

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 63 (1972)

Heft: 10

Artikel: Die Berechnung der Einsatzfeldstärken von Bündelleitern unter Berücksichtigung der Verseilung

Autor: Berger, S.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-915694>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Die Berechnung der Einsatzfeldstärken von Bündelleitern unter Berücksichtigung der Verseilung

Von S. Berger, Zürich

621.315.145:621.317.328:621.3.015.532

Nach einer kurzen Beschreibung des verwendeten Rechenverfahrens werden die für Wechselspannung ermittelten Werte der Einsatzfeldstärke in Abhängigkeit der Leiterdaten dargestellt. Es wird ausserdem untersucht, welchen Einfluss die Leitungsgeschichte der berechneten Drehstrom-Einebenenanordnung auf die Grösse der Anfangsfeldstärke hat. Die durch die Verseilung der Leiter verursachte Erniedrigung der Koronaeinsatzspannung wird in einem Diagramm angegeben.

Après une brève description du procédé de calcul utilisé, les valeurs de l'intensité initiale du champ, déterminées dans le cas d'une tension alternative, sont représentées en fonction des caractéristiques des conducteurs. On examine en outre l'influence de la géométrie de la ligne, pour la disposition triphasée en un seul plan, sur la valeur de l'intensité initiale du champ. L'abaissement de la tension d'apparition de l'effet de couronne, grâce au câblage des conducteurs, est indiqué par un diagramme.

1. Einführung

Der stetig zunehmende Verbrauch an elektrischer Energie erfordert Übertragungssysteme von immer grösserer Leistung. Eine wirtschaftliche Erhöhung der übertragbaren Leistung ist bei Freileitungen nur durch Steigerung der Betriebsspannung zu realisieren. Seit einigen Jahren sind Höchstspannungsleitungen mit Spannungen bis zu 750 kV im Betrieb. Die bei diesen hohen Spannungsniveaus auftretenden Entladungsscheinungen sollen aus Gründen der Wirtschaftlichkeit und der Umweltbeeinflussung ein bestimmtes Mass nicht überschreiten.

Eine bewährte Methode zur Verminderung der Randfeldstärken und damit zur Reduzierung von Koronastörungen ist die Anwendung von Bündelleitern, die zudem noch den Vorteil der Wellenwiderstanderniedrigung hat. Die Verringerung des Wellenwiderstandes einer Leitung hat bekanntlich eine Erhöhung der natürlichen Leistung zur Folge [1]¹⁾.

Aus Gründen der Leiterflexibilität werden als Teilleiter keine Einzeldrähte, sondern Leiterseile, bestehend aus vielen verdrillten Adern, verwendet. Der Nachteil dieser Massnahme ist eine örtliche Erhöhung der Randfeldstärken des Leiterseiles gegenüber den Werten der Feldstärke des glatten Leiters mit gleichem Aussendurchmesser. Die Bestimmung der Einsatzspannung bzw. Einsatzfeldstärke ist neben der Berücksichtigung von mechanischen Gesichtspunkten notwendig für die Dimensionierung von Leitungsanordnungen.

Die vorliegende Arbeit hat die Berechnung der Einsatzfeldstärken von Drehstrombündeln aus glatten und verseilten Leitern (wobei die verseilten Leiter aus Runddrähten bestehen), zum Gegenstand. Als Leitungskonfiguration wird die Einebenenanordnung, eine für die Höchstspannungs-Energieübertragung besonders wichtige Anordnung, verwendet.

2. Rechenverfahren

Die verwendete Methode zur Berechnung der Einsatzfeldstärke gliedert sich auf in zwei Teile:

- Näherungsweise Berechnung der elektrischen Feldstärke ausserhalb der Leiter;
- Bestimmung der Einsatzfeldstärke nach dem Ansatz von Schumann.

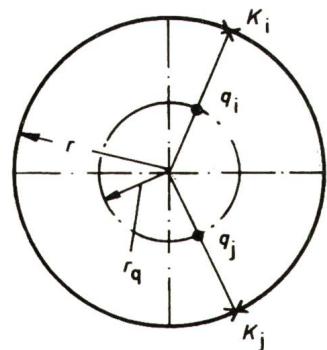
¹⁾ Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

2.1 Berechnung der elektrischen Feldstärke

Ursache für das elektrische Feld einer Elektrodenanordnung sind die durch die angelegte Spannung erzeugten Flächenladungen auf den Elektrodenkonturen. Das Prinzip der hier verwendeten Rechenmethode besteht darin, die tatsächlich vorhandenen Ladungen auf den Leiteroberflächen durch fiktive Linienladungen im Leiterinnern näherungsweise zu ersetzen. Dieses Verfahren wurde bereits im letzten Jahrhundert von W. Thomson angegeben und hat in jüngster Zeit durch die Arbeiten von Steinbigler [2] und Singer [3] stark an Bedeutung gewonnen.

Im Innern jedes Teilleiters werden m Linienladungen auf einem gedachten, zur Leiterachse koaxialen Kreiszylinder mit dem Radius r_q (Fig. 1) in gleichen Abständen voneinander angeordnet. Der Einfluss einer geerdeten Bodenebene wird durch eine Spiegelung der Linienladungen an dieser Ebene berücksichtigt. Als Randbedingungen für die m Ladungen pro Leiter, deren Grösse zunächst unbekannt ist, werden auf der Leiteroberfläche m äquidistante Konturpunkte K_i vorgegeben und deren Potential dem Teilleiterpotential gleichgesetzt. Das

Fig. 1
Anordnung von Ladungen und Konturpunkten bei glatten Leitern
 q Linienladung;
 r Leiteraussendurchmesser;
 K Konturpunkt



Potential V in jedem Punkt des Feldraumes ergibt sich durch Überlagerung der Anteile der Ladungen aller Teilleiter einschliesslich der Bildladungen. Es ist also

$$V = (0,5 \pi \epsilon_0) \sum_{i=1}^M q_i (p_i - p'_i) \quad (1)$$

mit der Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_0 = (1/36 \pi) \cdot 10^{-11}$ As/Vcm, der Gesamtzahl M aller Linienladungen des Systems,

dem Potentialkoeffizienten p_i der Ladung q_i und dem Potentialkoeffizienten p_i' der Bildladung $q_i' = -q_i$.

Gl. (1) auf die M Konturpunkte des Systems angewendet, ergibt das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\mathbf{V}_K = \mathbf{P} \mathbf{Q} \quad (2)$$

mit dem Spaltenvektor \mathbf{V}_K der vorgegebenen Konturpotentiale, der Potentialkoeffizientenmatrix \mathbf{P} und dem Ladungsvektor \mathbf{Q} . Die Auflösung des Gleichungssystems (2) liefert die Grösse der M Linienladungen. Durch Differentiation von Gl. (1) erhält man eine Beziehung für die elektrische Feldstärke in jedem Punkt des Feldraumes.

Eine ausführliche Beschreibung des Rechenverfahrens, das sich mit der Berechnung von glatten Leitern befasst, befindet sich in der Veröffentlichung von Steinbigler und Singer [4].

Die Berechnung des elektrischen Feldes von verseilten Leitern erfolgt nach dem gleichen Prinzip wie bei glatten Leitern. Die einzelnen Runddrähte des Leiterseiles werden als nicht verdrillt betrachtet. Das ursprünglich dreidimensionale Feldproblem wird durch diese Annahme auf ein zweidimensionales Problem zurückgeführt. Die Abschätzung des Fehlers, der durch diese Vereinfachung entsteht, geschieht durch folgende Überlegung:

Massgebend für die Einsatzfeldstärke ist die mittlere Krümmung der Elektrodenoberfläche

$$H = 0,5 (1/R_1 + 1/R_2) \quad (3)$$

mit den Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 im betrachteten Punkt. Eine Ebene senkrecht zur Leiterachse ergibt als Schnittflächen der Einzeldrähte in der Decklage keine Kreise, sondern Ellipsen. Die Krümmung der Ellipse in der Schnittebene am Ort der grössten Feldstärke ist bei normaler Verdrillung der Leiterader geringfügig kleiner als die Krümmung der Einzeldrähte im vereinfachten zweidimensionalen Fall. Die Verseilung des Leiters hat jedoch eine leichte Krümmung der Einzeldrahtoberfläche im erwähnten Punkt in Richtung der Leiterachse zur Folge. Dadurch wird die vorher festgestellte Verringerung der mittleren Krümmung H der dreidimensionalen Anordnung weitgehend kompensiert, d. h. die Grösse H stimmt im Fall der berechneten Kontur und der gegebenen Anordnung am Ort der grössten auftretenden Feldstärke gut überein.

Für die Bestimmung der Einsatzbedingung sowie aus Gründen der Rechenzeitsparnis ist es zweckmässig, die Feldstärke nur in einem bestimmten Bereich des Elektrodenzwischenraumes genügend genau zu ermitteln. Es werden nur in der Leiterader, an der erfahrungsgemäss die grösste Feldstärke auftritt, m_a Linienladungen auf einem zur Aderachse koaxialen Halbzylinder mit dem Radius r_{qa} äquidistant angeordnet (Fig. 2). Die Zuordnung der Konturpunkte erfolgt in der gleichen Weise wie bei glatten Leitern. In den beiden benachbarten Drähten in der Decklage des Leiterseiles befinden sich nur mehr $m_a - 2$ Ladungen. Die Zahl der fiktiven Linienladungen pro Ader wird solange reduziert, bis sich in den entfernteren Einzeldrähten nur noch jeweils eine einzige Linienladung befindet, die im «Ladungsschwerpunkt» der Flächenladung des entsprechenden Drahtes angeordnet wird.

Besteht die zu berechnende Leiteranordnung aus mehreren Teilleitern, so werden alle mit Ausnahme des zu Berechnenden als glatte Leiter betrachtet. Die Plazierung von Ladungen und

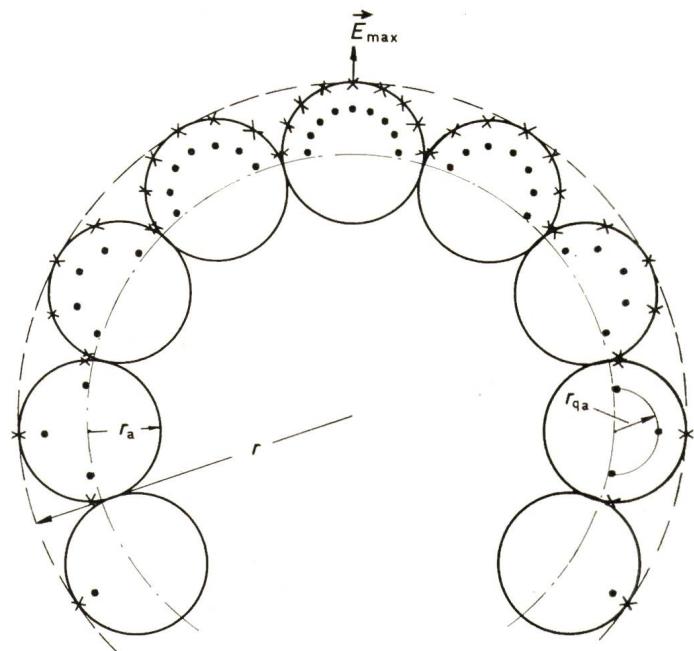


Fig. 2

Oberflächennachbildung von verseilten Leitern

r Leiteraußenradius; r_a Aderradius; \rightarrow Aderradius; r_{qa} Radius des «Ladungshalbkreises»; E_{\max} maximale Feldstärke.

Konturpunkten in diesen Leitern erfolgt mit der in [4] angegebenen Methode.

2.2 Bestimmung der Einsatzfeldstärke

Bei der Berechnung der Einsatzfeldstärke werden für Luftdruck und -temperatur die Normalbedingungen ($\delta = 20^{\circ}\text{C}$, $p = 760$ Torr) vorausgesetzt.

Unter Berücksichtigung der Theorie von Townsend [5] stellte Schumann [6] folgende Bedingung für das Erreichen der Anfangsfeldstärke bei atmosphärischem Luftdruck auf:

$$\int \alpha(E) ds = K \quad (4)$$

Darin ist α der erste Townsendsche Koeffizient der Stossionisierung, ds ein Feldlinienwegelement und K eine Konstante. Die Integration ist längs der Feldlinie mit der grössten Feldstärke auszuführen. Der Ionisierungskoeffizient α ist abhängig von der Feldstärke. Unter Normalbedingungen und im Bereich von $E \approx 25 \dots 130$ (kV/cm) ergibt die Annahme von Schumann quadratische Abhängigkeit des α -Ionisierungskoeffizienten von der Feldstärke — gute Näherungswerte.

$$\alpha(E) = C(E - B)^2 \quad (5)$$

(C und B sind Konstanten)

Gl. (5) in Gl. (4) eingesetzt:

$$C/K \int [E(s) - B]^2 ds = 1 \quad (6)$$

Für C/K und B werden die von Schröder [7] ermittelten Werte verwendet:

$$C/K = 0,02215 \text{ (cm/kV}^2\text{)} \quad B = 24,4 \text{ (kV/cm)}$$

Diese angegebenen Daten sind bei den Normalbedingungen gültig. Die Grössen von C/K und B in Gl. (6) eingesetzt ergibt:

$$0,02215 \int_{s_1}^{s_2} (E(s) - 24,4)^2 ds = 1 \quad (6a)$$

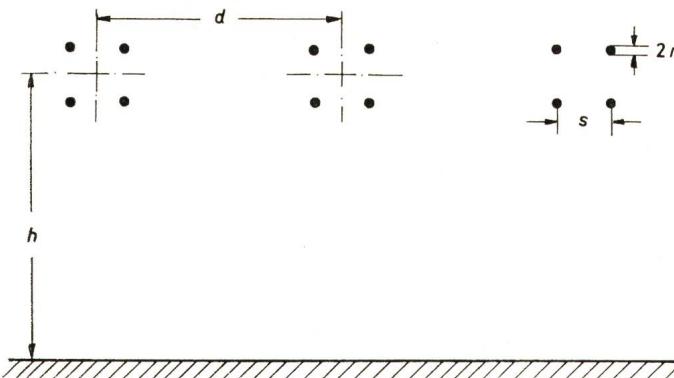


Fig. 3
Drehstrom-Einebenenanordnung mit 4er-Bündeln
d Bündelabstand;
r Teilleiteraußenradius;
h Bündelhöhe;
s Teilleiterabstand

Als untere Integrationsgrenze s_1 ist die Leiteroberfläche gegeben. Die obere Grenze s_2 mit der Bedingung $E(s) = 24,4$ (kV/cm) lässt sich mit dem Newtonschen Iterationsverfahren berechnen.

Die Auswertung des Integrals erfolgt nach der Methode von Simpson (Parabelform). Eine Unterteilung des Integrationsweges in 4 Bereiche mit unterschiedlicher Schrittweite erhöht die Genauigkeit der Berechnung bei gleicher Gesamtschrittzahl.

Durch ein im Rechenprogramm eingebautes selbstdärfiges zweistufiges Iterationsverfahren kann die Beziehung (6a) beliebig genau hergestellt und die Einsatzfeldstärke E_a sowie die zugehörige Einsatzspannung U_a ermittelt werden.

3. Ergebnisse

Zur Nachprüfung des Schumannschen Ansatzes wurde bei einer Anordnung — Draht mit 3,0 mm Durchmesser über einer gerdeten Ebene bei verschiedenen Abständen Draht gegen Ebene — die Einsatzfeldstärke bei positiver und negativer Gleichspannung sowie bei Wechselspannung durch Messung ermittelt und mit den durch das Programm berechneten Werten verglichen. Die Abweichungen zwischen Messung und Berechnung lagen dabei innerhalb der Messgenauigkeit.

Fig. 3 zeigt den berechneten Leitungstyp, eine Konfiguration der bei UHV-Leitungen wachsende Bedeutung zukommt. Die Geometrie dieser Anordnung wird im folgenden durch die bezogenen Größen k_B , k_E und b beschrieben:

$$\begin{aligned} k_B &\text{ normierter Bündelabstand} = d/r \\ k_E &\text{ normierte Bündelhöhe} = h/r \\ b &\text{ Bündelcharakteristik} = s/r \end{aligned}$$

Dabei ist d der Abstand von Bündelmitte zu Bündelmitte, h die Höhe der Bündelmittelpunkte über dem Erdboden, s der kürzeste Teilleitermittelpunktabstand im Bündel und r der Teilleiterradius. Weiterhin bedeuten E_a die Einsatzfeldstärke, U_a die Einsatzspannung, n die Anzahl der Teilleiter pro Bündel und a_z die Zahl der Adern in der obersten Lage des Leiterseiles.

3.1 Abhängigkeit der Einsatzfeldstärke von den Leitungs- und Bündelkenngrößen

Die unter Ziff. 3.1 angegebenen Abhängigkeiten sind die Ergebnisse der Berechnung von glatten Leitern, sie gelten jedoch ebenso für Leiterseile.

a) E_a als Funktion von Bündelabstand und Bündelhöhe

Als Beispiel ist ein System mit den Daten $b = 20$; $r = 1,0$ cm; $n = 4$ verwendet worden. Im Bereich $k_B = 500 \dots 4000$ und $k_E = 400 \dots 3000$ behält E_a den Wert 40,59 (kV/cm) bei. Die Einsatzfeldstärke ist also praktisch unabhängig von k_B und k_E , vorausgesetzt, dass der technisch interessante Anwendungsbereich nicht überschritten wird.

b) E_a in Abhängigkeit der Bündelcharakteristik b

$$\begin{array}{lll} k_B = 1000; k_E = 1200; n = 4; r = 0,5 \\ b = 20 & 40 & 60 \\ E_a (\text{kV/cm}) = 45,19 & 45,30 & 45,35 \end{array}$$

Die Erhöhung des Teilleiterabstandes hat eine geringfügige Steigerung der Einsatzfeldstärke zur Folge.

c) Einfluss der Teilleiterzahl

$$\begin{array}{llll} k_B = 1000; k_E = 1200; b = 20; r = 0,5 \\ n = 2 & 4 & 6 & 8 \\ E_a (\text{kV/cm}) = 45,36 & 45,19 & 45,14 & 45,10 \end{array}$$

Mehrere Teilleiter in einem Bündel führen zu einer Vergleichsmässigung des Feldstärkeverlaufs in Leiternähe. Dies bewirkt ein leichtes Abfallen von E_a bei Vergrösserung von n .

3.2 Einfluss der Aderzahl und des Teilleiterdurchmessers auf die Einsatzfeldstärke

In Fig. 4 sind die berechneten Wechselspannungs-Einsatzfeldstärken einer Einebenenanordnung mit den auch für Fig. 5 und 6 geltenden Kennwerten

$$k_B = 1000; k_E = 1200; b = 20; n = 4$$

als Funktion des Leiteraußenradius und der Drahtzahl in der äussersten Decklage wiedergegeben. Die angegebenen Werte der Feldstärke sind Scheitelwerte. Es ist zu beachten, dass bei verselten Leitern der beim Erreichen der Einsatzbedingung grösste am Leiter herrschende Feldstärkewert als Einsatzfeldstärke bezeichnet wird.

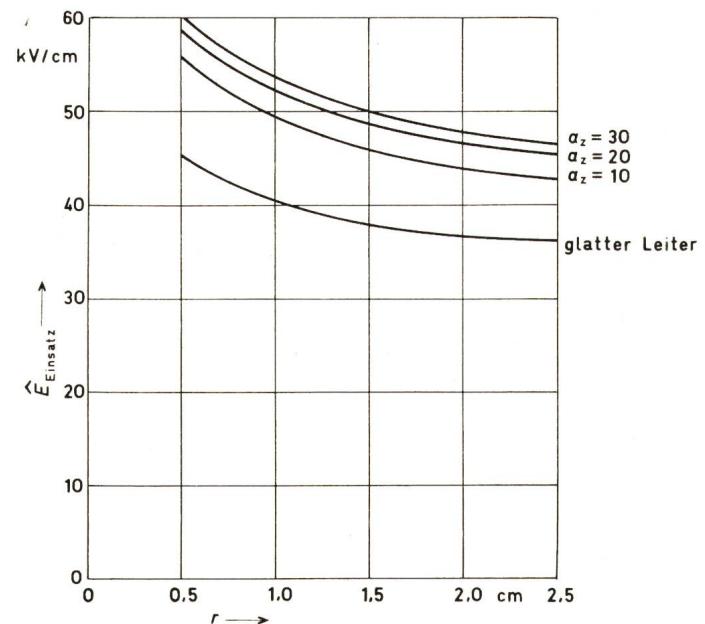


Fig. 4
Scheitelwert der Einsatzfeldstärke eines Drehstromviererbündels mit den Kennwerten $k_B = 1000$, $k_E = 1200$, $b = 20$ als Funktion des Leiteraußenradius

Parameter ist die Anzahl der Leiteradern in der Decklage

- b Bündelcharakteristik;
- \hat{E} Feldstärkescheitelwert;
- r Leiteraußenradius;
- a_z Aderzahl in der Decklage

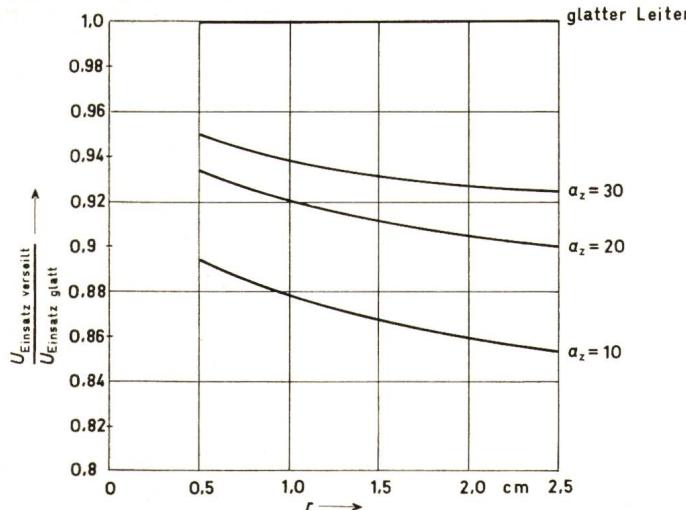


Fig. 5

Erniedrigung der Einsatzspannung eines verselten Leiters in Abhängigkeit der Leiterdaten

U Einsatz Koronaeinsatzspannung;
 a_z Aderzahl in der Decklage;
 r Leiteraußenradius

Tabelle I gibt die generelle Erhöhung der Maximalfeldstärke bei einem verselten Leiter gegenüber einem unverselten mit gleichem Aussendurchmesser und gleicher angelegter Spannung wieder. Die Höchstfeldstärke wird im technisch interessanten Bereich ($a_z = 10 \dots 30$) durch die Aufteilung des Leiters in Einzeldrähte um rund 40 % gesteigert.

Erfahrungsgemäß bedeutet die Verseilung des Leiters eine Erniedrigung der Einsatzspannung. Fig. 5 zeigt, wie gross das Verhältnis $U_a \text{ verseilt}/U_a \text{ glatt}$ als Funktion von Leiteraußen-durchmesser und Drahtzahl in der Decklage ist. Die Leitungskennwerte k_B und k_E sowie die Bündelcharakteristik b haben, abgesehen von sehr kleinen b -Werten, keinen Einfluss auf die Daten in Fig. 5. Zu diesem Ergebnis kommt auch Rix [8] bei der messtechnischen Behandlung des Problems der Leiterverseilung. Die Kurven in Fig. 5 gelten für Wechselspannung sowie für positive und negative Gleichspannung.

Aus dem Diagramm 5 ist ersichtlich, dass die Anwendung von gebräuchlichen Leiterseilen eine Absenkung der Koronaeinsatzspannung von etwa 5...15 % gegenüber glatten Leitern mit sich bringt. Die Voraussetzung dafür ist eine glatte unbeschädigte Oberfläche der Drähte in der äussersten Lage, andernfalls wird die Einsatzspannung noch stärker reduziert. Alexandrov [9] gibt als Oberflächenfaktor eines verselten Leiters den Wert 0,82, Markt [1] die Grösse 0,84 an. Diese empirischen Faktoren beinhalten zusätzlich noch die Oberflächenbeschaffenheit der Leiteradern in der Decklage. Von

Miller [10] wird für $U_a \text{ verseilt}/U_a \text{ glatt}$ als Mittelwert die Zahl 0,92 angegeben, wobei die Messwerte im Bereich von 0,88...0,96 liegen.

Rix [8] ermittelt in seiner mit grosser Sorgfalt durchgeführten Arbeit als Verhältnis von $U_a \text{ verseilt}/U_a \text{ glatt}$ den Koeffizienten 0,93. Bestimmt wurde dieser Wert bei einer koaxialen Anordnung mit einem Viererbündel aus sehr gut gereinigten Leitern und den Daten $r = 0,45 \text{ cm}$; $a_z = 19$. Durch Extrapolation folgt aus Fig. 5 für diese Daten die Zahl 0,935. Das Diagramm 6 gibt einen Überblick über den Verlauf des Effektivwertes der Einsatzfeldstärke unter der Annahme, dass der in Wirklichkeit verselte Leiter als glatter Leiter betrachtet und die Feldstärke dementsprechend bestimmt wird. Durch diese Arbeit sollte gezeigt werden, dass es möglich ist, das Einsatzverhalten von verselten Leitern in Bündelanordnungen unter idealisierten Leiteraderoberflächenbedingungen rechnerisch vorherzubestimmen.

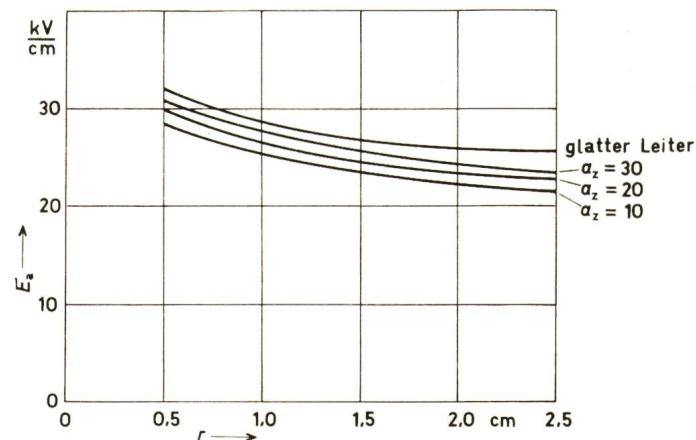


Fig. 6

Effektivwert der Einsatzfeldstärke

E_a Einsatzfeldstärke;
 r Leiteraußenradius;
 a_z Aderzahl in der Decklage

Literatur

- [1] G. Markt: Bündelleiter und Hohlseil. In: Fortschritte der Hochspannungstechnik. Herausgegeben von W. O. Schumann und H. Prinz. Band 2: 380 kV Drehstromübertragung. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft Geest und Portig, 1954, S. 28...45.
- [2] H. Steinbiger: Anfangsfeldstärken und Ausnutzungsfaktoren rotationssymmetrischer Elektrodenanordnungen in Luft. Dissertation der Technischen Hochschule München 1969.
- [3] H. Singer: Das Hochspannungsfeld von Gitterelektroden. Dissertation der Technischen Hochschule München 1969.
- [4] H. Steinbiger, H. Singer und S. Berger: Berechnung der Randfeldstärken von Bündelleitern in Drehstromsystemen. ETZ-A 92(1971)11, S. 612...617.
- [5] J. S. E. Townsend: Electricity in gases. Oxford, Clarendon Press, 1915.
- [6] W. O. Schumann: Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Theoretische Grundlagen und Anwendungen. Berlin, Julius Springer Verlag, 1923.
- [7] G. A. Schröder: Messung der statischen Durchbruchfeldstärke in Raumluft in einem homogenen Feld bei Abständen von 2 bis 9 cm. Z. angew. Physik 13(1961)-, S. 296...303.
- [8] E. Rix: Gleichspannungskorona an Bündelleitern. Dissertation der Technischen Hochschule München 1962.
- [9] G. N. Alexandrov: Theory of bundle conductors. Trans. IEEE PAS 88(1969)6, p. 932...936.
- [10] C. J. Miller: The calculation of radio and corona characteristics of transmission-line conductors. Trans. AIEE PAS 76(1957)-, p. 461...475.

Feldstärkeerhöhung bei verseltem Leiter gegenüber einem glatten Leiter mit gleichem Aussendurchmesser

Tabelle I

| Drahtzahl in der äusseren Decklage | $E_{\text{verselbt}} / E_{\text{glatt}}$ |
|------------------------------------|--|
| 5 | 1,384 |
| 10 | 1,388 |
| 15 | 1,393 |
| 20 | 1,396 |
| 30 | 1,399 |
| 40 | 1,400 |

Adresse des Autors:

Siegbert Berger, Wissenschaftlicher Assistent am Laboratorium für Hochspannungstechnik der ETHZ, Gloriastrasse 35, Zürich.