

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 62 (1971)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Modulation und Codierung für die Datenübertragung  
**Autor:** Eggimann, F.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915820>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)  
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

## Modulation und Codierung für die Datenübertragung <sup>1)</sup>

Von F. Eggimann, Baden

621.37.037.3:621.376

*Die beiden Kenngrößen jeder digitalen Übertragung sind Geschwindigkeit und Fehlersicherheit. Beide Parameter sind — obwohl eine unmittelbare Funktion der Bandbreite und des Geräuschabstandes des der Übertragung dienenden Analogkanals — mit dem Mittel der Codierung gegeneinander austauschbar. Die Eigenschaften der heute verwendeten Modulationsarten und Codierungsmethoden werden betrachtet und mit den Eigenschaften des Übertragungskanals in Beziehung gebracht. Für den Telefonkanal werden Richtwerte für Geschwindigkeit und Fehlersicherheit verschiedener Modulations- und Codierungsverfahren angegeben.*

*Chaque transfert numérique est caractérisé par sa vitesse et sa fiabilité du point de vue des erreurs. Bien que constituant une fonction directe de la largeur de la bande et du rapport signal-bruit du canal analogique utilisé pour le transfert, les deux paramètres peuvent, à l'aide du codage, être mutuellement échangés. On examine les systèmes de modulation et les méthodes de codages actuelles et on déduit leurs relations par rapport aux propriétés du canal de transfert. Pour un canal téléphonique, on indique des valeurs de référence se rapportant à la vitesse et la fiabilité du point de vue des erreurs de divers procédés de modulation et de codage.*

### 1. Einführung und Problemstellung

An einem Modell werden die für die Datenübertragung charakteristischen Eigenschaften des Systems Sender/Kanal/Empfänger zusammengestellt und die Unterschiede zur Übertragung analoger Signale herausgearbeitet: Im allgemeinen lassen sich im digitalen Übertragungsprozess auf der Sendeseite die Schritte Codierung und Modulation klar auseinanderhalten. Auf der Empfangsseite sind die entsprechenden Schritte Demodulation und Decodierung je mit einem Entscheidungsprozess verbunden, der ein richtiges oder falsches Resultat liefern kann; in der Praxis ergeben sich nach der Demodulation Fehlerwahrscheinlichkeiten von  $10^{-3}$ ... $10^{-5}$ , während nach der Decodierung die Fehlentscheide in vielen Anwendungen eine Wahrscheinlichkeit von  $10^{-7}$ ... $10^{-9}$  nicht mehr überschreiten sollten. Es zeigt sich, dass diejenigen Eigenschaften des Kanals, die für die Sprachübertragung massgebend sind, also hauptsächlich Bandbreite (im Verhältnis zur Schrittgeschwindigkeit der Daten), lineare Verzerrungen, Rauschabstand und Frequenzverwerfung im wesentlichen die Wahl der Modulationsart bestimmen, während die Störcharakteristik des aus der Kaskade von Modulation-Analogkanal-Demodulation resultierenden Digitalkanals (vor allem in Bezug auf Bündelstörungen) zusammen mit der erwünschten Fehlerwahrscheinlichkeit und dem tragbaren Aufwand die Art und den Umfang der Codierung vorschreibt.

Die Eigenschaften der heute verwendeten Modulationssysteme werden miteinander verglichen: als einfach realisierbar und relativ störfest erweist sich die Frequenzschub-

tastung, während bessere Bandausnutzung mit phasengetasteten Systemen zu erreichen ist. Hohe Bitraten sind in der Regel der mehrstufigen Phasenmodulation oder aber den mehrstufigen AM-Systemen mit Quadratur- oder Restseitenbandmodulation in Verbindung mit automatischer adaptiver Entzerrung vorbehalten; Übertragungsraten bis zu 15 kbit/s auf Telefonleitungen sind möglich.

Die Codierungsverfahren reichen von einfacher Fehlererkennung über die Korrektur von seltenen zufälligen Fehlern mit kurzen Blockcodes bis zu rekurrenten Codes mit sequentieller Decodierung. Eine relativ hohe Wirksamkeit gegen Bündelstörungen bei gleichzeitig tragbarem Aufwand versprechen die gespreizten Codes.

Da der Anteil der Datenverbindungen ständig wächst, sind die Telephondienste mit Erfolg bestrebt, die Qualität ihrer Kanäle für die Bedürfnisse der Datenübertragung laufend zu verbessern. Praktisch fehlerfreie Übertragung von rund 10 kbit/s durch optimale Kombination von Modulation und Codierung erscheint in naher Zukunft wirtschaftlich möglich.

### 2. Ein Modell des Datenübertragungssystems

Fig. 1 zeigt das Modell des Übertragungssystems, das den folgenden Überlegungen zugrunde gelegt werden soll:

Die Quelle verfügt über einen endlichen, mit der Senke vereinbarten Zeichenvorrat. Der Übertragungsprozess besteht im allgemeinen aus den Schritten:

- Auswahl eines «Zeichens» durch die Quelle in zeitlich diskreten, äquidistanten Abständen,
- Codierung, d.h. Transformierung in ein anderes «Zeichen» aus einem potentiell grösseren Vorrat,

<sup>1)</sup> Vortrag, gehalten am 21. Oktober 1970 im Rahmen der «Journées d'électronique 1970», organisiert durch den «Chaire d'électronique de l'EPFL» in Lausanne.



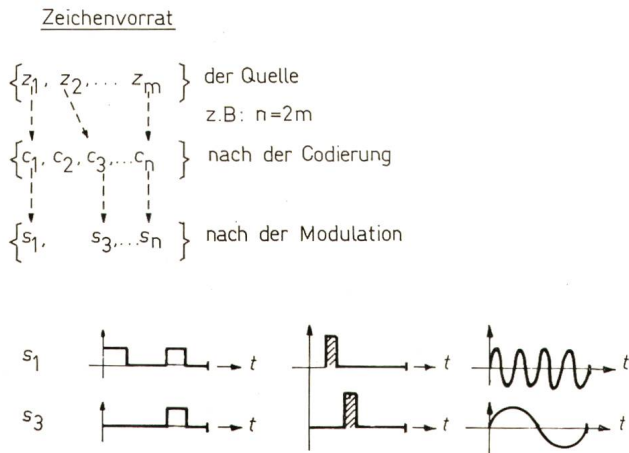
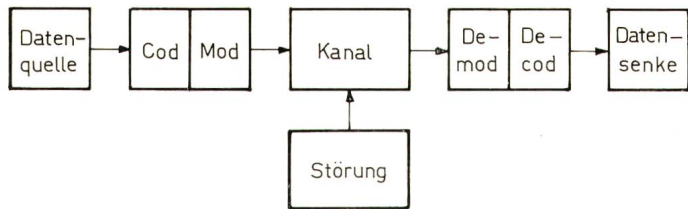


Fig. 1

### Modell eines Datenübertragungssystems

Die Zeichen der Quelle ( $z_1 \dots z_m$ ) werden durch die Codierung in neue Zeichen ( $c_1 \dots c_n$ ) und durch die Modulation in physikalische Signale ( $s_1 \dots s_n$ ) umgesetzt. Beispiele für Signalformen zeigen die unteren Zeilen ( $s_1 \dots s_3$ );  $t$  Zeit

- c) Modulation, d.h. Umsetzung des abstrakten Zeichens in eine physikalisch realisierbare Zeitfunktion einer elektrischen Grösse, also in ein dem Kanal angepasstes «Signal»,
- d) Übertragung des Signals über den Kanal,
- e) Demodulation des Signals, d. h. Rückumsetzung in das codierte Zeichen,
- f) Decodierung, d.h. Rücktransformation in das ursprüngliche Zeichen,
- g) Weitergabe des decodierten Zeichens an die Senke.

Der Kanal wird in der Regel keine ideale Übertragung des Signals gewährleisten; es wird an seinem Ausgang verzerrt und gestört sein. Von besonderem Interesse sind die Fehlentscheide nach der Demodulation und nach der Decodierung. Sie hängen stark ab von der Art der Signale und der Auslegung der Codierung.

### 3. Die Eigenschaften des Kanals

Der Telefonkanal ist das Medium, das für die Datenübertragung heute noch am häufigsten verwendet wird, obwohl in einigen Ländern besondere Datennetze (siehe z. B. [1]<sup>2)</sup>) — entweder für sehr langsame oder sehr schnelle Übertragungen — bereits existieren oder aufgebaut werden. Seine Eigenschaften sollen im folgenden zusammengestellt werden.

Es ist bekannt, dass der Telefonkanal nur Signale mit beschränktem Spektrum übertragen kann, z. B. ein Band von 300...3400 Hz. Doch auch Signale mit korrekt gewählter Bandbreite  $B$  und dem Spektrum  $S(j2\pi f)$

$$s_{\text{ein}}(t) = \int_{(B)} S(j2\pi f) \cdot \exp(j2\pi f t) df \quad (1)$$

werden nicht unverzerrt wiedergegeben, sondern erscheinen am Ausgang als veränderte Zeitfunktionen. Eine einzige Be-

<sup>2)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

dingung garantiert der Telefonkanal einigermaßen: sinusförmige Signale im Band  $B$  werden alle mit ähnlicher Amplitude übertragen. Doch bereits die Phasenbeziehung zweier verschiedener Schwingungen im Band  $B$  ist in der Praxis nicht mehr bestimmt; im besonderen ist die Phase in der Regel keine lineare Funktion der Frequenz, wodurch Laufzeitverzerrungen entstehen.

Die Kanaleigenschaften werden in Bezug auf Amplitude und Phase am übersichtlichsten mit der komplexen Übertragungsfunktion  $H(j2\pi f)$  beschrieben. Der Einfluss auf das Ausgangssignal ergibt sich dann auf dem Umweg über den Spektralbereich aus der inversen Fouriertransformation:

$$s_{\text{aus}}(t) = \int_{(B)} S(j2\pi f) \cdot H(j2\pi f) \cdot \exp(j2\pi f t) df \quad (2)$$

Anschaulicher zeigt die Berechnung im Zeitbereich das Ausmass der Verzerrungen:

$$s_{\text{aus}}(t) = \int_0^t s_{\text{ein}}(a) \cdot h(t-a) da \quad (3)$$

worin

$$h(t) = \int_{(B)} H(j2\pi f) \cdot \exp(j2\pi f t) df \quad (4)$$

die sog. Impulsantwort des Kanals ist. Hat  $h(t)$  eine endliche Dauer, was für technische Systeme immer vorausgesetzt werden darf, so ergibt sich das Ausgangssignal im eingeschwungenen Zustand als gleitendes Mittel des mit der Impulsantwort gewichteten Eingangssignals. Jedes Eingangselement löst eine Impulsantwort aus; ihre Wirkung zur Zeit  $t$  ist durch  $s_{\text{ein}}(a) \cdot h(t-a)$  da gegeben. Durch Summierung erhält man das Ausgangssignal gemäss Gl. (3) als lineare Superposition aller

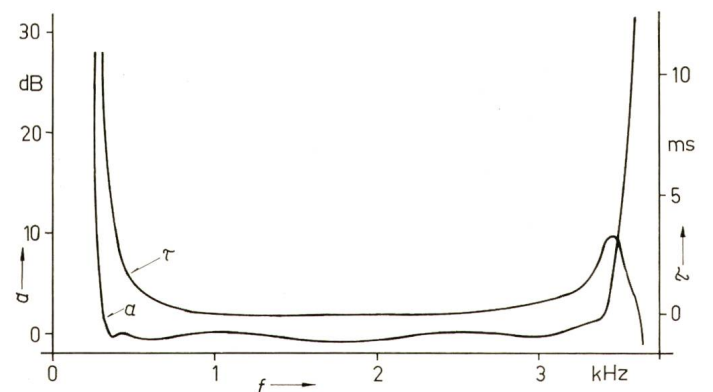


Fig. 2

Beispiel für die komplexe Übertragungsfunktion eines Kanals und ihre Wirkung auf das Signal

- $a$  Dämpfung
- $\tau$  Gruppenlaufzeit
- $S(j2\pi f)$  Spektrum des Eingangssignals  $s_{\text{ein}}(t)$
- $f$  Frequenz

Das Ausgangssignal  $s_{\text{aus}}(t)$  kann entweder als Fouriertransformation des Produkts der Spektren  $S(j2\pi f)$  und  $H(j2\pi f)$  oder als Faltung des Eingangssignals  $s_{\text{ein}}(t)$  mit der Impulsantwort  $h(t)$  des Kanals berechnet werden



Bandbreite (10 dB)	300...3400 Hz
Dämpfungsverzerrungen	10 dB
Laufzeitverzerrungen	<div> <div>10 ms</div> <div>1 ms (900...2300 Hz)</div> </div>
Frequenzverwerfung	0...2...(10) Hz
Rauschabstand	35 dB
Impulsstörungen (gemäss [2]) und ihre Dauer:	<div> <div>60 % &lt; 0,4 ms</div> <div>95 % &lt; 13 ms</div> </div>
Nichtlineare Verzerrungen	—40 dB
Quantisierungsgeräusch (PCM)	—35 dB

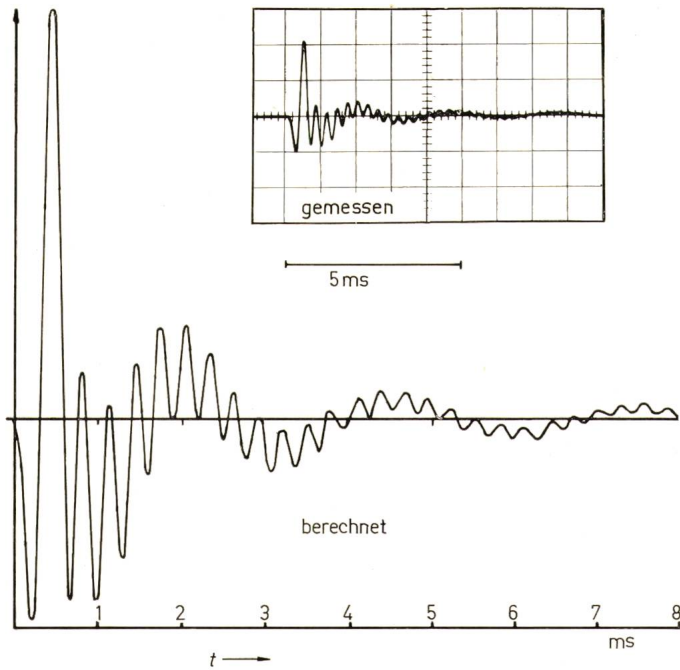


Fig. 3

Beispiel für einen Vergleich zwischen gemessener und durch FFT aus dem Kanalspektrum berechneter Impulsantwort

(FFT: Methode zur schnelleren Berechnung der Fouriertransformation, «Fast Fourier Transform»);  $t$  Zeit

Ausgangselemente. Solange ein Kanal diesen Charakter besitzt, nennt man ihn und seine Verzerrungen linear.

Ein Beispiel für das Spektrum eines Kanals (Dämpfung und Laufzeit) zeigt Fig. 2, während Fig. 3 die gemessene und — zu Simulationszwecken — aus dem komplexen Spektrum berechnete Impulsantwort wiedergibt.

Auf den üblicherweise nichtsynchrone Trägerfrequenzstrecken tritt eine weitere mögliche Verzerrung hinzu, die Frequenzverwerfung: Das Spektrum des empfangenen Signals kann um einige Hertz gegen das ursprünglich gesendete Signalspektrum verschoben sein (Fig. 4a).

Ist schliesslich nach einer zwischen zwei Punkten geschalteten Vierdrahtstrecke die Gabel an der Übergangsstelle zur Zweidrahtstrecke nicht ideal abgeschlossen, entsteht ein Echo, das, unter Umständen nur schwach gedämpft, dem Hauptsignal mit der doppelten Laufzeit der Vierdrahtstrecke folgt (Fig. 4b).

Obwohl die Eingangs-Ausgangsbeziehungen auch der beiden letztgenannten Kanäle im mathematischen Sinne linear sind, zählt man diese Abweichungen von der idealen Charakteristik üblicherweise nicht zu den linearen Verzerrungen. Echt nichtlineare Verzerrungen können in Verstärkern und bei Modulations- und Demodulationsvorgängen, auch durch Mehrwegausbreitung bei FM, erzeugt werden, sowie in der Form von Quantisierungsgeräusch bei zwischengeschalteten PCM-Strecken auftreten; in allen diesen Fällen haben die Störungen Geräuschcharakter, sind jedoch signalabhängig. Eigentliche nutzsinalunabhängige Geräusche können herühren von übersprechenden Nachbarkanälen, rauschenden Verstärkern und Funkstrecken und schliesslich von den gefürchteten Impulsstörungen, die bei gewählten Verbindungen hauptsächlich von Schaltvorgängen in den Zentralen stammen.

Dank der hohen Redundanz der Sprache sind alle hier aufgeführten Abweichungen vom idealen Kanal, die linearen

Verzerrungen wie die Geräusche, im normalen Gespräch weitgehend belanglos. Die informationstragenden Merkmale der Sprache werden vom menschlichen Ohr und Gehirn derart kunstvoll ausgewertet, dass diese Störungen kaum ins Gewicht fallen, solange sie ein bestimmtes Mass nicht überschreiten. In der Tabelle I sind die Kanaleigenschaften zusammengestellt; die angegebenen Zahlen sind Richtwerte, die unter Umständen beträchtlich unter- oder überschritten werden können.

#### 4. Modulation

Zweck der Modulation ist die Abbildung des ausgewählten und codierten Zeichens in ein physikalisches Signal zur Gewährleistung einer optimalen Übertragung. Dabei ist unter Umständen von einem Zeichenvorrat der Quelle in der Grössenordnung von  $m = 2 \dots 10^2$  Zeichen auszugehen (Fernschreibalphabet). Zur Lösung bieten sich im Extremfall zwei verschiedene Möglichkeiten an, die von ihrer Wirksamkeit

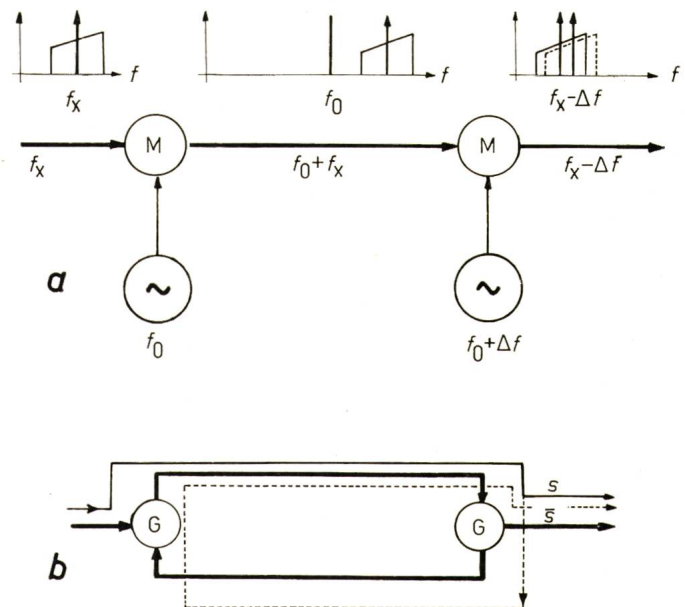


Fig. 4

#### Frequenzverwerfung und Echoproblem

##### a Frequenzverwerfung

Sie entsteht durch asynchrone Modulations- und Demodulations-Trägergeneratoren: Das Spektrum des Ausgangssignals ist um die Frequenzdifferenz  $\Delta f$  der Trägergeneratoren verschoben

##### b Echoproblem

Durch Fehlanpassung an der rechten Gabel entsteht ein Echosignal  $s$ , das die Vierdrahtstrecke ein zweites Mal durchläuft und sich verzögert dem Hauptsignal  $s$  überlagert

$f$  Frequenz;  $f_0$  Trägerfrequenz;  $f_x$  diskrete Frequenz im Modulationssignal;  $\Delta f$  Differenz der Trägerfrequenzen

$M$  Modulatoren;  $G$  Gabelschaltungen



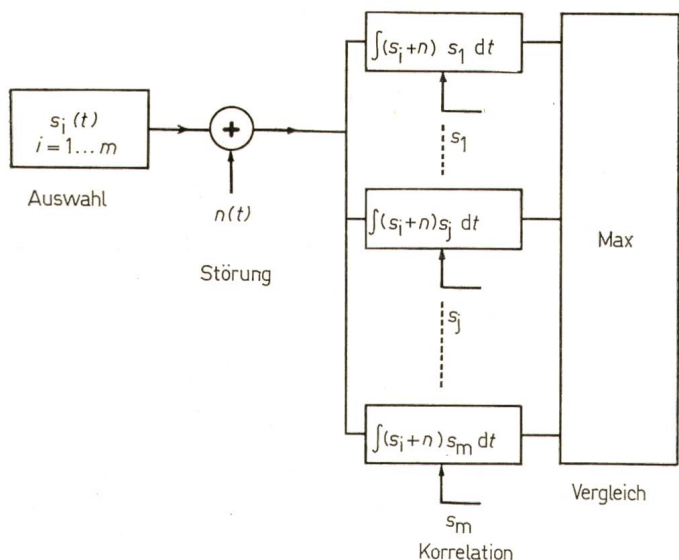


Fig. 5

# **Blockschema einer digitalen Übertragung mit Korrelationsempfänger**

Der Korrelationsempfang ist optimal bei normalverteiltem Störuschen

$n$  additiv störendes Rauschen;  $s_1, \dots, s_m$  Sendesignale und Musterfunktionen im Empfänger;  $t$  Zeit

$Max$  Vergleichseinrichtung, welche die Musterfunktion mit der maximalen Korrelation mit dem gestörten Eingangssignal feststellt

und dem technisch sinnvollen Aufwand her beurteilt werden müssen: Der Darstellung jedes Zeichens durch eine ihm zugewiesene besondere Signalform, die auf der Empfangsseite als Einheit ausgewertet wird, steht die Aufteilung des Signals in einzelne Elemente gegenüber, z. B. in mehrere binäre Schritte, die empfangsseitig einzeln ausgewertet werden. In beiden Fällen soll für die Übertragung eines ganzen Zeichens eine gewisse konstante Energie  $E$  und die Zeit  $T$  zur Verfügung stehen.

Im ersten Fall sind z. B. für  $m = 100$  hundert verschiedene Signale zu generieren und auch auszuwerten. Die Theorie zeigt [3], dass diese einzelnen Signalformen möglichst verschieden gewählt werden müssen, wobei der Kreuzkorrelationskoeffizient  $\lambda_{ik}$  zwischen  $i$ -ter und  $k$ -ter Signalform

$$\lambda_{ik} = \frac{1}{E} \int_0^T s_i(t) \cdot s_k(t) \cdot dt \quad i, k = 1 \dots m \quad (5)$$

mit

$$E = \int_0^T s_i^2(t) \cdot dt \quad i = 1 \dots m \quad (6)$$

ein Mass für ihre Verschiedenheit darstellt. Es lässt sich weiter zeigen, dass bei  $m$  Signalformen  $\lambda_{ik}$  für  $i \neq k$  nicht kleiner werden kann als:

$$\lambda_{opt} = - \frac{1}{m-1} \quad (7)$$

z. B.  $m = 2: \quad \lambda_{opt} = -1$

und  $m \rightarrow \infty: \quad \lambda_{opt} \rightarrow 0$

$\lambda_{ik}$  beschreibt die normierte Projektion der  $i$ -ten auf die  $k$ -te Signalform.

Im Falle von normalverteiltem, weissem Rauschen korreliert der optimale Empfänger das empfangene, verrauschte Signal  $s_i(t) + n(t)$  mit sämtlichen  $m$  gespeicherten Muster-

signalformen und betrachtet diejenige als gesendet, für welche das Integral

$$\int_0^T [s_i(t) + n(t)] \cdot s_j(t) \cdot dt \quad j = 1 \dots m \quad (8)$$

maximal wird: Er bildet die Projektion der Empfangsfunktion auf die Musterfunktion (Korrelations- oder Matched-Filter-Empfänger). Es entstehen Fehler, wenn infolge Rauschens die Projektion auf eine falsche Musterfunktion grösser wird als auf die richtige. Die Praxis zeigt, dass Systeme mit gutem Verhalten bei normalverteiltem Rauschen anderen Systemen auch bei Impulsstörungen überlegen sind (Fig. 5).

Als wesentliche Grösse, die in allen diesen Fällen den Rauschabstand beschreibt, tritt das Verhältnis

$$\frac{\text{Signalenergie}}{\text{doppelseitige spektrale Rauschleistungsdichte}} = \frac{E}{N_d} \quad (9)$$

auf. Dabei kam über die Gleichungen

$$\frac{P_s}{P_N} = \frac{E}{N_d} \cdot \frac{1}{2BT} \quad (10)$$

mit:  $P_s = E/T$  Signalleistung,  $P_N = 2BN_d$  Rauschleistung

und die Rauschbandbreite  $B$  des Empfängers immer auf den eigentlichen Rauschabstand geschlossen werden.

Für grosse  $m$  geht  $\lambda_{opt}$  gegen Null, das heisst, dass dann orthogonale Signale einen relativ guten Kompromiss darstellen. (Allerdings besitzt ein Frequenzband der Breite  $B$  nur

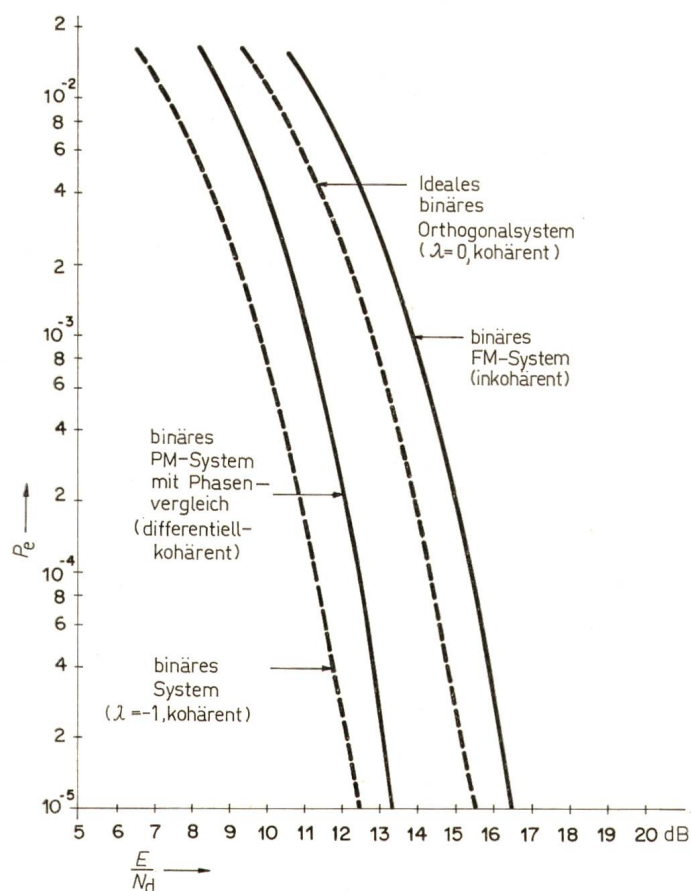


Fig. 6

# **Bitfehlerwahrscheinlichkeit $P_e$ binärer Modulationsverfahren**

$E$  Energie der binären Signalform

$N_d$  Doppelseitige spektrale Rauschleistungsdichte



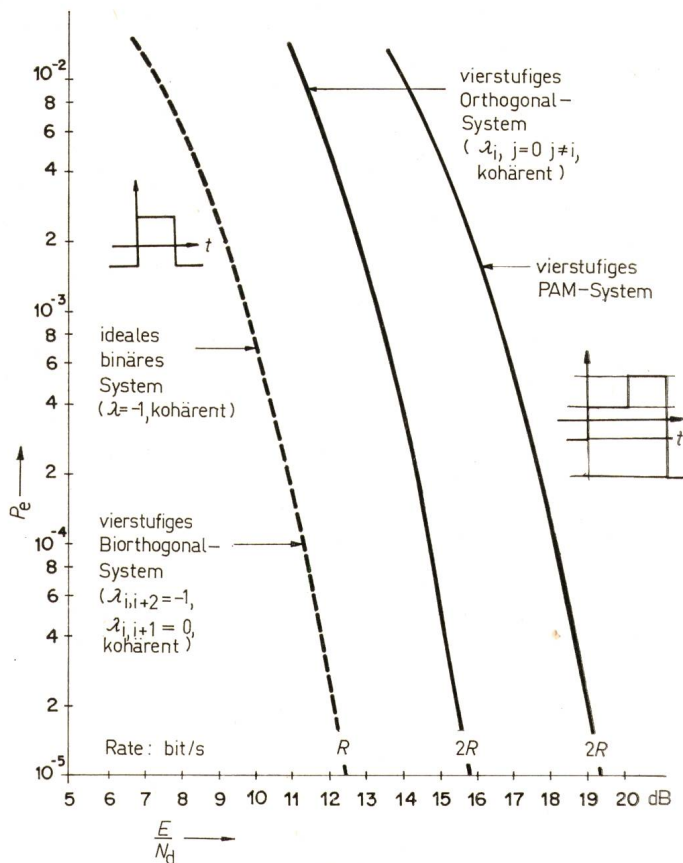


Fig. 7  
Bitfehlerwahrscheinlichkeit  $P_e$  mehrstufiger Modulationsverfahren  
Bezeichnungen siehe Fig. 6

ungefähr  $2BT$ -Dimensionen [11], was bedeutet, dass in ihm nur  $2BT$  orthogonale Signalformen aufgespannt werden können.) Noch etwas näher beim Optimum liegen die biorthogonalen Signalformen, die aus den orthogonalen Signalen abgeleitet werden, indem deren negative Spiegelbilder ebenfalls in das Alphabet aufgenommen werden, wodurch die Anzahl Signalformen ohne Bandbreitenzunahme verdoppelt wird.

Bei kohärenten Übertragungssystemen, d.h. bei Systemen, die empfangsseitige Kenntnis der Trägerphase voraussetzen, wird man demzufolge die biorthogonalen Signale bevorzugen; im einfachsten Fall ( $m = 2$ ) führt dies zu zwei entgegengesetzt gleichen Signalformen, z.B.  $\pm 1$  im Basisband, oder zu einer Phasenumtastung für Trägersignale. Fig. 6 zeigt, welche Fehlerwahrscheinlichkeit in diesen Fällen, also z.B. mit Phasenumtastung, erreichbar ist; dabei ist die Bitfehlerwahrscheinlichkeit als Funktion des Verhältnisses von Signalenergie zu doppelseitiger Rauschleistungsdichte aufgetragen. Durch Phasenvergleich zweier hintereinanderfolgender Signale genügt eine differentielle Kohärenz, wodurch gleichzeitig das Problem der Phasenzweideutigkeit eliminiert wird; allerdings wird man für die gleiche Fehlerwahrscheinlichkeit 1...2 dB mehr Nutzleistung aufbringen müssen. Orthogonale Binärsysteme benötigen bei kohärenter Demodulation einen um 3 dB höheren Geräuschabstand; die sehr einfache binäre Frequenzschubtastung fordert theoretisch nochmals etwa 1...2 dB mehr, während für dispersionsbehaftete Kanäle in praktischen Fällen mit etwa 3 dB zusätzlicher Signalleistung zu rechnen ist [13].

Verzichtet man jedoch auf gute Korrelationseigenschaften unter den einzelnen Signalen — dies vor allem, um Bandbreite

zu sparen —, kommt man beispielsweise auf quantisierte Impulsamplitudenmodulation: Eine vierstufige PAM benötigt ungefähr 7 dB mehr Rauschabstand; sie überträgt allerdings auch 2 bit pro Amplitudenstufe, also im Vergleich zur ebenfalls dargestellten Kurve eines Binärsystems die doppelte Informationsmenge pro Zeiteinheit. Die gleiche Kapazität besitzt ein vierstufiges Orthogonalsystem bei etwa der halben mittleren Leistung (Fig. 7).

Nun stellt sich die Frage, ob es überhaupt möglich ist, auch für größere  $m$  Signalformen zu finden, welche optimal korreliert sind. Viterbi zeigt [4], dass Sequenzen maximaler Länge, wie sie von rückgekoppelten Schieberegistern erzeugt werden, die geforderten Bedingungen erfüllen: Ein Register der Zellenzahl  $n$  erzeugt eine Sequenz von  $2^n - 1$  Schritten, welche durch zyklische Verschiebung  $2^n - 1$  Signalformen liefert, zusammen mit dem Nullwort erhält man daraus  $m = 2^n$  Signalformen, welche untereinander optimal ( $\lambda_{ik} = -1/[2^n - 1]$ ) korreliert sind. Überträgt man ein Alphabet von  $m = 8$  Zeichen auf diese Weise, erhält man eine um Größenordnungen geringere Wortfehlerwahrscheinlichkeit als bei der Übertragung von total drei Binärschritten pro Wort, auch wenn darin jeder Schritt mit einem optimalen Binärsignal ( $\lambda = -1$ ) dargestellt und empfangsseitig einzeln demoduliert wird (Fig. 8). Allerdings ist der apparative Aufwand bereits für 8 Signalformen nicht unbedeutend: für eine echte Korrelation muss das empfangene Signal mit allen (allerdings digital speicherbaren) Mustern multipliziert, müssen die Produkte integriert und untereinander verglichen werden.

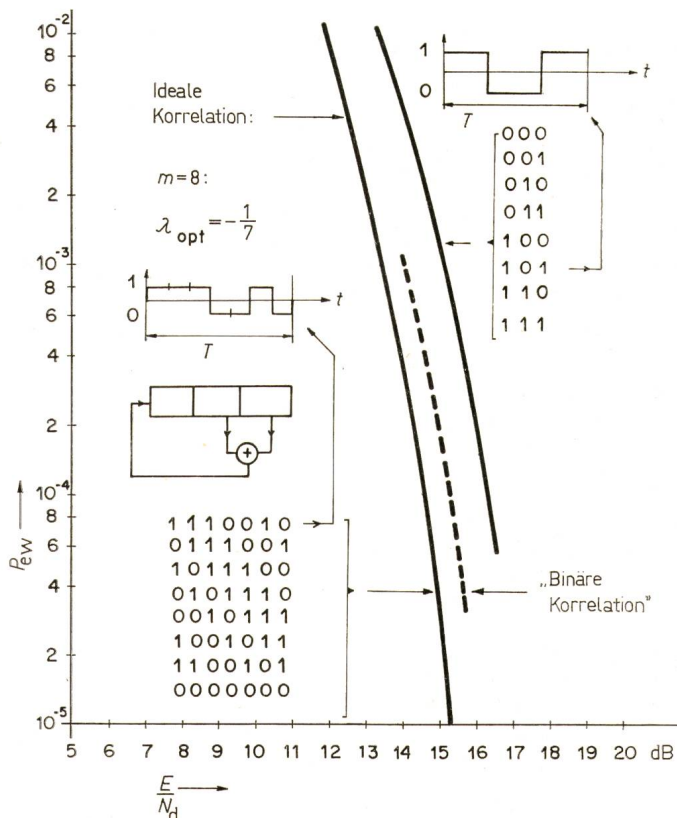


Fig. 8  
Wortfehlerwahrscheinlichkeit  $P_{ew}$  für verschiedene Modulations- und Demodulationsverfahren

In allen Fällen steht die gleiche Energie pro Zeichen (Intervall  $T$ ) zur Verfügung. Im Fall der «binären Korrelation» wird für die Korrelation mit dem idealen optimalen Muster nur das Vorzeichen der einzelnen Teilschritte benutzt

Bezeichnungen siehe Fig. 6



Bei diesem Verfahren sind nun Vereinfachungen denkbar, die zwar eine gewisse Reduktion der Störfestigkeit mit sich bringen, dafür aber — besonders mit digitalen Schaltkreisen — erheblich weniger Aufwand erfordern: Die Empfangsfunktion wird ideal begrenzt (d. h. man fragt in jedem Augenblick nur noch nach dem Vorzeichen), womit auch sie sich binär darstellen und speichern lässt; der Vergleich mit den Mustern und die Integration wird ersetzt durch das Abzählen von binären Koinzidenzen mit den zeitlich zyklisch verschobenen Musterfunktionen.

Mit diesen Betrachtungen finden wir uns plötzlich mitten im Gebiet der Codierung: Die Anzahl Elemente in welchem sich die zwei ähnlichsten Signalformen unterscheiden, heisst dann Hamming-Abstand; dürfen infolge Rauschens gewisse Koinzidenzen ausfallen, ohne dass eine Signalform einer anderen zu sehr benachbart wird, nennt man den Code «fehlerkorrigierend». Im gegebenen Beispiel kann ein Fehler korrigiert, ein zweiter noch sicher erkannt und mit einer Rückfrage richtiggestellt werden. Die Wahrscheinlichkeit  $P_{ew}$ , dass im 7-Element-Wort mehr als zwei Fehler vorkommen, ist bei einer Elementfehlerwahrscheinlichkeit von  $P_e$  gegeben durch:

$$P_{ew} = 1 - (1 - P_e)^7 - 7(1 - P_e)^6 - 21 P_e^2 (1 - P_e)^5 \approx 35 P_e^3 \text{ für } P_e \ll 1 \quad (11)$$

Dabei steht für ein Element nur  $1/7$  der Energie des ganzen Wortes zur Verfügung; die resultierende Kurve  $P_{ew}$  ist in Fig. 8 als «binäre Korrelation» ebenfalls eingetragen; sie liegt erwartungsgemäss zwischen der Kurve für den optimalen Empfänger und derjenigen der einfachen Binärübertragung der drei Bits.

In den Überlegungen zu den optimalen Signalformen hat die Bandbreite und die Lage des Frequenzbandes bis jetzt keine Rolle gespielt. Da der Telephonkanal nur Spektralanteile oberhalb 300 Hz übertragen kann, müssen Basisbandsignale durch eine lineare Frequenztransposition in die richtige Frequenzlage versetzt werden; als sehr geeignet erweisen sich die Restseitenbandmodulation (für Basisbandsignale mit nichtverschwindender Leistungsdichte bei 0 Hz) oder orthogonale Modulationsverfahren (Modulation zweier orthogonaler Trägerschwingungen gleicher Frequenz durch zwei unabhängige Basisbandsignale [3; 5]). Bei guter Bandbreitenausnutzung werden in diesen Fällen lineare Übersprechverzerrungen zwischen einzelnen Signalschritten nicht zu vermeiden sein. Durch adaptive Entzerrer ist eine Kompensation möglich; als besonders brauchbar erweisen sich einfache, nichtrekursive Transversalfilter [6; 7; 8] sowie quantisiert rekursive Transversalfilter [9]. Taktfrequenzen bis über 6 kHz bei gleichzeitiger Quantisierung der Amplitude in 4 oder 8 Stufen ( $\triangleq 2$  oder 3 bit pro Impuls) sind erreichbar; mit der Übertragung von 10...15 kbit/s kommt man bei einer Bandbreite von 3000 Hz und einem Rauschabstand von 35 dB der theoretischen Kanalkapazität

$$C = B \log_2 \left[ \frac{P_s}{P_N} + 1 \right] \approx 35 \cdot 10^3 \text{ bit/s} \quad (12)$$

bereits näher.

Zusammenfassend zeigt die Praxis: Im Geschwindigkeitsbereich von 50...2400 bit/s ist die einfach realisierbare, störste Frequenzschubtastung führend. Bei höheren Geschwin-

digkeiten von 3600...9600 bit/s findet man die vier- oder achtstufige Phasenmodulation, o (ft) mit differentielltem Phasenvergleichsmodulator, während Geschwindigkeiten von 4800...14400 bit/s den mehrstufigen PAM-Signalen in Verbindung mit Restseitenbandmodulation und adaptiver Entzerrung vorbehalten sind [10]. Die dann recht häufig auftretenden Fehler können nur dank einer wirksamen Codierung mit Fehlererkennung und teilweiser Fehlerkorrektur in Kauf genommen werden.

## 5. Codierung

Bei einer idealen, fehlerfreien Datenübertragung entsprechen die demodulierten Signale und damit die an die Senke abgegebenen Zeichen dank ihrer digitalen Natur und der damit verbundenen Regenerationsmöglichkeit genau den gesendeten Signalen und damit den von der Quelle ausgewählten Zeichen. Sobald der Kanal gestört ist, treten jedoch bereits bei der Demodulation mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit Fehler auf. In praktischen Fällen arbeiten die Codier- und Decodiereinrichtungen mit binären Elementen, weshalb die Demodulation in der Regel unabhängig von der Modulationsart einen — zeitweise gestörten — Bitstrom liefert. Im Kapitel über die Modulation wird gezeigt, mit welchen Bitfehlerwahrscheinlichkeiten bei Rauschstörungen und den verschiedenen Verfahren zu rechnen ist. Neben den zufälligen Fehlern wirken sich die oft sehr energiereichen Impulsstörungen oder Schwund-einbrüche bei Funkverbindungen für alle Modulationsverfahren katastrophal aus. Solchen Störungen, die bei der Demodulation zu Gruppen von hintereinanderfolgenden Fehlerbits führen, ist nur durch eine starke Codierung beizukommen: Durch das Einfügen von untereinander und mit der Nachricht eng korrelierten Prüfzeichen wird das lose Band des Nachrichtenflusses zu einer Verbindung mit enger innerer Abhängigkeit, welcher ein Ausfall auch von mehreren Elementen wenig anhaben kann. Die Codierung verteilt Bruchteile von Information über jedes Nachrichtenelement auf mehrere Prüfelemente. Dadurch können Fehler entdeckt und unter Umständen auch korrigiert werden.

Die möglichen Fehlerkombinationen in einer begrenzten Folge von Zeichen oder Elementen sind jedoch oft so mannigfaltig, dass in der Regel nur die wahrscheinlichsten zu entdecken oder zu korrigieren sind. Bei Zufallsfehlern hängt die Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes Fehlermuster nur von der Anzahl der gestörten Elemente ab, während Büschelstörungen oft in lange störfreie Intervalle eingebettet sind [12].

Die beiden Störarten verlangen eine unterschiedliche Codierung, doch wird in allen Fällen ein Mitteilungs- oder Nachrichtenteil sendeseitig durch einen Prüfteil ergänzt. Empfangsseitig wird die vollständige codierte Zeichenfolge ausgewertet und die Einhaltung der Code-Vorschriften überprüft. Gewisse geringe Abweichungen können korrigiert werden, andere führen zu einer Wiederholungsaufforderung, wieder andere bleiben unentdeckt.

Die Wahl des Codes hängt zusätzlich stark von der Verkehrsart ab: Bei einer echten Simplexstrecke werden Daten nur in einer Richtung übertragen; es ist nicht möglich, eine Quittung oder Wiederholungsaufforderung zu senden. Der Code wird vor allem auf eine wirkungsvolle Fehlerkorrektur auszulegen sein, doch ist bei vertretbarem Aufwand die Sicherheit nur bei mässigen Störraten gewährleistet.

Im Duplexverkehr können beide Übertragungsrichtungen gleichzeitig belegt werden; ein Quittungssignal lässt sich ohne



Zeitverlust übertragen. In diesen Fällen ist die blockweise Sicherung der Information durch einen fehlererkennenden Code vorteilhaft. Der Sender reiht Datenblock an Datenblock, ohne eine Quittung abzuwarten; erhält er eine Wiederholungsaufforderung, unterbricht er die Emission und wiederholt ab fehlerbehaftetem Block. Bei zunehmender Stördichte nimmt der Informationsfluss schnell ab; im Grenzfall ist die Übertragung durch die ständige Wiederholung der gleichen Information blockiert.

Der Halbduplexverkehr erlaubt eine Übertragung in beiden Richtungen, jedoch nicht gleichzeitig. Jeder Wechsel der Übertragungsrichtung ist mit einer toten Umschaltzeit verbunden. Bei relativ störfreien Kanälen kann mit langen, durch Fehlererkennung gesicherten Blöcken gearbeitet werden; zunehmende Störungen verkürzen die optimale Blocklänge für maximalen Informationsfluss, da kürzere Blöcke mit grösserer Wahrscheinlichkeit fehlerfrei übertragen werden.

Ergänzt man im Duplex- und Halbduplexverkehr die Fehlererkennung durch eine Korrektur der wahrscheinlichsten Fehler, erhält man unterhalb einer bestimmten Fehlerrate einen kontinuierlichen und nahezu störfreien Informationsfluss.

Fig. 9 zeigt schematisch die wichtigsten Codierungsverfahren. Eine grobe Unterteilung ist durch die Stichworte Wiederholung, Blockcodes und blockfreie Codes gegeben.

Die einfache Wiederholung erlaubt im symmetrischen Kanal eine Fehlererkennung; bei Kanälen mit stark unsymmetrischer Fehlerstruktur ist mir ihr sogar eine Korrektur möglich; beispielsweise werden bei einer elektronisch stark

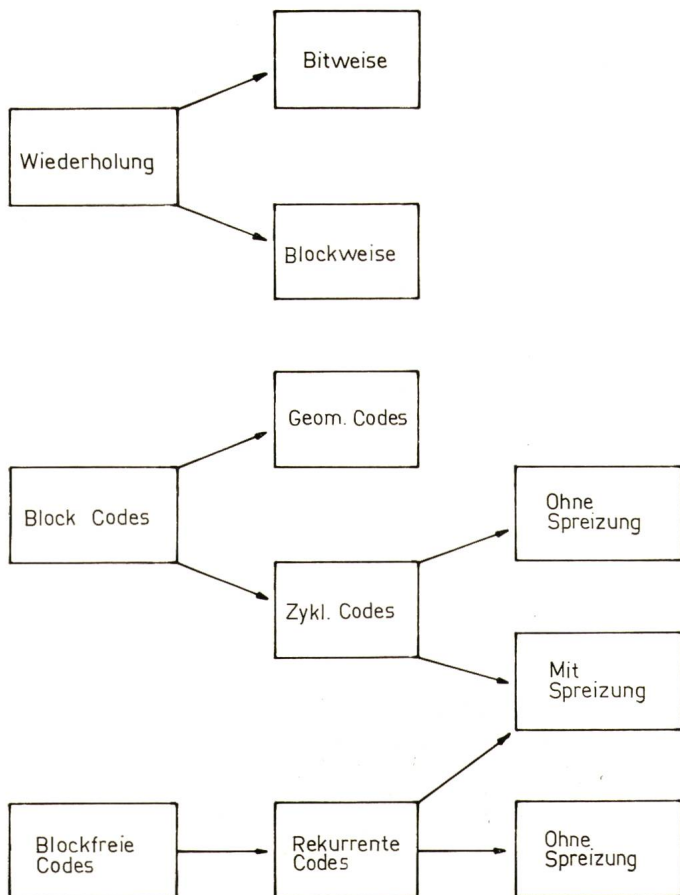


Fig. 9  
Die wichtigsten Codiervverfahren

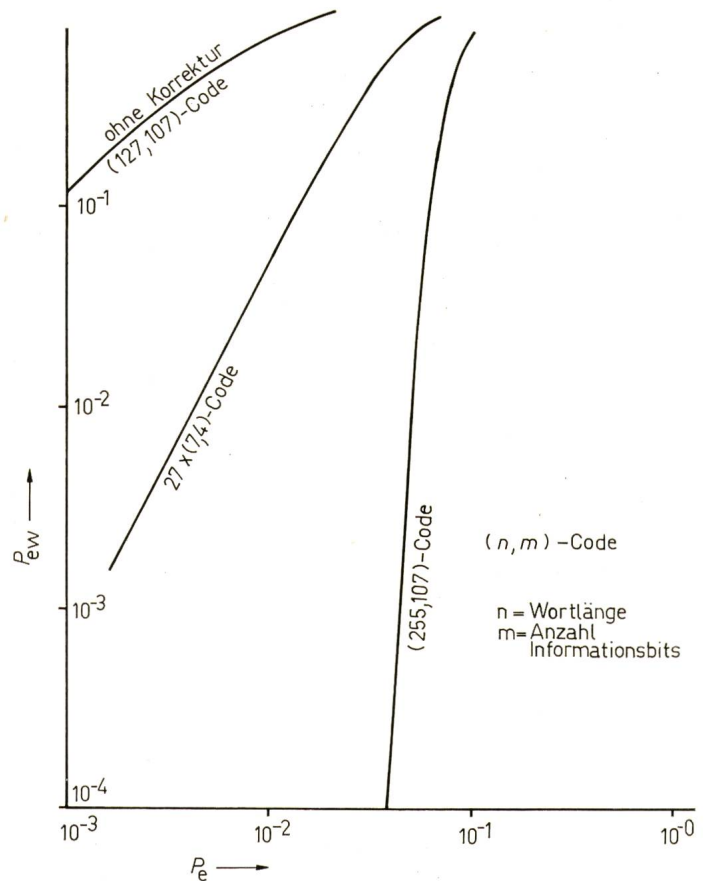


Fig. 10  
Vergleich verschiedener Codes für ungefähr 107 Informationsbits  
 $P_e$  Bitfehlerwahrscheinlichkeit;  $P_{ew}$  Wortfehlerwahrscheinlichkeit

gestörten Funkverbindung mit einer Ein-Aus-Amplitudentastung unter Umständen viel wahrscheinlicher Impulse vorge-täuscht als unterdrückt. Eine empfangene Impulslücke darf hier praktisch als sicher betrachtet werden. Bei symmetrischen Kanälen ist eine Fehlerkorrektur erst bei zwei Wiederholungen in der Form eines Mehrheitsentscheides möglich.

Höheren Informationsfluss gestatten die Blockcodes, besonders mit zunehmender Länge; ihre Leistungsfähigkeit ist vergleichbar mit derjenigen von optimalen Signalförmern für grosse  $m$ , wie sie in der Modulationstechnik als wünschenswert, jedoch besonders auf der Demodulatorseite als kaum realisierbar erscheinen [14].

Fig. 10 zeigt, mit welcher Fehlerwahrscheinlichkeit ein Wort von rund hundert Informationsbits zuerst ohne Codierung, dann als Folge von 27 kürzeren Worten im (7,4)-Hamming-code und schliesslich als einziges Wort mit einem (255, 107)-Bose-Chaudhuri-Code übertragen wird, wenn von der Bitfehlerwahrscheinlichkeit, also von konstanter Energie pro Bit ausgegangen wird. Da der (7,4)-Teilcode pro Codewort einen Fehler korrigieren kann, ist ein einziges Fehlermuster mit maximal 27 Fehlern im ganzen Wort korrigierbar; im (255, 107)-BC-Code sind nur maximal 22 Fehler korrigierbar, jedoch als beliebige Fehlermuster. Wenn auch der Aufwand für die Decodierung dieses Codes noch sehr hoch ist, sind Codes mit etwa der halben Länge heute wirtschaftlich decodierbar.

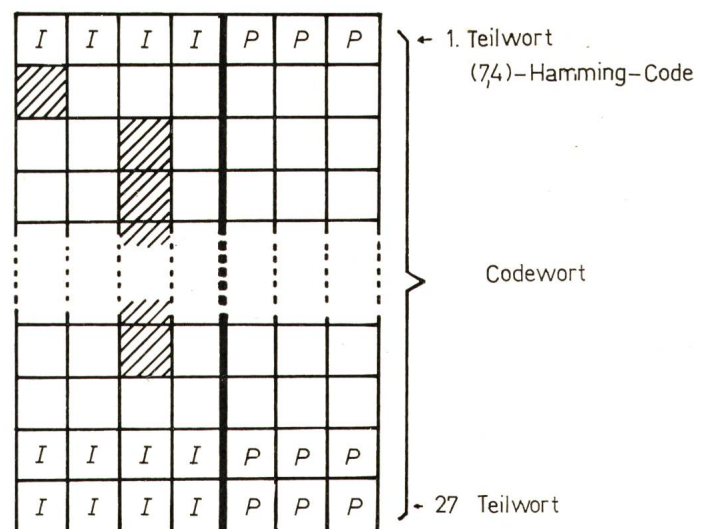
Blockfreie Codes in der Form von rekurrenten Codes oder Faltungscodes bieten eine interessante Alternative zu den Blockcodes. Ihr Aufbau geht aus Fig. 11 hervor: Die Informationsbits treten in regelmässigen Abständen in den Coder



ein; die Pausen werden durch Prüfbits gefüllt, die aus der kontinuierlichen Faltung von Informationsbits und charakteristischer Coderfunktion im Galoisfeld GF [2] entstehen. Die Faltungscodes eignen sich besonders gut zur Korrektur von Fehlerbüscheln, verlangen jedoch dazwischen immer wieder fehlerfreie Erholungsintervalle [15].

Schliesslich soll noch die Codespreizung als Mittel zur Überführung von Bündelfehlern in Einzelfehler betrachtet werden (Fig. 12). Sie ist sowohl für blockfreie Codes wie auch bei Blockcodes anwendbar. Ein langes Wort bestehe beispielsweise wiederum aus einer Folge von 27 kürzeren Teilwörtern im (7,4)-Hamming-Code. Die Teilwörter bilden die Zeilen einer (27,7)-Matrix. Die Übertragung der solcherart zeilenweise gesicherten Information erfolgt kolonnenweise. Ein Fehlerbüschel bildet sich empfangsseitig in eine oder mehrere gestörte Kolonnen ab, während die Verteilung der selteneren Zufallsfehler durch diese Massnahme nicht verändert wird. In den meisten Fällen wird pro Zeile nicht mehr als ein Fehler auftreten, der aber korrigiert werden kann.

Durch eine geeignete Codierung kann die praktische Realisierung einer grossen Zahl von quasi-optimalen Signalformen, die sich für ein gutes Modulationsverfahren als nützlich, aber — mindestens demodulatorseitig — als sehr schwer erreichbar, herausstellt, viel weiter getrieben werden. Durch die binäre Darstellung der Zeichenelemente nach der Demodulation werden die Analogoperationen der Multiplikation und Integration durch logische Verknüpfungen ersetzt. Die moderne Halbleitertechnik mit ihren langen und schnellen Schieberegistern, den Random Access und Read Only Memories ist heute nahezu ideal geeignet, das Problem des Decodierungsaufwandes wirtschaftlich zu lösen [16].



I Informationsbit

P Prüfbit

Übertragungsfehler

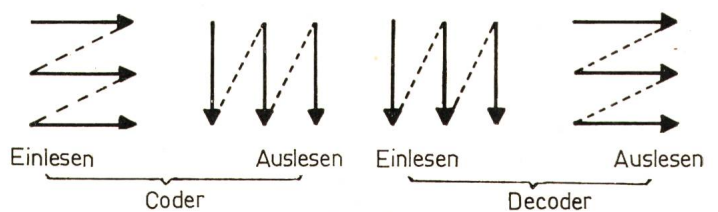


Fig. 12

#### Beispiel für eine Codespreizung

Die Matrix wird sendeseitig zeilenweise gesichert und kolonnenweise übertragen. Da Bündelfehler Kolonnen stören, erscheinen sie empfangsseitig zeilenweise als Einzelfehler und können in der Regel korrigiert werden

#### Literatur

- [1] Datenübertragung. Vorträge der Fachtagung Datenübertragung in Mannheim vom 19. bis 21. März 1969. NTF 37(1969).
- [2] J. L. Hollis: Measured performance of the sebit-25 data system over wire line facilities at 2500 bits per second. Trans. IRE Communications Systems 8(1960)2, p. 134...137.
- [3] F. Eggmann: Datenübertragung auf Telefonleitungen. Diss. Nr. 3633 ETH Zürich, 1965.
- [4] A. J. Viterbi: On coded phase-coherent communications. Trans. IRE Space Electronics and Telemetry 7(1961)1, p. 3...14.
- [5] F. D. Tisi: Schnelle Datenübertragung in Kanälen mit grosser Frequenzverwerfung. Diss. Nr. 4349 ETH Zürich, 1970.
- [6] D. Hirsch and W. J. Wolf: A simple adaptive equalizer for efficient data transmission. Trans. IEEE COM 18(1970)1, p. 5...12.
- [7] F. Eggmann: Computer simulation of an automatic adaptive equalizer for real telephone channels and free data format. Trans. IEEE AU 18(1970)4, p. 434...438.
- [8] J. G. Proakis and J. H. Miller: An adaptive receiver for digital signaling through channels with intersymbol interference. Trans. IEEE IT 15(1969)4, p. 484...497.
- [9] G. K. McAuliffe, D. M. Motley and R. A. Northrup: Operation and performance of ADEM. NTF 37(1969), p. 366...378.
- [10] W. R. Poe and R. A. Northrup: A 14.4 KBS modem for telephone channels. IEEE Computers and Communications Conference Record (1969) Session 11, p. 57...61.
- [11] W. Hilberg und P.-G. Rothe: Das Problem der Unschärfelerelation in der Nachrichtentechnik. Wiss. Ber. AEG-Telefunken 43(1970)1, S. 1...9.
- [12] K. Müller: Simulation von Bündelgeräuschen. Diss. Nr. 3925 ETH Zürich, 1967.
- [13] W. R. Bennett and J. Salz: Binary data transmission by FM over a real channel. Bell System Techn. J. 42(1963)5, p. 2387...2426.
- [14] W. W. Peterson: Prüfbare und korrigierbare Codes. München/Wien, Oldenbourg, 1967.
- [15] J. M. Wozencraft and I. M. Jacobs: Principles of communication engineering. New York, Wiley, 1965.
- [16] E. R. Kretzmer: Telephoning data faster. Bell Laboratories Record 47(1969)7, p. 239...243.

#### Adresse des Autors:

Dr. F. Eggmann, AG Brown, Boveri & Cie., Abt. ENR, 5401 Baden.

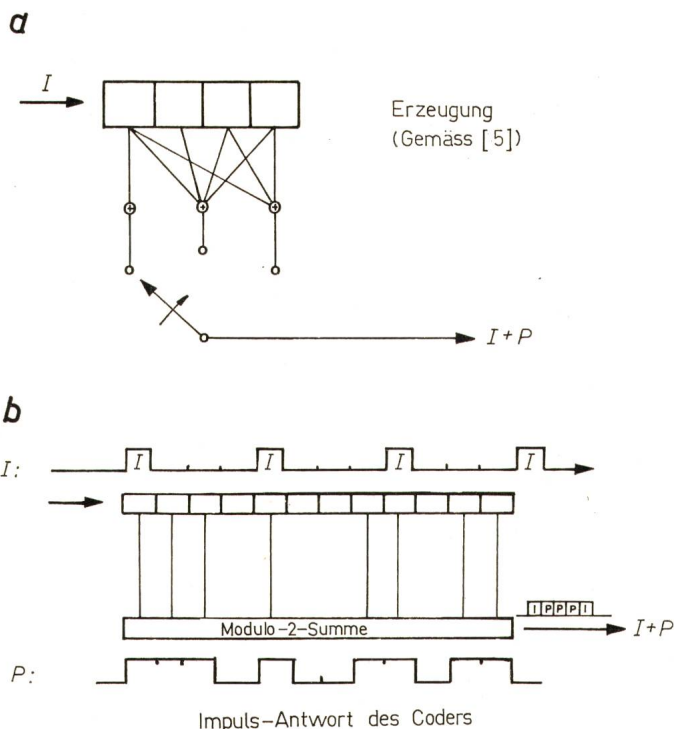


Fig. 11

#### Erzeugung eines rekurrenten Codes

a Mit Schieberegister und zyklischem Schalter; b Darstellung als Faltung im GF [2], d.h. als lineare Operation

Die Informationsbits I erscheinen in äquidistanten Abständen am Codereingang. Die Faltung mit der 'Impulsantwort' P des Coders im GF [2] ergibt die codierte Ausgangsfolge I+P