

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 63 (1972)
Heft: 7

Artikel: Über den Verlauf der Statorklemmenspannung nach dem Ausschalten einer Asynchronmaschine
Autor: Palit, B.B.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-915678>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Über den Verlauf der Statorklemmenspannung nach dem Ausschalten einer Asynchronmaschine

Theorie des Ausgleichvorganges

Von B. B. Palit, Zürich

621.313.33.018.782.3:621.313.33.013.22

Nach dem Ausschalten einer Asynchronmaschine erscheint bekanntlich eine zeitlich abklingende Spannung an den Statorklemmen. Die Kenntnis von diesem Spannungsverlauf ist im Hinblick auf das Schnellwiedereinschalten von Asynchronmotoren wichtig, da die in der Maschine zurückbleibende magnetische Energie beträchtliche Strom- und Drehmomentstöße verursachen kann. In dieser Arbeit wird der Verlauf der Statorklemmenspannung mit der Zweiachsentheorie untersucht. In einem anderen Artikel wird über die Analyse der stationären Ströme im Ausschalt-Zeitpunkt sowie über die Messungen und die Berechnungen an einer dreiphasigen Asynchronmaschine berichtet.

Après le déclenchement d'une machine asynchrone, la tension aux bornes du stator diminue progressivement. La connaissance de sa variation est importante pour un réenclenchement rapide de moteurs asynchrones, parce que l'énergie magnétique rémanente peut donner lieu à de forts à-coups de courant et de couple. L'auteur traite de la variation de la tension aux bornes du stator, en appliquant la théorie des deux axes. Un prochain article sera consacré à l'analyse des courants stationnaires à l'instant du déclenchement, ainsi qu'aux mesures et calculs d'une machine asynchrone triphasée.

1. Einleitung

Bei schnellem Abschalten der Netzspannung bei einer Asynchronmaschine wird der Statorstrom plötzlich auf Null gezwungen; der Rotorstrom bleibt aber infolge des geschlossenen und induktiven Rotorkreises noch bestehen und klingt erst mit der Zeit ab. Der aus dem Rotorstrom herrührende magnetische Fluss dreht sich mit dem Rotor. Dieser Drehfluss induziert in den Statorwicklungen eine Rotationsspannung. Der Rotor wirkt sozusagen wie ein erregtes Polrad einer Synchronmaschine. Die in den Statorwicklungen induzierte Spannung kann an deren Klemmen gemessen werden. Der Verlauf dieser Spannung sei theoretisch unter Anwendung der Zweiachsentheorie untersucht.

2. Voraussetzungen

2.1 Es wird eine zweipolige Asynchronmaschine mit symmetrischen Wicklungen und konstantem Luftspalt berücksichtigt.

2.2 Das dreiphasige Ausschalten des Stators erfolgt plötzlich und in allen Phasen gleichzeitig.

2.3 Die Drehzahlverminderung während des elektrischen Ausgleichvorganges ist sehr klein (im betrachteten Fall höchstens 3%). Deshalb wird die Drehzahl bei den analytischen Untersuchungen als konstant und gleich der Drehzahl im Zeitpunkt des Ausschaltens angenommen.

2.4 Die vom Stator abzuschaltende Netzspannung ist eine symmetrische, mitlaufende Dreiphasenspannung mit konstanter Amplitude und Frequenz.

2.5 Die Widerstände und die Induktivitäten der Wicklungen werden als konstant angenommen.

3. Transformation der Asynchronmaschine in eine Modellmaschine

Nach der Zweiachsentheorie erfordert die Untersuchung von nichtstationären Vorgängen in der Asynchronmaschine, dass die dreiphasige Maschine in eine Ersatz-Modellmaschine von gleicher Verhaltensweise transformiert wird. Die Ströme und Spannungen der den zwei Achsen zugehörigen Wicklungen

der Modellmaschine werden durch folgende Bedingungen bestimmt:

- Die Grundwelle der räumlich verteilten Luftspaltdurchflutung der Modellmaschine muss in jedem Zeitpunkt identisch mit jener der ursprünglichen dreiphasigen Maschine sein.
- Die Leistung der Modellmaschine ist gleich der Leistung der dreiphasigen Maschine (Leistungsinvarianz).

Wird die dreiphasige Asynchronmaschine (Fig. 1) entsprechend dem ruhenden quasiholonomen Koordinatensystem

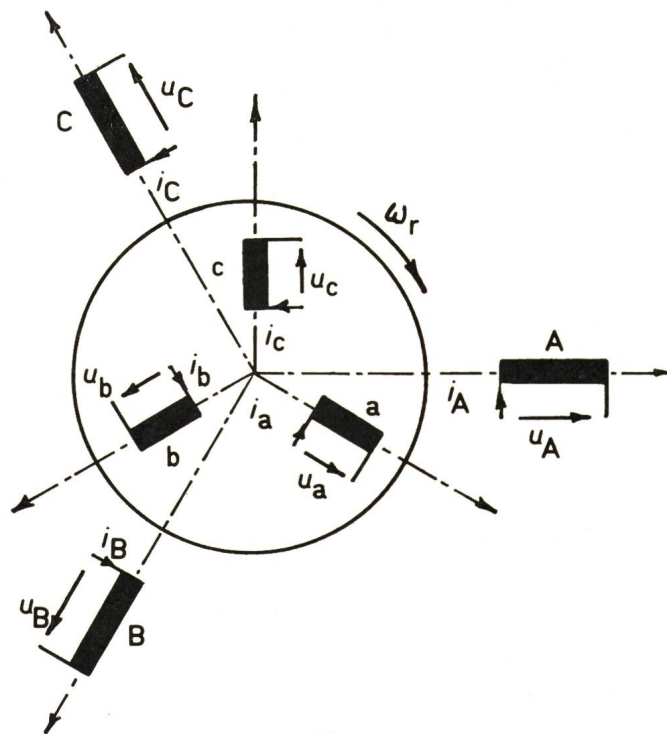


Fig. 1

Dreiphasige Asynchronmaschine

A, B, C Statorwicklungen; a, b, c Rotorwicklungen;
 u_A, u_B, u_C Spannungen in den Statorwicklungen;
 i_A, i_B, i_C Ströme in den Statorwicklungen
 u_a, u_b, u_c Spannungen in den Rotorwicklungen;
 i_a, i_b, i_c Ströme in den Rotorwicklungen;
 ω_r Winkelgeschwindigkeit des Rotors

transformiert, so sieht dann die Modellmaschine gemäss Fig. 2 aus, wobei die d- und q-Wicklungen des Rotors pseudostationäre Wicklungen sind. (Eine Wicklung wird als pseudostationär bezeichnet, wenn sie sich in bezug auf ihre magnetische Achse

Terme mit $1/\sqrt{2}$ eingesetzt. Dieses Vorgehen ermöglicht, dass die Transponierte der betrachteten quadratischen Matrix gleichzeitig die Kehrmatrix darstellt. Deshalb gilt für die umgekehrte Beziehung:

$$\begin{bmatrix} i_A(u_A) \\ i_B(u_B) \\ i_C(u_C) \end{bmatrix} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_D(u_D) \\ i_Q(u_Q) \\ i_\Gamma(u_\Gamma) \end{bmatrix} \quad (2)$$

wie eine ruhende Wicklung verhält, aber in ihre drehenden Leiter Rotationsspannungen von den senkrecht zu ihrer Achse stehenden Wicklungen induzieren lässt.)

3.1 Transformation der Ströme und Spannungen im Stator

Die Ströme bzw. die Spannungen (in Klammern) der Modellmaschine hängen mit den Strömen bzw. den Spannungen der dreiphasigen Maschine wie folgt zusammen [1]:¹⁾

$$\begin{bmatrix} i_D(u_D) \\ i_Q(u_Q) \\ i_\Gamma(u_\Gamma) \end{bmatrix} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_A(u_A) \\ i_B(u_B) \\ i_C(u_C) \end{bmatrix} \quad (1)$$

3.2 Transformation der Ströme und Spannungen im Rotor

Im Rotor der Modellmaschine gibt es eine γ -Wicklung, die ähnlich wie die Γ -Wicklung des Stators senkrecht zu den d- und q-Wicklungen liegt. Die Ströme bzw. die Spannungen (in Klammern) der pseudostationären Wicklungen d und q sowie der γ -Wicklung hängen mit denjenigen der dreiphasigen Wicklungen bei der Rotorwinkelgeschwindigkeit von ω_r wie folgt zusammen [1]:

$$\begin{bmatrix} i_d(u_d) \\ i_q(u_q) \\ i_\gamma(u_\gamma) \end{bmatrix} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \begin{bmatrix} \cos \omega_r t & \cos(\omega_r t + 120^\circ) & \cos(\omega_r t - 120^\circ) \\ -\sin \omega_r t & -\sin(\omega_r t + 120^\circ) & -\sin(\omega_r t - 120^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a(u_a) \\ i_b(u_b) \\ i_c(u_c) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Umgekehrt gilt aus dem vorher genannten Grund:

$$\begin{bmatrix} i_a(u_a) \\ i_b(u_b) \\ i_c(u_c) \end{bmatrix} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \begin{bmatrix} \cos \omega_r t & -\sin \omega_r t & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\omega_r t + 120^\circ) & -\sin(\omega_r t + 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\omega_r t - 120^\circ) & -\sin(\omega_r t - 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d(u_d) \\ i_q(u_q) \\ i_\gamma(u_\gamma) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Die Γ -Wicklung, die senkrecht zu den D- und Q-Wicklungen angeordnet ist, und somit der Strom und die Spannung dieser Wicklung die Ströme und die Spannungen der D- und Q-Wicklungen nicht beeinflussen kann, muss nur deshalb eingeführt werden, damit die Koeffizientenmatrix in eine quadratische Matrix umgewandelt werden kann. Das hat den Vorteil, dass eine Inversion der Koeffizientenmatrix nun möglich ist. Der Koeffizient für die Strom- und Spannungsgleichung des Γ -Systems (oft auch als Nullsystem bekannt) wird für alle

4. Spannungsgleichungen der Modellmaschine

Gemäss dem Vierwicklungsmodell (Fig. 2) können nun die Spannungsgleichungen der vier Wicklungen bei der Winkelgeschwindigkeit ω_r des Rotors aufgestellt werden. Die Γ - und γ -Wicklungen werden von jetzt an nicht weiter berücksichtigt, da die Ströme und die Spannungen in diesen Wicklungen auf Grund der Voraussetzung des symmetrischen Vorganges gleich Null sind. Dies ist auch aus Gl. (1) und (3) ersichtlich, wonach

$$u_\Gamma = \frac{1}{\sqrt{3}} (u_A + u_B + u_C) = 0$$

¹⁾ Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

und

$$i_r = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_a + i_b + i_c) = 0$$

Die Spannungsgleichungen lauten in Matrizenform mit dem Differentialoperator $p' = \frac{d}{dt}$ wie folgt:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p' & 0 & M_{Dd} p' & 0 \\ 0 & R_Q + L_Q p' & 0 & M_{Qq} p' \\ M_{dD} p' & \omega_r G_{dQ} & R_d + L_d p' & \omega_r G_{dq} \\ \omega_r G_{qD} & M_{qQ} p' & \omega_r G_{qd} & R_q + L_q p' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (5)$$

Mit G sind die Rotationsinduktivitäten bezeichnet.

Es wird eine in elektrischer und magnetischer Hinsicht vollkommene symmetrische Maschine vorausgesetzt. Infolgedessen sind die Widerstände, Selbst- und Gegeninduktivitäten in allen drei Phasen gleich gross. Man kann damit die folgenden Bezeichnungen in der Modellmaschine festlegen:

$$\begin{aligned} \text{Statorwiderstand } R_Q &= R_D \\ \text{Rotorwiderstand } R_q &= R_d \\ \text{Statorinduktivität } L_Q &= L_D \\ \text{Rotorinduktivität } L_q &= L_d \end{aligned}$$

Die Rotationsinduktivitäten können ebenfalls durch M und L_d ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} G_{qD} &= -G_{dQ} = M \\ G_{qd} &= -G_{dq} = L_d \end{aligned}$$

Nach Einsetzen dieser Symmetriebeziehungen können die Spannungsgleichungen mit einer etwas kleineren Anzahl von Konstanten wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ u_Q \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p' & 0 & M p' & 0 \\ 0 & R_D + L_D p' & 0 & M p' \\ M p' & -\omega_r M & R_d + L_d p' & -\omega_r L_d \\ \omega_r M & M p' & \omega_r L_d & R_d + L_d p' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_D \\ i_Q \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (6)$$

Die Rotorwicklungen sind im Betrieb kurzgeschlossen. Demzufolge gilt beim Abschalten des Netzes:

$$u_d = u_q = 0$$

Ausserdem gilt bei $t \geq 0$: $i_D = i_Q = 0$

und somit auch $\tilde{i}_D = \tilde{i}_Q = \tilde{u}_d = \tilde{u}_q = 0$

wobei die mit einer Tilde versehenen Grössen die Bildfunktionen bedeuten.

Die Laplace-Transformation der Gl. (6) unter Berücksichtigung der obigen Bedingungen sowie der Anfangsbedingungen ergibt mit der Einführung des Laplace-Operators p folgende Matrixgleichung:

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_D + L_D I_{D0} + M I_{d0} \\ \tilde{u}_Q + L_D I_{Q0} + M I_{q0} \\ M I_{D0} + L_D I_{d0} \\ M I_{Q0} + L_d I_{q0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_D + L_D p & 0 & M p & 0 \\ 0 & R_D + L_D p & 0 & M p \\ M p & -\omega_r M & R_d + L_d p & -\omega_r L_d \\ \omega_r M & M p & \omega_r L_d & R_d + L_d p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \end{bmatrix} \quad (7)$$

Auf der linken Seite der Gl. (7) können jetzt die Bezeichnungen der gesamten Flussverkettung für jede Wicklung bei $t = 0$ eingeführt werden. Sie sind wie folgt:

$$\begin{aligned} L_D I_{D0} + M I_{d0} &= \Psi_{D0} \\ L_D I_{Q0} + M I_{q0} &= \Psi_{Q0} \\ M I_{D0} + L_d I_{d0} &= \Psi_{d0} \\ M I_{Q0} + L_d I_{q0} &= \Psi_{q0} \end{aligned} \quad (8)$$

Gl. (7) reduziert sich bei Weglassen der linken Hälfte der Impedanzmatrix und der oberen Hälfte des Spaltenvektors des Stromes sowie mit Einsetzen der Anfangsflussverkettungen aus Gl. (8) zu:

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_D + \Psi_{D0} \\ \tilde{u}_Q + \Psi_{Q0} \\ \Psi_{d0} \\ \Psi_{q0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M p & 0 \\ 0 & M p \\ R_d + L_d p & -\omega_r L_d \\ \omega_r L_d & R_d + L_d p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{i}_d \\ \tilde{i}_q \end{bmatrix} \quad (9)$$

5. Rotorströme der Modellmaschine

Im folgenden werden die Rotorströme i_d und i_q bestimmt. Aus Gl. (9) folgt:

$$\begin{aligned} \Psi_{d0} &= (R_d + L_d p) \tilde{i}_d - \omega_r L_d \tilde{i}_q \\ \Psi_{q0} &= \omega_r L_d \tilde{i}_d + (R_d + L_d p) \tilde{i}_q \end{aligned} \quad (10)$$

Die Anwendung der Kramerschen Regel [2] zur Auflösung linearer Gleichungen liefert aus Gl. (10) folgende Ausdrücke für \tilde{i}_d und \tilde{i}_q :

$$\begin{aligned} \tilde{i}_d &= \frac{\Psi_{d0} (R_d + L_d p) + \Psi_{q0} \omega_r L_d}{(R_d + L_d p)^2 + (\omega_r L_d)^2} \\ \tilde{i}_q &= \frac{\Psi_{q0} (R_d + L_d p) - \Psi_{d0} \omega_r L_d}{(R_d + L_d p)^2 + (\omega_r L_d)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

An dieser Stelle sei nun die Zeitkonstante

$$\tau_d = \frac{L_d}{R_d} \quad (12)$$

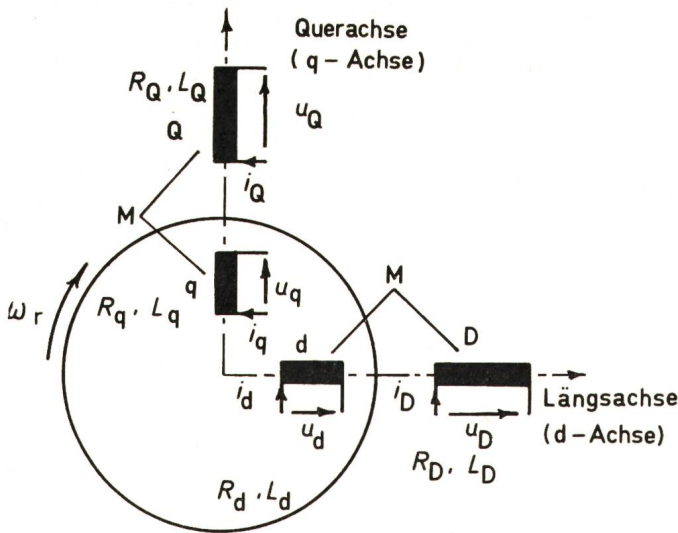


Fig. 2

Zweiachsige Modellmaschine

D, Q Statorwicklungen; d, q Rotorwicklungen;
 u_D, u_Q Spannungen in den Statorwicklungen; i_D, i_Q Ströme in den Statorwicklungen
 u_d, u_q Spannungen in den Rotorwicklungen; i_d, i_q Ströme in den Rotorwicklungen;
 R_D, R_Q, R_d, R_q Ohmscher Widerstand der Stator- und Rotorwicklungen;
 L_D, L_Q, L_d, L_q Selbstinduktivität der Stator- und Rotorwicklungen;
 ω_r Winkelgeschwindigkeit des Rotors

in Gl. (11) eingeführt. τ_d wird als die Rotorzeitkonstante definiert, die sich bei offenem Stator ergibt. Die Rücktransformation der Gl. (11) in den Zeitbereich ergibt [3]:

$$i_d = \frac{e^{-\frac{t}{\tau_d}}}{L_d} (\Psi_{q0} \sin \omega_r t + \Psi_{d0} \cos \omega_r t) \quad (13)$$

$$i_q = \frac{e^{-\frac{t}{\tau_d}}}{L_d} (\Psi_{q0} \cos \omega_r t - \Psi_{d0} \sin \omega_r t)$$

Weiterhin folgt aus Gl. (13):

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{e^{-\frac{t}{\tau_d}}}{L_d} \left[\left(\omega_r \Psi_{q0} - \frac{\Psi_{d0}}{\tau_d} \right) \cos \omega_r t - \left(\omega_r \Psi_{d0} + \frac{\Psi_{q0}}{\tau_d} \right) \sin \omega_r t \right] \quad (14)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{e^{-\frac{t}{\tau_d}}}{L_d} \left[\left(\omega_r \Psi_{q0} - \frac{\Psi_{d0}}{\tau_d} \right) \sin \omega_r t + \left(\omega_r \Psi_{d0} + \frac{\Psi_{q0}}{\tau_d} \right) \cos \omega_r t \right]$$

Man kann das Sinus- und Kosinusglied der Gl. (14) zu einem gemeinsamen Kosinus- bzw. Sinusglied mit verschobener Phase λ zusammenziehen. Die folgenden Beziehungen werden dabei aufgestellt:

$$U_0 \cos \lambda = \omega_r \Psi_{q0} - \frac{\Psi_{d0}}{\tau_d} \quad (15)$$

$$U_0 \sin \lambda = \omega_r \Psi_{d0} + \frac{\Psi_{q0}}{\tau_d}$$

Wird Gl. (15) in Gl. (14) eingesetzt, so erhält man die gekürzten Ausdrücke für die erste Ableitung von i_d und i_q nach t wie folgt:

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{U_0}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \cos(\omega_r t + \lambda) \quad (16)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{U_0}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \sin(\omega_r t + \lambda)$$

Dabei lassen sich U_0 und λ aus Gl. (15) wie folgt definieren:

$$U_0 = \sqrt{\left(\omega_r \Psi_{q0} - \frac{\Psi_{d0}}{\tau_d} \right)^2 + \left(\omega_r \Psi_{d0} + \frac{\Psi_{q0}}{\tau_d} \right)^2} \quad (17)$$

$$\lambda = \arctg \frac{\omega_r \Psi_{d0} + \frac{\Psi_{q0}}{\tau_d}}{\omega_r \Psi_{q0} - \frac{\Psi_{d0}}{\tau_d}} \quad (18)$$

6. Rotorströme der dreiphasigen Maschine

Zur unmittelbaren Herleitung der Spannungsgleichungen der Statorphasen, die als Endziel dieser Arbeit gelten, braucht man eigentlich die Rotorströme der dreiphasigen Asynchronmaschine nicht zu ermitteln. Die Kenntnis über den Verlauf dieser Ströme ist jedoch wegen dem Verständnis des zu behandelnden Ausgleichsvorganges lohnend und interessant. In diesem Sinne wird dieser Abschnitt als unumgänglich betrachtet.

Da i_d und i_q nun aus Gl. (13) bekannt sind, können die Rotorphasenströme i_a, i_b und i_c aus der Transformationsbeziehung der Gl. (4) bestimmt werden. Es gilt also aus Gl. (4):

$$i_a = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} [i_d \cos \omega_r t - i_q \sin \omega_r t]$$

$$i_b = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} [i_d \cos(\omega_r t + 120^\circ) - i_q \sin(\omega_r t + 120^\circ)] \quad (19)$$

$$i_c = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} [i_d \cos(\omega_r t - 120^\circ) - i_q \sin(\omega_r t - 120^\circ)]$$

In Gl. (19) werden i_d und i_q aus Gl. (13) eingesetzt. Man erhält für den Verlauf der Phasenströme folgende Ausdrücke:

$$i_a = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \frac{\Psi_{d0}}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}}$$

$$i_b = -\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \frac{(\Psi_{d0} + \sqrt{3} \Psi_{q0})}{2 L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \quad (20)$$

$$i_c = -\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \frac{(\Psi_{d0} - \sqrt{3} \Psi_{q0})}{2 L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}}$$

Gl. (20) zeigt, dass die Rotorphasenströme nach dem statorseitigen Ausschalten der Asynchronmaschine nicht Wechselströme, sondern abklingende Gleichströme sind. Die Summe der drei Ströme der Gl. (20) ist in jedem Zeitpunkt gleich Null. Der resultierende Stromvektor im Raume ist je-

doch nicht gleich Null. Er kann auf der komplexen Zahlenebene wie folgt ausgedrückt werden [4]:

$$\mathbf{i} = i_a + \alpha^2 i_b + \alpha i_c \quad (21)$$

wobei die komplexen Zahlen α und α^2 wie folgt lauten:

$$\alpha = e^{j \frac{2\pi}{3}} \quad (22)$$

$$\alpha^2 = e^{j \frac{4\pi}{3}}$$

Es geht also aus Gl. (21) hervor, dass das Summieren der Ströme im Raume aus der vektoriellen Addition der drei Stromvektoren besteht. Der resultierende Stromvektor (siehe auch Fig. 3) ist somit nach Einsetzen der Gl. (20) und (22) in Gl. (21) wie folgt gegeben:

$$\mathbf{i} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)} \frac{\Psi_{d0} + j \Psi_{q0}}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \quad (23)$$

oder betragsmässig

$$|\mathbf{i}| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)} \frac{\sqrt{\Psi_{d0}^2 + \Psi_{q0}^2}}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \quad (24)$$

Die Rotorerregung ist also eine Gleichstromerregung ähnlich wie im Polrad der Synchronmaschine im stationären Zustand, fällt jedoch von der Anfangsamplitude

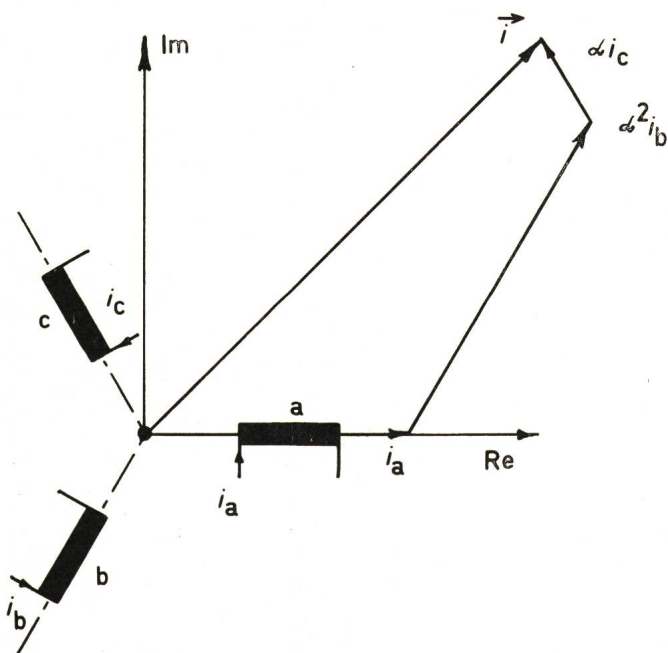


Fig. 3
Resultierender Stromvektor der Rotorphasenströme
Bezeichnungen siehe Fig. 1 und im Text

$$\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)} \frac{\sqrt{\Psi_{d0}^2 + \Psi_{q0}^2}}{L_d}$$

exponentiell mit der Rotorzeitkonstante τ_d ab.

7. Statorspannungen der Modellmaschine

Als nächster Schritt soll die Bestimmung der Statorspannungen u_D und u_Q der Modellmaschine vorgenommen werden. Aus Gl. (9) lassen sich die Statorgleichungen im Bildbereich wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_D + \Psi_{D0} &= M p \tilde{i}_d \\ \tilde{u}_Q + \Psi_{Q0} &= M p \tilde{i}_q \end{aligned} \quad (25)$$

Gl. (25) wird nun nach \tilde{u}_D und \tilde{u}_Q aufgelöst. Dabei werden zugleich die Komponenten von Ψ_{D0} und Ψ_{Q0} aus Gl. (8) eingesetzt. Man erhält im Bildbereich folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_D &= M (p \tilde{i}_d - I_{d0}) - L_D I_{D0} \\ \tilde{u}_Q &= M (p \tilde{i}_q - I_{q0}) - L_D I_{Q0} \end{aligned} \quad (26)$$

Nach der Rücktransformation [3] der Bildfunktionen der Gl. (26) präsentieren sich u_D und u_Q als Zeitfunktionen wie folgt:

$$\begin{aligned} u_D &= M \frac{di_d}{dt} - L_D I_{D0} \delta(t) \\ u_Q &= M \frac{di_q}{dt} - L_D I_{Q0} \delta(t) \end{aligned} \quad (27)$$

$\delta(t)$ wird als Impuls-Funktion oder Dirac-Delta-Funktion bezeichnet. Nach Einsetzen der Gl. (16) in Gl. (27) erhält man folgende Gleichungen für u_D und u_Q :

$$\begin{aligned} u_D &= \frac{M U_0}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \cos(\omega_r t + \lambda) - L_D I_{D0} \delta(t) \\ u_Q &= -\frac{M U_0}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \sin(\omega_r t + \lambda) - L_D I_{Q0} \delta(t) \end{aligned} \quad (28)$$

8. Statorspannungen der dreiphasigen Maschine

Der Zusammenhang der Phasenspannungen u_A , u_B und u_C mit u_D und u_Q lässt sich aus Gl. (2) wie folgt erkennen:

$$\begin{aligned} u_A &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} u_D \\ u_B &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \left[-\frac{1}{2} u_D - \frac{\sqrt{3}}{2} u_Q \right] \\ u_C &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \left[-\frac{1}{2} u_D + \frac{\sqrt{3}}{2} u_Q \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Da die Gleichungen für u_D und u_Q aus Gl. (28) bekannt sind, können mit deren Hilfe die Phasenspannungen ermittelt werden. Nach einigen Umformungen bei den Phasenspannungen u_B und u_C lauten nun die drei Phasenspannungen des Stators wie folgt:

$$\begin{aligned} u_A &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \left[\frac{M U_0}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \cos(\omega_r t + \lambda) - L_D I_{D0} \delta(t) \right] \\ u_B &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \left[\frac{M U_0}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \cos(\omega_r t + \lambda - 120^\circ) + \frac{1}{2} L_D (I_{D0} + \sqrt{3} I_{Q0}) \delta(t) \right] \\ u_C &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)} \left[\frac{M U_0}{L_d} e^{-\frac{t}{\tau_d}} \cos(\omega_r t + \lambda + 120^\circ) + \frac{1}{2} L_D (I_{D0} - \sqrt{3} I_{Q0}) \delta(t) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

Abgesehen von den Impuls-Funktionen, die nur über eine ganz kurze Zeit und unmittelbar nach dem Löschen des Schaltlichtbogens wirksam sind, bilden die Spannungen u_A , u_B und u_C ein symmetrisches Dreiphasensystem. Die Spannungen schwingen harmonisch mit der Rotorfrequenz ω_r . Zugleich klingt die Amplitude der Phasenspannungen exponentiell mit der Rotorzeitkonstante τ_d ab.

Literatur

[1] *D. O'Kelly and S. Simmons*: Introduction to generalized electrical machine theory. London/New York/Toronto/Sydney, McGraw-Hill, 1968.

[2] *I. N. Bronstein und K. A. Semendjajew*: Taschenbuch der Mathematik für Ingenieure und Studenten der technischen Hochschulen. 7. Auflage. Frankfurt a/M., Verlag Harri Deutsch, 1967.

[3] *M. R. Spiegel*: Theory and problems of Laplace transforms. Schaum's outline series. New York, Schaum Publishing Company, 1965.

[4] *K. P. Kovács*: Symmetrische Komponenten der Momentanwerte, oder Vektoren der elektrischen Grössen. Arch. Elektrotechn. 45(1960)2, S. 99...117.

Adresse des Autors:

Dr.-Ing. *B. B. Palit*, Institut für Elektrische Maschinen der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Sonneggstrasse 3, 8006 Zürich.

GIOVANNI GIORGI

1871–1950

Im Jahre 1935 nahm die Commission Electrotechnique Internationale (CEI) in Scheveningen das sog. Giorgi-System der Masseinheiten an. Grundeinheiten in diesem System sind m, kg, s, A und V. Krafteinheit ist das Newton ($=10^5$ Dyn).

Dieses System war vom Italiener Giovanni Giorgi schon 1906 ausgedacht, dann vorgeschlagen und im wesentlichen von ihm durchgesetzt worden. Wer war dieser Giorgi? Geboren am 27. November 1871 in Lucca, promovierte er mit 22 Jahren an der Universität Rom zum Doktor-Ingenieur. Von 1906–1921 war er als Leiter der industriellen Betriebe der Stadt Rom verantwortlich für die Gestaltung der grossen Kraftwerke, der elektrischen Kraft-Übertragungsanlagen sowie des Strassenbahnnetzes. Von 1912 an wirkte er auch ständig als Professor, zuerst als Ordinarius für höhere Mechanik, dann für mathematische Physik, für Messungen in Telephonie und Telegraphie sowie für elektrische Übertragungstechnik. Stätten seiner akademischen Wirksamkeit waren die königliche Schule für aeronautische Konstruktionen, die Universitäten von Cagliari auf Sardinien und die Universitäten von Palermo und Rom. Die Italienische Akademie ehrte ihn, indem sie ihn zu ihrem Mitglied ernannte. Rund 350 wissenschaftliche Berichte und Bücher zeugen von seiner erfolgreichen und äusserst vielseitigen Tätigkeit.

Am 19. August 1950 erkrankte Giorgi in der Nähe Roms in einem Seebad. Sein Werk lebt aber weiter.

H. Wüger



Università Alessandrina, Roma