

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 63 (1972)

**Heft:** 13

**Artikel:** Stabilität und Konvergenz von adaptiven Entzerrern für die Datenübertragung

**Autor:** Eggimann, F.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915707>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)  
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

## Stabilität und Konvergenz von adaptiven Entzerrern für die Datenübertragung<sup>1)</sup>

Von F. Eggimann, Zürich

621.391.3.037.3:621.372.55

Die grundsätzlichen Überlegungen zur Entzerrung von linear verzerrenden Kanälen im Frequenz- und Zeitbereich werden dargestellt. Aufbauend auf einer historischen Lösung wird gezeigt, dass abgetastete Transversalfilter zur Entzerrung von zeitdiskreten Datensignalen geeignet sind. Die Eigenschaften eines idealen Entzerrers werden formuliert und mit dem Verhalten von Transversalfiltern verglichen. Fragen der Stabilität der Anordnung und der Konvergenz des Abgleichs werden an Beispielen diskutiert. Es wird gezeigt, dass ein Transversalfilter, dessen Koeffizienten nach dem Prinzip minimaler Fehlerleistung eingestellt werden, auch bei extremen Kanalverzerrungen und bei gestörten Kanälen zu einem sinnvoll konvergierenden Abgleich führt und dank der quantisierten Amplitude der Datensignale realisierbar ist. Simulierte Beispiele für das Konvergenzverhalten eines solchen Optimalfilters werden gegeben.

Les considérations fondamentales en fréquence et temps sur la correction de distorsion de canaux à distorsion linéaire sont exposées. En se basant sur une solution historique, on montre que des filtres transversaux explorés conviennent pour la correction de distorsion de signaux de données discrets. Les propriétés d'un correcteur de distorsion idéal sont formulées et comparées avec le comportement de filtres transversaux. Des questions de stabilité de la configuration et de convergence de la compensation sont discutées à l'aide d'exemples. On montre qu'un filtre transversal, dont les coefficients sont ajustés selon le principe de la puissance minimale d'erreur, permet une compensation convenablement convergente, même pour des distorsions extrêmes de canal et pour des canaux perturbés, et que cela est réalisable grâce à l'amplitude quantifiée des signaux de données. Des exemples simulés pour le comportement de convergence d'un tel filtre optimal sont donnés.

### 1. Einleitung

Das Thema der Impulsenetzerrung ist schon recht alt, gewinnt aber durch die zunehmende Anwendung der schnellen Datenübertragung an Bedeutung. Wie im folgenden zu erkennen sein wird, hat man an verschiedenen Orten, unabhängig und aus verschiedenen Gründen, über das Problem der linearen Verzerrungen und ihre Elimination nachgedacht; während die frühesten Überlegungen vor allem vom äusseren, auf dem Kathodenstrahlzosillographen sichtbaren und messbaren Bild des Effektes ausgehen und sich hauptsächlich in Patentschriften niederschlagen, beruht die erfolgreiche Fortsetzung auf der Applikation der Wienerschen Theorie des Optimalfilters; entsprechende Studien führen mitten hinein in das grosse Gebiet der statistischen Nachrichtentheorie und ihrer Technik.

Die folgenden Ausführungen sollen einen Überblick über mögliche Verfahren und ihre Eigenschaften vermitteln.

Das Problem der Entzerrung taucht in verschiedenen Formen immer wieder auf; die Verzerrungen, die es zu kompensieren gilt, manifestieren sich entweder im Frequenzbereich oder im Zeitbereich. Entsprechend der Problemstellung bietet sich als Lösungsmethode die Durchführung der Entzerrung im Frequenz- wie im Zeitbereich an. Über die Fouriertransformation können beide Lösungsmethoden für beide Problemstellungen verwendet werden (Fig. 1): Häufig werden beispielsweise Allpässe — eine Anordnung, welche ihren Namen aus ihren Eigenschaften im Frequenzbereich ableitet — zur Erzielung guter Impulsübertragungseigenschaften benutzt.

<sup>1)</sup> Vortrag, gehalten am 15. Dezember 1971 im Rahmen des Kolloquiums von Oberstdivisionär Honegger «Krieg im Aether» an der ETH Zürich.

### 2. Entzerrung im Frequenzbereich

Ein linearer Übertragungsvierpol, sei es eine Schaltung aus diskreten Elementen wie Spulen, Kondensatoren, Verstärkern oder sei es eine Kabel- oder Funkstrecke, besitzt als Verhältnis von Aus- und Eingangsspannung die Übertragungsfunktion  $G(j2\pi f) = |G(j2\pi f)| e^{j\varphi(2\pi f)}$ , deren Amplituden- und Phasengang den komplexen Frequenzgang des Vierpols beschreiben. Die Messung mit Generator und Voltmeter liefert  $|G(j2\pi f)|$ , die Phasendrehung als Funktion der Frequenz beschreibt die Funktion  $\varphi(2\pi f)$  (Fig. 2).

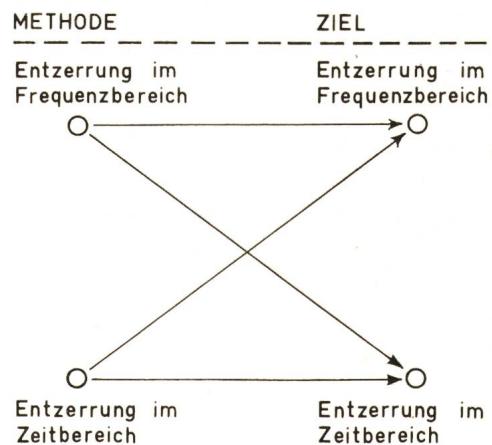


Fig. 1  
Entzerrung im Frequenz- und Zeitbereich

Die Fouriertransformation bildet Frequenz- und Zeitbereich eindeutig ineinander ab. Das Ziel der Impulsformung kann deshalb sowohl im Frequenzbereich wie im Zeitbereich erreicht werden; ebenso ist die Entzerrung eines verzerrten Frequenzgangs mit Methoden aus beiden Bereichen möglich.

Für viele Anwendungen, z. B. für Sprachübertragung, ist in einem bestimmten Bereich  $B$  ein konstanter Amplitudengang erwünscht, während für die Impulsübertragung zusätzlich Vorschriften über den Phasengang gemacht werden müssen.

Ist  $D(j2\pi f)$  der gewünschte Frequenzgang, geht es also darum, eine geeignete Funktion der Differenz  $G(j2\pi f) - D(j2\pi f)$  minimal zu halten. Je nach Anwendung sind verschiedene Kriterien möglich und sinnvoll, z. B. verlangt man konstante Welligkeit der Differenzbeträge, ein anderes Kriterium ist das kleinste Fehlerquadrat, welches auch Phasenabweichungen mit einbezieht:

$$\int_B |G(j2\pi f) - D(j2\pi f)|^2 df = \min \quad (1)$$

Allen diesen Approximationen im Frequenzbereich ist als wichtiges Merkmal gemeinsam, dass sie mit einem Restfehler rechnen; ideale Kompensation wird nicht erwartet.

### 3. Entzerrung im Zeitbereich

#### 3.1 Eine historische Lösung

Zur Erläuterung der Aufgabenstellung diene Fig. 3, eine Kopie einer Illustration aus der englischen Patentschrift 605, 128 von G. Guanella [2]<sup>2)</sup>, die auf ein schweizerisches Patent [1] vom Jahre 1944 zurückgeht und in der Folge auch in Deutschland und den Vereinigten Staaten anerkannt wurde.

Die Impulse  $A_e$ ,  $B_e$ ,  $C_e$  sind die Empfangsimpulse eines Mehrkanal-PAM-Systems, das im Zeitmultiplex arbeitet. Infolge unvermeidlicher Bandbegrenzungen, also linearer Verzerrungen entsteht ein Übersprechen von einem Impuls hauptsächlich auf seinen unmittelbaren Nachbarn, etwas schwächer auf den übernächsten Impuls. Die damalige Lösung ist in unseren Abbildungen Fig. 4 und Fig. 6 beschrieben, die der gleichen Patentschrift entnommen sind: Die Impulsfolge, die definitionsgemäß nur «Nachläufer» enthält, wird über eine Verzögerungskette  $L$  mit Anzapfungen  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  geschickt, die Summe der ausgekoppelten Signale bildet das Ausgangssignal. Eine solche Einrichtung, früher Filterharfe genannt, heisst heute Transversalfilter.

Fig. 5 zeigt, wie die eigentliche Kompensation erfolgt; betrachtet wird die Beseitigung des Übersprechens der Impulse  $B_e$  und  $A_e$  auf  $C_e$ : Während  $c_0 = 1$  ist, wird ein Anteil  $c_1 \ll 1$  des Impulses  $B_e$  sowie ein (kleinerer) Anteil  $c_2 \ll 1$  des Impulses  $A_e$  auf die Summenleitung gekoppelt. Dabei ist  $c_1 B_e$  entgegengesetzt gleich dem in  $C_e$  enthaltenen Übersprechanteil von  $B_e$ ; in gleicher Weise kompensiert  $c_2 A_e$  den Anteil von  $A_e$ , so dass  $C_e$  übersprechfrei am Ausgang erscheint. Natürlich entstehen neue, zusätzliche Übersprechwerte zweiter Ordnung, welche jedoch sehr viel kleiner sind.

Durch geeigneten Gleichungsansatz gelingt tatsächlich bei einem  $N$ -stufigen Entzerrer die Erzeugung von genau  $N-1$  Nullstellen neben dem Hauptimpuls; es entstehen Restfehler nur noch außerhalb des Wirkungsbereiches des Entzerrers. Der Koeffizientensatz des vorangehenden Beispiels unter dieser Bedingung ist in Fig. 5 dargestellt. Ein Automat, der die Koeffizienten eines solchen Transversalfilters selbsttätig einstellt, müsste die Koeffizienten solange verändern, bis jede Korrelation zwischen dem Übersprechfehler und der entzerrten Ausgangsimpulsantwort verschwunden ist.

<sup>2)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Der Abgleich der Anzapfungen der Filterharfe nach dem Patent ist in Fig. 6 dargestellt:

Sendeseitig wird der Kanal  $a_s$  mit einem Hilfston belegt. Empfangsseitig tritt diese Sinusschwingung hauptsächlich im demodulierten Kanal  $a_k$  auf, als Übersprechen macht sie sich jedoch auch auf den Ausgängen  $b_k$ ,  $c_k \dots f_k$  bemerkbar. In den Multiplikatoren  $M_i$  der Fig. 7 der Patentschrift wird das mittlere Produkt von  $a_k$  mit allen anderen Kanälen  $b_k$ ,  $c_k \dots f_k$  gebildet; die resultierende Gleichspannung stellt die komplexen Filterkoeffizienten ein. Charakteristisch und zu beachten ist die Anwendung einer Korrelationsmethode für den automatischen Abgleich.

Das kleine Beispiel zeigt, dass ein Transversalfilter geeignet ist, verzerrte Impulsfolgen in bestimmtem Mass zu entzerren.

Genau wie in dieser frühen Aufgabenstellung geht es auch heute darum, Impulse möglichst dicht aufeinander folgen zu lassen. Bei der Datenübertragung, die zunächst binär am einfachsten zu realisieren ist, werden ja/nein-Impulse einem Kanal, einer Leitung eingeprägt. Der Kanal oder die Leitung antwortet an ihrem Ausgang mit einer Impulsform, ihrer «Impulsantwort», wie sie als Beispiel in Fig. 7 gezeigt ist. Aus dem Bild ist ersichtlich, dass bei binärer Übertragung etwa eine Zeitspanne von 1 ms abgewartet werden muss, bis wieder ein Impuls gesendet werden darf. Auch dann ist noch ein gewisses Übersprechen da, das jedoch bei den sehr stark quantisierten Binärimpulsen nicht zu Fehlern führen muss, sondern höchstens die Rauschfestigkeit der Übertragung herabsetzt. Sollte jedoch ein Taktintervall, also ein Baud, mehr als ein Informationsbit enthalten, so genügen zweiwertige Impulse nicht mehr: 2 bit/Baud benötigen vierstufige, 3 bit/Bd fordern achtstufige Impulse (Fig. 7b). Ein Entscheidungsgehalt von  $n$  bit pro Bd wird mit  $2^n$ -stufigen Impulsen in der Form quantisierter Impulsamplitudenmodulation (QPAM) übertragen, was nur mit einer Entzerrungseinrichtung wirtschaftlich möglich ist.

#### 3.2 Darstellung von Impulsfolgen

Eine Quelle sendet gemäß Fig. 8 in einem festen Zeitraster mit dem Abstand  $T$  Dirac-Impulse der quantisierten Amplitude  $q$  aus. Zur Zeit  $t = nT$  wird die Amplitude  $q_n$  ausgewählt;

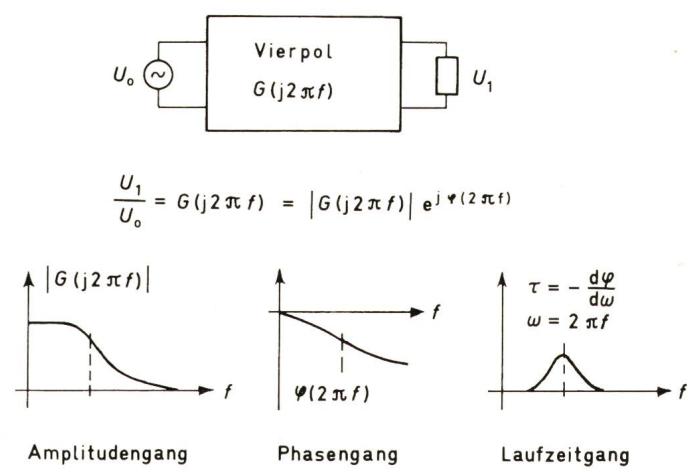


Fig. 2  
Die komplexe Übertragungsfunktion eines linearen Vierpols

Amplitudengang  $|G(j2\pi f)|$  und Phasengang  $\phi(2\pi f)$  beschreiben das Frequenzverhalten des Vierpols. Eine konstante Gruppenlaufzeit setzt linearen Phasengang voraus

$q$  ist also eine amplitudendiskrete Zufallsgrösse, das Sendesignal

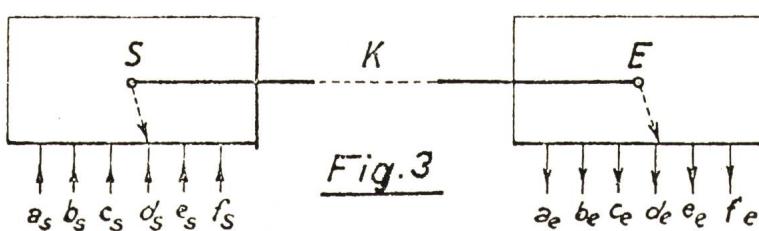
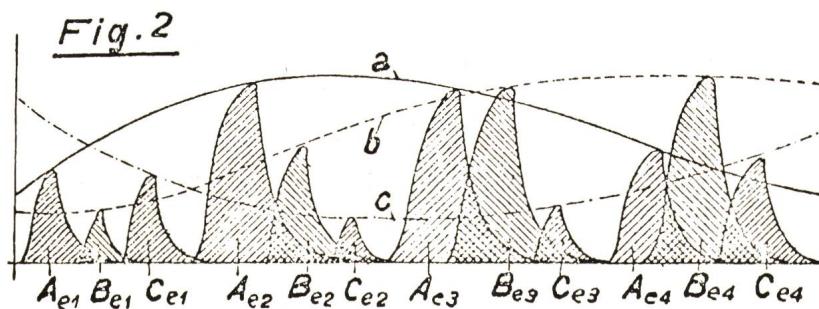
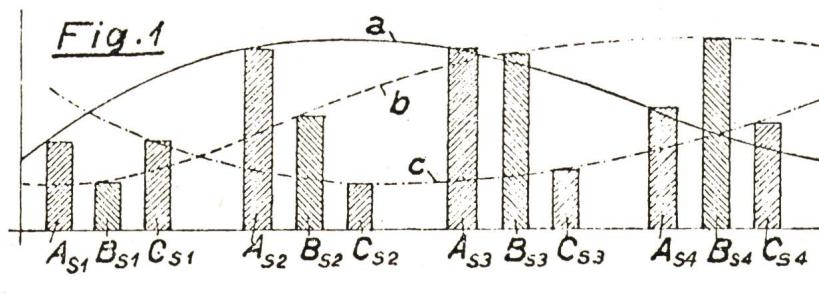
$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n \delta(t - nT) \quad (2)$$

ist eine Realisierung eines Zufallsprozesses, der zur Zeit  $t = 0$  beginnt. Die Zufallsgrösse  $q$  soll mittelwertsfrei, der Zufallsprozess  $q_n$  korrelationsfrei sein:

$$E[q_n q_m] = R_s(n - m) \text{ mit } R_s(n - m) = \begin{cases} 1 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases} \quad (3)$$

605,128 COMPLETE SPECIFICATION

3 SHEETS  
SHEET 1



Dies ist der Fall, wenn  $q_n$  und  $q_m$  für  $n \neq m$  voneinander unabhängig und mittelwertsfrei sind.

Für diese betrachtete Realisierung kann formal das Spektrum  $S_F(j2\pi f)$  als Fouriertransformation und  $S_L(s)$ , die Laplace-Transformierte angegeben werden:

$$S_F(j2\pi f) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n e^{-jn2\pi fT} \quad (4)$$

$$S_L(s) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n e^{-nsT} \quad (5)$$

Beide Darstellungen sind nützlich: Aus dem Spektrum ist ersichtlich, dass  $S_F(j2\pi f)$  mit  $f_T = 1/T$  periodisch ist und — da  $s(t)$  reell ist — voll beschrieben wird durch die Angabe von  $S_F(j2\pi f)$  im Tiefpass-Intervall  $0 \leq f \leq f_T/2$ . Setzt man im zweiten Ausdruck  $e^{sT} = z$ , so findet man

$$s_z(z) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n z^n \quad (6)$$

die  $z$ -Transformation des Sendesignals, die eine anschauliche Interpretation besitzt: Die Potenz  $n$  von  $z^n$  beschreibt die Lage des Sendeimpulses der Amplitude  $q_n$  in der Zeit:  $q_n z^n$  ist der Impuls  $q_n$  zur Zeit  $nT$ .

Die Impulse werden einem Kanal mit Tiefpasscharakter eingeprägt; am Kanalausgang resultiert eine Zeitfunktion  $a_t(t)$ , welche in Amplitude und Zeit kontinuierlichen Charakter hat. Da der Kanal linear ist, gilt das Superpositionsgegesetz für seine Impulsantworten  $q_n \cdot g_t(t - nT)$ :

$$a_t(t) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n \cdot g_t(t - nT) \quad (7)$$

$$\text{mit } g_t(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(s) e^{st} ds \quad (8)$$

Fig. 3  
Illustration aus der englischen Patentschrift 605,128 von G. Guanella (Schweiz 1944)

Die Impulsfolgen A,B,C bilden ein PAM-Zeitmultiplex-System mit drei Kanälen. Die linearen Verzerrungen auf dem Übertragungsweg  $K$  zwischen Sender  $S$  und Empfänger  $E$  erzeugen Ausgleichsvorgänge, die ein Kanalübersprechen zur Folge haben

Als stabiles Übertragungsglied besitzt  $G(s)$  Pole nur in der linken Halbebene mit  $\operatorname{Re}(s) = \sigma < 0$ , während seine Nullstellen überall sein können. Die Transformation  $z = e^{sT}$  bildet die Achse  $\sigma = 0$ , also die Stabilitätsgrenze, auf den Einheitskreis ab; das stabile Gebiet  $\sigma < 0$  erscheint mit  $|z| < 1$  im Innern, das instabile Gebiet mit  $|z| > 1$  ausserhalb des Einheitskreises.

### 3.3 Formulierung der idealen Entzerrung

Da bereits das Sendespektrum durch den Bereich  $0 \leq f \leq 1/2 T$  vollständig beschrieben wird, genügt für den Entzerrer die Entzerrung des Bandes  $0 \dots 1/2 T$ ; dies bedeutet, dass er als zeitdiskretes Abtastsystem mit der Abtastfrequenz  $1/T$  realisiert werden kann: der Abtastschalter kann vom Entzerrer ausgang an den Kanalausgang verlegt werden. Da auch der

abgetastete Kanal linear ist, genügt wieder die Betrachtung einer einzigen, abgetasteten Impulsantwort  $g_k$  mit der  $z$ -Transformierten  $g_z(z)$ . Sie soll so entzerrt werden, dass das Produkt mit der  $z$ -Transformierten  $h_z(z)$  der Impulsantwort  $h_k$  des Entzerrers einen einzigen Impuls, verzögert um den Wert  $N_0 T$ , erzeugt:

$$g_z(z) \cdot h_z(z) = 1 \cdot z^{-N_0}$$

also:

$$h_z(z) = \frac{z^{-N_0}}{g_z(z)} \quad (9)$$

für ideale Entzerrung.

### 3.4 Stabilität eines Entzerrers und Konvergenz der Entzerrung

Die Probleme der Stabilität entstehen aus Gl. (9), in der  $h_z(z)$  als Kehrwert der Kanalimpulsantwort definiert ist. Um dies zu verstehen, geht man noch einmal in den Zeitbereich zurück:

Fig. 9 zeigt den Hauptteil einer realen Impulsantwort  $g_t(t)$  eines Kanals, wie sie am Eingang des Abtasters vorkommen kann. Die Abtastung zu den Zeiten  $t_i + nT$  mit  $0 \leq t_i \leq T$  und  $n = 0 \dots \infty$  liefert als  $z$ -Transformation für  $g_z(z)$  ein Polynom in  $z^{-1}$ , dessen Koeffizienten als Abtastwerte der Impulsantwort von  $t_i$  abhängen; dies hat zur Folge, dass auch das Entzerrerpolyynom  $h_z(z)$  von der Abtastphase  $t_i$  abhängt.

Die Darstellung der Funktion  $g_z(z)$  in Produktform lautet unter der Annahme einfacher Nullstellen des Polynoms in  $z^{-1}$

$$g_z(z) = c \cdot \prod_{i=1}^m \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{z_i} \right) \quad (10)$$

wenn  $m+1$  Abtastwerte für die Koeffizienten benutzt werden. Die Nullstellen treten reell oder in konjugiert komplexen Paaren auf. Fig. 10 zeigt die Lage der wichtigsten Nullstellen für  $t_i = 0, T/4, T/2, 3T/4$  und  $m = 30$  der Impulsantwort von Fig. 8 in der  $z$ -Ebene. Die Produktdarstellung führt auf die Entzerrerkaskade

$$h_z(z) = \frac{z^{-N_0}}{c \cdot \prod_{i=1}^m \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{z_i} \right)} \sim \frac{z^m z^{-N_0}}{\prod_{i=1}^m (z - z_i)} \quad (11)$$

[This Drawing is a reproduction of the Original on a reduced scale.]

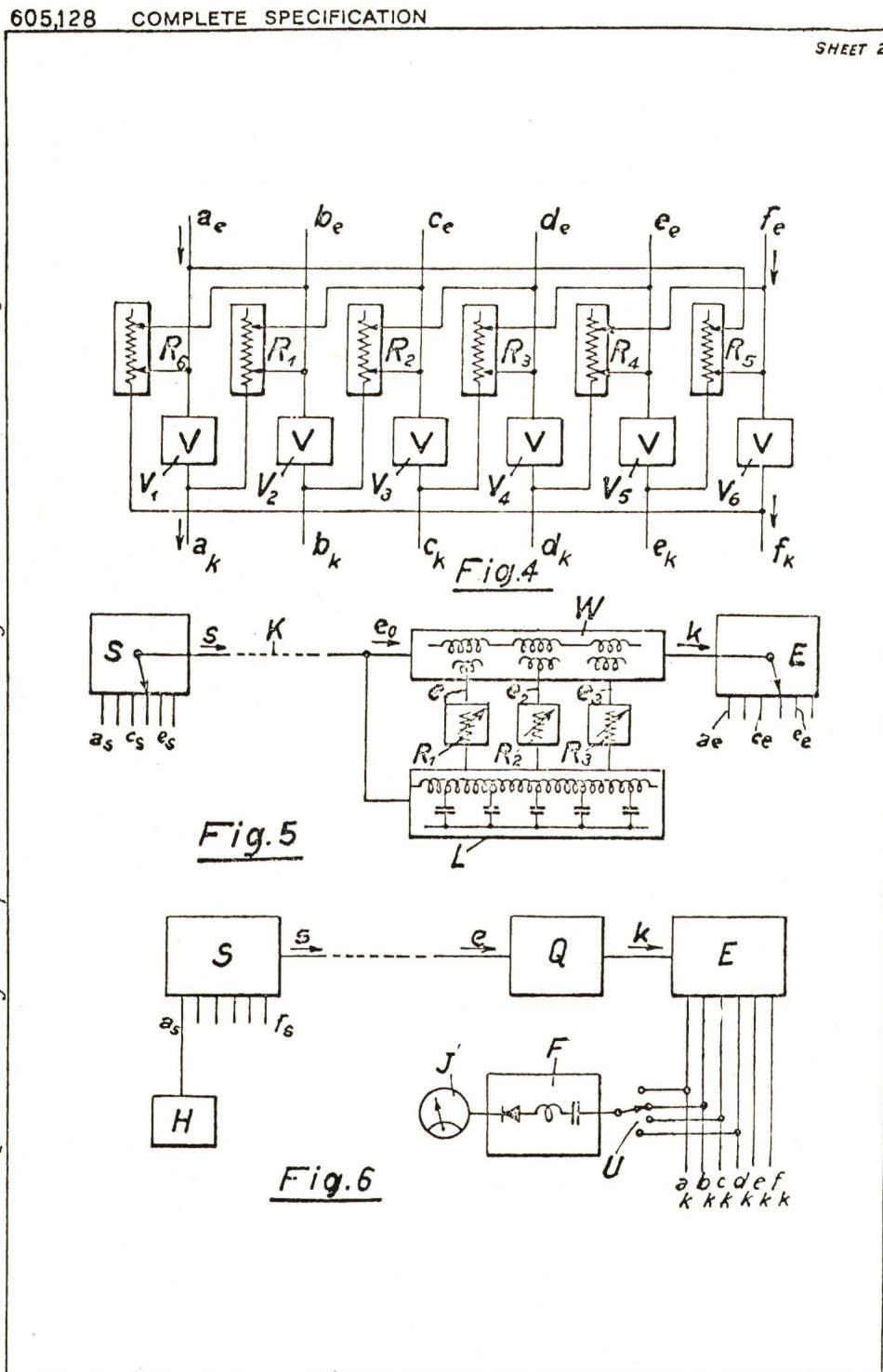


Fig. 4

Blatt 2 der Patentschrift 605.128

Im vorliegenden Zusammenhang ist Fig. 5 der Patentschrift wichtig, in welcher die Verwendung eines Transversalfilters zur Entzerrung vorgeschlagen wird

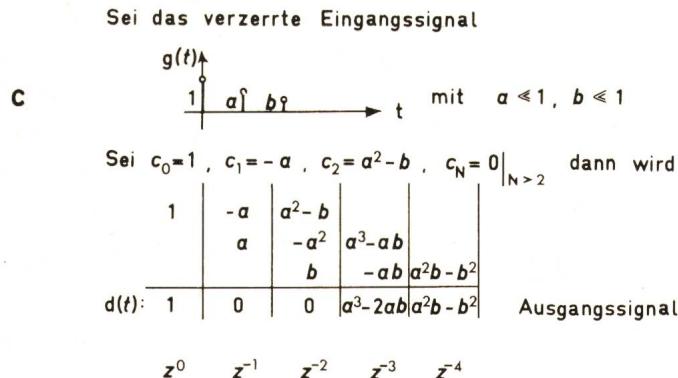
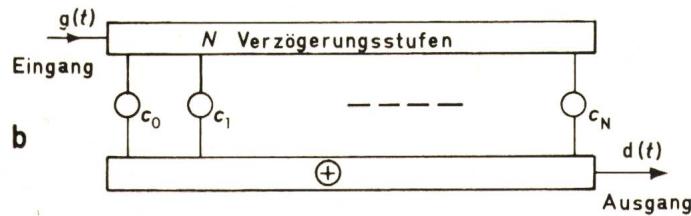
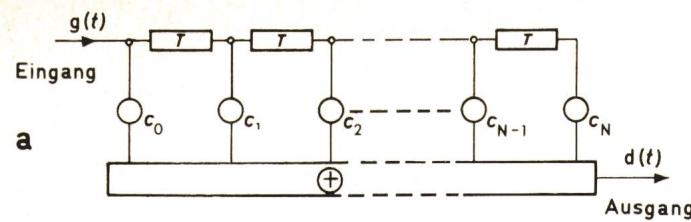


Fig. 5

Darstellung des Transversalfilters und des Entzerrungsvorganges

a lineares Transversalfilter mit  $N$  Verzögerungsstufen der Verzögerung  $T$  und  $N+1$  Koeffizienten  $c_0 \dots c_N$ . Das Ausgangssignal entsteht durch Linearkombination von  $N+1$  entsprechend verzögerten Eingangswerten

b symbolische Darstellung des Transversalilters

c Entzerrung des verzerrten Impulses  $1+az^{-1} + bz^{-2}$  durch ein zweistufiges Filter: Neben dem Sollwert 1 entstehen zwei Nullstellen sowie neue Restfehler  $(a^3-2ab)z^{-3} + (a^2b-b^2)z^{-4}$ , die jedoch von zweiter Ordnung sind

also auf einzelne Entzerrer der Form  $z/(z - z_i)$ . Jeder einzelne Entzerrer kann in eine Reihe entwickelt werden, wobei nun drei Fälle unterschieden werden müssen:

$$|z_i| < 1; \quad |z_i| > 1; \quad |z_i| = 1$$

Fig. 11 erläutert den Fall  $|z_i| < 1$ : Kompensation eines nachlaufenden Echos, dessen Amplitude kleiner als der Hauptimpuls ist. Der ideale transversale Entzerrer besitzt nach dem Ausgang hin um den Faktor  $z_i$  abnehmende Koeffizienten. Für ideale Entzerrung ist eine unendlich lange transversale Kette nötig; bei endlicher Kette mit  $N$  Stufen tritt nach  $N$  Nullstellen und  $N+1$  Takte nach dem Hauptimpuls ein Restfehler der Amplitude  $-z_i^{N+1}$  auf. Ein einstufiger rekursiver Entzerrer ist stabil, sein Pol liegt bei  $z_i$  innerhalb des Einheitskreises, er entzerrt den vorliegenden Doppelimpuls ideal, da er mit seinem Pol die Nullstelle des Eingangspolynoms genau abdeckt.

In Fig. 12 ist der Fall  $|z_i| > 1$  dargestellt: Der Hauptimpuls folgt einem kleineren Vorläufer. Auch hier ist ein idealer transversaler Entzerrer unendlich lang; bei  $N$ -stufiger Kette, deren Koeffizienten nach dem Eingang hin abnehmen, bleibt ein Restfehler von der Grösse  $-1/z_i^{N+1}$  übrig, der dem Hauptimpuls  $N+1$  Takte vorangeht. Ein rekursiver Ent-

zerrer ist instabil, da er einen Pol ausserhalb des Einheitskreises verlangt.

Transversalfilter ohne rekursive Anteile können nur Nullstellen erzeugen. Es ist interessant zu sehen, wie die Nullstelle des Eingangssignals in beiden Fällen durch andere Nullstellen, die auf einem Kreis mit dem gleichen Radius liegen, angenähert kompensiert wird.

Für den Fall  $|z_i| = 1$  konvergiert keine der beiden Reihenentwicklungen, ideale Entzerrung ist nicht möglich. Im Abschnitt 3.6 wird gezeigt, in welchem Sinne auch in diesem kritischen Fall doch von einer Entzerrung mit einem Transversalfilter gesprochen werden kann.

Nun wird man die Frage stellen, wo denn Fälle mit  $|z_i| = 1$  auftreten können. D. W. Lytle [3] beweist, dass im allgemeinen Fall bei Verschiebung der Abtastphase  $t_1$  von 0 bis  $T$  immer eine Nullstelle den Einheitskreis überspringt. Daraus folgt, dass ein transversaler Entzerrer, der die echte Inversion  $1/g_z(z)$  des Kanals anstrebt, in gewissen Fällen versagt, nämlich dann, wenn entsprechend einer ungeeigneten gewählten Abtastphase

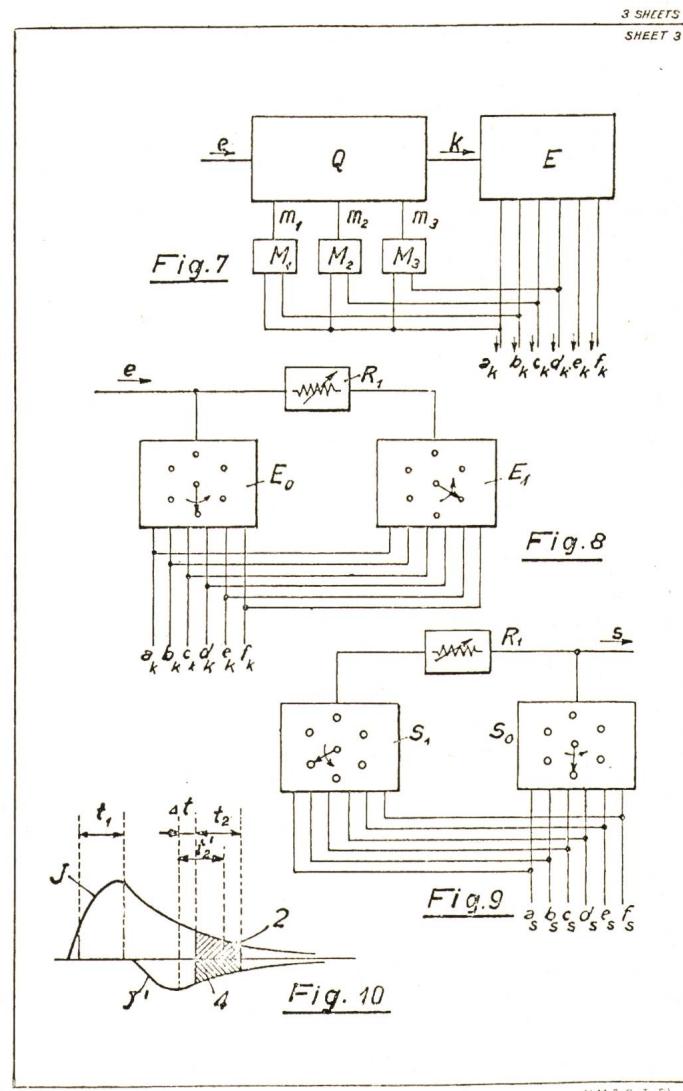


Fig. 6

Blatt 3 der Patentschrift 605,128

Fig. 7 der Patentschrift beschreibt den Abgleich des Transversalfilters  $Q$  mit Hilfe einer Korrelationsmethode: Die Filterkoeffizienten werden solange verändert, bis die Ausgangssignale der Kanäle  $b_k \dots f_k$  frei von Korrelation mit dem Nutzsignal im Kanal  $a_k$  geworden sind; dies bedeutet die Erzeugung von Nullstellen in der entzerrten Impulsantwort an den Orten der Nachbarimpulse

eine Nullstelle gerade auf dem Einheitskreis liegt. Für Nullstellen in der Nähe des Einheitskreises wird er wohl eine konvergente, jedoch mangelhafte Entzerrung liefern.

Bei genauer Betrachtung der 30 Nullstellen der Impulsantwort von Fig. 9, die in Fig. 10 dargestellt sind, findet man, dass die Abtastphase 3 mit  $t_1 = T/2$  eine reelle Nullstelle mit  $z_1 = -0,99$  erzeugt. Eine Entzerrung nach dem vorausgehend geschilderten Prinzip wäre bei dieser Abtastphase praktisch unmöglich.

Für die quantisierte Übertragung bietet sich nun ein gewisser Ausweg aus diesem Problem in Gestalt des rekursiven Entzerrers mit quantisierter Rückführung. Er hat vor allem in den letzten Jahren zunehmende Beachtung gefunden [5; 6; 7], doch verdient unseres Erachtens hier *H. Black* den Lorbeer mit seiner Patentschrift «System zur Interferenzverringerung beim Empfang von Impulsen» [4], obwohl er bis heute in keiner Referenzliste zu finden ist. Eine Illustration aus seiner deutschen Patentschrift zeigt Fig. 13. Sie enthält alle wesentlichen Elemente, wie Quantisierer, Verzögerungseinrichtung mit quantisierter Rückführung und Koeffizientennetzwerk. Zur Erklärung sei am besten seine Patentschrift im Wortlaut zitiert:

Mit anderen Worten: Bei der Erfindung wird eine vollständige Regenerierung von Impulsen angewendet, und die Einrichtung, welche den Schwanzbeseitigungsausgleichsvorgang erzeugt oder entstehen lässt, wird nicht durch den ankommenen Impuls, wie er empfangen wird, in Tätigkeit gesetzt, wie bei dem bisherigen System, sondern durch einen vollständig regenerierten Impuls, d. h. durch einen Impuls, der die richtige Zeitlage hat, völlig rauschfrei ist und genau die Amplitude des ursprünglich übertragenen Impulses hat (vielleicht abgesehen von einem konstanten Proportionalitätsfaktor). Unter diesen Umständen ist die Ausgleichsschwingung, die erzeugt wird, so beschaffen, dass zu vorbestimmten Aufteilungszeiten jede durch den Schwanz des ankommenen Impulses verursachte Interferenz zwischen den Symbolen genau beseitigt wird, soweit sie durch die Wirkung des Übertragungsmittels entsteht, wobei der unbeseitigte Rest gänzlich auf das im Laufe der Übertragung angesammelte Rauschen zurückzuführen ist. Jede Wirkung dieses Rauschens wird

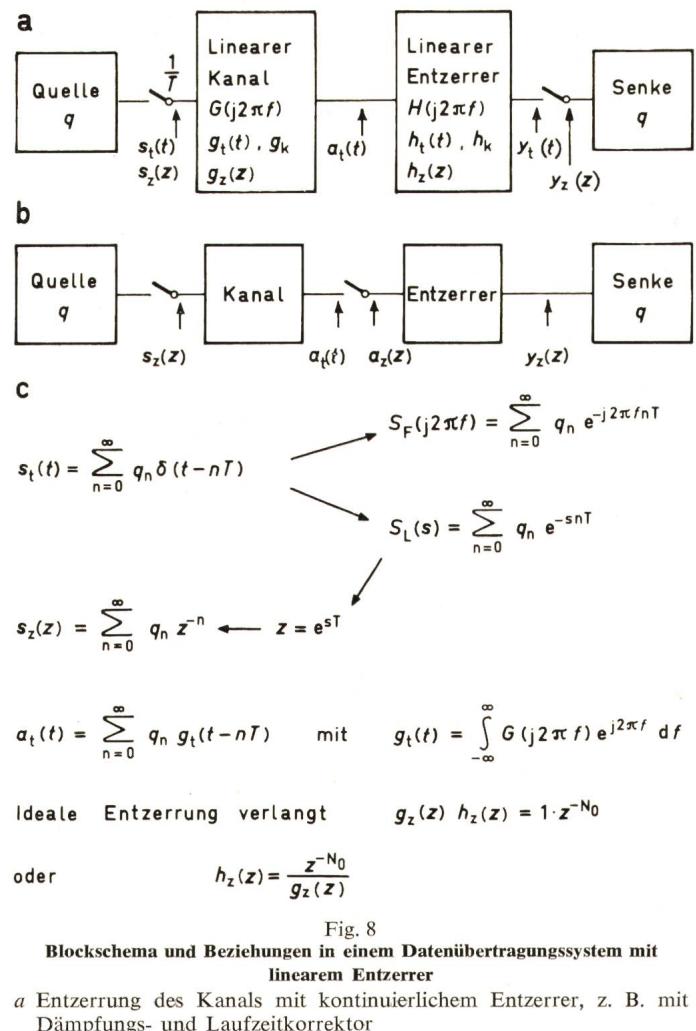


Fig. 8

**Blockschema und Beziehungen in einem Datenübertragungssystem mit linearem Entzerrer**

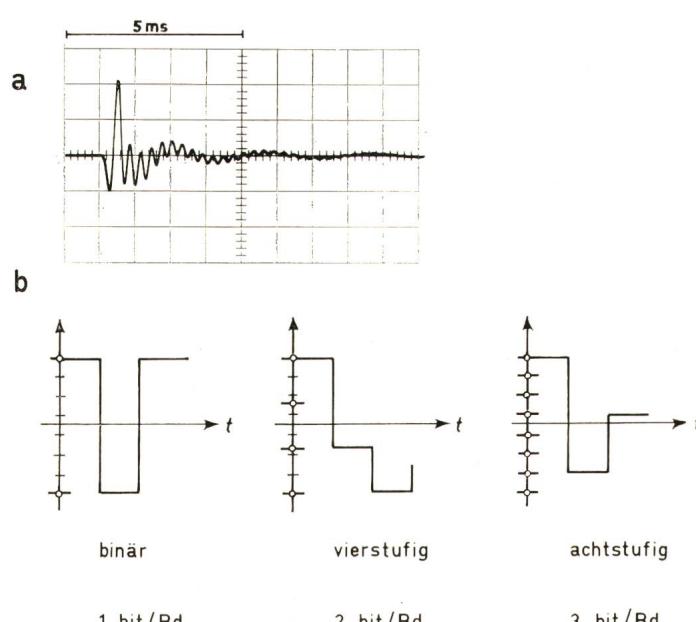
- Entzerrung des Kanals mit kontinuierlichem Entzerrer, z. B. mit Dämpfungs- und Laufzeitkorrektor
- Umsetzung des kontinuierlichen Kanalausgangssignals  $a_t(t)$  in ein zeitdiskretes Signal  $a_z(z)$  durch Abtastung, anschliessend Entzerrung mit zeitdiskretem Entzerrer
- mathematische Darstellungen:
  - $s_t(t)$  zeitdiskretes Sendesignal als Summe amplitudenmodulierter Dirac-Stöße mit dem Zeitraster  $T$
  - $S_F(j2πf)$  Spektrum des Sendesignals, periodisch mit  $1/T$
  - $S_L(s)$  Laplace-Transformation des Sendesignals
  - $s_z(z)$   $z$ -Transformation des Sendesignals
  - $g_z(z)$  Impulsantwort des Kanals
  - $h_z(z)$  Impulsantwort des Entzerrers

dann durch den Regenerierungsvorgang beseitigt, vorausgesetzt, dass das Rauschen während jedes Aufteilungsintervalls eine geringere Grösse als eine halbe Quantenstufe hat. Das System der Erfindung ist zuverlässig und stabil, d. h., es schwingt im Gegensatz zu dem früheren System niemals.

Der Entzerrer mit quantisierter Rückführung beseitigt tatsächlich das Problem der Nullstellen innerhalb sowie auf dem Einheitskreis oder sogar geringfügig ausserhalb. Diejenigen Vorläufer, welche Nullstellen genügend weit ausserhalb erzeugen, sind nach wie vor mit einem Transversalfilter zu kompensieren; gleichzeitig ist die Frage der Lokalisation des Hauptimpulses, der nicht immer mit dem Maximalwert der Impulsantwort zusammenfällt, auch mit diesem Entzerrer nicht gelöst [6].

### 3.5 Frage nach dem optimalen Filter

Schwierigkeiten mit der Stabilität von rekursiven Anordnungen, Probleme mit der Konvergenz beim Versuch der idealen Entzerrung, welche zusätzlich bei verrauschten Kanälen zu schlechtem Rauschverhalten führen kann, indem



**Impulsantwort eines Telefonkanals und Impulsformen bei mehrstufiger Datenübertragung**

- gemessene Impulsantwort eines Telefonkanals in Kaskade mit impulsformenden Filtern
- quantisierte impulsamplitudenmodulierte Datenübertragung. Die Übertragung von  $n$  bit pro Takt schritt benötigt  $2^n$  Stufen

stark gedämpfte Frequenzbänder unabhängig von der darin enthaltenen Rauschleistung kräftig angehoben werden, lassen nach anderen, geeigneteren Kriterien suchen. Man ändert die Fragestellung entscheidend ab: man fragt nicht mehr nach einem mehr oder weniger idealen Entzerrer, sondern nach demjenigen Transversalfilter, welches die Abweichungen vom Sollwert, verursacht durch Rauschen und Übersprechen, gemeinsam in bestimmtem Sinne minimal hält. Als geeignetes Kriterium erweist sich auch hier der quadratisch gemessene Fehler, also die Fehlerleistung; man sucht ein im Wienerschen Sinne optimales Filter [8; 9; 10; 11]. In Fig. 14a ist das betrachtete Übertragungssystem dargestellt. Neu kommt eine Rauschquelle  $n_n$  hinzu, welche sich dem Nutzsignal am Entzerrereingang additiv überlagert. Als Entzerrer sei wiederum das einfache Transversalfilter von Fig. 14b vorausgesetzt. Damit das ganze Übertragungssystem laufzeitfrei wird, besitzt das Filter auch Koeffizienten mit negativem Index.

Sei die Impulsfolge  $y_n$  am Entzerrerausgang der Istwert, sei weiter  $q_n$  am Kanaleingang der zugehörige Sollwert, so bestimmt das zweite Moment der Differenz die Fehlerleistung:

$$\bar{e}_n^2 = E[|y_n - q_n|^2] \quad (12)$$

Die unbekannten Koeffizienten des Filters  $h_{-N} \dots h_0 \dots h_N$  treten in dieser Gleichung in  $y_n$  auf und erzeugen eine quadratische Fehlerfläche, welche ein einziges, absolutes Minimum besitzt. Das Minimum ist bestimmt durch die  $2N+1$  linearen Gleichungen:

$$\frac{\partial \bar{e}_n^2}{\partial h_k} = \frac{\partial E[|y_n - q_n|^2]}{\partial h_k} = 0; \quad k = -N \dots +N \quad (13)$$

Daraus gewinnt man:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{e}_n^2}{\partial h_k} = E \left[ e_n \cdot \frac{\partial y_n}{\partial h_k} \right] = 0; \quad k = -N \dots +N \quad (14)$$

und mit

$$a_n = n_n + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} g_i s_{n-i} \quad (15)$$

$$y_n = \sum_{j=-N}^{+N} h_j a_{n-j} \quad (16)$$

$$\frac{\partial y_n}{\partial h_k} = a_{n-k}; \quad k = -N \dots +N \quad (17)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \bar{e}_n^2}{\partial h_k} = E[e_n a_{n-k}] = 0; \quad k = -N \dots +N \quad (18)$$

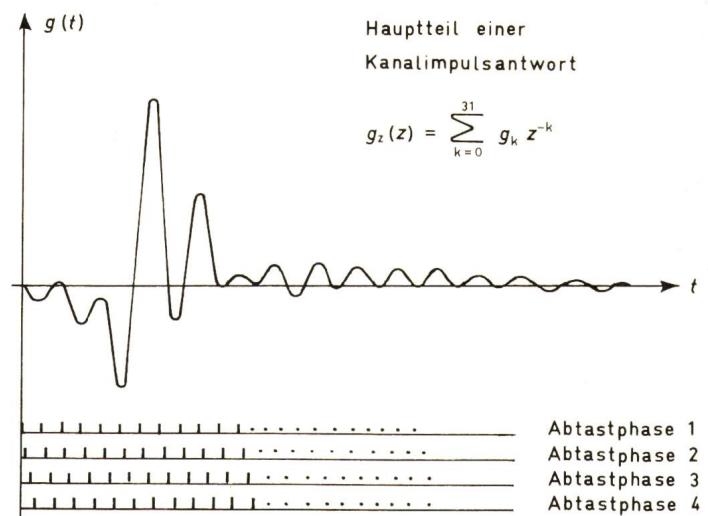
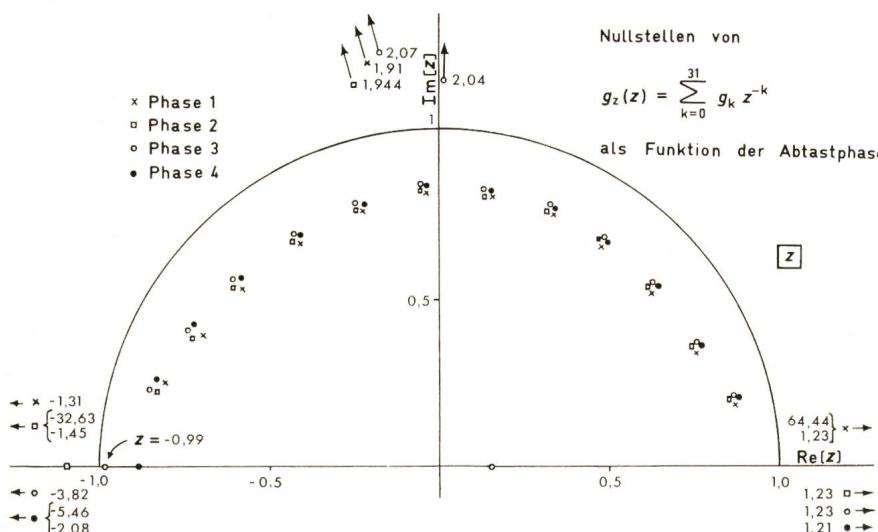


Fig. 9  
Ausschnitt aus einer gemessenen Impulsantwort eines Kanals und ihre Abtastung in vier Phasenlagen  
 $g_z(z)$  Polynom in  $z^{-1}$ , dessen Koeffizienten  $g_k$ , die Abtastwerte zu den Zeiten  $kT$ , eine Funktion der Abtastphase sind

$$E[e_n a_{n-k}] = 0; \quad k = -N \dots +N \quad (19)$$

Gl. (19) verlangt, dass die Korrelation zwischen Fehler und Eingangssignal an der Stelle des Koeffizienten  $k$  für  $k = -N \dots +N$  verschwindet, wenn das Filter abgeglichen ist: Der Fehlerprozess steht orthogonal auf dem Eingangsprozess an jeder Stelle im Filter.

Diese Bedingung liefert den Schlüssel zur iterativen Lösung der Minimalbedingungsgleichung: man verändert die Koeffizienten so lange, bis das mittlere Produkt zwischen Fehler und Eingangssignal verschwunden ist. Während verschwindende Korrelation zwischen Fehler und Ausgangssignal neben dem Hauptwert Nullstellen mit Restfehlern außerhalb des Wirkungsbereiches der Entzerrerkette erzeugt, bringt verschwindende Korrelation zwischen Fehler und Eingangssignal minimale Fehlerleistung!

Beim Iterationsschritt  $v+1$  wird der Koeffizient  $h_k^{(v)}$  zu  $h_k^{(v+1)}$ :

$$h_k^{(v+1)} = h_k^{(v)} - \frac{\Delta}{2} \cdot \frac{\partial \bar{e}_n^2}{\partial h_k}; \quad k = -N \dots +N \quad (20)$$

$$h_k^{(v+1)} = h_k^{(v)} - \Delta \cdot E[e_n a_{n-k}]; \quad k = -N \dots +N \quad (21)$$

Die gemäss Gl. (21) vor der Korrektur verlangte Mittelung des Produktes  $e_n a_{n-k}$  kann im Koeffizientenspeicher für  $h_k$  selbst durchgeführt werden, wenn  $\Delta$  klein genug ist.

Im Grenzfall des unendlich langen Filters erhält man für die  $z$ -Transformierte der gesuchten Impulsantwort die interessante Form [9; 11]:

$$h_z(z) = \frac{g_z(z^{-1})}{g_z(z^{-1}) \cdot g_z(z) + [R_s(z)/R_n(z)]^{-1}} \quad (22)$$

Fig. 10  
Nullstellen des Polynoms  $g_z(z)$  in der komplexen Ebene für die vier Abtastphasen der Fig. 9  
Die Abtastung mit der Abtastphase 3 erzeugt eine schwer entzerrbare Nullstelle bei  $z = -0,99$

darin sind  $R_s(z)$  und  $R_n(z)$  die  $z$ -Transformierten der Autokorrelationsfunktionen des Sendesignals und des Rauschens. Sind beide korrelationsfrei oder weiss, stellt der resultierende Quotient  $R_s(0)/R_n(0)$  gerade den Rauschabstand dar. Ist er gross, strebt  $h_z(z)$  gegen  $1/g_z(z)$ , also gegen die echte Inversion des Kanals; bei kleinem Rauschabstand entsteht im Grenzfall mit  $h_z(z) \sim g_z(z^{-1})$  das «matched filter» zu  $g_z(z)$ , das wohl die Phasenverzerrungen korrigiert, dessen Amplitudengang aber demjenigen von  $g_z(z)$  entspricht.

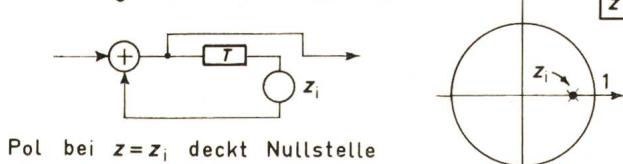
Die vorangehenden Ableitungen setzen für den Abgleich die Kenntnis des Fehlers  $e_n$  als Differenz von Soll- und Istwert voraus; dabei ist der Sollwert aber die unbekannte Nachricht.

**a** Entwicklung eines Teilentzerrers  $\frac{z}{z-z_i}$  mit  $|z_i| < 1$

$$\frac{z}{z-z_i} = \frac{1}{1-\frac{z_i}{z}} = 1 + z_i z^{-1} + z_i^2 z^{-2} + \dots \text{ konvergent}$$

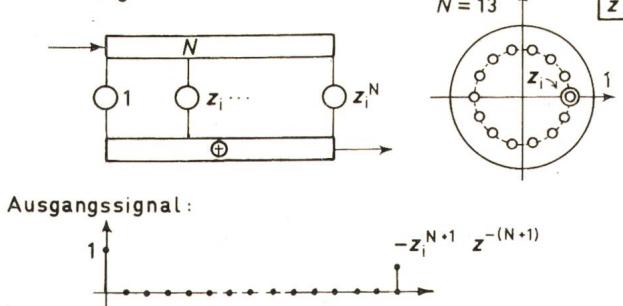
Eingangssignal:  $1 - z_i z^{-1}$  Nullstelle:  $z = z_i < 1$

**b** Entzerrung mit rekursivem Entzerrer:



Pol bei  $z = z_i$  deckt Nullstelle

**c** Entzerrung mit Transversalfilter:



Restfehler geht gegen 0 für  $N \rightarrow \infty$

$$\text{Nullstellen von } \frac{1 - (z_i z^{-1})^{N+1}}{1 - \frac{z_i}{z}} \text{ kompensieren}$$

Nullstelle bei  $z_i$

Fig. 11

Entzerrung einer Nullstelle innerhalb des Einheitskreises

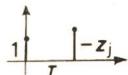
Die Impulsantwort, die entzerrt werden soll, besteht aus einem Hauptimpuls, dem ein kleinerer Nachläufer folgt

- Reihenentwicklung des Teilentzerrers  $z/(z-z_i)$ . Die Reihe konvergiert, solange  $|z_i| < 1$
- ein einstufiger rekursiver Entzerrer entzerrt das Doppelimpulspaar ideal, indem sein Pol die Nullstelle bei  $z_i$  genau abdeckt
- das Transversalfilter mit  $N$  Stufen, das der abgebrochenen Reihe entspricht, erzeugt einen Vorläufer als Restfehler. Seine  $N$  Nullstellen liegen in der  $z$ -Ebene gleichverteilt mit Ausnahme des Punktes  $z_i$  auf einem Kreis mit dem Radius  $|z_i|$ . Die Nullstelle bei  $z_i$  der Kanalimpulsantwort vervollständigt den Kranz

**a** Entwicklung eines Teilentzerrers  $\frac{z}{z-z_j}$  mit  $|z_j| > 1$

$$\frac{z}{z-z_j} = \frac{-\frac{z_j}{z}}{1 - \frac{z}{z_j}} = -\frac{z}{z_j} \left[ \dots \frac{z^3}{z_j^3} + \frac{z^2}{z_j^2} + \frac{z}{z_j} + 1 \right]$$

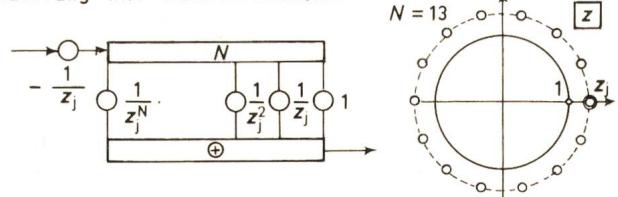
Eingangssignal:  $1 - z_j z^{-1}$



Nullstelle:  $z = z_j > 1$

**b** Entzerrung mit rekursivem Entzerrer unmöglich

**c** Entzerrung mit Transversalfilter:



Ausgangssignal:



Restfehler geht gegen 0 für  $N \rightarrow \infty$

$$\text{Nullstellen von } \frac{1 - \left(\frac{z}{z_j}\right)^{N+1}}{1 - \frac{z}{z_j}} \text{ kompensieren}$$

Nullstelle bei  $z_j$

Fig. 12

Entzerrung einer Nullstelle außerhalb des Einheitskreises

Die Impulsantwort, die entzerrt werden soll, besteht aus einem kleineren Vorläufer, dem der Hauptimpuls folgt

- Reihenentwicklung des Teilentzerrers  $z/(z-z_j)$ . Die Reihe konvergiert, solange  $|z_j| < 1$
- die Entzerrung mit rekursivem Entzerrer ist unmöglich, er wäre instabil
- das  $N$ -stufige Transversalfilter, das der abgebrochenen Reihe entspricht, erzeugt einen Vorläufer als Restfehler, dem nach  $N$  Nulldurchgängen der Hauptimpuls folgt. Seine  $N$  Nullstellen liegen in der  $z$ -Ebene gleichverteilt mit Ausnahme des Punktes  $z_j$  auf einem Kreis mit dem Radius  $|z_j|$ . Die Nullstelle bei  $z_j$  der Kanalimpulsantwort vervollständigt den Kranz.

Hier wird nun der Vorteil der quantisierten Form dieser Nachricht deutlich: Bei einfacheren Kanälen ist das Augenmuster bereits ohne Entzerrung weitgehend offen, also die Entscheidung über die gesendete Nachricht meistens fehlerfrei, diese kann regeneriert werden und steht als Sollwert für den Abgleich zur Verfügung. Bei schwierigeren Kanälen muss der Entzerrung die Übertragung einer empfangsseitig bekannten Synchronisationssequenz vorangehen, die dem Abgleich der Koeffizienten als Referenz oder Sollwert dient. Hat der Abgleichvorgang stattgefunden, ist die entzerrte Folge sauber und kann nach entsprechender Regeneration als Referenz benutzt werden. Langsame zeitlichen Veränderungen der Kanalparameter folgt das Optimalfilter adaptiv.

Das Blockschema einer Realisierung zeigt Fig. 15; das Konvergenzverhalten für zwei Kanäle, das in einer Simulation untersucht wurde, illustrieren Fig. 16 und Fig. 17.

### 3.6 Optimalfilter bei Nullstellen auf dem Einheitskreis

Der Spezialfall eines genauen Doppelimpulses  $g_z(z) = 1 + z^{-1}$  lässt sich für den rauschfreien Fall exakt berechnen. Das Ergebnis ist in Fig. 18 für ein Transversalfilter mit  $M + N$  Stufen dargestellt. Die  $M + N + 1$  linearen Gleichungen sind allgemein lösbar und ergeben ein bemerkenswertes Resultat: Die Endkoeffizienten  $h_{-M}$  und  $h_N$  sind dem Betrage nach und unabhängig von der Lage des Hauptimpulses gleich gross, nämlich:

$$|h_{-M}| = |h_N| = \frac{1}{M + N + 2} \quad (23)$$

Von beiden Enden her steigt die Umhüllende der Koeffizienten linear und mit gleicher Steigung  $|\Delta h| = 1/(M + N + 2)$

pro Schritt an. Ein Abgleich ist möglich, solange wenigstens einer der Doppelimpulse innerhalb der Kette liegt und ist (ein Sonderfall) für alle erlaubten Lagen des Referenzimpulses gleich gut; es wird:

$$\bar{e}_n^2 = \frac{1}{M + N + 2} \quad (24)$$

Die Fehlerleistung konvergiert also auch bei einer Nullstelle auf dem Einheitskreis mit wachsender Entzerrerstufenzahl gegen Null. Die resultierende Impulsantwort der Kaskade von Kanal und Entzerrer weist ebenfalls eine Besonderheit auf: Alle Restfehler besitzen wiederum unabhängig von der Lage der Referenz den gleichen Betrag

$$|e| = \frac{1}{M + N + 2} \quad (25)$$

und abwechselndes Vorzeichen; die Summe der Beträge wird:

$$|e_{n \max}| = 1 \quad (26)$$

Das Übersprechen kann also im ungünstigsten Fall wiederum wie im unentzerrten Signal den Wert 1 erreichen, doch strebt die Wahrscheinlichkeit dieses Falles mit wachsender Entzerrerrlänge gemäss einer Binomialverteilung gegen Null (Fig. 19).

Die Betrachtung der Entzerrung im Spektralbereich (Fig. 19) ist ebenfalls von Interesse, zeigt sie doch deutlich das unterschiedliche Verhalten des quadratisch optimierenden Entzerrers gegenüber dem nichtrealisierbaren idealen Entzerrer. Die verzerrte Eingangsimpulsfolge, der Doppelimpuls, besitzt das Spektrum  $1 + \exp(j2\pi f/T)$  mit einer Nullstelle bei  $f = 1/2T$ . Die entzerrte Impulsantwort besitzt ein weitgehend geglättetes Spektrum, wie es dem idealen Dirac-Stoss entsprechen würde, behält aber die Nullstelle bei. Mit zunehmender Entzerrerrlänge nimmt der nichtentzerrte Bereich um die Nullstelle im Spektrum ab, die Fehlerleistung wird kleiner.

Die Simulation einer Entzerrung der Impulsantwort von Fig. 9 mit der ungünstigen Abtastphase 3 ( $z_i = -0,99$ ) und einem Entzerrer mit 63 Stufen liefert einen Fehlereffektivwert  $\sqrt{\bar{e}_n^2} = 0,12$ , was ziemlich genau dem theoretischen Wert entspricht. Daraus kann geschlossen werden, dass alle an-

Zu der Patentschrift 945 037  
Kl. 21 a1 Gr. 36  
Internat. Kl. H 03 k —

FIG. 1

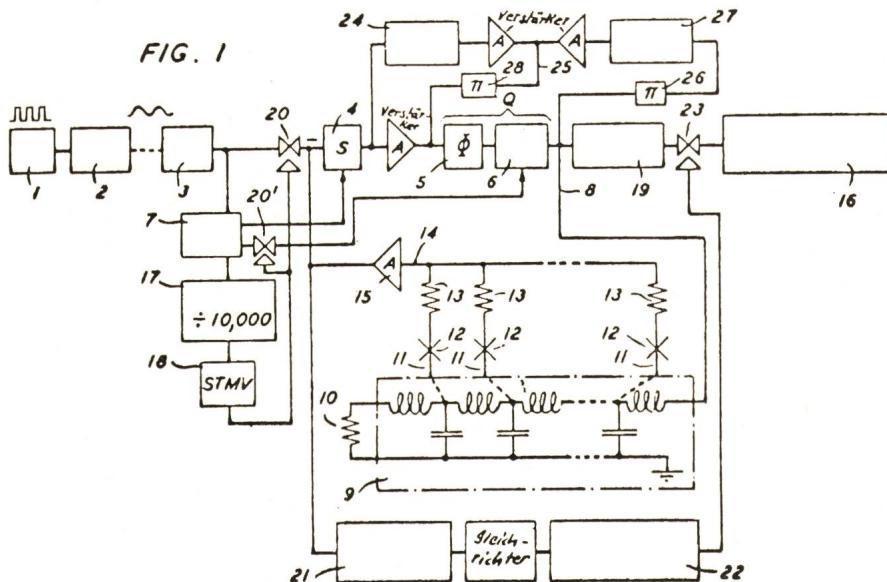


FIG. 2

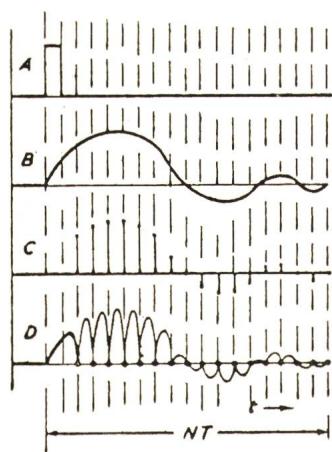
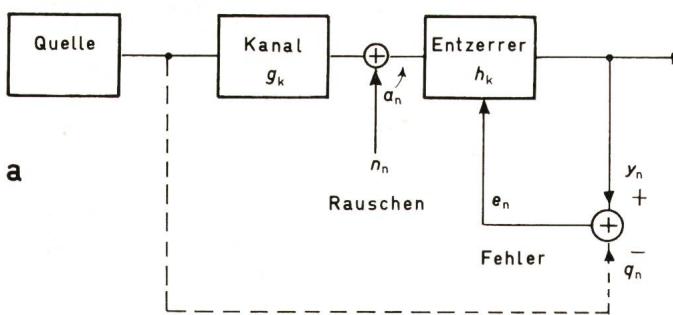


FIG. 3



Fig. 13  
Illustration aus der deutschen Patentschrift 945 037 von H. S. Black zum Entzerrer mit quantifizierter Rückführung (USA 1953)

Die Fig. 1 der Patentschrift enthält als wesentliche Elemente den Quantisierer  $Q$  (5,6), sowie die Verzögerungsleitung (9), über welche die kompensierenden Signale an den Eingang zurückgekoppelt werden



$$y_n = \sum_{j=-N}^{+N} h_j a_{n-j} = \sum_{j=-N}^{+N} h_j \left[ n_{n-j} + \sum_{i=-\infty}^{+\infty} g_i q_{n-i-j} \right]$$

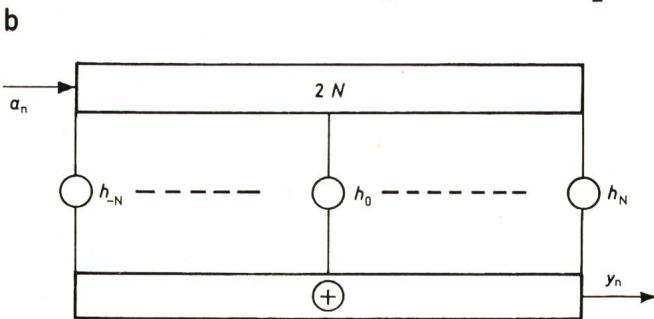


Fig. 14

**Der Entzerrer als Optimalfilter**

a Blockschema des Übertragungssystems:

Eine Quelle speist den Kanal mit der Impulsantwort  $g_k$ ; das durch Rauschen  $n_n$  additiv gestörte Signal wird im linearen Entzerrer mit der Impulsantwort  $h_k$  optimal gefiltert. Der Fehler  $e_n$  ist die Differenz zwischen dem Ausgangssignal  $y_n$  und dem Sendesignal  $q_n$

b der Entzerrer besitzt  $2N$  Stufen. Die  $2N + 1$  Koeffizienten  $h_{-N} \dots h_N$  werden so bestimmt, dass die Fehlerleistung, d. h. die Summe von Rausch- und Verzerrungsleistung, am Filterausgang minimal wird

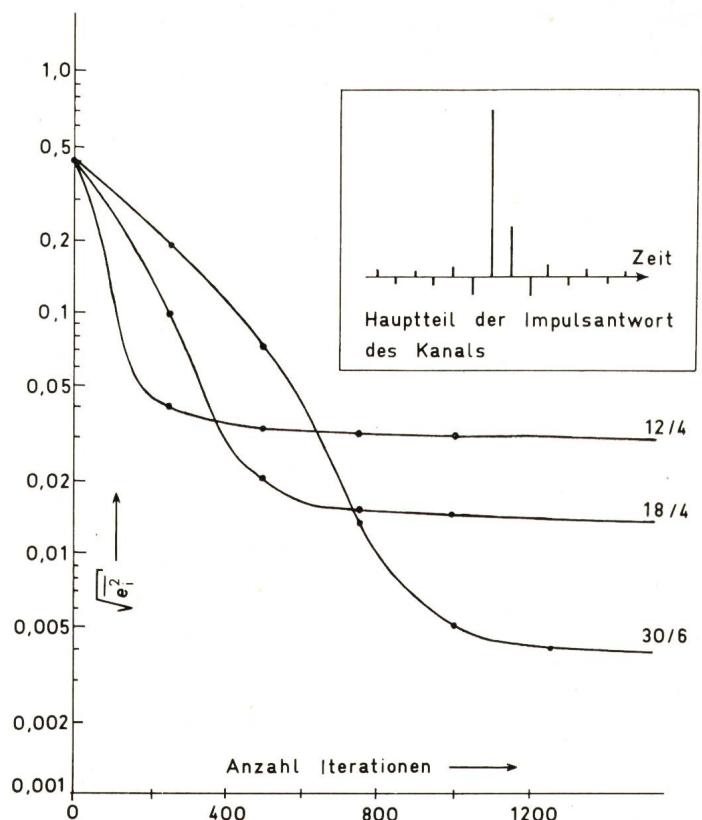


Fig. 16

**Beispiel zum Abgleichverhalten eines optimalen Transversalfilters**

Geschwindigkeit und Qualität des Abgleichs hängen wesentlich von der Stufenzahl des Entzerrers ab. Die drei Kurven gelten für einen 12-, 18- und 30stufigen Entzerrer. Wie in [12] gezeigt wird, kann der Abgleich durch stufenweises Umschalten auf höhere Stufenzahlen beschleunigt werden

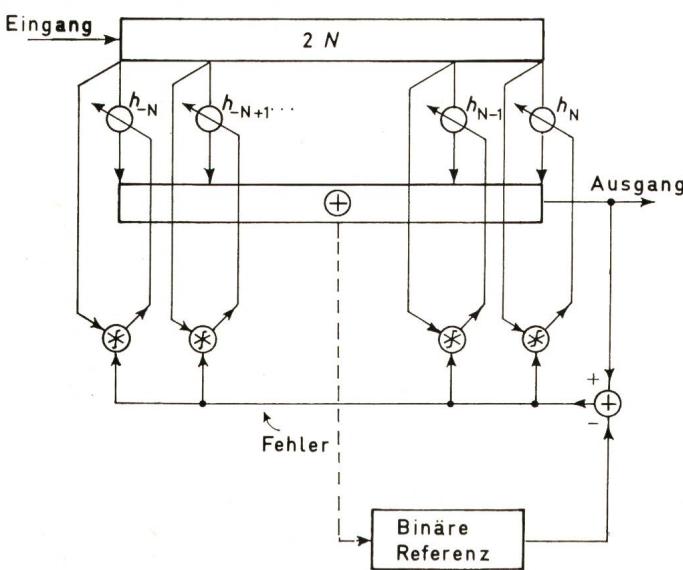


Fig. 15

**Blockschema eines adaptiven optimalen Transversalfilters für binäre Impulsübertragung**

Das Transversalfilter ist optimal abgeglichen, wenn die Fehlerfolge orthogonal zur Signalfolge an jeder Stelle in der Verzögerungskette steht. Der Fehler wird durch den Vergleich des entzerrten Filterausgangssignals mit der binären Referenz gewonnen

⊗ Korrelation

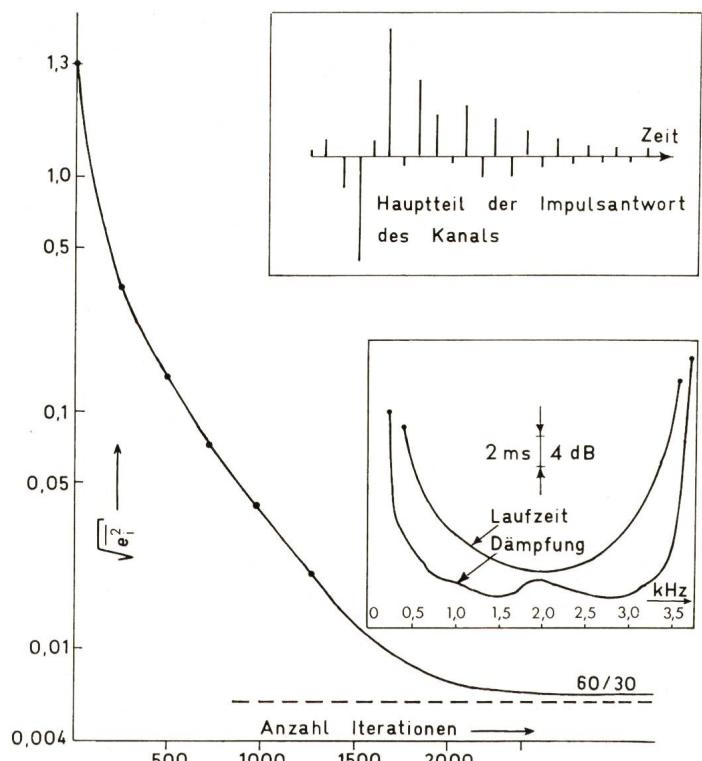


Fig. 17

**Beispiel für die Wirkung eines Entzerrers mit 60 Stufen**

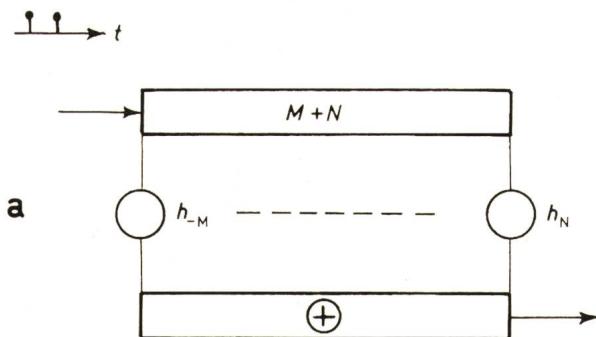
Die Figur zeigt den Zusammenhang zwischen dem Frequenzgang eines Kanals, seiner abgetasteten Impulsantwort und der Entzerrung mit einem 60stufigen Entzerrer

deren Nullstellen mit grösseren Entfernungen vom Einheitskreis praktisch ideal entzerrt sind, während die schwierigste Nullstelle mit  $z_1 = -0,99$  dominiert. Die Analyse der erhaltenen Filterkoeffizienten zeigt, dass sie tatsächlich gegen beide Enden hin linear abnehmen, während der mittlere Teil auch von den anderen Nullstellen abhängt.

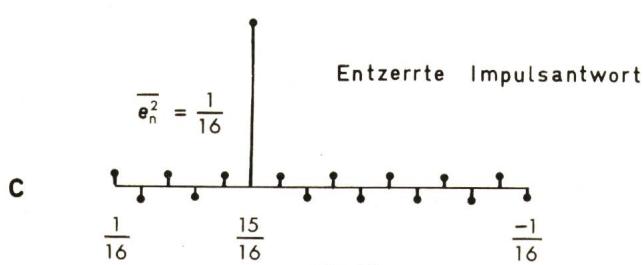
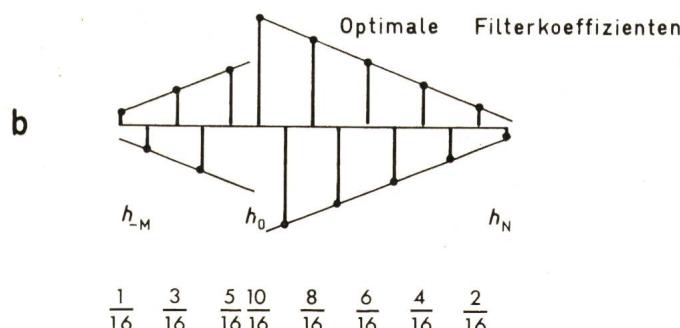
Wenn das Eingangssignal durch weisses Rauschen gestört ist, ist das optimale Filter nicht mehr unendlich lang, da dann Frequenzbereiche um die Nullstelle bei  $f = 1/2T$  stark angehoben würden, wodurch die Rauschleistung unverhältnismässig ansteige. Das Optimalfilter hält jedoch die Summe von Verzerrungs- und Rauschleistung minimal, wodurch die Koeffizienten auch einer langen Entzerrerkette gegen die Enden hin rascher abnehmen als im rauschfreien Fall [9].

#### 4. Schlussfolgerungen

Die Entzerrung von linearen Kanälen ist mit linearen Entzerrern möglich. Für zeitdiskrete Signale, wie sie bei Datenübertragung auftreten, sind Entzerrer in der Form von Abtast-



Zahlenbeispiel für  $M = 5 \quad N = 9 \quad M+N+1 = 15$



Filterkoeffizienten und entzerrte Impulsantwort für ein Optimalfilter bei  $z_1 = -1$

a symbolische Darstellung des Filters, das vom idealen Doppelimpuls gespeist wird

b Filterkoeffizienten für  $M = 5, N = 9$ . Die Beträge der Koeffizienten steigen von beiden Enden her linear an

c die entzerrte Impulsantwort besteht aus einem Hauptimpuls, der den gleichen Restfehler aufweist, wie er für alle anderen Lagen des Doppelimpulses auftritt. Das Fehlerspektrum besteht aus der diskreten Linie an der Stelle der halben Taktfrequenz

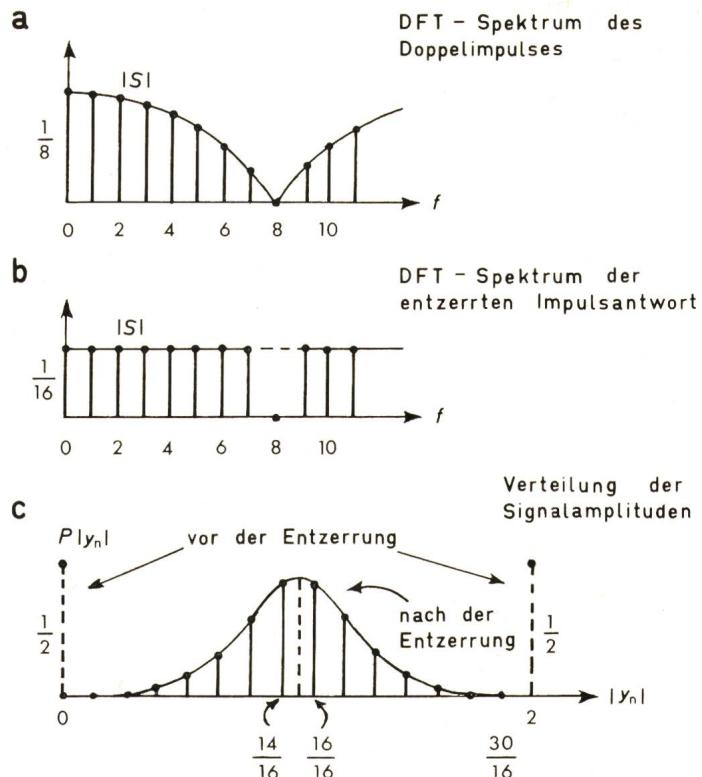


Fig. 19  
Spektren und Wahrscheinlichkeitsverteilung der Amplituden eines Binärsignals vor und nach der Entzerrung

Die Zahlenwerte gelten für  $z_1 = -1, M = 5, N = 9$   
a diskretes Fourierspektrum des Doppelimpulses mit 16 Spektrallinien vor der Entzerrung. Das Spektrum besitzt eine Nullstelle bei der halben Taktfrequenz

b diskretes Fourierspektrum nach der Entzerrung. Alle Spektrallinien sind ideal entzerrt bis auf die Nullstelle, die erhalten bleibt

c Wahrscheinlichkeitsverteilung der Beträge der Amplituden eines Binärsignals. Vor der Entzerrung ist das Signal dreistufig: Die Werte  $\pm 2$  werden je mit der Wahrscheinlichkeit  $1/4$  angenommen, der Wert 0 mit  $1/2$ . Nach der Entzerrung gruppieren sich die diskreten Werte gemäss einer Binomialverteilung um die Sollwerte  $\pm 1$

transversalfiltern geeignet. Rekursive Anordnungen bergen die Gefahr der Instabilität; einfache Transversalfilter sind stabil, doch ist bei ihnen praktisch immer mit einem Restfehler zu rechnen. Entzerrer, deren Koeffizienten nach dem Kriterium des minimalen quadratischen Fehlers eingestellt werden, führen in allen Fällen zu einem sinnvoll konvergierenden Abgleich, insbesondere auch dann, wenn die  $z$ -Transformierte der Impulsantwort des Übertragungskanals Nullstellen auf dem Einheitskreis besitzt, wie wenn die Übertragung durch Rauschen gestört ist. Die quantisierte Amplitude des Datensignals erlaubt die vollständige Regeneration auf der Empfangsseite, was die Bestimmung des Fehlers, welche zur Einstellung der Koeffizienten nötig ist, möglich macht. Ein Entzerrer auf diesem Prinzip folgt auch im Betrieb genügend langsam ändernden Kanalparametern adaptiv.

#### Literatur

- [1] Einrichtung zur Verminderung des Übersprechens bei der absatzweisen Mehrfachsignalübertragung. Schweizer Patentschrift Nr. 243 939.
- [2] Multiple signal transmission systems. British Patent Specification No. 605 128.
- [3] D. W. Lytle: Convergence criteria for transversal equalizers. Bell Syst. Techn. J. 47(1968)8, p. 1775...1800.
- [4] System zur Interferenzverringerung beim Empfang von Impulsen. Deutsche Patentschrift Nr. 945 037.
- [5] G. K. McAuliffe and D. M. Motley: Equalization for data transmission. Wescon Technical Papers. Part 3: Computers, communications and display devices. Session 12, Technical Paper No. 4 (1968).

- [6] B. Wendland: Abtastsysteme zur Entzerrung von Datenkanälen. Dissertation der Technischen Universität Berlin, 1969.
- [7] R. J. Keeler: Construction of a decision feedback equalizer. Conference Record of the seventh Annual International IEEE Conference on Communications 7(1971), p. 21-8...21-13.
- [8] R. W. Lucky and H. R. Rudin: An automatic equalizer for general-purpose communication channels. Bell Syst. Techn. J. 46(1957)9, p. 2179...2208.
- [9] M. J. Di Toro: Communication in time-frequency spread media using adaptive equalization. Proc. IEEE 56(1968)10, p. 1653...1679.
- [10] J. G. Proakis and J. H. Miller: An adaptive receiver for digital signaling through channels with intersymbol interference. Trans. IEEE IT 15(1969)4, p. 484...497.
- [11] C. W. Niessen: Adaptive equalizer for pulse transmission. Trans. IEEE COM 18(1970)4, p. 377...395.
- [12] F. Eggimann: Computer simulation of an automatic adaptive equalizer for real telephon channels and free data format. Trans. IEEE AU 18(1970)4, p. 434...438.

Adresse des Autors:  
Dr. F. Eggimann, AG Brown, Boveri & Cie., 5401 Baden.

## ALEXANDER GRAHAM BELL

1847-1922



Bibliothek ETH Zürich

Grossvater und Vater von Alexander Graham Bell waren berühmte «Vortrags- und Redekünstler». Ein Lehrbuch seines Vaters kam auf 168 Auflagen.

Auch der am 3. März 1847 in Edinburgh zur Welt gekommene Alexander Graham Bell verschrieb sich dem Beruf seiner Vorfahren; darunter muss man sich das vorstellen, was wir heute als Taubstummen- und Sprachheillehrer bezeichnen. 1865 zog die Familie nach London, wo zwei Söhne an Tuberkulose starben. Alexander Graham, der in Edinburgh und Würzburg studiert hatte, erkrankte dann ebenfalls. Das bewog den Vater im Spätsommer 1870 nach Canada auszuwandern, wo man sich in Brantford (Ontario) niederliess. Schon im darauffolgenden Jahr wurde der junge Bell als Taubstummen- und Schwerhörigen-Lehrer nach Boston berufen. 1873 erhielt er an der dortigen Universität eine Professur für Sprachphysiologie. Er entwickelte eine Zeichensprache für Gehörlose und baute ein «Photophon». Dieses erlaubt die Schwingungsbilder der Sprache aufzuzeichnen, womit es ihm gelang, die Gehörlosen zum richtigen Sprechen zu bringen – sie mussten beim Sprechen die gleichen Oszillogramme zustande bringen. Neben diesen Arbeiten betrieb er Sprachforschung. Aus einem Aufsatz von Helmholtz schloss er, dass dieser Töne elektrisch habe übertragen können. Er sah seinen Irrtum ein, war aber überzeugt, dass dies möglich sein sollte, um so mehr, als er auch von den Versuchen Reis Kenntnis erhalten hatte.

Es folgten Versuche mit von Elektromagneten angeregten Stimmgabeln und später mit schwingenden Stahlplättchen, ähnlich den bei Orgeln verwendeten.

Zur gleichen Zeit beschäftigte er sich mit Problemen der Mehrfachtelegraphie und erhielt dafür ein Patent. Bei Versuchen, die darauf gerichtet waren, einige von der Telegraphen-Gesellschaft verlangte Verbesserungen zu verwirklichen, hörte Bell einen Ton. Er ging der Sache nach, und schon am folgenden Tag, dem 3. Juni 1875, gelang ihm eine noch mangelhafte Sprachübertragung. Noch war verschiedenes zu verbessern, bis am 10. März 1876 eine gute Verständigung erreicht war. Aber schon am 14. Februar 1876 war er seiner Sache so sicher, dass er ein Patent anmeldete. Das war

sein Glück; denn am gleichen Tag, nur 2 Stunden später, meldete Elisha Gray aus Chicago ebenfalls ein Telephonpatent an.

Zur Feier der 100jährigen Unabhängigkeit der USA fand im gleichen Jahr in Philadelphia eine grosse Ausstellung statt. Dank der Fürsprache G. G. Hubbarts, des Vaters einer seiner Schülerinnen, konnte Bell ausstellen. Aber sein unscheinbarer Stand fand zunächst keine grosse Beachtung, bis eines Tages Kaiser Don Pedro von Brasilien sich die Apparate ansah, in Bell einen seiner früheren Lehrer erkannte und sich dann alles vorführen liess. Dadurch wurde das Preisgericht auf Bell's Telephon aufmerksam und sprach ihm für das Telephon und den die Sprache registrierenden Apparat Goldmedaillen zu. Im Sommer 1876 gelang Bell das Telephonieren auf eine Entfernung von rund 13 km. Bei dieser Vorführung waren auch zwei Japaner zugegen, die hocherfreut feststellten, dass Bell's Telephon auch japanisch sprach. Im Januar 1877 erhielt Bell ein zweites Patent für Apparate, die das Gegensprechen erlaubten, und durch Anwendung von Dauermagneten wurden Batterien überflüssig.

Trotz all dieser Verbesserungen stiess Bell bei den Telegraphengesellschaften auf Ablehnung. Im Juli 1877 heiratete Bell seine ehemalige Schülerin, Mabel Hubbard. Der zum Schwiegervater gewordene Hubbard, ein zweiter Geldgeber, Bell und sein Assistent Watson gründeten darauf die Bell Telephon Company. Diese richtete verschiedene Telephonanlagen ein, wobei sie die Geräte nur vermietete. Bell reiste im Sommer 1877 mit seiner jungen Frau nach England, aber er stiess da noch auf viel Skepsis gegenüber dem Telephon.

Nach seiner Rückkehr nach Boston bereiteten ihm Patentstreitigkeiten und karge Einkünfte viel Sorgen. 1880 wurde das Unternehmen in die American Bell Company übergeführt, in der Bell bis 1894 mitarbeitete. Dann zog er sich zurück und widmete sich wieder den Problemen der Taubstummen und Schwerhörigen. Daneben interessierte er sich für Flugversuche und ersann auch ein drahtloses Telephon, bei dem ein Lichtstrahl als Kanal diente.

Am 2. August 1922 starb Bell in Baddeck in Neuschottland. Aus der American Bell Company ist inzwischen ein weltumspannendes Industrie-Unternehmen entstanden, die I.T.T.

H. Wüger