

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 62 (1971)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Das transiente Verhalten und die dynamische Stabilität von symmetrischen Drehstromasynchronmaschinen bei veränderlicher Primärfrequenz  
**Autor:** Lorenzen, H.W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-915803>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Das transiente Verhalten und die dynamische Stabilität von symmetrischen Drehstrom- asynchronmaschinen bei veränderlicher Primärfrequenz <sup>1)</sup>

Von H. W. Lorenzen, Baden

621.313.333.025.3

## 1. Einleitung

Wendet man die Variation der Primärfrequenz zur Drehzahlsteuerung von Drehstrom-Asynchron-Motoren an, so stellt sich u. U. die Frage nach der dynamischen Stabilität der Asynchronmaschine innerhalb des elektromechanischen Verbandes. Es hat sich nämlich gezeigt [2]<sup>2)</sup>, dass Drehstrom-Asynchronmaschinen in gewissen Fällen bei herabgesetzter Primärfrequenz selbsterregter Torsionsschwingungen fähig sind. Während nun aber in [2] die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz und des Dämpfungskoeffizienten  $D_e$  (Dämpfungskoeffizient gegenüber erzwungenen Drehschwingungen) von der Primärfrequenz beschrieben worden ist, werden hier die Eigenwerte die das transiente Verhalten des elektromechanischen Verbandes in der Nähe des stationären Betriebszustandes bestimmen, abhängig von der Primärfrequenz untersucht. Die Bestimmung der Eigenwerte, der transienten Ströme, der transienten Drehgeschwindigkeiten und der magnetischen Flüsse geschieht nach einer in [2; 3] beschriebenen Methode. Erwähnt sei, dass auch in früheren Arbeiten [4; 5] sehr wertvolle Einsichten zu diesem Fragenkomplex vermittelt worden sind. Der entscheidende Unterschied der vorliegenden Arbeit zu den erwähnten, früher erschienenen liegt in den einschränkenden Annahmen<sup>3)</sup>.

In der vorliegenden Arbeit wird vor allem der Einfluss der Maschinenkenngrößen auf die Eigenwerte der Asynchronmaschine bei variabler Primärfrequenz beschrieben.

Sind nämlich die Realteile der Eigenwerte, die Dämpfungskoeffizienten, negativ dann ist dynamisch stabiles Betriebsverhalten der Asynchronmaschine bzw. des elektromechanischen Verbandes zu erwarten. Sind sie dagegen positiv, dann muss mit dynamischer Instabilität gerechnet werden.

## 2. Voraussetzungen

Um die Ergebnisse übersichtlicher zu halten, das Wesentliche zu erkennen und den Rechenaufwand zu begrenzen, werden folgende einschränkende Annahmen getroffen.

1. Da hier im wesentlichen das Betriebsverhalten der Drehstrom-Asynchronmaschine bzw. des elektromechanischen Verbandes selbst untersucht werden soll, wird der Einfluss regelnder oder steuernder Glieder und der Einfluss der Eigenschaften des Umrichters selbst nicht berücksichtigt.

2. Da nur die relativ tiefen Primärfrequenzen interessieren, werden nur die Spannungsgrundschwingungen berücksichtigt. Deren Frequenz wird im folgenden als Primärfrequenz  $f_1$  bezeichnet. Die

<sup>1)</sup> Dieser Aufsatz stellt die überarbeitete und ergänzte Fassung des zweiten Teils des Vortrages «Umrichterspeisung von Asynchronmotoren» dar, der von M. Brüderlink, H. W. Lorenzen und H. Stemmler auf der VDE-Fachtagung anlässlich des 50. Todestages von Michael von Dolivo-Dobrowolsky in Darmstadt gehalten wurde.

<sup>2)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

<sup>3)</sup> Erwähnt sei ferner, dass nach Abfassung dieses Beitrages weitere Arbeiten zu diesem Thema veröffentlicht worden sind [6; 7].

Verzeichnis der im Text verwendeten, aber nicht erläuterten  
Formelzeichen

Tabelle I

Größe	Einheit	Bedeutung
$d_W$	Ws	Koeffizient, der die Abhängigkeit des am Motor angreifenden Belastungsdrehmoments von der Drehgeschwindigkeit wiedergibt
$d_{WA}$	Ws	Koeffizient, der die Abhängigkeit des von Arbeitsmaschine entwickelten Belastungsdrehmoments von der Drehgeschwindigkeit ausdrückt.
$L_1$	H	totaler Selbstinduktionskoeffizient der Primärwicklung [8], Gl. (47)
$L_R$	H	totaler Selbstinduktionskoeffizient einer Käfigmaschine [8], Gl. 56.
$M$	H	Gegeninduktivität [8], Gl. (18)
$p$	—	Polpaarzahl
$t$	s	Zeit
$U_1$	V	Effektivwert der Statorstrangspannung
$Z_2$	—	Läuferstabzahl
$\varphi_{u1}$	—	Phasenwinkel

Spannungssysteme, die durch die Spannungsüberschwingungen erzeugt werden, sind vernachlässigt. Die Spannungen der Grundschwingungen bilden ein symmetrisches Drehspannungssystem, so dass nach [3; 8] ein Raumzeiger der Spannungen<sup>4)</sup>

$$\vec{u}_{1st} = \vec{U}_1 e^{j\omega_1 t} / \sqrt{2}$$

mit

$$\vec{U}_1 = U_1 e^{j\varphi_{u1}} \text{ und } \omega_1 = 2\pi f_1$$

entsteht. Es wirken damit von Seiten des elektrischen Netzes keine stationären Störungen auf die Asynchronmaschine ein.

3. Der elektromechanische Verband besteht aus der Asynchronmaschine, deren Rotordrehmasse  $\Theta_m$  ist, der Drehmasse  $\Theta_A$  der Arbeitsmaschine und der drehelastischen Welle mit dem Federkennwert  $c_w$ , die die Drehmassen mechanisch verbindet (Fig. 1). Sowohl an der Motordrehmasse wie an der der Arbeitsmaschine greifen Belastungsdrehmomente an, die von den jeweiligen Drehgeschwindigkeiten  $\omega_m$  und  $\omega_A$  bzw. den Drehzahlen  $n_M$  und  $n_A$  in beliebiger Weise abhängen. Die Belastungsdrehmomente enthalten keine zeitlich periodisch verlaufende «Stör»-Drehmomente.

4. Es wird nur die «nähere» Umgebung eines stationären Betriebszustandes untersucht. Die Ströme, die Drehmomente, die magnetischen Flüsse und die Drehgeschwindigkeiten setzen sich jeweils aus stationären Anteilen und «Abweichungen» zusammen [2; 3]. Es wird angenommen, dass die Bedingungen [3], Gl. (44) und Gl. (45) erfüllt sind. Die Belastungsdrehmomente werden jeweils durch eine nach dem linearen Gliede abgebrochene Taylor-Reihe ersetzt. Für den Motor gilt dann (Fig. 1).

$$W_M(n_M) = W_M(n_B) + \left( \frac{\partial W_M}{\partial n_M} \right)_{(n_M = n_B)} \cdot (n_M - n_B)$$

mit

$$n_M = \frac{\omega_m}{2\pi} = \frac{\dot{\vartheta}_m}{2\pi} = \frac{\dot{\vartheta}}{2\pi p}$$

(1)

<sup>4)</sup> Formelzeichen, die nicht im Text erklärt werden, sind in Tabelle I erläutert.

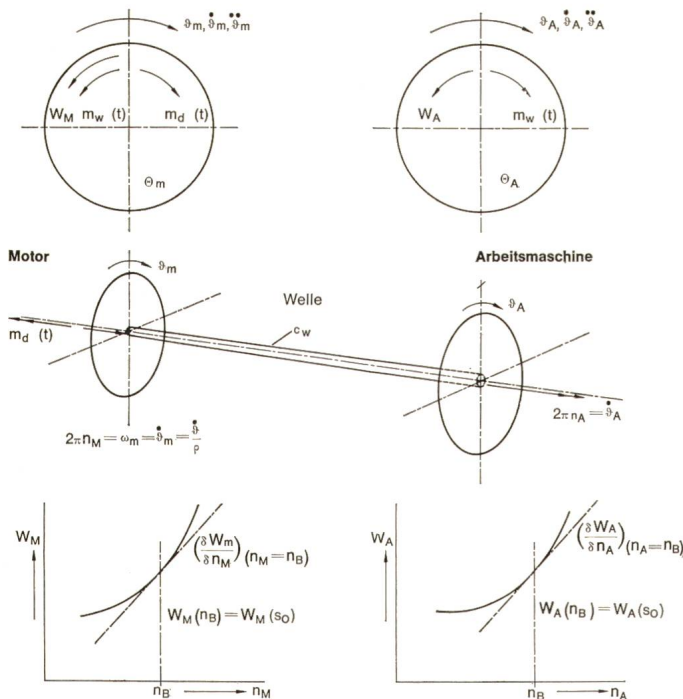


Fig. 1

Mechanisches Ersatzbild des Antriebs (Motor, Welle, Arbeitsmaschine),  
Koordinaten und Bezeichnungen

Entsprechend ergibt sich für die Arbeitsmaschine:

$$W_A(n_A) = W_A(n_B) + \left( \frac{\partial W_A}{\partial n_A} \right)_{(n_A=n_B)} \cdot (n_A - n_B)$$

mit

$$n_A = \frac{\omega_A}{2\pi} = \frac{\dot{\vartheta}_A}{2\pi}$$

Dabei ist unter  $n_B$  die «mittlere», stationäre Drehzahl des Verbandes  $n_B = n_{MO} = n_{AO} = \omega_{m0}/2\pi$  zu verstehen.

5. Der Sättigungszustand der Maschine ist konstant und die Stromverdrängung wird vernachlässigt.

6. Die Wirkung der magnetischen Luftspaltoberfelder wird nur in Form der nicht gedämpften doppelt verketteten Streuung erfasst. Parasitäre Drehmomente als Folge der magnetischen Luftspalt-oberfelder bleiben ausser acht.

### 3. Das transiente Betriebsverhalten in der «näheren» Umgebung eines stationären Betriebszustandes

Unter den getroffenen Annahmen lassen sich die Raumzeiger der Stator- und der transformierten Rotorströme nach [2; 3] durch Raumzeiger der stationären Ströme und «Abweichungen» ersetzen:

$$\vec{i}_{1St} = \frac{\vec{I}_1}{\sqrt{2}} e^{j\omega_1 t} + \vec{i}'_{1St\Delta} \quad (3)$$

$$\vec{i}'_{1L} = \frac{\vec{I}_2}{\sqrt{2}} e^{j\omega_1 t} + \vec{i}'_{1L\Delta} \quad (4)$$

Bezeichnet man den Real- bzw. Imaginärteil des Raumzeigers  $\vec{i}'_{1St}$  mit  $i'_{1StR}$  bzw.  $i'_{1StI}$  dann lauten die drei Stator-Strangströme wie folgt [2; 8]:

$$i_A = 2 i'_{1StR}$$

$$i_B = -i'_{1StR} + \sqrt{3} \cdot i'_{1StI}$$

$$i_C = -\sqrt{3} \cdot i'_{1StI} - i'_{1StR}$$

Führt man, um den Anschluss an [2; 3; 8] vollständig herzustellen, statt der Drehgeschwindigkeiten  $\dot{\vartheta}_m$  und  $\dot{\vartheta}_A$  die Schlupfe  $s$  und  $s_A$  ein

$$\frac{\dot{\vartheta}}{p} = \dot{\vartheta}_m = \omega_m = \frac{\omega_1}{p} (1 - s) \quad (6)$$

$$\dot{\vartheta}_A = \omega_A = \frac{\omega_1}{p} (1 - s_A) \quad (7)$$

dann kann man diese durch den stationären Schlupf  $s_0$

$$s_0 = \frac{f_2}{f_1} = \frac{2\pi f_2}{2\pi f_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_S - \omega_{m0}}{\omega_S} \quad (8)$$

mit  $\omega_S = \omega_1/p$  und  $\omega_{m0} = \omega_{A0} = 2\pi n_B = \dot{\vartheta}_{m0} = \dot{\vartheta}_{A0}$ , und die Abweichungen  $s_A$  bzw.  $s_{AA}$  ersetzen:

$$s = s_0 + s_A \quad (9)$$

$$s_A = s_0 + s_{AA} \quad (10)$$

Darin bezeichnet  $\omega_1 = 2\pi f_1$  die Kreisfrequenz der stationären Statorströme und  $\omega_2 = 2\pi f_2$  die Kreisfrequenz der stationären Rotorströme. Die Belastungsdrehmomente Gl. (1) und Gl. (2) lauten dann:

$$W_M(s) = W_M(s_0) - d_W(s - s_0) \quad (11)$$

$$W_A(s_A) = W_A(s_0) - d_{WA}(s_A - s_0) \quad (12)$$

Der Raumzeiger des totalen magnetischen Statorflusses ergibt nach [8; 9] sich zu

$$\vec{\Psi}'_{1St\text{tot}} = L_1 \vec{i}'_{1St} + M \vec{i}'_{1L} = \frac{\vec{\Psi}'_{1St\text{tot}}}{\sqrt{2}} e^{j\omega_1 t} + \vec{\Psi}'_{1St\text{tot}\Delta} \quad (13)$$

während man für den transformierten Raumzeiger des totalen Statorflusses folgenden Ausdruck erhält

$$\vec{\Psi}'_{1L\text{tot}} = \vec{\Psi}'_{1L\text{tot}} e^{j\vartheta} = \frac{3}{z_2} M \vec{i}'_{1St} + L_R \vec{i}'_{1L} = \frac{\vec{\Psi}'_{1L}}{\sqrt{2}} e^{j\omega_1 t} + \vec{\Psi}'_{1L\text{tot}\Delta} \quad (14)$$

Die stationäre Drehgeschwindigkeit des Antriebs  $\omega_{m0}$  bzw. der stationäre Schlupf  $s_0$  ist dadurch festgelegt, dass die Summe der mittleren Belastungsdrehmomente  $W_M(s_0)$  und  $W_A(s_0)$  gleich dem von der Asynchronmaschine entwickelten stationären Drehmoment  $M_{da}$  sein muss:

$$M_{da} = W_m(s_0) = W_M(s_0) + W_A(s_0) \quad (15)$$

Über die Abhängigkeit der Zeiger der stationären Ströme  $\vec{I}_1$ ,  $\vec{I}_2$ , und die des Schlupfes  $s_0$  von den Kenngrössen der Asynchronmaschine einerseits und dem resultierenden stationären Drehmoment  $W_m(s_0)$  andererseits wird in [2] so ausführlich berichtet, dass man hier auf Einzelheiten nicht einzugehen braucht.

Wenn keine stationären Störungen auf den elektromechanischen Verband einwirken — das wurde ja vorausgesetzt — dann stellen  $\vec{i}'_{1St\Delta}$  bzw.  $\vec{i}'_{1L\Delta}$  die Raumzeiger der transienten Ströme und  $\vec{\Psi}'_{1St\text{tot}\Delta}$  bzw.  $\vec{\Psi}'_{1L\text{tot}\Delta}$  die Raumzeiger der transienten magnetischen Flüsse dar, während  $s_A$  und  $s_{AA}$  die transienten Schlüpfe sind (Tabelle II). Die drei Eigenkreisfrequenzen  $\Omega_{E1}$ ,  $\Omega_{E2}$  und  $\Omega_{EV}$  und die vier Dämpfungskoeffizienten  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  und  $D_V$  sind die negativen Real- bzw.

Imaginärteile der Eigenwerte des elektromechanischen Verbandes. Über den Charakter und die physikalische Bedeutung der Eigenwerte wird in [3] so ausführlich berichtet, dass sich hier weitere Einzelheiten erübrigen. Man ermittelt diese Eigenwerte, indem man die Nullstellen des charakteristischen Polynoms [2] bestimmt,

$$0 = f_7'^* \Omega'^7 + f_6'^* \Omega'^6 + f_5'^* \Omega'^5 + f_4'^* \Omega'^4 + f_3'^* \Omega'^3 + f_2'^* \Omega'^2 + f_1'^* \Omega' + f_0'^* \quad (16)$$

die, von nicht interessierenden Sonderfällen abgesehen, stets so lauten:

$$\begin{aligned} \Omega_{1,2}' &= \omega_1 \varepsilon_{1,2}' = -D_1 \pm j \Omega_{E1} \\ \Omega_{3,4}' &= \omega_1 \varepsilon_{3,4}' = -D_2 \pm j \Omega_{E2} \\ \Omega_{5}' &= \omega_1 \varepsilon_{5}' = -D_3 \\ \Omega_{6,7}' &= \omega_1 \varepsilon_{6,7}' = -D_V \pm j \Omega_{EV} \\ D_1 &= \omega_1 d_1; \Omega_{E1} = 2 \pi f_{E1} = \omega_1 \varepsilon_{E1} \\ D_2 &= \omega_1 d_2; \Omega_{E2} = 2 \pi f_{E2} = \omega_1 \varepsilon_{E2} \\ D_3 &= \omega_1 d_3; \\ D_V &= \omega_1 d_V; \Omega_{EV} = 2 \pi f_{EV} = \omega_1 \varepsilon_{EV} \end{aligned} \quad (17)$$

Bei der Bestimmung der Polynomkoeffizienten  $f_7'^*$  bis  $f_0'^*$ , die in Tabelle III aufgeführt werden, ist es zweckmässig statt der relativen Steigungskoeffizienten der Belastungsdrehmomente  $d_W$  und  $d_{WA}$  die absoluten Grössen

$$D_{WA} = \frac{d_{WA}}{\omega_1} p \quad (18)$$

und

$$D_W = \frac{d_W}{\omega_1} p \quad (19)$$

einzuführen.

Die Koeffizienten  $F_0'^*$ ,  $F_{10}'^*$ ,  $F_{11}'^*$ ,  $F_{20}'^*$ ,  $F_{21}'^*$ ,  $F_{30}'^*$ ,  $F_{31}'^*$ ,  $F_{41}'^*$  und  $F_{51}'^*$  sind [3; 9] zu entnehmen.

Wie nun Tabelle II zeigt, hängt der zeitliche Verlauf der transienten Grössen zwar auch von den Amplituden ab, doch ist ihre Bedeutung gegenüber der der Eigenwerte gering. Wird nämlich auch nur einer der Dämpfungskoeffizienten negativ, dann nehmen die transienten Grössen mit fortschreitender Zeit nicht ab, sondern wachsen an.

Das Betriebsverhalten der Drehstrom-Asynchronmaschine bzw. des elektromechanischen Verbandes ist dann dynamisch nicht stabil.

Sind dagegen die Dämpfungskoeffizienten grösser als Null, also positiv, dann verschwinden die transienten Grössen mit wachsender Zeit. Das Betriebsverhalten in der «näheren Umgebung» eines stationären Betriebszustandes ist dann dynamisch stabil. Da also eigentlich nur die Eigenwerte das transiente Betriebsverhalten entscheidend bestimmen, werden im folgenden nur noch diese untersucht.

Eingehende Untersuchungen zeigen, dass  $D_1$  stets positiv ist.  $D_3$  ist für Drehzahlen zwischen Leerlauf und Kippdrehzahl ebenfalls immer positiv. Liegt dagegen die mittlere Drehzahl  $n_{m0}$  zwischen Stillstand und Kippdrehzahl, dann wird  $D_3$  negativ. Da aber für Dauerbetrieb eigentlich immer nur der Drehzahlbereich zwischen Leerlauf und der Kippdrehzahl in Betracht kommt, interessiert  $D_3$  nicht so sehr. Beschränkt man sich auf den eben erwähnten Drehzahlbereich, dann sind nur die Dämpfungskoeffizienten  $D_V$  und  $D_2$  entscheidend. Es zeigt sich nämlich, dass:

$$\begin{aligned} \vec{i}_{1st\Delta} &= \vec{i}_{1st\Delta 1}' e^{-D_1 t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{E1})t} + \vec{i}_{1st\Delta 1}'' e^{-D_1 t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{E1})t} \\ &\quad \vec{i}_{1st\Delta 2}' e^{-D_2 t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{E2})t} + \vec{i}_{1st\Delta 2}'' e^{-D_2 t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{E2})t} \\ &\quad \vec{i}_{1st\Delta 3}' e^{-D_3 t} e^{j\omega_1 t} \\ &\quad \vec{i}_{1st\Delta V}' e^{-D_V t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{EV})t} + \vec{i}_{1st\Delta V}'' e^{-D_V t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{EV})t} \\ \vec{i}_{1L\Delta} &= \vec{i}_{1L\Delta 1}' e^{-D_1 t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{E1})t} + \vec{i}_{1L\Delta 1}'' e^{-D_1 t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{E1})t} \\ &\quad \vec{i}_{1L\Delta 2}' e^{-D_2 t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{E2})t} + \vec{i}_{1L\Delta 2}'' e^{-D_2 t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{E2})t} \\ &\quad \vec{i}_{1L\Delta 3}' e^{-D_3 t} e^{j\omega_1 t} \\ &\quad \vec{i}_{1L\Delta V}' e^{-D_V t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{EV})t} + \vec{i}_{1L\Delta V}'' e^{-D_V t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{EV})t} \\ S_{\Delta} &= \hat{S}_{\Delta 1}' e^{-D_1 t} \sin(\Omega_{E1} t + \varphi_{S\Delta 1}) \\ &\quad \hat{S}_{\Delta 2}' e^{-D_2 t} \sin(\Omega_{E2} t + \varphi_{S\Delta 2}) \\ &\quad S_{\Delta 3}' e^{-D_3 t} \\ &\quad \hat{S}_{\Delta V}' e^{-D_V t} \sin(\Omega_{EV} t + \varphi_{S\Delta V}) \\ S_{AA} &= \hat{S}_{AA1}' e^{-D_1 t} \sin(\Omega_{E1} t + \varphi_{SAA1}) \\ &\quad \hat{S}_{AA2}' e^{-D_2 t} \sin(\Omega_{E2} t + \varphi_{SAA2}) \\ &\quad \hat{S}_{AA3}' e^{-D_3 t} \\ &\quad \hat{S}_{AAV}' e^{-D_V t} \sin(\Omega_{EV} t + \varphi_{SAAV}) \\ \vec{\psi}_{1st\text{tot}\Delta} &= \vec{\psi}_{1\Delta 1}' e^{-D_1 t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{E1})t} + \vec{\psi}_{1\Delta 1}'' e^{-D_1 t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{E1})t} \\ &\quad \vec{\psi}_{1\Delta 2}' e^{-D_2 t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{E2})t} + \vec{\psi}_{1\Delta 2}'' e^{-D_2 t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{E2})t} \\ &\quad \vec{\psi}_{1\Delta 3}' e^{-D_3 t} e^{j\omega_1 t} \\ &\quad \vec{\psi}_{1\Delta V}' e^{-D_V t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{EV})t} + \vec{\psi}_{1\Delta V}'' e^{-D_V t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{EV})t} \\ \vec{\psi}_{1L\text{tot}\Delta} &= \vec{\psi}_{2\Delta 1}' e^{-D_1 t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{E1})t} + \vec{\psi}_{2\Delta 1}'' e^{-D_1 t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{E1})t} \\ &\quad \vec{\psi}_{2\Delta 2}' e^{-D_2 t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{E2})t} + \vec{\psi}_{2\Delta 2}'' e^{-D_2 t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{E2})t} \\ &\quad \vec{\psi}_{2\Delta 3}' e^{-D_3 t} e^{j\omega_1 t} \\ &\quad \vec{\psi}_{2\Delta V}' e^{-D_V t} e^{j(\omega_1 + \Omega_{EV})t} + \vec{\psi}_{2\Delta V}'' e^{-D_V t} e^{j(\omega_1 - \Omega_{EV})t} \end{aligned}$$

1.  $D_2$  als Folge eines absolut oder relativ grossen Stator-Widerstandes negativer Werte fähig ist [3];

2.  $D_V$  dagegen bei «normalen» Kenngrössen der Asynchronmaschine dann negativ werden kann, wenn die mechanische Kenngrössen —  $c_W$ ,  $\theta_m$ ,  $\theta_A$  — bestimmte Bedingungen erfüllen.

Damit sich nun die Einflüsse nicht gegenseitig überdecken, wird für die noch folgenden Betrachtungen der mechanische Verband als torsionsstarr angenommen. Bei starrem mechanischem Verband existieren die Eigenwerte  $\Omega_{6,7}' = D_V \pm j\Omega_{EV}$  nicht. Die transienten Ströme, Flüsse und Drehgeschwindigkeiten enthalten dann diese Glieder nicht mehr. Es ist dann natürlich auch  $s_A = s$ . Der Vorteil dieser einschränkenden Annahme liegt darin, dass man als Einflussgrössen dann nur noch die Maschinenkenngrössen selbst, das gesamte Drehmassen-Trägheitsmoment des starren mechanischen Verbandes  $\theta_{tot} = \theta_A + \theta_m = \theta_m(1 + x_{\theta A})$  und die totale Steigung des Belastungsdrehmoments  $d_{W\text{tot}} = d_{WA} + d_W$  zu berücksichtigen hat. Bei starrem mechanischem Verband lassen sich die Eigenwerte  $\Omega_{1,2}' = -D_1 \pm j\Omega_{E1}$ ,  $\Omega_{3,4}' = -D_2 \pm j\Omega_{E2}$  und  $\Omega_5' = -D_3$  als Nullstellen des Polynoms

$K_{D1} = \Theta_m \left( \frac{D_{WA}}{\Theta_A} + \frac{D_W}{\Theta_m} \right)$	
$K_{D2} = \frac{D_{WA} D_W}{\Theta_A}$	
$K_{D3} = \omega_{R\text{res}}^2 \Theta_m \frac{D_W + D_{WA}}{\Theta_m + \Theta_A}$	$K_{D4} = K_{D2} + \Theta_m \omega_{R\text{res}}^2$
$\omega_{R\text{res}}^2 = \varepsilon_{R\text{res}}^2 \omega_1^2 = \frac{C_W}{\Theta_{\text{res}}}$	$K_{D5} = \frac{D_{WA}}{\Theta_A}$
$\omega_{RA}^2 = \varepsilon_{RA}^2 \omega_1^2 = \frac{C_W}{\Theta_A}$	
$f_7'^* = \frac{f_7'}{\omega_1^2} = \Theta_m F_{51}'^*$	
$f_6'^* = \frac{f_6'}{\omega_1} = \Theta_m F_{41}'^* + K_{D1} F_{51}'^*$	
$f_5'^* = f_5' = \Theta_m F_{31}'^* + F_{30}'^* + K_{D1} F_{41}'^* + K_{D4} F_{51}'^*$	
$f_4'^* = \omega_1 f_4' = \Theta_m F_{21}'^* + F_{20}'^* + K_{D1} F_{31}'^* + K_{D4} F_{41}'^* + K_{D3} F_{51}'^* + K_{D5} F_{30}'^*$	
$f_3'^* = \omega_1^2 f_3' = \Theta_m F_{11}'^* + F_{10}'^* + K_{D1} F_{21}'^* + K_{D4} F_{31}'^* + K_{D3} F_{41}'^* + K_{D5} F_{20}'^* + \omega_{RA}^2 F_{30}'^*$	
$f_2'^* = \omega_1^3 f_2' = + F_0'^* + K_{D1} F_{11}'^* + K_{D4} F_{21}'^* + K_{D3} F_{31}'^* + K_{D5} F_{10}'^* + \omega_{RA}^2 F_{20}'^*$	
$f_1'^* = \omega_1^4 f_1' = K_{D4} F_{11}'^* + K_{D5} F_0'^* + \omega_{RA}^2 F_{10}'^*$	
$f_0'^* = \omega_1^5 f_0' = K_{D3} F_{11}'^* + \omega_{RA}^2 F_0'^*$	

$$0 = F_5'^* \Omega'^5 + F_4'^* \Omega'^4 + F_3'^* \Omega'^3 + F_2'^* \Omega'^2 + F_1'^* \Omega' + F_0'^* \tag{20}$$

bestimmen. Die Koeffizienten sind in Tabelle IV aufgeführt.

Unter  $D_{W\text{tot}}$  ist dabei der Ausdruck  $D_{W\text{tot}} = \frac{d_{W\text{tot}}}{\omega_1} p$  zu verstehen. Wie bereits gesagt, wird im folgenden untersucht in welcher Weise die Eigenwerte  $\Omega_{E1}$ ,  $\Omega_{E2}$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  und  $D_3$  von den Maschinenkenngrößen, von der totalen Steigung des Belastungsdrehmomentes  $d_{W\text{tot}}$  bzw.  $D_{W\text{tot}}$  und von der Grösse des totalen Drehmassenträgheitsmoments  $\Theta_{\text{tot}}$  bei variabler Primärfrequenz beeinflusst werden.

**4. Die Eigenwerte der Statorspannungs-Statorfrequenz-gesteuerten Asynchronmaschine abhängig von der Primärfrequenz**

Am Beispiel von insgesamt vier Asynchronmaschinen soll im folgenden Abschnitt der charakteristische Verlauf der Eigenfrequenzen  $f_{E1}$  und  $f_{E2}$  und der Dämpfungskoeffizienten  $D_1$ ,  $D_2$  und  $D_3$  abhängig von der Primärfrequenz  $f_1$  verfolgt werden. Dabei wird die Statorspannung nach einer linearen Statorspannung-Statorfrequenz-Kennlinie der Primärfrequenz zugeordnet, so dass  $U_1/f_1 = U_{1N}/f_{1N} = \text{const.}$  ist. Die Kenngrößen der untersuchten Motoren sind in Tabelle V zusammengestellt. Um vergleichen zu können, wird hier und im folgenden angenommen, dass die Wicklungstemperaturen 40 °C betragen. Die Fig. 2a...2d zeigen die graphische Darstellung der Eigenwerte abhängig von der Primärfrequenz im Frequenzbereich  $0 \leq f_1 \leq f_{1N}$ .

Den Berechnungen wurde als Drehmassenträgheitsmoment  $\Theta_{\text{tot}}$  das des Motors ( $\Theta_{\text{tot}} = \Theta_m$ ) zugrunde gelegt.

Die Steigung des Belastungsmoments mit der Drehzahl  $d_{W\text{tot}}$  wurde gleich Null gesetzt. Um den Einfluss der Belastung zu erkennen, sind in den Fig. 2a...2d den für Leerlauf geltenden Kurvenzügen diejenigen die für Belastung mit dem Nenndrehmoment gelten, gegenüber gestellt.

Die tiefe Eigenfrequenz  $f_{E2}$  ist bei grosser Primärfrequenz von dieser selbst fast unabhängig. Mit geringer werdender Primärfrequenz nähert sich dann die Eigenfrequenz  $f_{E2}$  dieser selbst. Der Einfluss des Belastungsdrehmoments ist gering und macht sich, wenn überhaupt, nur bei niedrigen Primärfrequenzen bemerkbar. Die hohe Eigenfrequenz  $f_{E1}$  unterscheidet sich, wie nach [9] nicht anders zu erwarten, für hohe Primärfrequenzen nur ganz unwesentlich von dieser selbst. Mit sinkender Primärfrequenz strebt dann aber  $f_{E1}$  einem Grenzwert zu und liegt ganz erheblich über  $f_1$ . Auch hier ist der Belastungseinfluss unbedeutend. Dieser charakteristische Verlauf der Eigenfrequenz  $f_{E1}$  war eigentlich zu erwarten. Bei niedrigen Primärfrequenzen wächst ja der Statorwiderstand

Polinomkoeffizienten bei starrem mechanischem Verband

Tabelle IV

$F_0^* = \omega_1^3 F_0 = F_0'^* + D_{W\text{tot}} F_{11}'^*$	
$F_1^* = \omega_1^2 F_1 = F_{10}'^* + D_{W\text{tot}} F_{21}'^* + \Theta_{\text{tot}} F_{11}'^*$	
$F_2^* = \omega_1 F_2 = F_{20}'^* + D_{W\text{tot}} F_{31}'^* + \Theta_{\text{tot}} F_{21}'^*$	
$F_3^* = F_3 = F_{30}'^* + D_{W\text{tot}} F_{41}'^* + \Theta_{\text{tot}} F_{31}'^*$	
$F_4^* = \frac{F_4}{\omega_1} = D_{W\text{tot}} F_{51}'^* + \Theta_{\text{tot}} F_{41}'^*$	
$F_5^* = \frac{F_5}{\omega_1^2} = \Theta_{\text{tot}} F_{51}'^*$	

Kenngröße	Symbol	Einheit	Maschine			
			Nr. 8	Nr. 14	Nr. 15	Nr. 16
Nennleistung bei Nennerwärmung	$P_{WN}$	kW	920	315	97	45
Nenn Drehmoment	$M_{daN}$	Ws	5898	5192	397	72,594
Polpaarzahl	$P$	—	2	2	2	1
Nennprimärfrequenz	$f_{1N}$	Hz	50	20	78	100
Nennspannung	$U_N$	V	6000	625	1150	365
Schaltung		—	$\Delta$	Y	Y	Y
totale Streuzahl	$\sigma$	—	0,062850	0,05241	0,1139	0,053777
Motorträgheitsmoment	$\Theta_m$	kgm <sup>2</sup>	25	8	2,5	0,194
Drehmoment bei Nennprimärfrequenz, Nennleistung und 40 °C	$M_{da}$	Ws	5894	5172	397	72,594
relativer Statorwiderstand (40 °C)	$\alpha_0$	—	$3,092 \cdot 10^{-3}$	$7,511 \cdot 10^{-3}$	$7,858 \cdot 10^{-3}$	$4,067 \cdot 10^{-3}$
relativer Rotorwiderstand (40 °C)	$\beta_0$	—	$2,025 \cdot 10^{-3}$	$8,094 \cdot 10^{-3}$	$5,774 \cdot 10^{-3}$	$5,587 \cdot 10^{-3}$

relativ gegenüber den Reaktanzen an. Nach [9] zeigt sich nämlich die gleiche Erscheinung wenn  $R_1$  absolut gegenüber den Reaktanzen zunimmt. Charakteristisch ist, dass  $D_1$  ab-

hängig von der Primärfrequenz im Bereich  $0 \leq f_1 \leq f_{1N}$  ein Maximum durchläuft. Auch bei  $D_1$  ist der Belastungseinfluss von einer Ausnahme abgesehen (Maschine Nr. 16) gering-

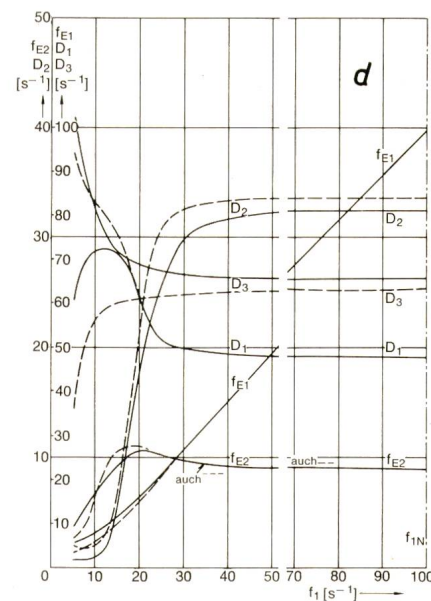
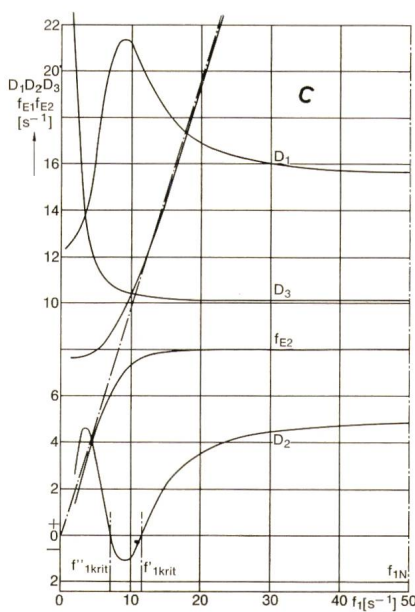
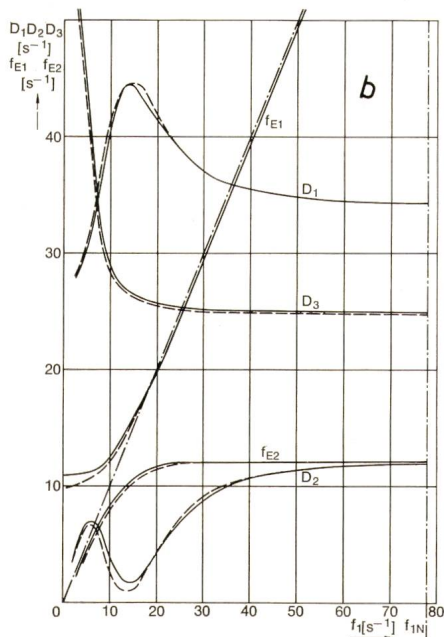
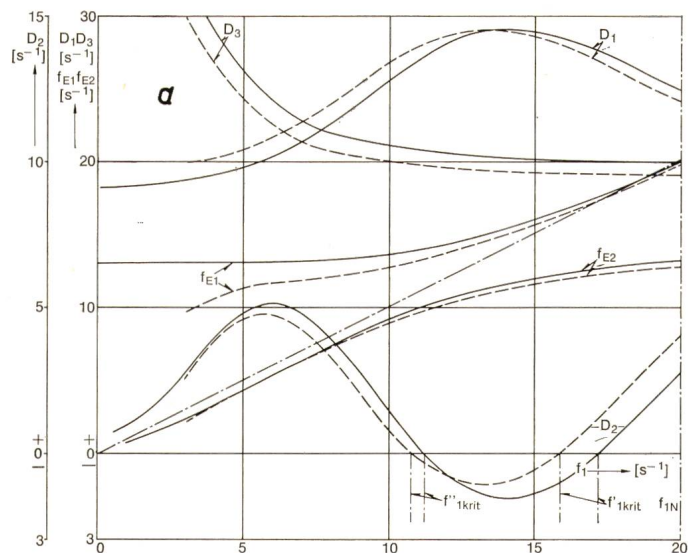


Fig. 2 Die Eigenfrequenz  $f_{E1}$  und  $f_{E2}$  und die Dämpfungskoeffizienten  $D_1, D_2, D_3$  bei  $U_1/f_1$  const. und  $\Theta_{tot} = \Theta_m$  (starrer mechanischer Verband)

abhängig von der Primärfrequenz  $f_1$  für Leerlauf (—) und Nennmoment (---) der Maschinen:

- a Nr. 14;
- b Nr. 15;
- c Nr. 8;
- d Nr. 16

fügig. Typisch für den Dämpfungskoeffizienten  $D_3$  ist, dass er im Bereich kleiner Primärfrequenzen rasch grösser wird, während er für Primärfrequenzen in der Größenordnung der Nennprimärfrequenz konstant verläuft. Allerdings kann sich bei Belastung im Bereich kleiner Primärfrequenzen auch eine genau entgegengesetzte Abhängigkeit des Dämpfungskoeffizienten  $D_3$  von der Primärfrequenz ergeben (Fig. 2d).

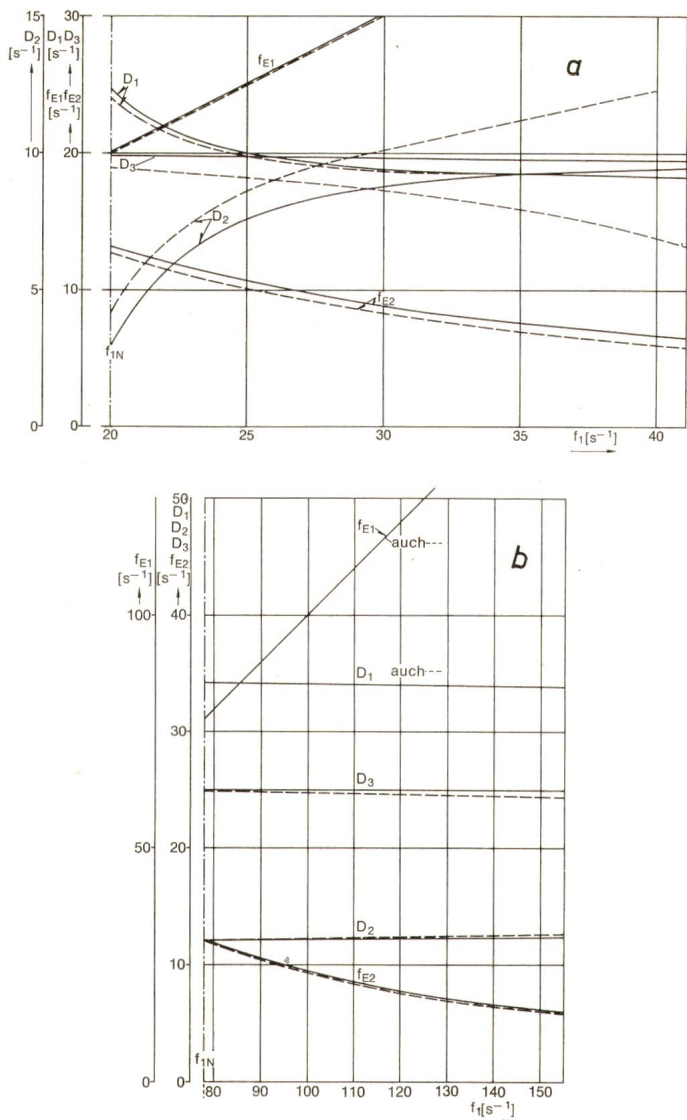


Fig. 3

Die Eigenfrequenzen  $f_{E1}$  und  $f_{E2}$  und die Dämpfungskoeffizienten  $D_1, D_2, D_3$  bei  $U_1 = U_{1N} = \text{const.}$  (Feldschwächebereich) und  $\theta_{\text{tot}} = \theta_m$  (starrer Verband)

abhängig von der Primärfrequenz  $f_1$  ( $f_1 \geq f_{1N}$ ) für Lehlauflauf (—) und Nennmoment (---) der Maschinen

a Nr. 14;  
b Nr. 15

Insgesamt genommen ist aber der Verlauf von  $D_1$  und  $D_3$  abhängig von  $f_1$  viel weniger bedeutsam als der des Dämpfungskoeffizienten  $D_2$ . Während  $D_1$  und  $D_3$  stets grösser als Null sind, kann  $D_2$  auch negativ werden. Mit sinkender Primärfrequenz nimmt  $D_2$  ab, durchläuft ein Minimum um danach wieder anzusteigen und nach Durchlaufen eines Maximums wieder abzusinken. Dabei kann es abhängig von der Kenngrösse der Maschine und des mechanischen Verbandes geschehen, dass  $D_2$  zwischen den «kritischen» Frequenzen  $f'_{1\text{krit}}$  und  $f''_{1\text{krit}}$  im Negativen verläuft.

Die Asynchronmaschine ist dann im Bereich  $f'_{1\text{krit}} \leq f_1 \leq f''_{1\text{krit}}$  dynamisch nicht stabil. Das war eigentlich auch zu erwarten. Der Dämpfungskoeffizient  $d_2$  kann mit absolut wachsendem Statorwiderstand negativ werden, um dann bei noch weiter zunehmendem Statorwiderstand wieder positiv zu werden. Da hier bei sinkender Primärfrequenz der Statorwiderstand relativ gegenüber den Reaktanzen der Maschine anwächst, ist der in den Fig. 2a...2d gezeigte Verlauf von  $D_2$  gar nicht weiter überraschend.

Nur der Vollständigkeit halber soll noch der Frequenzbereich  $f_{1N} \leq f_1 \leq \infty$  untersucht werden. Die Fig. 3a und 3b veranschaulichen den Verlauf der Eigenwerte abhängig von der Primärfrequenz, wobei jetzt aber  $U_1 = U_{1N} = \text{const.}$  gehalten wurde. Dynamische Instabilitäten sind in diesem Frequenzbereich nicht zu erwarten. Mit Rücksicht auf den Umfang dieser Arbeit sei auf eine eingehendere Diskussion verzichtet.

Erwähnt sei noch, dass die in [2] benutzte Methode zur Bestimmung des Bereichs dynamischer Instabilität zu genau den gleichen Ergebnissen führt. Nach [10; 9] sind ja angefachte Eigenschwingungen dann zu erwarten, wenn die Resonanzfrequenz  $f_R = \varepsilon_R \omega_1$  zwischen den Grenzen  $f_{D1}$  und  $f_{D2}$  liegt. Diese Frequenzen  $f_{D1} = \varepsilon_1 f_1$  und  $f_{D2} = \varepsilon_2 f_1$  begrenzen den Frequenzbereich, indem der Dämpfungskoeffizient  $D_\varepsilon$ , den die Asynchronmaschine gegenüber stationären erzwungenen Drehbewegungen entwickelt, negative Werte annimmt. Die Fig. 4a und 4b zeigen den Verlauf der Resonanzfrequenz und der Bereichsgrenzen  $f_{D1}$  und  $f_{D2}$  abhängig von  $f_1$ .

### 5. Die Eigenwerte der Asynchronmaschine bei konstantem magnetischem Statorfluss abhängig von der Primärfrequenz

Wenn man nun die Statorspannung so steuert, dass bei veränderlicher Primärfrequenz der Effektivwert des totalen stationären magnetischen Statorflusses  $\Psi_1$  konstant bleibt, dann ist das ohne grossen Einfluss auf die dynamische Stabilität. Dies beweist sehr anschaulich ein Vergleich der Fig. 2a und 5. In Fig. 5 sind die Eigenwerte der Maschine Nr. 14 bei konstantem Statorfluss abhängig von der Primärfrequenz aufgetragen. Als Statorfluss wird dabei derjenige mit der Statorwicklung verkettete magnetische Fluss bezeichnet, der sich bei Leerlauf, Nennprimärfrequenz und Nennspannung einstellt. Der Berechnung liegt  $\theta_{\text{tot}} = \theta_m$  zugrunde.

### 6. Der Einfluss des starren mechanischen Verbandes auf die Eigenwerte bei variabler Primärfrequenz

Ist der mechanische Verband torsionsstarr (starre Welle), dann äussert sich sein Einfluss auf die Eigenwerte dadurch, dass die Steigerung der Belastungsdrehmomente mit der Drehzahl  $d_{W\text{tot}} = d_W + d_{WA}$  die Eigenwerte verändert und zum anderen dadurch, dass die an die Asynchronmaschine angekuppelten Drehmassen das totale Drehmassen-Trägheitsmoment  $O_{\text{tot}}$  mit bestimmen.

Wie Fig. 6 zeigt, ist der Einfluss der Steigung des Belastungsdrehmoments mit der Drehgeschwindigkeit auf die Eigenfrequenzen  $f_{E1}$  und  $f_{E2}$  gering. Die totale Steigung des Belastungsdrehmoments  $d_{W\text{tot}}$ , die ja einer drehgeschwindigkeitsproportionalen mechanischen Dämpfung entspricht, wird in Vielfachen des Drehmomentsfaktors  $F_{MN}$  ( $F_{MN} = F_M$  bei Nennmoment, Nennprimärfrequenz und Nennspannung) ausgedrückt. Die Statorspannung der Maschine wird nach einer linearen Statorspannungs-Statorfrequenzlinie gesteuert. Entscheidend wirkt  $d_{W\text{tot}}$  auf die Dämpfungskoeffizienten  $D_1$  und  $D_2$  ein. Eine genügend grosse Steigung der Belastungsdrehmoment-Drehzahlkurve bewirkt dynamisch stabiles Betriebsverhalten. Die in Fig. 6 gezeigten Kurvenzüge gelten jeweils für  $d_{W\text{tot}} = \text{const.}$  Will man dagegen von einer für jede Drehzahl konstanten Steigung des Belastungsdreh-

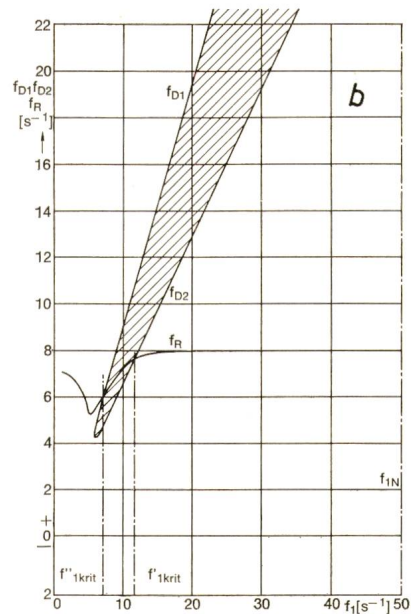
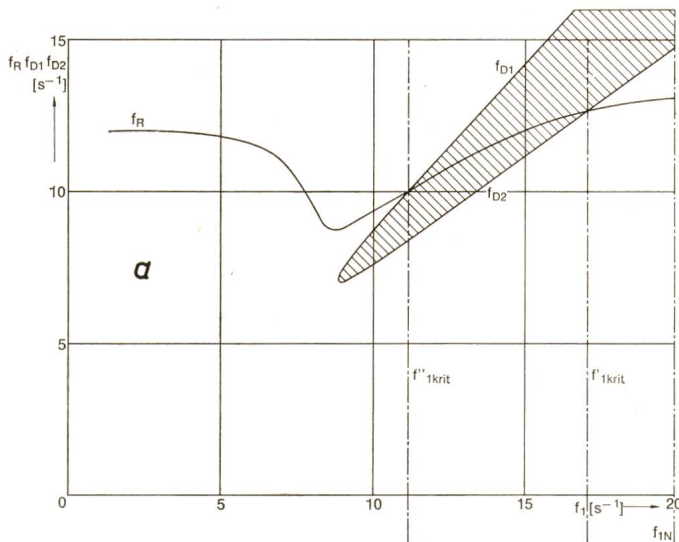


Fig. 4

Die Resonanzfrequenzen  $f_R$  sind die Intervallgrenzen  $f_{D1} = \varepsilon_1 f_1$  bzw.  $f_{D2} = \varepsilon_2 f_1$  bei  $U_1/f_1 = \text{const.}$  und  $\theta_{\text{tot}} = \theta_m$  (starrer Verband) abhängig von der Primärfrequenz  $f_1$  für Leerlauf der Maschinen:  
 a Nr. 14;  
 b Nr. 8

moments ausgehen, dann müsste man  $d_{W \text{ tot } N} \frac{f_1}{f_{1N}} = \text{const.}$  halten ( $d_{W \text{ tot } N} = d_{W \text{ tot}}$  bei  $f_1 = f_{1N}$ ). Ein Unterschied zu den in Fig. 6 gezeigten Kurvenzügen ist natürlich vorhanden aber nicht so sehr wesentlich.

Fig. 7 veranschaulicht den Einfluss des totalen Drehmassenträgheitsmoments auf die Eigenwerte. Wie zu erwarten war, nimmt  $f_{E2}$  mit grösser werdendem Trägheitsmoment ab, während  $D_2$  erheblich zunimmt. Das gilt so lange wie die Primärfrequenz in der Grössenordnung ihres Nennwertes liegt. Bei kleinen Primärfrequenzen verringert sich der Einfluss von  $\theta_{\text{tot}}$  auf  $f_{E2}$  zunehmend, während  $D_2$  sogar mit wachsendem Trägheitsmoment geringer wird.

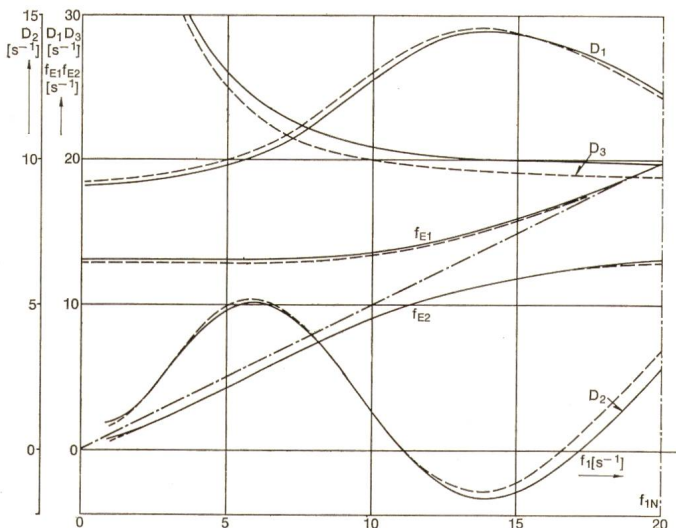


Fig. 5

Die Eigenfrequenzen  $f_{E1}$  und  $f_{E2}$  und die Dämpfungskoeffizienten  $D_1$ ,  $D_2$  und  $D_3$  der Maschine Nr. 14 bei  $\theta_{\text{tot}} = \theta_m$  (starrer mechanischer Verband) und variierter Primärfrequenz

Der totale Statornennfluss (totaler mit der Statorwicklung verketteter magnetischer Fluss) wird dabei konstant gehalten. (Nennfluss = Leerlauffluss)

Leerlauf (—) —  
 Nennmoment (---)

Entscheidend aber ist, dass durch geeignete Wahl des Drehmassenträgheitsmoments der Bereich negativer Dämpfung beseitigt werden kann. Auch ein wachsendes Trägheitsmoment verbessert also die dynamische Stabilität! Allerdings sei ausdrücklich erwähnt, dass dies nur dann der Fall ist, wenn die Welle als starr angesehen werden darf. Der Einfluss des Drehmassenträgheitsmomentes auf die restlichen Eigenwerte ist weniger bedeutsam.

## 7. Der Einfluss der wichtigsten Maschinenkenngrössen auf die Eigenwerte bei starrem mechanischem Verband abhängig von der Primärfrequenz

Bei den folgenden Untersuchungen des Einflusses einzelner Maschinen-Kenngrössen auf die Eigenwerte wird das Drehmassenträgheitsmoment des mechanischen Verbandes  $\theta_{\text{tot}}$  gleich dem des Motors gesetzt. Ferner wird angenommen, dass die Statorspannung nach einer linearen Stator-Spannungs-Statorfrequenz-Kennlinie gesteuert wird. Da hier nur ein Drehzahlbereich zwischen den jeweiligen Leerlauf- und Kippdrehzahlen interessiert und da in diesem Drehzahlintervall der Einfluss des mittleren Belastungsdrehmomentes, wie die vorangegangenen Untersuchungen gezeigt haben, relativ gering ist, wird den folgenden Betrachtungen der Fall der leerlaufenden Asynchronmaschine zugrunde gelegt.

Fig. 8 veranschaulicht, in welcher Weise sich die Eigenwerte verändern, wenn man den Strangwiderstand der Maschinen Nr. 16 einmal um 25% verringert und zum andern um 50% erhöht. Danach ist der Einfluss des Statorwiderstandes auf die Eigenfrequenzen nur im Bereich sehr niedriger Primärfrequenzen und auch dort nur in geringem Masse spürbar. Im Gegensatz zu den Eigenfrequenzen werden die Dämpfungskoeffizienten erheblich beeinflusst. Während der Verlauf der Kurvenzüge  $D_1$  und  $D_2$  abhängig von der Primärfrequenz bei unterschiedlichem Primärwiderstand grundsätzlich erhalten bleibt, ändert sich dieser bei  $D_3$ . Dass  $D_1$  mit wachsendem Primärwiderstand steigt,  $D_2$  dagegen kleiner wird, war zu erwarten.

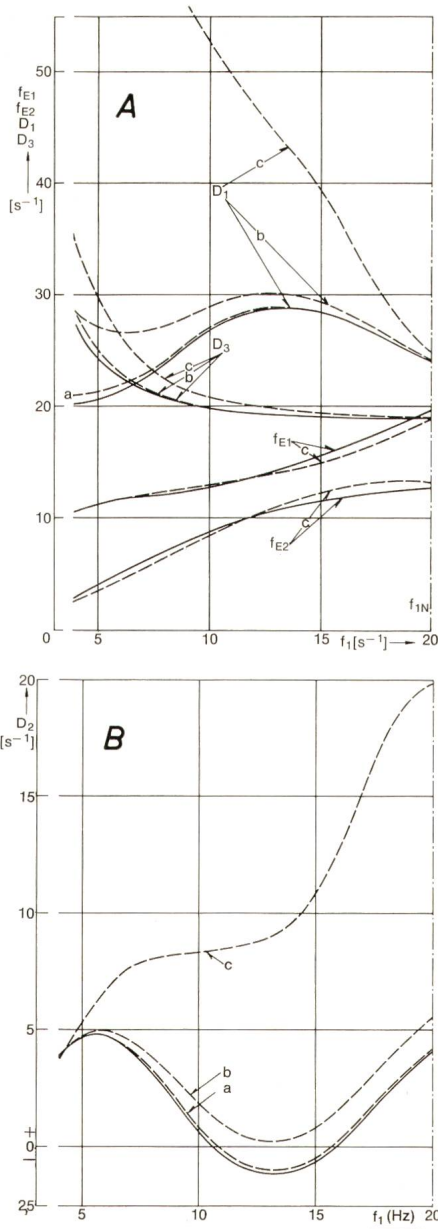


Fig. 6

Die Dämpfungskoeffizienten  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  und die Eigenfrequenzen  $f_{E1}$ ,  $f_{E2}$  der mit dem Nennmoment belasteten Maschine Nr. 14 bei  $\theta_{tot} = \theta_m$  (starrer Verband) und variiertes Primärfrequenz  $f_1$

Die Maschine wird Statorspannung-Statorfrequenz-gesteuert nach  $U_1/f_1 = \text{const.}$  betrieben. Die Steigung des Belastungsmomentes mit der Drehzahl ist unterschiedlich:

- $d_{W_{tot}} = 0$
  - - - (a)  $d_{W_{tot}} = 168,2 \text{ [Ws]} = 0,001 F_{MN} \triangleq (\text{ca. } 2,5^\circ)$
  - - - (b)  $d_{W_{tot}} = 1682,0 \text{ [Ws]} = 0,01 F_{MN} \triangleq (\text{ca. } 22^\circ)$
  - - - (c)  $d_{W_{tot}} = 16820,0 \text{ [Ws]} = 0,1 F_{MN} \triangleq (\text{ca. } 76^\circ)$
- $F_{MN} = F_M (M_{da} = M_{daN}, f_1 = f_{1N}, U_1 = U_{1N}) = 1,682 \cdot 10^5 \text{ Ws}$

[Fig. 6A zeigt  $D_1$ ,  $D_3$ ,  $f_{E1}$  und  $f_{E2}$ ; in Fig. 6B ist  $D_2$  dargestellt]

Fig. 9 zeigt den Einfluss unterschiedlicher Läuferwiderstände auf den Verlauf der Eigenwerte abhängig von der Primärfrequenz. Die Eigenfrequenz  $f_{E1}$  ändert sich bei unterschiedlichem Läuferwiderstand nicht wesentlich. Die tiefe Eigenfrequenz  $f_{E2}$  nimmt mit wachsendem Läuferwiderstand ab, nähert sich dagegen mit abnehmendem Läuferwiderstand einem Grenzwert, der im wesentlichen durch die Streuung bestimmt wird. Diese Abhängigkeit ist ohne weiteres einleuchtend, wenn man sich vergegenwärtigt, in welcher Weise sich die Pendelresonanzfrequenz  $f_R$  durch den Läuferwiderstand beeinflusst wird. Es sind nämlich die Pendelresonanzfrequenz  $f_R$  und die tiefe Eigenfrequenz  $f_{E2}$  bei Nenn-

primärfrequenz nahezu gleich gross. Nach [10] ändert sich ja der Federkennwert  $c_\epsilon$  abhängig von der relativen Pendelfrequenz  $\epsilon$  um so rascher dem ideellen Federkennwert  $c_\infty$  je kleiner der Läuferwiderstand ist. Da aber die dynamische Parabel von den elektrischen Kenngrößen der Maschine nicht beeinflusst wird, nähert sich die Pendelresonanzfrequenz mit kleiner werdendem Läuferwiderstand immer mehr der ideellen Pendelresonanzfrequenz. Ausser im Bereich geringer Primärfrequenzen nimmt  $D_3$  mit wachsendem Läuferwiderstand zu. Auch das ist verständlich, denn die mittlere stationäre Drehzahl stellt sich um so schneller ein je grösser der Läuferwiderstand ist. Wie zu erwarten war, wird  $D_1$  durch den Läuferwiderstand nicht beeinflusst. Allerdings gilt das nur wenn die Primärfrequenz nicht wesentlich kleiner als etwa halbe Nennprimärfrequenz ist. Sowohl  $D_1$  als auch  $D_3$  ändert sich im Bereich tiefer Primärfrequenzen bei unterschiedlichem Läuferwiderstand in einer Weise, die man nicht unbedingt erwarten konnte.

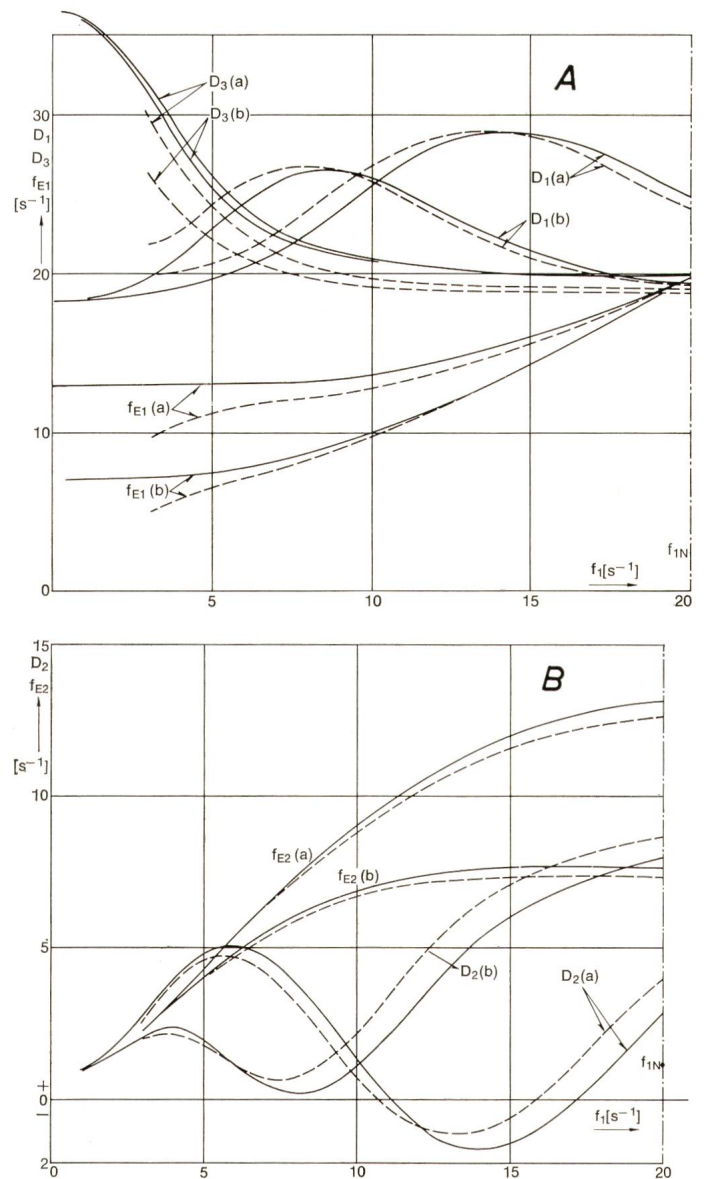


Fig. 7

Die Eigenfrequenzen  $f_{E1}$ ,  $f_{E2}$  und die Dämpfungskoeffizienten  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  der Maschine Nr. 14 bei  $U_1/f_1 = \text{const.}$  und a)  $\theta_{tot} = \theta_m$ ; b)  $\theta_{tot} = 3 \theta_m$  (starrer mechanischer Verband) abhängig von der Primärfrequenz  $f_1$  Leerlauf (—), Nennmoment (— — —) [Fig. 7a stimmt mit Fig. 2a überein.]

[Fig. 7A zeigt  $D_1$ ,  $D_3$  und  $f_{E1}$ ; Fig. 7B stellt  $D_2$  und  $f_{E2}$  dar]

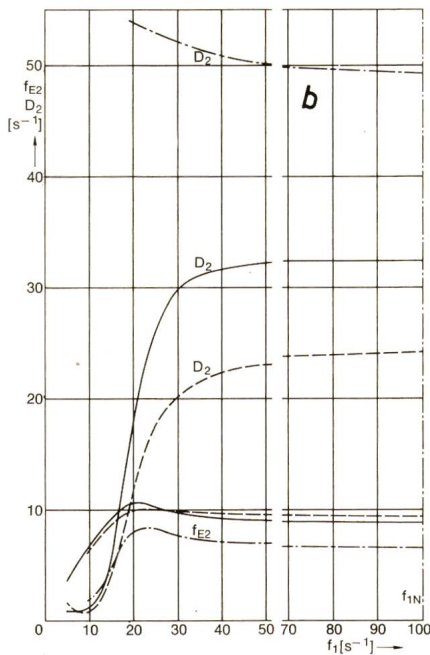
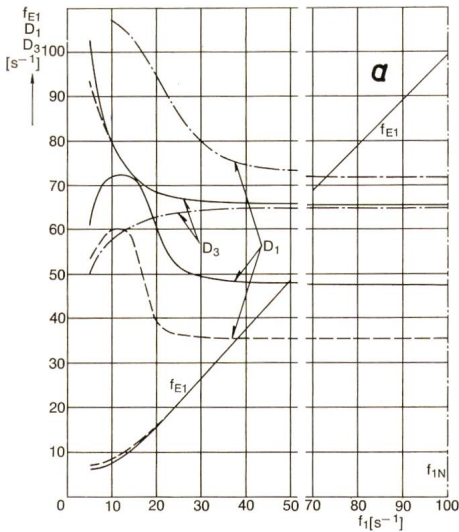


Fig. 8

Die Eigenfrequenz  $f_{E1}$  und  $f_{E2}$  und die Dämpfungskoeffizienten  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  bei  $U_1/f_1 = \text{const.}$  der leerlaufenden Maschine Nr. 16 abhängig von der Primärfrequenz  $f_1$  bei unterschiedlichem Statorwiderstand ( $\alpha = 0,004067$ )

Der mechanische Verband ist torsionsstarr und  $\theta_{\text{tot}} = \theta_m$

—  $\alpha_0$ ; - - -  $0,75\alpha_0$ ; - · -  $1,5\alpha_0$

[Fig. 8a zeigt  $D_1$ ,  $D_3$  und  $f_{E1}$ ; Fig. 8b stellt  $D_2$  und  $f_{E2}$  dar]

Auf die Untersuchung des Einflusses weiterer Maschinenkenngrößen auf die Eigenwerte muss hier mit Rücksicht auf den Umfang der Arbeit verzichtet werden.

### 8. Stabilitätskriterien bei starrem mechanischem Verband

Wie in Abschnitt 3 ausführlich dargelegt worden ist, ist das Betriebsverhalten der Drehstromasynchronmaschine innerhalb des elektromechanischen Verbandes dann dynamisch stabil, wenn die Realteile der Eigenwerte kleiner als Null sind. Demnach müssten, wenn dynamische Stabilität gewährleistet werden soll, im Falle eines starren mechanischen Verbandes die drei Dämpfungskoeffizienten  $D_1$ ,  $D_2$  und  $D_3$  grösser als Null sein.

Die Eigenwerte lassen sich nicht direkt aus den Maschinenkenngrößen dem gesamten Trägheitsmoment  $\theta_{\text{tot}}$  und der Steigung des Belastungsdrehmoments mit der Drehgeschwindigkeit bestimmen, sondern ergeben sich als Nullstellen des

Polynoms in Gl. (20). Nun stellt die Bestimmung der Nullstellen eines Polynoms fünften Grades heute kein Problem dar, weil Grossrechenanlagen solche Aufgaben in Bruchteilen einer Sekunde bewältigen. Trotzdem ist es für gewisse Zwecke doch wünschenswert, Stabilitätskriterien zu besitzen, die den «Umweg» über die Nullstellenbestimmung überflüssig machen. Solche Stabilitätskriterien existieren z.B. in Form der sog. Hurwitzschen Koeffizienten-Determinanten. Diese lauten im Falle der Gl. (20) wie folgt:

$$\Delta_0^* = F_5^* \quad (21)$$

$$\Delta_1^* = F_4^* \quad (22)$$

$$\Delta_2^* = F_4^* F_3^* - F_2^* F_5^* \quad (23)$$

$$\Delta_3^* = F_2^* \Delta_2^* + F_4^* (F_0^* F_5^* - F_1^* F_4^*) \quad (24)$$

$$\Delta_4^* = \Delta_2^* (F_2^* F_1^* - F_0^* F_3^*) - (F_4^* F_1^* - F_0^* F_5^*)^2 \quad (25)$$

$$\Delta_5^* = F_0^* \Delta_4^* \quad (26)$$

Die Nullstellen der Gl. (20), die Eigenwerte, würden nach Hurwitz immer dann negative Realteile (positive Dämpfungskoeffizienten) besitzen wenn die Bedingung

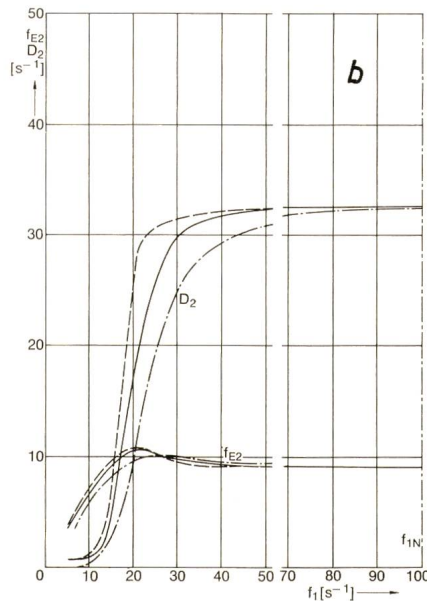
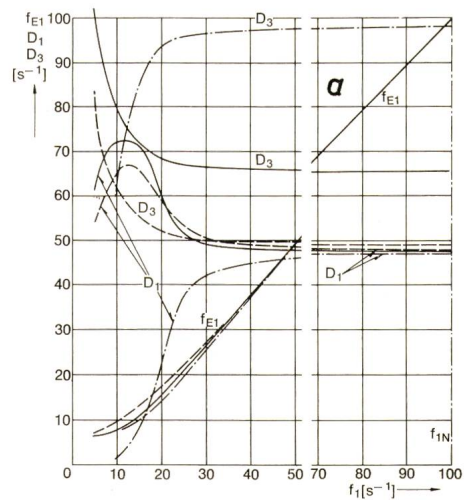


Fig. 9

Die Eigenfrequenzen  $f_{E1}$  und  $f_{E2}$  und die Dämpfungskoeffizienten  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  bei  $U_1/f_1 = \text{const.}$  der leerlaufenden Maschinen Nr. 16 abhängig von der Primärfrequenz  $f_1$  bei unterschiedlichem Rotorwiderstand ( $\beta_0 = 0,005587$ )

Der mechanische Verband ist torsionsstarr und  $\theta_{\text{tot}} = \theta_m$ :

—  $\beta_0$ ; - - -  $0,75\beta_0$ ; - · -  $1,5\beta_0$

[Fig. 9a zeigt  $D_1$ ,  $D_3$  und  $f_{E1}$ ; Fig. 9b stellt  $D_2$  und  $f_{E2}$  dar]

$$\begin{aligned}
 \Delta_0^* &> 0 \\
 \Delta_1^* &> 0 \\
 \Delta_2^* &> 0 \\
 \Delta_3^* &> 0 \\
 \Delta_4^* &> 0 \\
 \Delta_5^* &> 0
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

erfüllt ist. Beschränkt man sich auf einen Drehzahlbereich zwischen der synchronen und der Kippdrehzahl, dann wird  $D_2$  bzw.  $d_2$  immer dann negativ wenn  $\Delta_4^*$  bzw.  $\Delta_4$  negative Werte annimmt. Zwar ist zudem auch  $\Delta_5$  bzw.  $\Delta_5^*$  kleiner als Null doch das ist nach Gl. (26) auch selbstverständlich, da  $F_0^*$  in dem genannten Drehzahlbereich stets grösser als Null ist. Damit steht dann aber ein sehr einfaches Stabilitätskriterium zur Verfügung, denn  $\Delta_4^*$  lässt sich ja aus den Maschinenkenngrössen, dem gesamten Trägheitsmoment und der Steigung des Belastungsdrehmoments mit der Drehzahl berechnen.

$$\begin{aligned}
 \Delta_4^* = \Delta_{40} \Theta_{\text{tot}} + D_{W \text{ tot}} \Delta_{41} + D_{W \text{ tot}}^2 \Delta_{42} + \\
 + D_{W \text{ tot}}^3 \Delta_{43} + D_{W \text{ tot}}^4 \Delta_{44}
 \end{aligned}
 \tag{28}$$

Die Grössen  $\Delta_{40}$ ,  $\Delta_{41}$ ,  $\Delta_{42}$ ,  $\Delta_{43}$  und  $\Delta_{44}$  enthalten ausser dem gesamten Drehmassenträgheitsmoment  $\Theta_{\text{tot}}$  und der mittleren Drehgeschwindigkeit  $\omega_{m0}$  nur die elektrischen Kenngrössen der Asynchronmaschine.

### 8. Schlussbetrachtungen

In der vorliegenden Arbeit werden die Eigenwerte, die das transiente Betriebsverhalten von Drehstromasynchronmaschinen und des an sie angeschlossenen mechanischen

Verbandes bei variabler Primärfrequenz bestimmen, untersucht. Es zeigt sich, dass der Dämpfungskoeffizient  $D_2$  für Primärfrequenzen bestimmter Grösse negative Werte annehmen kann, so dass das Betriebsverhalten für diese Primärfrequenzen instabil wird. Eine Untersuchung des Einflusses der elektrischen Maschinenkenngrössen und der Eigenschaften des elektromechanischen Verbandes ergibt, dass die dynamische Stabilität einer Asynchronmaschine dadurch verbessert werden kann, dass man das Drehmassenträgheitsmoment genügend gross, die Steigung des Belastungsdrehmoments mit der mittleren Drehgeschwindigkeit genügend steil, den Primärwiderstand genügend gering macht, und die Streuung relativ gross wählt.

### Literatur

- [1] M. Brüderlink, H. W. Lorenzen und H. Stemmler: Umrichterspeisung von Asynchronmaschinen. ETZ-A 91(1970)1, S. 22...28.
- [2] H. W. Lorenzen: Angefachte Eigenschwingungen von Drehstrom-Asynchronmaschinen. Brown Boveri Mitt. 55(1968)10/11, S. 650...658.
- [3] H. W. Lorenzen: Das dynamische Betriebsverhalten von Asynchronmaschinen bei kleinen Abweichungen vom stationären Zustand. Brown Boveri Mitt. 56(1969)11/12, S. 548...569.
- [4] G. Pfaff: Zur Dynamik des Asynchronmotors bei Drehzahlsteuerung mittels veränderlicher Speisefrequenz. ETZ-A 85(1964)22, S. 719...724.
- [5] J. Štepana: Betriebsverhalten der vom Wechselrichter gespeisten Asynchronmaschinen. E und M 83(1966)5, S. 295...303.
- [6] R. H. Nelson, T. A. Lipo and P. C. Krause: Stability analysis of a symmetrical induction machine. Trans. IEEE PAS 88(1969)11, p. 1710...1717.
- [7] D. Naumin: Die Darstellung des dynamischen Verhaltens der stromgespeisten Asynchronmaschine durch ein komplexes VZ1-Glied. Wiss. Ber. AEG-Telefunken 42(1969)1, S. 48...52.
- [8] H. W. Lorenzen: Zur Theorie des transienten Betriebsverhaltens von DrehstromkäfigankerMotoren. Arch. Elektrotechn. 53(1969)1, S. 13...30.
- [9] H. W. Lorenzen: Die erzwungenen Schwingungen von Asynchronmotoren unter Berücksichtigung des Ständerwiderstandes. ETZ-A 88(1967)8, S. 195...202.
- [10] A. W. Kron und H. W. Lorenzen: Die selbstregreten Pendelungen von Drehstrom-Asynchronmaschinen. ETZ-A 90(1969)9, S. 200...205.

### Adresse des Autors:

Dr. Hans Werner Lorenzen, AG Brown, Boveri & Cie., 5400 Baden.

## Literatur — Bibliographie

625:656.2 (058.2)

SEV-Nr. S 5/1970-71

Jane's World Railways 1970-71. Edited by Henry Sampson.

13th edition. London, Sampson Low, Marston & Co. Ltd., 1970; 4<sup>o</sup>, 71/686 p., fig., tab., mps. — Price: £ 12. 10. 0

Die vorliegende 13. Ausgabe dieses umfangreichen Nachschlagewerkes über die Eisenbahnen und die sie beliefernden Industrieunternehmungen der ganzen Welt ist inhaltlich gegenüber der 12. Ausgabe überarbeitet worden. Während die Gliederung des Stoffes gleich geblieben ist, sind beim Text durch Verkleinerung und Verminderung der Abbildungen Kürzungen vorgenommen worden, so dass der neueste Band, trotz Aufnahme einiger zusätzlicher Informationen, nicht umfangreicher und deshalb unhandlicher geworden wäre.

Sein Vorwort stellt der Herausgeber unter die Überschrift: «Die Eisenbahn- und Wachstumsindustrie» und zeigt in einer interessanten Analyse die Richtigkeit dieser Feststellung.

Nicht nur die ständige Zunahme der Weltbevölkerung, sondern auch die fortschreitende Erhöhung des allgemeinen Lebensstandards verlangen mehr, raschere und wirtschaftlichere Transportleistungen. Über die nächsten 10 Jahre darf wohl mindestens mit einem Zuwachs des Verkehrsvolumens von 50 % gerechnet werden. Nach wie vor werden der grösste Teil der Transporterfordernisse durch konventionelle Eisenbahnen wirtschaftlich optimal befriedigt werden können, wobei die ideale Voraussetzung der schienengeführten

Traktion für die Anwendung der Kybernetik eines der wichtigsten Argumente darstellt.

Ganz besonders bedeutungsvoll wird sich der Nahverkehr weiterentwickeln. Konnten in Jane's World Railways, Ausgabe 1954/55, erst 10 Untergrundbahnen beschrieben werden, so werden im vorliegenden Band bereits Informationen über 60 im Betrieb oder im Bau stehende Nahverkehrssysteme sowie 20 weitere, welche sich im fortgeschrittenen Planungsstadium befinden, gegeben.

Mit einem Überblick über die voraussichtliche technische Entwicklung der Eisenbahnen in den nächsten 10 Jahren schliesst das Vorwort.

Der statistische Teil dieses Nachschlagewerkes orientiert in seinem 1. Teil auf 177 Seiten über ca. 400 Hersteller von Rollmaterial, Container, Steuerungs- und Signalanlagen, Maschinen für Geleisebau und -Unterhalt sowie von Dieselmotoren für Traktionszwecke. Im 2. Teil (450 Seiten) werden die grösseren Eisenbahngesellschaften der ganzen Welt aufgeführt und deren wichtigste Daten publiziert.

Als Einleitung zum 3. Abschnitt, in welchem 60 Nahverkehrssysteme von 30 Ländern beschrieben sind, hat H. H. Howson eine kurze Übersicht über den Entwicklungsstand nichtkonventioneller Land-Verkehrsmittel verfasst, worin das Hauptgewicht auf Einschienenbahnen und Hovertrain gelegt ist.

Nach wie vor bietet Jane's World Railways jedem, der sich mit Eisenbahnen befasst eine umfassende und wertvolle Informationsmöglichkeit.

E. Dünner