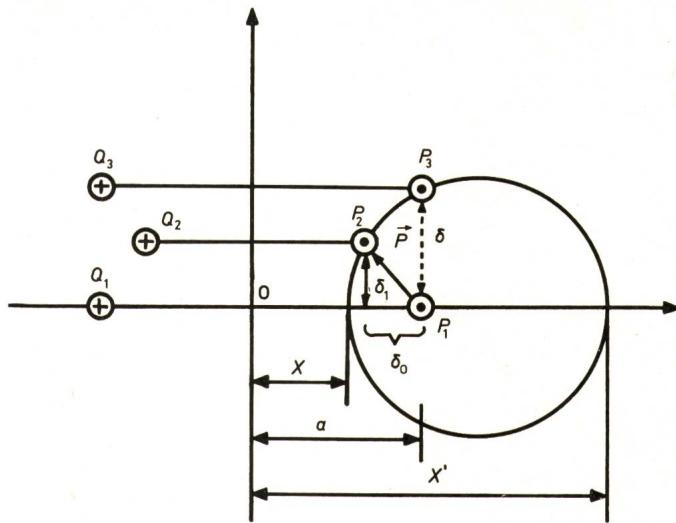


Fig. 8  
Spezialfall von Windungen mit unterschiedlicher Breite

$\overline{P_1 Q_1}$  ruhende Zweidrahtleitung;

$\overline{P_2 Q_2}$  bewegliche Zweidrahtleitung mit kleinerer Breite;

$\overline{P_3 Q_3}$  fiktive Zweidrahtleitung mit gleicher Breite wie  $\overline{P_1 Q_1}$

$$p^2 = \delta_1^2 + \delta_0^2 = \delta^2 \left( 1 - \frac{\delta_0}{a} \right) \quad (24)$$

In dieser Gleichung ist jedoch  $\sqrt{1 - \delta_0/a}$  eine Konstante, so dass man schliesslich

$$dp \sim d\delta \sim dS$$

schreiben kann, worin  $dS$  das Differential der Mantelfläche (Fig. 8 und 1b) bedeutet, die sich aus einer differentiellen Bewegung zwischen den zwei Scheiben  $D_1$  und  $D_2$  ergibt. Das ist die Begründung für die Definition (2), die eingangs in einer allgemeineren Form angegeben wurde.

## 8. Schlussfolgerungen

Aus praktischer Erfahrung wurde bereits gezeigt [9...11], dass man mit Hilfe der Gl. (20)...(22) ausreichend genaue Ergebnisse erzielen kann. Darüber hinaus führt die Annahme, dass für den idealen Magnetkreis  $\eta$  [Gl. (11)] konstant ist, zu besseren Resultaten [11], als man von Fig. 7 erwarten könnte. Nachfolgend wird versucht, eine mögliche Erklärung für diese Tatsache zu finden.

Magnete und Spulen können nur dann als äquivalent angenommen werden, wenn die Magnetisierung der Magnete absolut homogen ist. Am Rande der Magnete ist dies jedoch nicht gegeben, weil dort die Induktion  $B$  theoretisch einen unendlich grossen Wert annehmen müsste, was der Erfahrung widerspricht. Eine andere Erfahrungstatsache ist, dass in der Mitte eines Scheibenmagnets die Induktion kleiner ist als der entsprechende Wert der äquivalenten Spule. Durch die inhomogene Magnetisierung hat jeder Elementarmagnet einen eigenen Arbeitspunkt in der Hysteresefläche. Diese ist jedoch eine labile Arbeitszone, so dass sich im Prinzip die Elementarmagnete bis zu einem gewissen Grad umordnen können. Die Praktiker beschreiben diesen Sachverhalt mit der Aussage, dass die Feldlinien ihren «eigenen Weg» und die Elementarmagnete ihre «eigene Position» suchen. In der Vorstellung des idealen Magnetkreises ordnen sich die Elementarmagnete derart, dass Gl. (2) erfüllt wird. Für den Fall, dass sich die Elementarma-

gnete nicht mit voller Freiheit umordnen können, wäre es möglich, die Gleichung der idealen Streuung in diesem Sinne, z. B. wie folgt, neu zu formulieren

$$\left( \frac{d^2 \varphi}{dS^2} - D \frac{d\varphi}{dS} \right)^2 = \min$$

Von einem rein formalen Standpunkt aus betrachtet gibt es eine Analogie zwischen letzterer Gleichung und der Gleichung der Wärmediffusion (z. B. [12]),

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - D \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

wenn man  $t \equiv x \equiv S$  identifiziert. Die ideale Streuung kann deshalb auch formal als jene definiert werden, die den minimalen «autodiffusiven» Fehler ergibt.

### Literatur

- [1] W. R. Smythe: Static and dynamic electricity. New York, McGraw-Hill, 1950.
- [2] N. Davy: The field between equal semi-infinite rectangular electrodes or magnetic pole-pieces. Philosophical Magazine and Journal of Science 35(1944)251, p. 819...840.

- [3] K. Oberretl: Die Ermittlung von magnetischen Feldern, Wirbelströmen und Kräften in komplizierten Fällen durch Simulation an Gittermodellen. A.f.E. 48(1963)5, S. 297...313.
- [4] M. Sánchez and M. J. O. Strutt: On the solution of Laplace's and Poisson's equations with rotational symmetry using SOR. AEÜ 25(1971)7, p. 337...343.
- [5] K. Schüler und K. Brinkmann: Dauermagnete. Werkstoffe und Anwendungen. Berlin/Heidelberg/New York, Springer Verlag, 1970.
- [6] J. Koch: Berechnung von Dauermagneten unter besonderer Berücksichtigung des Streufaktors. Valvo-Berichte 7(1961)5, S. 131...158.
- [7] R. K. Tenzer: Magnet Design I: Estimating leakage factors for permanent magnets from geometry of magnetic circuit. Electrical Manufacturing 59(1957)2, p. 94...97.
- [8] K. Reichert: The calculation of magnetic circuits with permanent magnets by digital computers. Trans. IEEE MAG 6(1970)2, p. 283...288.
- [9] C. Schick: Die Streufaktoren in Dauermagnetkreisen. Bull. SEV 59(1968)25, S. 1147...1151.
- [10] C. Schick: Interpretation of leakage in permanent magnets. Neue Technik 11(1969)A5, p. 307...312.
- [11] C. Schick: Der ideale Dauermagnetkreis. Bull. SEV 62(1971)16, S. 759...763.
- [12] J. Rey Pastor: Los problemas lineales de la física. Madrid, Inst. Nac. de Técnica Aeronáutica Esteban Terradas, 1955.

### Adresse des Autors:

Dr. C. Schick, Dipl.-Ingenieur, Restelbergstrasse 10, 8044 Zürich.

## ANYOS JEDLIK

1800–1895

Dafür, dass der Name Jedlik praktisch unbekannt blieb, ist der grenzenlos bescheidene Benediktiner-Priester selber verantwortlich. Er nahm an, seine in Tat und Wahrheit bedeutenden Entdeckungen und Erfindungen seien nichts Besonderes, weshalb er nie etwas darüber veröffentlichte.

Jedlik kam am 11. Januar 1800 als Kind eines armen ungarischen Bauern in Szémő zur Welt. Um den intelligenten Jungen schulen zu können, bestimmten ihn seine Eltern für den geistlichen Beruf. Mit 17 Jahren trat er dem Orden bei, schloss 1822 seine Mathematik- und Physikstudien mit dem Doktorgrad ab und erhielt 1825 die Priesterweihe. Seiner Neigung entsprechend, betätigte er sich aber als Physiker; zuerst an Klosterschulen, bis er 1840 an die Universität von Pest berufen wurde, wo er bis 1877 wirkte.

Die Arbeiten von *Oersted*, *Ampère* und *Faraday* hatten den jungen Gelehrten so fasziniert, dass er sich ebenfalls mit der Elektrizität zu beschäftigen begann. 1828 schuf er einen «rotierenden elektromagnetischen Apparat», d. h. einen Motor, bei dem er bereits nicht Stahlmagnete, sondern Elektromagnete benützte. Erst drei Jahre später traten *Dal Negro* in Italien und *Joseph Henry* in den USA mit ihren «Motor-Modellen» auf den Plan, die als die ältesten gelten.

1861 erfand Jedlik den «Unipolar-Induktor». Das war eine ausgeklügelt gebaute Unipolarmaschine – die Gleichstrom erzeugte – und bei der bereits das elektrodynamische Prinzip zur Anwendung kam, mit dem *Siemens* im Januar 1867 die Fachwelt in Staunen versetzte.

Zwei Jahre später baute Jedlik einen Apparat, bei dem er eine grössere Zahl von Leidener-Flaschen in Parallelschaltung auf lud, die Kondensatoren dann in Serie schaltete und so «kräftige Funken» erzeugen konnte. 1867 verwendete er röhrenförmige Kondensatoren, mit denen es ihm gelang, an der Wiener Weltausstellung von 1873 Funken von 90 cm Länge vorzuführen. Heute würden wir sagen, er habe einen Stossgenerator von 500 kV gebaut.

Die Ungarn verehren Jedlik als ihren grossen Entdecker und Erfinder, und seine Apparaturen werden an der Budapestener Universität sorgfältig gehütet.

Als kurz vor seinem am 12. Dezember 1895 erfolgten Tod ein junger Kleriker ihn fragte, warum er sich der Physik und nicht der Theologie gewidmet habe, antwortete ihm Jedlik: «Ich lernte Gott viel besser kennen durch die Physik als Sie durch die Theologie.»

H. Wüger

