

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 62 (1971)  
**Heft:** 23

**Artikel:** Zur Dreieck-Stern-Umwandlung bei magnetischer Kopplung  
**Autor:** Palit, B.B.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915874>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Zur Dreieck-Stern-Umwandlung bei magnetischer Kopplung

Von B. B. Palit, Zürich

Die Umrechnungsformeln bei der Umwandlung von Dreieck- auf eine äquivalente Sternschaltung ohne magnetische Kopplung sind bekannt. Bei magnetischer Kopplung ist dagegen die Beziehung der Umrechnung, insbesondere für die Gegeninduktivität zwischen den Schaltungen, nicht gerade offensichtlich. Es wird in dieser Arbeit die Dreieck-Stern-Umwandlung bei magnetischer Kopplung mit den eigenen Zweigen sowie mit den Zweigen einer benachbarten Sternschaltung untersucht. Die Spannungsgleichungen werden jeweils an der Seite der umzuwandelnden Schaltung aufgestellt und verglichen, um daraus die Umwandlungsbeziehungen abzuleiten. Diese werden an Hand von Messungen am Stator und Rotor einer Asynchronmaschine bestätigt.

621.316.765.1:538.565.5

On connaît les équations de conversion relatives à la conversion d'un montage en triangle en un montage équivalent en étoile sans couplage magnétique. Lors du couplage magnétique par contre, la relation du calcul de conversion, en particulier pour l'inductance mutuelle, n'apparaît pas immédiatement. Cet exposé examine la conversion étoile-triangle à couplage magnétique avec branchements propres, ainsi qu'avec les branchements d'un montage en étoile voisin. Les équations de tension sont chaque fois établies et comparées du côté du montage à transformer, afin d'en déduire les relations de conversion. Ces dernières sont confirmées par des mesures effectuées au stator et à l'induit d'une machine asynchrone.

## 1. Einleitung

Die Anwendung der Zweiachsentheorie für die Asynchronmaschine erfordert, dass die wirkliche dreiphasige Maschine in eine zweiphasige Modellmaschine transformiert werden muss. Die Transformation der Stator- und Rotorgrößen geht von der Voraussetzung aus, dass sowohl die Stator- als auch die Rotorwicklungen im Stern geschaltet sind. In Wirklichkeit ist aber der Stator der Asynchronmaschine beim Betrieb meistens im Dreieck geschaltet. Der Rotor hat entweder eine dreiphasige Wicklung, die gewöhnlich im Stern geschaltet ist, oder eine käfigartige Wicklung, die sich in eine dreiphasige Sternschaltung reduzieren lässt. Bevor man die notwendigen Transformationen zur Erlangung einer Modellmaschine vornehmen kann, müssen also die Statorphasengrößen, wie der Widerstand, die Selbstinduktivität und die Gegeninduktivität zwischen den Phasen sowie die Gegeninduktivität zwischen einer Stator- und einer Rotorphase, in die entsprechenden Größen einer äquivalenten Sternschaltung umgewandelt werden.

Allgemein gesagt werden im folgenden die Umrechnungsbeziehungen abgeleitet, die auf Grund der Transfiguration vom Dreieck auf den äquivalenten Stern einer elektrischen Schaltung entstehen. Die Zweige der umzuwandelnden Schal-

tung sind dabei unter sich als auch mit den Zweigen einer anderen Sternschaltung magnetisch gekoppelt.

## 2. Voraussetzungen

2.1 Die dreiphasigen Stator- und Rotorwicklungen sind symmetrisch. Die Wicklungen sind im Raum elektrisch um  $120^\circ$  voneinander entfernt.

2.2 Der Rotor ist stillstehend.

2.3 Die Lage des Rotors ist so gewählt, dass die Gegeninduktivität zwischen je einer Phase des im Dreieck geschalteten Stators und des im Stern geschalteten Rotors maximal ist.

## 3. Spannungsgleichungen bei Dreieck-Stern-Anordnung

Zur Aufstellung der Spannungsgleichungen werden die Zuleitungs-, Kreis- und Zweigströme gemäß Fig. 1 eingeführt [1]<sup>1)</sup>. Die Zuleitungsströme des Stators sind  $i_A$ ,  $i_B$  und  $i_C$  und des Rotors  $i_a$ ,  $i_b$  und  $i_c$ . Die Kreisströme des Stators von  $A$  zu  $B$  seien mit  $i_{AB}$  und von  $C$  zu  $B$  mit  $i_{CB}$  bezeichnet. Ferner wird im Dreieck ein zirkulierender Kreisstrom  $i_0$  eingeführt. Die Zweigströme im Rotor seien ähnlich wie im Stator von  $a$  zu  $b$  mit  $i_{ab}$  und von  $c$  zu  $b$  mit  $i_{cb}$  bezeichnet. Die Spannungsgleichungen werden nach Operatorrechnung mit Momentanwerten von Strömen und Spannungen geschrieben. Die folgenden Buchstabensymbole werden in den Spannungsgleichungen verwendet:

- |                  |   |
|------------------|---|
| $R_s, L_s$       | Widerstand bzw. Selbstinduktivität des Stators pro Phase;                                       |
| $R_r, L_r$       | Widerstand bzw. Selbstinduktivität des Rotors pro Phase;  |
| $M_{ss}, M_{rr}$ | Gegeninduktivität zwischen zwei Stator- bzw. Rotorphasen bei der gegebenen räumlichen Trennung; |

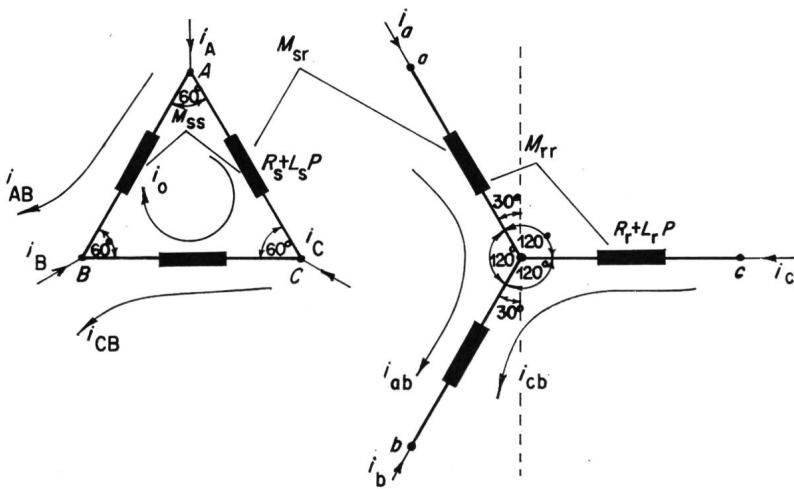


Fig. 1  
Schaltung einer Asynchronmaschine  
Dreieckschaltung im Stator, Sternschaltung im Rotor  
Bezeichnungen siehe im Text

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

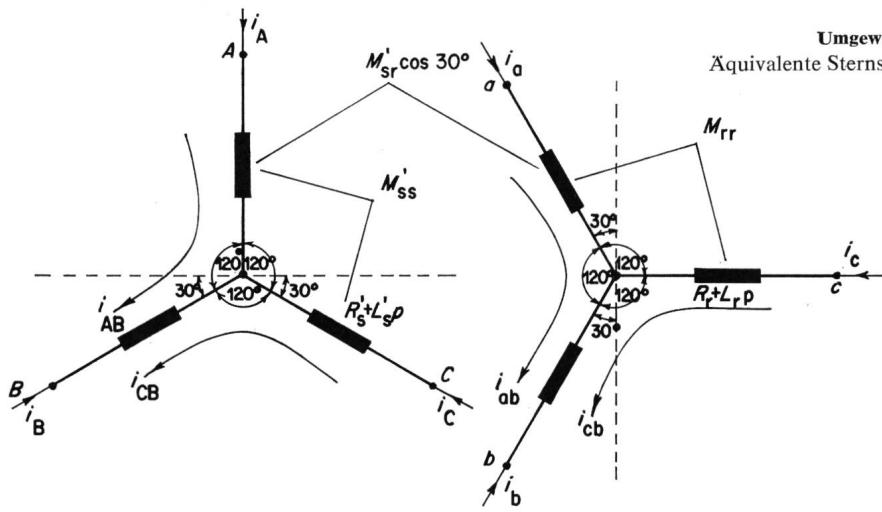


Fig. 2  
Umgewandelte Schaltung einer Asynchronmaschine  
Äquivalente Sternschaltung im Stator, normale Sternschaltung im Rotor  
Bezeichnungen siehe im Text

$M_{sr}$  maximale Gegeninduktivität zwischen einer Stator- und einer Rotorphase;  
 $p$  Differential-Operator.

Die Spannungsgleichungen lauten:

$$\begin{aligned} u_{AB} = & (R_s + L_s p) i_{AB} - (R_s + L_s p) i_0 + 2 M_{ss} p i_0 + \\ & + M_{ss} p i_{CB} + (M_{sr} + M_{sr} \cos 60^\circ) p i_{ab} + \\ & + (M_{sr} + M_{sr} \cos 60^\circ) p i_{cb} = (R_s + L_s p) i_{AB} - \quad (1) \\ & - [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_0 + M_{ss} p i_{CB} + \\ & + \frac{3}{2} M_{sr} p i_{ab} + \frac{3}{2} M_{sr} p i_{cb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{BC} = & -(R_s + L_s p) i_{CB} - (R_s + L_s p) i_0 + \\ & + 2 M_{ss} p i_0 - M_{ss} p i_{AB} + M_{sr} \cos 60^\circ p i_{ab} - \\ & - M_{sr} \cos 60^\circ p i_{ab} - (M_{sr} + M_{sr} \cos 60^\circ) p i_{cb} = \quad (2) \\ & = - M_{ss} p i_{AB} - [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_0 - \\ & - (R_s + L_s p) i_{CB} - \frac{3}{2} M_{sr} p i_{cb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{CA} = & - M_{ss} p i_{AB} - (R_s + L_s p) i_0 + 2 M_{ss} p i_0 + \\ & + M_{ss} p i_{CB} - (M_{sr} + M_{sr} \cos 60^\circ) p i_{ab} + \\ & + M_{sr} \cos 60^\circ p i_{cb} - M_{sr} \cos 60^\circ p i_{cb} = \quad (3) \\ & = - M_{ss} p i_{AB} - [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_0 + \\ & + M_{ss} p i_{CB} - \frac{3}{2} M_{sr} p i_{ab} \end{aligned}$$

Der Kreisstrom  $i_0$  wird nun aus der Dreieckschaltung eliminiert. Zu diesem Zweck wird das Kirchhoff'sche Spannungsgesetz auf das Dreieck angewendet:

$$\begin{aligned} u_{ACB} = 0 = & - (R_s + L_s p) i_{AB} + 2 M_{ss} p i_{AB} + \\ & + [3 R_s + 3 (L_s - 2 M_{ss}) p] i_0 + (R_s + L_s p) i_{CB} - \\ & - 2 M_{ss} p i_{CB} + (M_{sr} - 2 M_{sr} \cos 60^\circ - M_{sr} + \\ & + 2 M_{sr} \cos 60^\circ) p i_{ab} + (M_{sr} - \\ & - 2 M_{sr} \cos 60^\circ - M_{sr} + 2 M_{sr} \cos 60^\circ) p i_{cb} = \\ & = - [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{AB} + \\ & + 3 [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_0 + [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{CB} \quad (4) \end{aligned}$$

Die Auflösung der Gl. (4) nach  $i_0$  ergibt:

$$i_0 = \frac{[R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{AB} - [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{CB}}{3 [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p]} \quad (5)$$

Gl. (5) wird in Gl. (1), (2) und (3) eingesetzt. Man erhält nun für  $u_{AB}$ ,  $u_{BC}$  und  $u_{CA}$  folgende neue Ausdrücke:

$$\begin{aligned} u_{AB} = & (R_s + L_s p) i_{AB} - \frac{1}{3} [R_s + \\ & + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{AB} + \frac{1}{3} [R_s + \\ & + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{CB} + M_{ss} p i_{CB} + \\ & + \frac{3}{2} M_{sr} p i_{ab} + \frac{3}{2} M_{sr} p i_{cb} = \quad (6) \\ & = \frac{2}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{AB} + \frac{1}{3} [R_s + (L_s + \\ & + M_{ss}) p] i_{CB} + \frac{3}{2} M_{sr} p i_{ab} + \frac{3}{2} M_{sr} p i_{cb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{BC} = & - M_{ss} p i_{AB} - \frac{1}{3} [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{AB} + \\ & + \frac{1}{3} [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{CB} - (R_s + L_s p) i_{CB} - \quad (7) \\ & - \frac{3}{2} M_{sr} p i_{cb} = - \frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{AB} - \\ & - \frac{2}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{CB} - \frac{3}{2} M_{sr} p i_{cb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{CA} = & - M_{ss} p i_{AB} - \frac{1}{3} [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{AB} + \\ & + \frac{1}{3} [R_s + (L_s - 2 M_{ss}) p] i_{CB} + M_{ss} p i_{CB} - \quad (8) \\ & - \frac{3}{2} M_{sr} p i_{ab} = - \frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{AB} + \\ & + \frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{CB} - \frac{3}{2} M_{sr} p i_{ab} \end{aligned}$$

#### 4. Spannungsgleichungen bei Stern-Stern-Anordnung

Die beiden Schaltungen im Stator sind äquivalent, wenn sich bei gleichen Strömen  $i_A$ ,  $i_B$  und  $i_C$  in beiden Schaltungen auch dieselben Spannungen  $u_{AB}$ ,  $u_{BC}$  und  $u_{CA}$  einstellen (Fig. 2). Die Umwandlung der Dreieckschaltung in eine äquivalente Sternschaltung darf keine Änderung der Ströme und Spannungen im Rotor verursachen. Die Zweigströme des Stators und Rotors sind also gleich wie vorher. Die veränderten Größen des Stators entsprechend der äquivalenten Sternschaltung werden wie folgt bezeichnet:  $R'_s$ ,  $L'_s$ ,  $M'_{ss}$  und  $M'_{sr}$ .

Die Spannungsgleichungen  $u_{AB}$ ,  $u_{BC}$  und  $u_{CA}$  lauten nun folgendermassen:

$$\begin{aligned} u_{AB} = & 2 (R'_s + L'_s p) i_{AB} + 2 M'_{ss} p i_{AB} + \\ & + (R'_s + L'_s p) i_{CB} - M'_{ss} p i_{CB} + M'_{ss} p i_{CB} + \\ & + M'_{ss} p i_{CB} + (3 M'_{sr} \cos 30^\circ + M'_{sr} \cos 90^\circ) p i_{ab} + \\ & + (3 M'_{sr} \cos 30^\circ + M'_{sr} \cos 90^\circ) p i_{cb} = \quad (9) \\ & = 2 [R'_s + (L'_s + M'_{ss}) p] i_{AB} + [R'_s + (L'_s + M'_{ss}) p] i_{CB} + \\ & + \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p i_{ab} + \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p i_{cb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{BC} = & -(R_s' + L_s' p) i_{AB} - M'_{ss} p i_{AB} + M'_{ss} p i_{AB} - \\
& - M'_{ss} p i_{AB} - 2(R_s' + L_s' p) i_{CB} - 2M'_{ss} p i_{CB} + \\
& +(2M'_{sr} \cos 90^\circ + M'_{sr} \cos 30^\circ - M'_{sr} \cos 30^\circ) p i_{ab} - \\
& -(3M'_{sr} \cos 30^\circ - M'_{sr} \cos 90^\circ) p i_{eb} = \quad (10) \\
& = -[R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{AB} - \\
& - 2[R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{CB} - \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p i_{eb}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{CA} = & -(R_s' + L_s' p) i_{AB} - 2M'_{ss} p i_{AB} + \\
& + M'_{ss} p i_{AB} + (R_s' + L_s' p) i_{CB} + 2M'_{ss} p i_{CB} - \\
& - M'_{ss} p i_{CB} - (3M'_{sr} \cos 30^\circ - M'_{sr} \cos 90^\circ) p i_{ab} - \\
& - (M'_{sr} \cos 90^\circ - M'_{sr} \cos 30^\circ + M'_{sr} \cos 30^\circ - \quad (11) \\
& - M'_{sr} \cos 90^\circ) p i_{eb} = -[R'_s + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{AB} + \\
& + [R'_s + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{CB} - \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p i_{ab}
\end{aligned}$$

## 5. Summe der Spannungen

Da die Spannungen  $u_{AB}$ ,  $u_{BC}$  und  $u_{CA}$  der äquivalenten Sternschaltung dieselben wie bei der Dreieckschaltung sind, muss also deren Summe nach dem Kirchhoff'schen Spannungsgesetz auf das Dreieck gleich Null sein. Im folgenden werden als Kontrolle die Spannungen bei den beiden Schaltungen addiert:

$\triangle$ -Schaltung

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{AB} - \\
& -\frac{2}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{CB} - \frac{3}{2} M_{sr} p i_{eb} - \quad (12) \\
& -\frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{AB} + \\
& +\frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{CB} - \frac{3}{2} M_{sr} p i_{ab} = 0
\end{aligned}$$

## $\ddot{\Delta}$ -Äquivalente -Schaltung

$$\begin{aligned}
u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = & \text{Gl. (9)} + \text{Gl. (10)} + \text{Gl. (11)} = \\
& = 2[R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{AB} + \\
& + [R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{CB} + \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p i_{ab} + \\
& + \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p i_{eb} - [R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{AB} - \quad (13) \\
& - 2[R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{CB} - \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p i_{eb} - \\
& - [R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{AB} + \\
& + [R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] i_{CB} - \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p i_{ab} = 0
\end{aligned}$$

## 6. Vergleich der Spannungsgleichungen

Die Spannungsgleichungen bei der Dreieck- und äquivalenten Sternschaltung im Stator können wie folgt in Matrixform dargestellt werden:

$\triangle$ -Schaltung

$$\boxed{
\begin{bmatrix} u_{AB} \\ u_{BC} \\ u_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] & \frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] & \frac{3}{2} M_{sr} p & \frac{3}{2} M_{sr} p \\ -\frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] & -\frac{2}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] & 0 & -\frac{3}{2} M_{sr} p \\ -\frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] & \frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] & -\frac{3}{2} M_{sr} p & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{AB} \\ i_{CB} \\ i_{ab} \\ i_{eb} \end{bmatrix} \quad (14)}$$

## $\ddot{\Delta}$ -Äquivalente -Schaltung

$$\boxed{
\begin{bmatrix} u_{AB} \\ u_{BC} \\ u_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2[R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] & [R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] & \frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p & -\frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p \\ -[R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] & -2[R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] & 0 & -\frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p \\ -[R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] & [R_s' + (L_s' + M'_{ss}) p] & -\frac{3\sqrt{3}}{2} M'_{sr} p & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{AB} \\ i_{CB} \\ i_{ab} \\ i_{eb} \end{bmatrix} \quad (15)}$$

$$\begin{aligned}
u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = & \text{Gl. (6)} + \text{Gl. (7)} + \text{Gl. (8)} = \\
& = \frac{2}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{AB} + \\
& + \frac{1}{3} [R_s + (L_s + M_{ss}) p] i_{CB} + \\
& + \frac{3}{2} M_{sr} p i_{ab} + \frac{3}{2} M_{sr} p i_{eb} -
\end{aligned} \quad (12)$$

Bei sinusförmiger Speisespannung können die Spannungsgleichungen (14) und (15) wie folgt mit Spannungs- und Stromzeigern ausgedrückt werden, wobei der Differentialoperator  $p$  durch  $j\omega$  zu ersetzen ist:

### $\Delta$ -Schaltung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{AB} \\ \mathbf{U}_{BC} \\ \mathbf{U}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}[R_s + j\omega(L_s + M_{ss})] & \frac{1}{3}[R_s + j\omega(L_s + M_{ss})] & \frac{3}{2}j\omega M_{sr} & \frac{3}{2}j\omega M_{sr} \\ -\frac{1}{3}[R_s + j\omega(L_s + M_{ss})] & -\frac{2}{3}[R_s + j\omega(L_s + M_{ss})] & 0 & -\frac{3}{2}j\omega M_{sr} \\ -\frac{1}{3}[R_s + j\omega(L_s + M_{ss})] & \frac{1}{3}[R_s + j\omega(L_s + M_{ss})] & -\frac{3}{2}j\omega M_{sr} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{AB} \\ \mathbf{I}_{CB} \\ \mathbf{I}_{ab} \\ \mathbf{I}_{cb} \end{bmatrix} \quad (16)$$

### $\ddot{\text{a}}\text{quivalente } \prec\text{-Schaltung}$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{AB} \\ \mathbf{U}_{BC} \\ \mathbf{U}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2[R_s' + j\omega(L_s' + M_{ss}')] & [R_s' + j\omega(L_s' + M_{ss}')] & \frac{3\sqrt{3}}{2}j\omega M_{sr}' & \frac{3\sqrt{3}}{2}j\omega M_{sr}' \\ -[R_s' + j\omega(L_s' + M_{ss}')] & -2[R_s' + j\omega(L_s' + M_{ss}')] & 0 & -\frac{3\sqrt{3}}{2}j\omega M_{sr}' \\ -[R_s' + j\omega(L_s' + M_{ss}')] & [R_s' + j\omega(L_s' + M_{ss}')] & -\frac{3\sqrt{3}}{2}j\omega M_{sr}' & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{AB} \\ \mathbf{I}_{CB} \\ \mathbf{I}_{ab} \\ \mathbf{I}_{cb} \end{bmatrix} \quad (17)$$

## 7. Umrechnungsbeziehungen

Wenn die erwähnten Schaltungen äquivalent sein sollen, müssen dann die Impedanzmatrizen der obigen Gleichungssysteme untereinander gleich sein. Durch Vergleich der Elemente der Impedanzmatrizen erhält man die gesuchten Umrechnungsbeziehungen:

$$R_s' = \frac{1}{3} R_s \quad (18)$$

$$L_s' + M_{ss}' = \frac{1}{3}(L_s + M_{ss}) \quad (19)$$

$$M_{sr}' = \frac{1}{\sqrt{3}} M_{sr} \quad (20)$$

Bei elektrischen Schaltungen ohne magnetische Kopplung fällt die magnetische Verkettung sowohl innerhalb der eigenen Zweige als auch mit den Zweigen anderer Schaltungen weg. Gl. (16) und (17) reduzieren sich dann mit Einsetzen von  $M_{ss} = M_{ss}' = M_{sr} = M_{sr}' = 0$  folgendermassen:

### $\Delta$ -Schaltung

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{AB} \\ \mathbf{U}_{BC} \\ \mathbf{U}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}(R_s + j\omega L_s) & \frac{1}{3}(R_s + j\omega L_s) & \mathbf{I}_{AB} \\ -\frac{1}{3}(R_s + j\omega L_s) & -\frac{2}{3}(R_s + j\omega L_s) & \mathbf{I}_{CB} \\ -\frac{1}{3}(R_s + j\omega L_s) & \frac{1}{3}(R_s + j\omega L_s) & \mathbf{I}_{ab} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{AB} \\ \mathbf{I}_{CB} \\ \mathbf{I}_{ab} \end{bmatrix} \quad (21)$$

### $\ddot{\text{a}}\text{quivalente } \prec\text{-Schaltung}$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{AB} \\ \mathbf{U}_{BC} \\ \mathbf{U}_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(R_s' + j\omega L_s') & (R_s' + j\omega L_s') & \mathbf{I}_{AB} \\ -(R_s' + j\omega L_s') & -2(R_s' + j\omega L_s') & \mathbf{I}_{CB} \\ -(R_s' + j\omega L_s') & (R_s' + j\omega L_s') & \mathbf{I}_{ab} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{AB} \\ \mathbf{I}_{CB} \\ \mathbf{I}_{ab} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Durch Vergleich der Elemente der Impedanzmatrizen gelangt man zu den allgemein bekannten Ergebnissen:

$$R_s' = \frac{1}{3} R_s \quad (23)$$

$$L_s' = \frac{1}{3} L_s \quad (24)$$

Aus den Gleichungssystemen (16), (17) sowie (21), (22) erkennt man, dass die Umrechnungsbeziehungen wegen der Vielzahl der Gleichungen überbestimmt sind. Wären aber die Wicklungen unsymmetrisch gewesen, so hätte man alle Gleichungen gebraucht, um die ungleichen Beziehungen der Umrechnung in jeder Phase auszudrücken.

## 8. Beispiel

Die Umrechnungsbeziehung der Gegeninduktivität zwischen zwei Spulensystemen bei der Umschaltung eines Spulensystems vom Dreieck auf den Stern wurde an Hand einer

stillstehenden Asynchronmaschine untersucht. Die Hauptdaten dieser Maschine sind wie folgt:

10 kW, 50 Hz, 1450/1550 U./min  
Stator: 380 V, 21 A, 3-phasig/ $\Delta$   
Rotor: 380 V, 16,5 A, 3-phasig/ $\lambda$

Die untersuchte Asynchronmaschine hat, wie es den Hauptdaten zu entnehmen ist, dreiphasige Wicklungen sowohl im Stator als auch im Rotor. Der Rotor ist ständig im Stern geschaltet. Der Nullpunkt der Sternschaltung ist nicht ausgeführt. Hingegen sind die Wicklungsenden des Stators frei und zur Umschaltung verfügbar. Die erste Messung der Gegeninduktivität zwischen den Stator- und Rotorphasen wurde bei

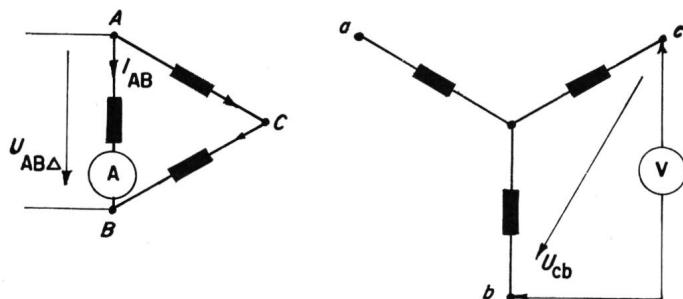


Fig. 3

**Messung der Gegeninduktivität zwischen Stator und Rotor**  
Dreieckschaltung im Stator, Sternschaltung im Rotor

der Dreieckschaltung im Stator vorgenommen. Der Stator wurde einphasig mit einer Wechselspannung von 50 Hz gespeist (Fig. 3). Die Lage des Rotors wurde für die maximale Gegeninduktivität zwischen den Phasen des Stators und Rotors eingestellt. Diese Lage des Rotors ist dadurch gekennzeichnet, dass die Spannung zwischen den Rotorphasen

Vergleich der maximalen Gegeninduktivitäten zwischen dem Stator und Rotor bei der Dreieck- bzw. Sternschaltung im Stator

Tabelle I

$I_{AB}$	$M_{sr}$	$M'_{sr}$	$\frac{M_{sr}}{M'_{sr}}$
A	H	H	
2	0,1031	0,0605	1,706
5	0,0963	0,0563	1,710
7	0,0916	0,0525	1,745
9	0,0873	0,0461	1,895

Aus Tabelle I ist zu erkennen, dass das Verhältnis  $M_{sr}$  zu  $M'_{sr}$  mit dem zunehmenden Strom auch ansteigt. Dies ist auf die grösere Durchflutung und demzufolge höhere Sättigung des Stators bei der Sternschaltung zurückzuführen. Dass das Verhältnis  $M_{sr}$  zu  $M'_{sr}$  auch bei kleinen Strömen nicht genau gleich  $\sqrt{3}$ , sondern weniger als dies ist, kann die Folge für die nicht exakte Einstellung des mechanischen Winkels von  $30^\circ$  sein. Zudem kann der Grund auch an den Abweichungen in der untersuchten Asynchronmaschine von der Voraussetzung der absoluten Symmetrie der Wicklungssysteme liegen.

## 9. Bemerkungen

Wenn auch die obige Betrachtung aus dem Problemkreis von elektrischen Maschinen stammt, gelten die Umwandlungsbeziehungen gleichwohl für alle magnetisch gekoppelten elektrischen Kreise unter den erläuterten Schaltungsbedingungen.

Der Verfasser dankt Prof. Dr. W. Herzog, Universität Mainz, und Prof. Dr. G. Epprecht, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, für die nützlichen Hinweise zu dieser Arbeit.

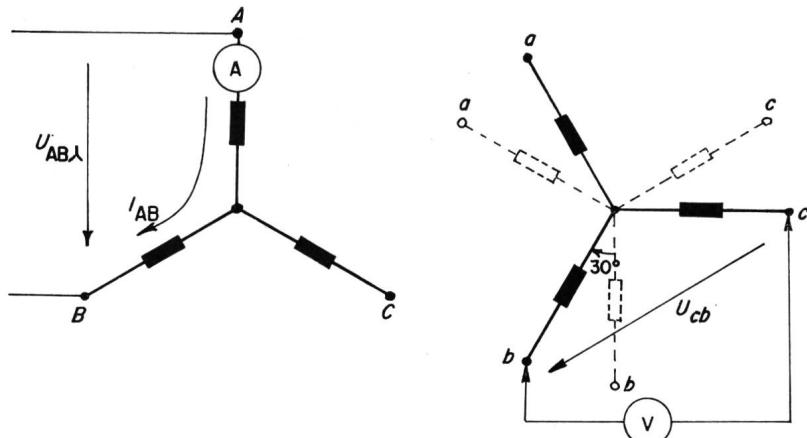


Fig. 4

**Messung der Gegeninduktivität zwischen Stator und Rotor bei der veränderten Schaltung des Stators und Stellung des Rotors**

Sternschaltung im Stator, Sternschaltung im Rotor (wie bisher); Rotor mechanisch um  $30^\circ$  gegenüber der bisherigen Lage im Uhrzeigersinn gedreht

a und c Null ist. Die Messung wurde bei vier verschiedenen Werten vom Strom  $I_{AB}$  durchgeführt (Tabelle I). Aus den gemessenen Werten der Spannung  $U_{cb}$  und des Stromes  $I_{AB}$  wurde  $M_{sr}$  unter der Voraussetzung der Symmetrie der Wicklungen ermittelt. Hernach wurde der Stator auf den Stern umgeschaltet und wie vorher einphasig über A und B gespeist (Fig. 4). Da die Achsen der Statorwicklungen im Raum fest sind, wurde der Rotor im Uhrzeigersinn mechanisch um  $30^\circ$  gedreht, damit die relative Lage zwischen dem Stator und Rotor der Umwandlung vom Dreieck auf den äquivalenten Stern entspricht. In dieser Lage des Rotors wurde die Gegeninduktivität  $M'_{sr}$  bei den gleichen vier Strömen  $I_{AB}$  ermittelt.

## Literatur

- [1] G. Epprecht: Technische Elektrizitätslehre. I. Grundlagen der linearen Netzwerktheorie. Zürich, Verlag des Akademischen Maschinen-Ingenieur-Vereins an der ETH, 1964.

## Adresse des Autors:

Dr.-Ing. B. B. Palit, Institut für Elektrische Maschinen der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Sonneggstrasse 3, 8006 Zürich.