Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 62 (1971)

Heft: 18

Artikel: Berechnung des Drehmomentverlaufes einer Asynchronmaschine bei Speisung mit gepulsten Rechteckspannungen

Autor: Naunin, D.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-915852

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Berechnung des Drehmomentverlaufes einer Asynchronmaschine bei Speisung mit gepulsten Rechteckspannungen

Von *D. Naunin*, Berlin

621.313.33:621.3.015.33

1. Steuerverfahren

Um die Drehzahl einer Asynchronmaschine mit Käfigläufer zu verändern, muss der Asynchronmaschine ein Wechselrichter vorgeschaltet werden, dessen Ausgangsspannungen bzw. Ausgangsströme in Betrag und Frequenz steuerbar sind. Da der Wechselrichter im allgemeinen keine sinusförmigen Ausgangsgrössen hat, treten Spannungs- und Stromoberwellen auf, die auch den Drehmomentverlauf so beeinflussen, dass Pendelmomente entstehen. Grundsätzlich gibt es drei Verfahren, nach denen der Wechselrichter zur Anpassung des Ständerspannungsbetrages an die Drehzahl der Asynchronmaschine bei Drehzahlen unterhalb der Nenndrehzahl gesteuert werden kann. (Mit «Nenndrehzahl» ist hier die Drehzahl im Typenpunkt bei Nennspannung, Nennstrom und Nennmoment der Maschine gemeint. Sie ist nicht identisch mit der maximal zulässigen Drehzahl, da es bei der Asynchronmaschine auch einen Feldschwächbereich gibt [6; 11][1]). Bei der Beschreibung der Verfahren wird von der in Fig. 1 aufgezeichneten Prinzipschaltung des Systems Wechselrichter-Asynchronmaschine ausgegangen. Der zwangskommutierte Wechselrichter besteht in seiner Grundschaltung aus 6 steuerbaren Ventilen und 6 Freilaufdioden und hat die Gleichspannung U_- als Eingangsspannung. Die Wicklung der Asynchronmaschine ist in Stern geschaltet; das Sternpunktpotential ist frei. Die drei Steuerverfahren des Wechselrichters sind durch folgende Merkmale charakterisiert:

Verfahren 1: Der Asynchronmaschine wird der Ständerstrom vorgegeben; der Verlauf des Stromes, der über die steuerbaren Ventile bzw. die Freilaufdioden fliesst, wird durch die Zündungszeiten der steuerbaren Ventile bestimmt. Der Verlauf der Maschinenklemmenpotentiale und der Ständerspannungen ergibt sich dann zwangsläufig aus den Stromflusszuständen der Ventile. Es wird ein rechteckförmiger Stromverlauf angestrebt. Die drei Phasen führen jeweils positive bzw. negative Ströme von 120°-Blocklänge während einer halben Periode der Ständerfrequenz. Die Eingangsgleichspannung des Wechselrichters ist konstant. Dieses Verfahren wurde technisch von der AEG-Telefunken verwirklicht und Pulsverfahren genannt [1; 2].

Verfahren 2: Der Asynchronmaschine wird eine rechteckförmige Ständerspannung vorgegeben, deren Amplitude durch eine Steuerung der Eingangsgleichspannung des Wechselrichters veränderlich ist und dadurch den Lastverhältnissen angepasst werden kann. Dieses Verfahren wurde u. a. von der Siemens AG untersucht und in [3] beschrieben.

Verfahren 3: Der Asynchronmaschine wird eine gepulste rechteckförmige Ständerspannung vorgegeben, wobei durch zusätzliches Hin- und Herschalten der Ständerklemmen zwischen den beiden Sammelschienenpotentialen nach einem festen Pulsschema eine Erniedrigung des Spannungsmittelwertes während einer Halbperiode erreicht wird. Die Eingangsgleichspannung des Wechselrichters ist konstant. Eine technische Verwirklichung dieses Verfahrens bildet das Unterschwingungsverfahren der AG Brown Boveri & Cie., das in [4; 5] erläutert wird.

Der Verlauf der Spannungen, Ströme, Flüsse und des Drehmomentes für die ersten beiden Verfahren wurde in [7; 8] dargestellt. Dieser Aufsatz behandelt die Berechnung des Verlaufes dieser Grössen für das dritte Verfahren. Es wird beschrieben, wie aufgrund eines speziellen Verlaufes von Steuerspannungen die gepulsten Strangspannungen am Motor entstehen. Auf die Auswirkungen anderer Steuerspannungsformen auf das Maschinenverhalten wird hingewiesen.

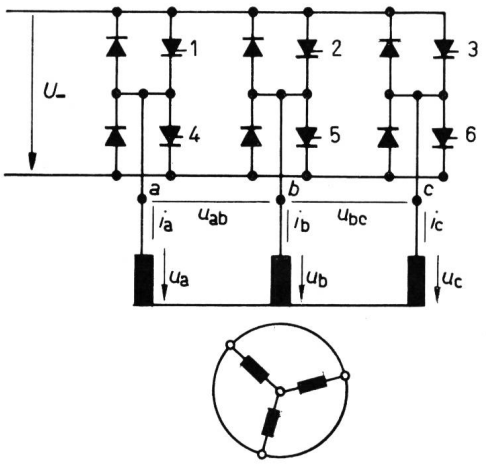


Fig. 1
Prinzipschaltung des Systems Wechselrichter—Asynchronmaschine
1, 2, 3, 4, 5, 6 steuerbare Ventile; *a, b, c* Indizes für die Stranggrössen der Asynchronmaschine; i_a, i_b, i_c Strangströme; u_a, u_b, u_c Strangspannungen; u_{ab}, u_{bc} verkettete Spannungen

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

2. Ausgangsspannungen des Wechselrichters

Das Pulsschema des dritten Verfahrens, das den Strangspannungsverlauf der Maschine bestimmt, wird, wie in [5] beschrieben, mit Hilfe von zwei Steuerspannungen, u_G und u_H, erzeugt. Die Grundschwingungsspannung u_G hat einen rechteckförmigen Verlauf, ihre Frequenz f_G ist gleich der Ständerfrequenz f_1 der angeschlossenen Asynchronmaschine. Für jede der drei Phasen ist eine Grundschwingungsspannung notwendig, so dass die einzelnen Spannungen jeweils eine Phasenverschiebung von 120° zueinander haben. Die Hilfsspannung u_H hat einen dreieckförmigen Verlauf, ihre Frequenz f_H ist grösser als f_G. In Fig. 2a bis 2c ist qualitativ der Verlauf von u_G und u_H für den Fall $f_H = 9\ f_G$ gestrichelt eingezeichnet. Der zeitliche Verlauf der Klemmenpotentiale und damit der verketteten Spannungen der Asynchronmaschine wird durch einen Vergleich von u_G und u_H bestimmt. Bei $u_G - u_H > 0$ erhält die Maschinenklemme durch Zündung des zugehörigen Thyristors positives Potential, bei $u_G - u_H < 0$ negatives Potential. Der entstehende Potentialverlauf ist ebenfalls in

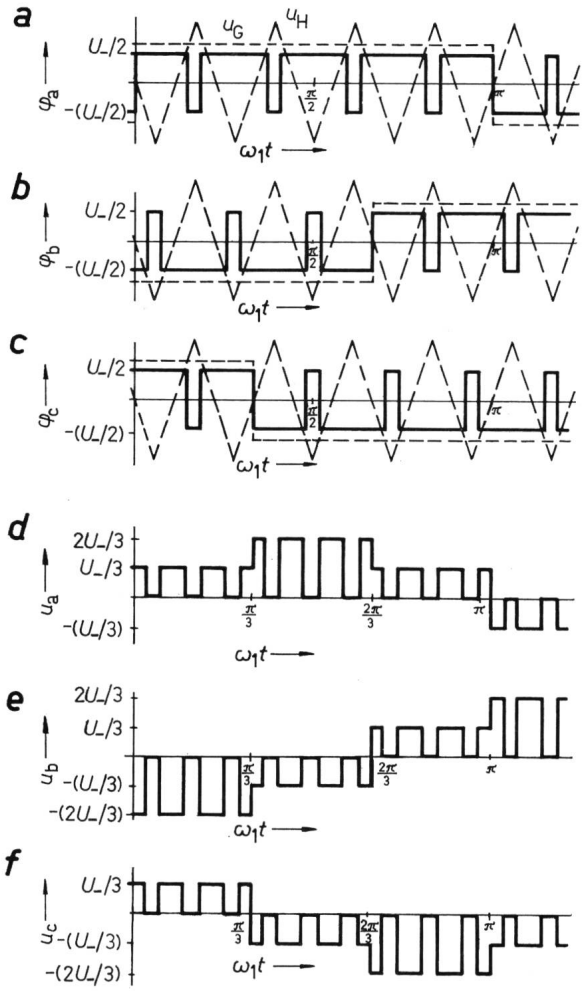


Fig. 2
Verlauf der Klemmenpotentiale und Strangspannungen einer mit gepulsten Rechteckspannungen gespeisten Asynchronmaschine,
$f_H = 9\ f_G$, $\hat{u}_G/\hat{u}_H = 0{,}67$

a Verlauf der Steuerspannungen und des Klemmenpotentials für Strang a
b Verlauf der Steuerspannungen und des Klemmenpotentials für Strang b
c Verlauf der Steuerspannungen und des Klemmenpotentials für Strang c
d Verlauf der Spannung an Strang a
e Verlauf der Spannung an Strang b
f Verlauf der Spannung an Strang c
φa, φb, φc Klemmenpotentiale; u_a, u_b, u_c Strangspannungen;
U Wechselrichtereingangsspannung; $\omega_1 t$ elektrischer Phasen-Winkel

Fig. 2a bis 2c aufgezeichnet; das Potential der positiven Sammelschiene wurde dabei mit $+U_-/2$ und das der negativen Sammelschiene mit $-U_-/2$ angenommen. Es ist zu erkennen, dass die drei Klemmen der Asynchronmaschine zeitweise an einer Sammelschiene liegen. Die verketteten Spannungen und die Strangspannungen sind dann gleich Null, und der Mittelwert während einer Halbperiode verringert sich gegenüber dem Rechteckspannungsverlauf im nicht gepulsten Betrieb. Das Mass der Verringerung ist vom Verhältnis der Amplituden $\hat{u}_G/\hat{u}_H$ der Steuerspannungen abhängig. Hält man $\hat{u}_H$ konstant, erreicht man durch Steuerung von $\hat{u}_G$ eine Anpassung der Spannungen an die Drehzahl.

Um den Oberwellengehalt der entstehenden Spannungs- und Stromverläufe gering zu halten und um für alle drei Phasen nur eine Hilfsspannung verwenden zu können, sollte das Frequenzverhältnis f_H/f_G ganzzahlig und durch drei teilbar sein.

Die Strangspannungen an den Wicklungen der Maschine sind aus der Matrizengleichung

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} \tag{1}$$

zu errechnen, die unter Berücksichtigung der Beziehung

$$u_a + u_b + u_c = 0 \tag{2}$$

aufgestellt werden kann. Der Verlauf der Strangspannungen ist in Fig. 2d bis 2f aufgezeichnet. Es ergibt sich, dass die Maschine immer zwischen voller Spannung und Kurzschluss gepulst wird. Der Halbwellenmittelwert der Strangspannungen wird, wie beschrieben, durch das Amplitudenverhältnis $\hat{u}_G/\hat{u}_H$ bestimmt. Die folgende Berechnung des Fluss-, Strom- und Drehmomentverlaufes geht von diesem Strangspannungsverlauf aus.

3. Grundlegende Gleichungen

Bei der Berechnung des dynamischen und stationären Verhaltens der Asynchronmaschine hat sich die Darstellung der grundlegenden Gleichungen mit Hilfe der komplexen Raumzeiger [7; 8; 9; 10] bewährt, da durch sie das Verhalten leicht in der komplexen Ebene veranschaulicht werden kann. Die grundlegenden Gleichungen für das dynamische Verhalten der spannungsgespeisten Asynchronmaschine mit Käfigläufer lauten unter der Voraussetzung sinusförmigen Strom- und Flussbelags und unter Vernachlässigung von Stromverdrängung und Hystereseverlusten in Raumzeigerschreibweise (Ständergrössen haben den Index 1, Läufergrössen den Index 2):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_1 &= R_1 \boldsymbol{i}_1 + \frac{\mathrm{d}\vec{\Psi}_1}{\mathrm{d}t} \\ 0 &= R_2 \boldsymbol{i}_2 + \frac{\mathrm{d}\vec{\Psi}_2}{\mathrm{d}t} - \mathrm{j}\,\nu\,\vec{\Psi}_2 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \vec{\Psi}_1 &= (L_h + L\sigma_1)\,\boldsymbol{i}_1 + L_h\,\boldsymbol{i}_2 \\ \vec{\Psi}_2 &= L_h\,\boldsymbol{i}_1 + (L_h + L\sigma_2)\,\boldsymbol{i}_2 \end{aligned} \tag{4}$$

$\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{i}$ und $\vec{\Psi}$ sind die Raumzeiger für Spannung, Strom und verketteten Fluss, wobei sich ein Raumzeiger aus den Momentanwerten nachfolgender, am Beispiel des Spannungsraumzeigers gezeigter Definition zusammensetzt:

$$\boldsymbol{u} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \text{mit } \alpha = \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi/3} \tag{5}$$

Dadurch gelten die Gleichungen für ein ständerfestes Bezugssystem, bei dem die reelle Achse in die Achsrichtung der zum Index *a* gehörenden Wicklung fällt. R, $L\sigma$ und L_h sind der Wirkwiderstand, die Streuinduktivität und Hauptinduktivität eines Stranges. (Im Läufer wie im Ständer wird eine dreiphasige Wicklung angenommen.) Alle Grössen sind auf eine Windungszahl bezogen; ν ist die elektrische Winkelgeschwindigkeit des Läufers.

Durch eine geeignete Zusammenfassung der Grössen in Gl. (3) und (4), die im einzelnen in [10] beschrieben ist, können diese Gleichungen in einem einfachen Strukturbild dargestellt werden. Das Strukturbild, das in Fig. 3 aufgezeichnet ist, stellt ein VZ2-Glied mit den komplexen Raumzeigern $\vec{\Psi}_1$ und $\vec{\Psi}_2$ als Systemzustandsgrössen, der komplexen

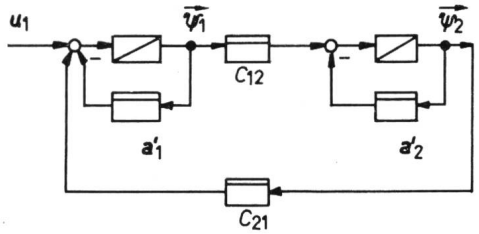


Fig. 3
Strukturbild der Asynchronmaschine als komplexes VZ2-Glied
a_1', a_2' komplexe Gegenkopplungsfaktoren; C_{12}, C_{21} Mitkopplungsfaktoren; u_1 Raumzeiger der Eingangsspannung; $\vec{\Psi}_1$, $\vec{\Psi}_2$ Flussraumzeiger

Eingangsgrösse u_1 und folgenden, teilweise komplexen Kopplungsfaktoren dar:

$$a_1' = \delta_1' = \frac{R_1}{\sigma(L_h + L\sigma_1)}$$

worin

$$\sigma = 1 - \frac{L_h^2}{(L_h + L\sigma_1)(L_h + L\sigma_2)}$$

$$a_2' = \delta_2' - j\nu = \frac{R_2}{\sigma(L_h + L\sigma_2)} - j\nu$$

$$C_{12} = \frac{L_h}{L_h + L\sigma_1}\delta_2'$$

$$C_{21} = \frac{L_h}{L_h + L\sigma_2}\delta_1'$$

Mit Hilfe der in der Systemtheorie benutzten Methoden, z. B. mit der Laplace-Transformation, kann der zeitliche Verlauf der Zustandsgrössen bei verschiedenen Eingangsfunktionen errechnet werden. Bei Anwendung der Laplace-Transformation gilt einschränkend, dass die Kopplungsfaktoren konstant sein müssen. Das bedeutet, dass Berechnungen nur für konstante Drehzahlen gelten.

Aus Fig. 3 geht hervor, dass die Ströme keine Zustandsgrössen sind. Sie können nach einer Umformung von Gl. (4) aus den Zustandsgrössen abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} i_1 &= (\delta_1' \vec{\Psi}_1 - C_{21}\vec{\Psi}_2)/R_1 \\ i_2 &= (-C_{12}\vec{\Psi}_1 + \delta_2'\vec{\Psi}_2)/R_2 \end{aligned} \qquad (7)$$

Das von der Asynchronmaschine abgegebene Drehmoment lässt sich aus der Gleichung

$$M_d = 1{,}5\, z_p \cdot \mathrm{Im}\,(\vec{\Psi}_2 i_2^*) \qquad (8)$$

mit z_p als Polpaarzahl berechnen. Der hochgestellte Stern kennzeichnet eine konjugiert komplexe Grösse.

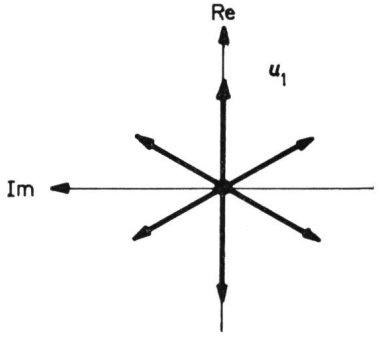


Fig. 4
Verlauf des Spannungsraumzeigers u_1 in der komplexen Ebene

4. Berechnungsverfahren

Beim Speisen der Asynchronmaschine mit sinusförmigen Spannungen rotiert der Spannungsraumzeiger u_1 im ständerbezogenen System mit der Kreisgeschwindigkeit der Sinusschwingung um den Koordinatenursprung. Seine Länge entspricht der Amplitude der Sinusschwingung. Bei rechteckförmigem Spannungsverlauf, wie er im zweiten Verfahren vorgegeben ist, ist die Lage des Raumzeigers jeweils für ein Sechstel einer Periode im Koordinatensystem konstant; zu Beginn jedes neuen Sechstels springt der Raumzeiger um 60° weiter. Fig. 4 veranschaulicht dies. Die Amplitude der Spannung entspricht der Länge des Raumzeigers u_1. Im zweiten Verfahren war die Länge des Raumzeigers steuerbar und wurde dadurch an die Drehzahl angepasst. In dem hier behandelten Verfahren wird der Mittelwert während eines Sechstels einer Periode dadurch erniedrigt, dass der Raumzeiger zwischen seinem maximalen Wert, der durch die konstante Eingangsgleichspannung des Wechselrichters und das gerade betrachtete Sechstel der Periode bestimmt wird, und Null hin- und herspringt. Das ist aus dem Verlauf der Strangspannungen, die in Fig. 2d bis 2f aufgezeichnet sind, nach Anwendung von Gl. (5) zu entnehmen. In Fig. 5a ist der Verlauf des Betrages des Spannungs-

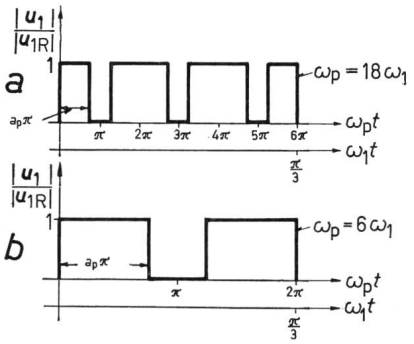


Fig. 5
Verlauf von $|u_1|$ beim Pulsen während eines 60°-Abschnittes
a Verlauf von u_1 bei $\omega_p = 18\ \omega_1$
b Verlauf von u_1 bei $\omega_p = 6\ \omega_1$
ω_p Pulskreisfrequenz; ω_1 Ständerkreisfrequenz

raumzeigers, der aus Bild 2d bis 2f abgeleitet wurde, während eines Sechstels der Ständerkreisfrequenz ω_1 dargestellt. u_{1R} ist der Betrag von u_1 bei vollanliegender Wechselrichterspannung. Es wird eine Pulsfrequenz eingeführt, die aus dem symmetrischen Verlauf von u_1 während des $\pi/3$-Abschnittes zu entnehmen ist. Im vorliegenden Fall bei $f_H = 9f_G$ beträgt sie $\omega_p = 18\omega_1$. Für eine andere Frequenz f_H ändert sich auch ω_p. In Fig. 5b ist der Verlauf von u_1 bei $\omega_p = 6\omega_1$ dargestellt; das entspricht $f_H/f_G = f_H/f_1 = 3$. Der Spannungsmittelwert hängt von α_p ab; α_p wird wiederum vom Verhältnis $\hat{u}_G/\hat{u}_H$ bestimmt.

Der Berechnung des Drehmomentverlaufs liegt folgende Überlegung zugrunde:

Für das komplexe VZ2-Glied nach Fig. 3 sind die Übertragungsfunktionen für beide Flussraumzeiger leicht zu ermitteln. Sie sind u.a. in [8] angeben. Da sich in der Asynchronmaschine alle Vorgänge während einer Periode 6mal gleichartig wiederholen, wobei sie sich nur jeweils um 60° räumlich und zeitlich verschieben, braucht nur ein Sechstel einer Periode betrachtet zu werden. Für die Anfangswerte der Zustandsgrössen $\vec{\Psi}_{10}$ und $\vec{\Psi}_{20}$, die im allgemeinen nicht Null sind, gilt dabei

$$\vec{\Psi}_1\,(\omega_1 t = \pi/3) = \vec{\Psi}_{10}\,e^{j\pi/3}$$
$$\vec{\Psi}_2\,(\omega_1 t = \pi/3) = \vec{\Psi}_{20}\,e^{j\pi/3} \tag{9}$$

wenn mit $t = 0$ gerade der Beginn eines Periodensechstels gekennzeichnet wird.

Die Eingangsfunktion nach Fig. 5 kann nach *Fourier* als eine Überlagerung von einem Gleichanteil $\boldsymbol{u}_{1g}$ und von cosinusförmigen Wechselanteilen mit der Amplitude $\boldsymbol{u}_{1mp}$ und den Frequenzen $m\,\omega_p$ ($m = 1, 3, 5...$) dargestellt werden:

$$\boldsymbol{u}_1 = \boldsymbol{u}_{1g} + \sum_{m=1,3,5...} \boldsymbol{u}_{1mp} \cos(m\,\omega_p\,t) \tag{10}$$

Die Werte für $\boldsymbol{u}_{1g}$ und $\boldsymbol{u}_{1mp}$ sind aus folgenden Beziehungen in Abhängigkeit von α_p zu errechnen:

$$|\,\boldsymbol{u}_{1g}\,| = \alpha_p\,|\,\boldsymbol{u}_{1R}\,|$$
$$\left|\,\boldsymbol{u}_{1mp}\,\right| = \frac{2\sin(\alpha_p\,m\pi)}{m\pi}\left|\,\boldsymbol{u}_{1R}\,\right| \tag{11}$$

Für das komplexe VZ2-Glied bedeutet der Anteil $\boldsymbol{u}_{1g}$ eine Sprungfunktion zu Beginn eines jeden Periodensechstels. Die Cosinusteile sind ihr überlagert. Da es sich um ein lineares System handelt, können die Ergebnisse für die Anteile der Eingangsfunktion einzeln mit der Laplace-Transformation berechnet und überlagert werden.

Die Berechnung des zeitlichen Verlaufs von $\vec{\Psi}_1$ und $\vec{\Psi}_2$ ist formal einfach, wenn auch dadurch umfangreich, dass die Ausdrücke für $\vec{\Psi}_{10}$ und $\vec{\Psi}_{20}$ sehr lang werden. Geht man analog zu der in [8] für das zweite Verfahren durchgeführten Berechnung vor, ergeben sich unter Berücksichtigung von

$$\boldsymbol{b}_{1,2} = -\frac{\boldsymbol{a}_1' + \boldsymbol{a}_2'}{2} \pm \sqrt{\frac{(\boldsymbol{a}_1' - \boldsymbol{a}_2')^2}{4} + C_{12}\,C_{21}}$$

folgende Gleichungen für den Verlauf der Flussraumzeiger:

Mit diesen Gleichungen können nach Gl. (7) und (8) auch die Ströme und das Drehmoment berechnet werden.

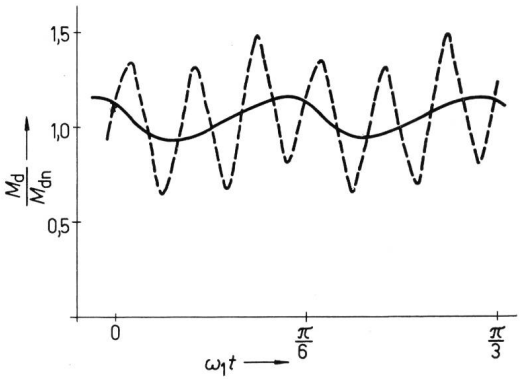


Fig. 6
Drehmomentverlauf einer mit gepulsten Rechteckspannungen gespeisten Asynchronmaschine während eines 60°-Abschnitts bei $\nu_n/2$ und Nennläuferfrequenz
– – – gepulst, $\omega_p = 18\,\omega_1$; ——— nicht gepulst
M_d Drehmoment; M_{dn} Nenndrehmoment

5. Berechnungsergebnisse

Die Berechnungen des Verlaufs von Drehmoment, Flüssen und Strömen wurden mit einem FORTRAN-Programm auf einem Digitalrechner durchgeführt. Den Ergebnissen liegen die Daten einer Asynchronmaschine mit einer Nennleistung von 500 kW bei 100 Hz Nennständerfrequenz zugrunde. Sie sind in den Fig. 6, 7 und 8 dargestellt. Die Drehgeschwindigkeit ν ist als konstant angenommen, sie entspricht der halben Nenndrehzahl. Die Läuferfrequenz hat ihren Nennwert; sie wurde nicht als Parameter eingesetzt, da ihr Einfluss in [8, 11] schon eingehend behandelt wurde. Der Spannungsmittelwert und damit α_p sind ausgehend von den stationären Kennlinien der Asynchronmaschine so festgelegt, dass bei sinusförmiger Einspeisung Nennstrom und Nennmoment erzeugt würden. Zum Vergleich sind jeweils gepulster und nicht gepulster Betrieb einander gegenübergestellt, wobei bei nicht gepulstem Betrieb $\boldsymbol{u}_{1g}$ die Systemeingangsgrösse ist; es wurden nur die

$$\vec{\Psi}_1(t) = \boldsymbol{u}_1\left[\frac{\boldsymbol{a}_2'}{\boldsymbol{b}_1\boldsymbol{b}_2} + \frac{1}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left((1 + \frac{\boldsymbol{a}_2'}{\boldsymbol{b}_1})\,e^{b_1 t} - (1 + \frac{\boldsymbol{a}_2'}{\boldsymbol{b}_2})\,e^{b_2 t}\right)\right] +$$
$$+ \boldsymbol{u}_{1mp}\left[\frac{\boldsymbol{a}'_2\,\boldsymbol{b}_1\,\boldsymbol{b}_2 - m^2\,\omega_p^2\,(\boldsymbol{a}'_2 + \boldsymbol{b}_1 + \boldsymbol{b}_2)}{(\boldsymbol{b}_1^2 + m^2\,\omega_p^2)\,(\boldsymbol{b}_2^2 + m^2\,\omega_p^2)}\cos(m\,\omega_p\,t) + \frac{m\,\omega_p\,(\boldsymbol{a}_2'\,(\boldsymbol{b}_1 + \boldsymbol{b}_2) + \boldsymbol{b}_1\,\boldsymbol{b}_2 - m^2\,\omega_p^2)}{(\boldsymbol{b}_1^2 + m^2\,\omega_p^2)\,(\boldsymbol{b}_2^2 + m^2\,\omega_p^2)}\sin(m\,\omega_p\,t) +\right.$$
$$\left. + \frac{1}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left(\frac{\boldsymbol{b}_1\,(\boldsymbol{a}_2' + \boldsymbol{b}_1)}{\boldsymbol{b}_1^2 + m^2\,\omega_p^2}\,e^{b_1 t} - \frac{\boldsymbol{b}_2\,(\boldsymbol{a}_2' + \boldsymbol{b}_2)}{\boldsymbol{b}_2^2 + m^2\,\omega_p^2}\,e^{b_2 t}\right)\right] +$$
$$+ \vec{\Psi}_{10}\,\frac{1}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left((\boldsymbol{a}_2' + \boldsymbol{b}_1)\,e^{b_1 t} - (\boldsymbol{a}_2' + \boldsymbol{b}_2)\,e^{b_2 t}\right) + \vec{\Psi}_{20}\,\frac{C_{21}}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left(e^{b_1 t} - e^{b_2 t}\right)$$

$$\Psi_2(t) = \boldsymbol{u}_1\,\frac{C_{12}}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left[1 + \frac{1}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left(\boldsymbol{b}_2\,e^{b_1 t} - \boldsymbol{b}_1\,e^{b_2 t}\right)\right] +$$
$$+ \boldsymbol{u}_{1mp}\,C_{12}\left[\frac{(\boldsymbol{b}_1\,\boldsymbol{b}_2 - m^2\,\omega_p^2)\cos(m\,\omega_p\,t) + m\,\omega_p\,(\boldsymbol{b}_1 + \boldsymbol{b}_2)\sin(m\,\omega_p\,t)}{(\boldsymbol{b}_1^2 + m^2\,\omega_p^2)\,(\boldsymbol{b}_2^2 + m^2\,\omega_p^2)} +\right.$$
$$\left. + \frac{1}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left(\frac{\boldsymbol{b}_1}{\boldsymbol{b}_1^2 + m^2\,\omega_p^2}\,e^{b_1 t} - \frac{\boldsymbol{b}_2}{\boldsymbol{b}_2^2 + m^2\,\omega_p^2}\,e^{b_2 t}\right)\right] + \vec{\Psi}_{10}\,\frac{C_{12}}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left(e^{b_1 t} - e^{b_2 t}\right) +$$
$$+ \vec{\Psi}_{20}\,\frac{1}{\boldsymbol{b}_1 - \boldsymbol{b}_2}\left[(\boldsymbol{a}_1' + \boldsymbol{b}_1)\,e^{b_1 t} - (\boldsymbol{a}_1' + \boldsymbol{b}_2)\,e^{b_2 t}\right]$$

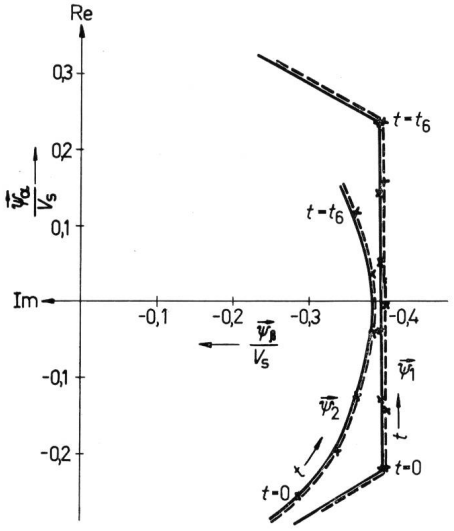


Fig. 7
Verlauf von $\vec{\Psi}_1$ und $\vec{\Psi}_2$ einer mit gepulsten Rechteckspannungen gespeisten Asynchronmaschine während eines 60°-Abschnittes bei $\nu_n/2$ und Nennläuferfrequenz
--- gepulst, $\omega_p = 18\ \omega_1$; —— nicht gepulst
$\vec{\psi}_\alpha$ Realteil der Flussraumzeiger; $\vec{\psi}_B$ Imaginärteil der Flussraumzeiger

Wechselanteile weggelassen. Für alle Bilder gilt, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ der Spannungsraumzeiger gerade auf die reelle Achse springt. Dieser Zeitpunkt entspricht $\omega_1 t = \pi/3$ in Fig. 2.

Es zeigt sich, dass Drehmoment- und Stromverlauf stark durch das Pulsen beeinflusst werden. Der Flussverlauf wird in Fig. 7 durch den Verlauf der zugehörigen Raumzeiger in der komplexen Ebene, die man sich in der Rotationsebene der Maschine vorstellen kann, dargestellt. Er wird wenig verzerrt; der Läuferfluss ist, da $\vec{\Psi}_2$ einen fast kreisförmigen Verlauf hat, fast sinusförmig.

In Fig. 9 wird die Abhängigkeit der Pendelmomente und der Stromoberwellen von der Drehzahl deutlich. Bei gleicher Pulsfrequenz sind die Pendelmomente bei niedriger Drehzahl grösser als bei hoher. Setzt man gleiche Pendelmomente voraus, kann deshalb bei höheren Drehzahlen die Pulsfrequenz herabgesetzt werden. Dies wird in der Praxis auch durchgeführt, da dann vor allem die Anzahl der Umschaltungen für die Thyristoren und die damit verbundenen Verluste zurückgehen.

6. Andere Steuerspannungsformen

Die hier dargestellte Ermittlung des Verlaufes des Spannungsraumzeigers aus den vorgegebenen Steuerspannungen u_G und u_H lässt sich auch auf andere Steuerspannungsformen anwenden.

Bei einer Phasenversetzung von u_H zu u_G um eine halbe Periode der Frequenz f_H entsteht der gleiche $\boldsymbol{u}_1$-Verlauf. Da sich aber die Anzahl der Umschaltungen erhöht hat, ist dieser $u_G u_H$-Verlauf nicht zweckmässig. Gibt man der Spannung u_G einen sinusförmigen oder trapezförmigen Verlauf und behält den dreieckförmigen Verlauf von u_H bei, ergibt sich ein etwas veränderter Verlauf der Strangspannungen. Fig. 10 zeigt den Verlauf einer Strangspannung bei $u_G = \hat{u}_G \sin(2\pi f_G t)$ und bei im übrigen gleichen Voraussetzungen wie in den bisherigen Betrachtungen. Es treten zusätzliche Verzerrungen auf, die sich im Raumzeigerverlauf dahingehend auswirken, dass der Raumzeiger während eines 60°-Abschnittes nicht nur zwischen dem zu diesem Abschnitt gehörigen $\boldsymbol{u}_{1R}$-Wert und Null hin- und herspringt, sondern auch zwischen diesen und den $\pm 60°$ verschobenen $\boldsymbol{u}_{1R}$-Werten. Das lässt vermuten, dass zusätzliche Oberwellen und damit höhere Verluste auftreten. Die Untersuchungen darüber sind noch nicht abgeschlossen.

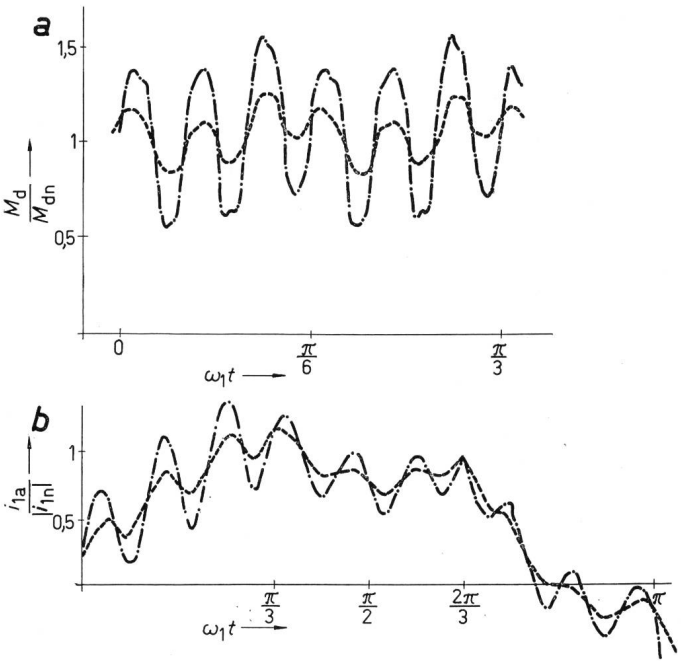


Fig. 9
Verlauf des Drehmoments und eines Strangstromes einer mit gepulsten Rechteckspannungen gespeisten Asynchronmaschine bei Nennläuferfrequenz und $\omega_p = 18\ \omega_1$, Parameter ν
a Verlauf des Drehmomentes
b Verlauf des Ständerstromes in Strang a
—·— $\nu = 1/4\ \nu_n$; --- $\nu = 3/4\ \nu_n$
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 6 und 8

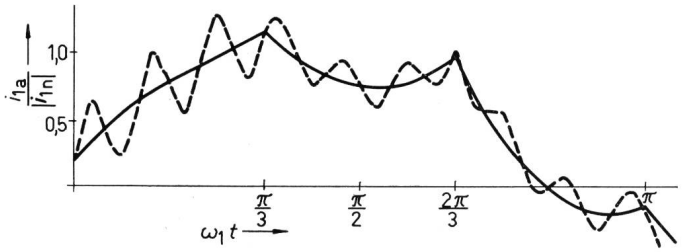


Fig. 8
Verlauf eines Strangstromes einer mit gepulsten Rechteckspannungen gespeisten Asynchronmaschine bei $\nu_n/2$ und Nennläuferfrequenz
--- gepulst, $\omega_p = 18\ \omega_1$; —— nicht gepulst
i_{1a} Ständerstrom in Strang a; i_{1n} Amplitudenwert des Nennständerstrangstroms

7. Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren angegeben, mit dem der Strom- und Drehmomentverlauf einer Asynchronmaschine mit Käfigläufer bei Speisung mit gepulsten Rechteckspannungen, wie sie beim «Unterschwingungsverfahren» auftreten, berechnet werden kann. Das Verfahren beruht auf der Darstellung des Maschinenverhaltens durch Raumzeiger und komplexe VZ2-Glieder. Die Entstehung der Strangspannungen an den Wicklungen der in Stern geschalteten Asynchronmaschine und der Verlauf des zugehörigen Raumzeigers wird abgeleitet und der Berechnungsgang für den Drehmoment- und Ständerstromverlauf beschrieben. Für eine gegebene Asynchronmaschine

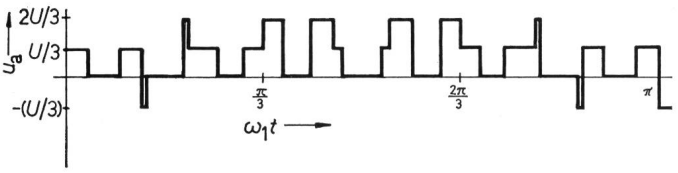


Fig. 10
Verlauf einer Strangspannung einer mit gepulsten Rechteckspannungen gespeisten Asynchronmaschine bei u_G sinusförmig, $f_H = 9f_G$, $\hat{u}_G/\hat{u}_H = 0{,}67$

werden die entstehenden Kurven mit der Drehzahl als Parameter berechnet und auf den Einfluss verschiedener Formen der für den Wechselrichter notwendigen Steuerspannungen hingewiesen.

Literatur

[1] *L. Abraham, K. Heumann* und *F. Koppelmann:* Zwangskommutierte Wechselrichter veränderlicher Frequenz und Spannung. ETZ-A 86(1965)8, S. 268...274.

[2] *K. Heumann* und *K. G. Jordan:* Das Verhalten des Käfigläufermotors bei veränderlicher Speisefrequenz und Stromregelung. AEG Mitt. 54(1964)1/2, S. 107...116.

[3] *K. Bystron* und *M. Meyer:* Kontaktlose, drehzahlregelbare Umrichtermaschinen für hohe Drehzahlen. Siemens Z. 37(1963)9, S. 660...667.

[4] *A. Schönung* und *H. Stemmler:* Geregelter Drehstrom-Umkehrantrieb mit gesteuertem Umrichter nach dem Unterschwingungsverfahren. BBC-Mitt. 51(1964)9/9, S. 555...577.

[5] *A. Schönung:* Speisung von Gruppenantrieben über selbstgeführte Umrichter. VDE-Fachtagung Elektronik 1969. Hannover, Deutsche Messe- und Ausstellungs-AG, 1969, S. 212...226.

[6] *D. Naunin:* Drehzahlverhalten der frequenzgesteuerten, wechselrichtergespeisten Asynchronmaschine im Feldschwächbereich. ETZ-A 91(1970)2, S. 105...108.

[7] *D. Naunin:* Berechnung des Drehmomentverlaufs einer Asynchronmaschine bei Speisung mit Rechteckströmen. ETZ-A 90(1969)8, S. 179...182.

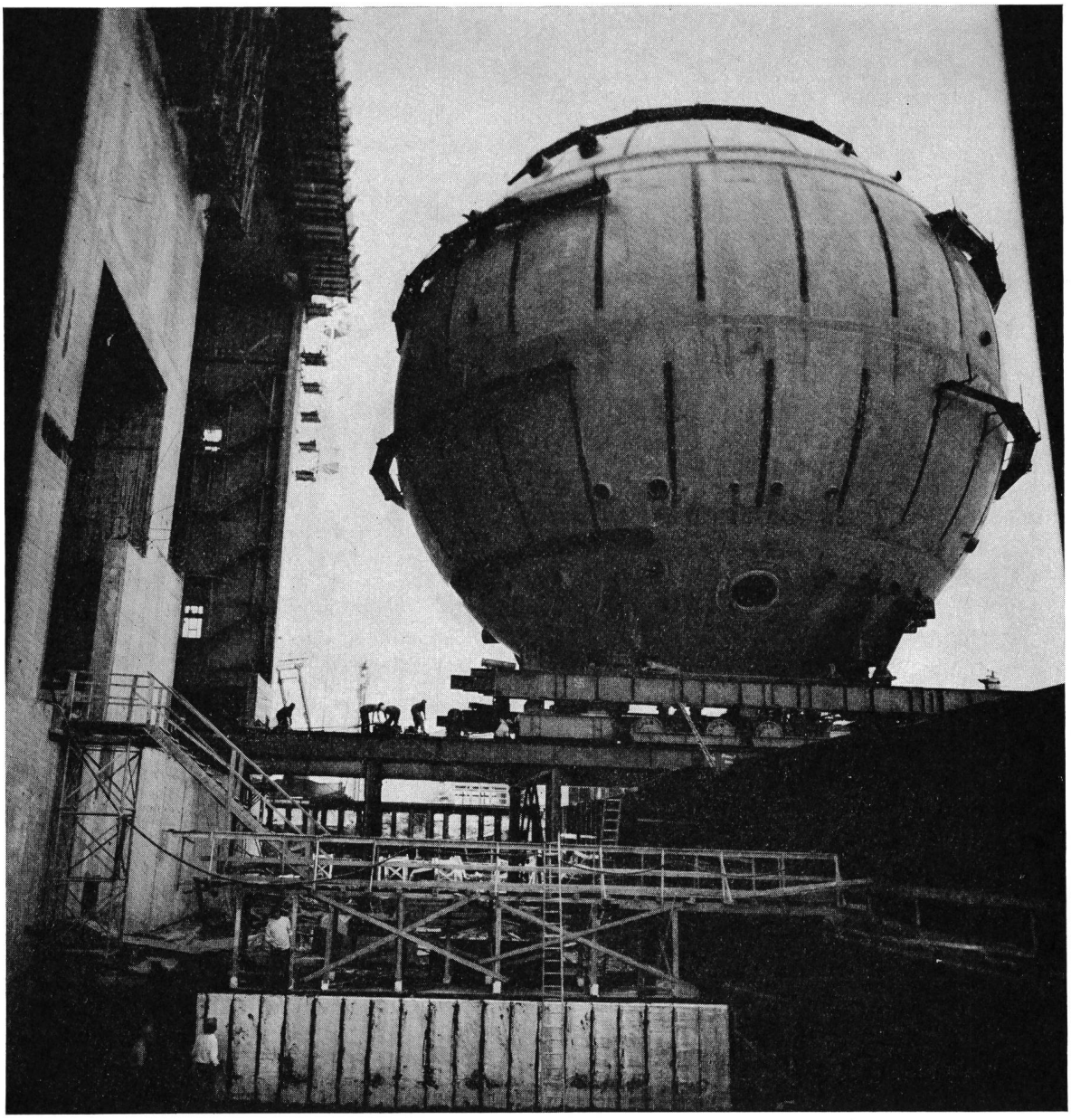
[8] *D. Naunin:* Berechnung des Drehmomentverlaufs einer Asynchronmaschine bei Speisung mit Rechteckspannungen. ETZ-A 90(1969)17, S. 412...415.

[9] *J. Štepina:* Raumzeiger als Grundlage der Theorie der elektrischen Maschinen. ETZ-A 88(1967)23, S. 584...588.

[10] *D. Naunin:* Die Darstellung des dynamischen Verhaltens der spannungsgespeisten Asynchronmaschine durch ein komplexes VZ2-Glied. Wiss. Ber. AEG-Telefunken 42(1969)1, S. 53...57.

[11] *D. Naunin:* Der Einfluss der Läuferfrequenz auf das Drehmomentverhalten von frequenzgesteuerten Asynchronmaschinen. Bull. SEV 61(1970)3, S. 118...123.

Adresse des Autors:
Dr.-Ing. *D. Naunin*, II. Institut für Allgemeine Elektrotechnik der Technischen Universität Berlin, Einsteinufer 19, D-1 Berlin 10.



Auf einer Verschubbahn von 110 m Länge wurde Anfang August 1971 mit Winden und hydraulischen Pressen der auf der Baustelle fertiggestellte Sicherheitsbehälter des 800-MW-Kernkraftwerkes Brunsbüttel in das Reaktorgebäude eingebracht. Der Behälter hat einen Durchmesser von 27 m und wiegt rund 1200 t.