

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 60 (1969)
Heft: 25

Artikel: Frequenzgangverhalten von Drehstromantrieben bei aufgedrückten Drehmomentpendelungen
Autor: Stiebler, M.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-916202>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Frequenzgangverhalten von Drehstromantrieben bei aufgedrückten Drehmomentpendelungen

Von M. Stiebler, Berlin

294-303

621.313.3:621.3.016.1

1. Allgemeines

Drehstromantriebe mit periodisch schwankendem Lastdrehmoment sind hauptsächlich die Kolbenkompressorantriebe. Gleichartige Vorgänge treten auch bei Dieselgeneratoren auf. In beiden Fällen haben die aufgedrückten Drehmomentpendelungen bei der elektrischen Maschine Schwankungen des Drehmomentes, der Winkelgeschwindigkeit und des Stromes zur Folge. Zur Einhaltung eines im Einzelfall vorgeschriebenen Ungleichförmigkeitsgrades werden oft zusätzliche Schwungmassen aufgewendet.

Es ist bekannt, dass nicht nur die synchronen, sondern auch die asynchronen Maschinen im Netzbetrieb unter Einfluss der elektrischen und mechanischen Zeitkonstanten schwingungsfähige Gebilde darstellen. Das Pendeldrehmoment, mit dem eine Maschine auf die Gegenmomentschwankungen antwortet, kann daher Resonanzüberhöhungen aufweisen, die bei der Auslegung eines Antriebs berücksichtigt werden müssen. Hierauf weisen bereits mehrere Arbeiten hin, die sich mit dem Verhalten des Asynchronmotors [1; 2; 3] ¹⁾ sowie der Synchronmaschine [4] befassen; eine weitere Veröffentlichung [5] führt hierzu eine einheitliche Betrachtungsweise auf der Grundlage der Zweiachsentheorie vor.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Drehmoment- bzw. Leistungspendelungen sowie die Schlupf- und Strompendelungen bei Drehstrommaschinen mit periodisch schwankendem Gegenmoment in Form von Frequenzgängen nach übersichtliche Beziehungen zu berechnen und in den bei praktischen Fällen vorkommenden Bereichen quantitative Angaben zu machen. Damit soll bei Verwendung nur weniger Parameter vor allem dem Praktiker eine schnelle Abschätzung der Beanspruchungen ermöglicht werden. Es wird vorausgesetzt, dass die harmonische Analyse der Gegenmomentkurve bzw. des Tangentialdruckdiagramms der Kolbenmaschine (z. B. unter Verwendung eines graphischen Verfahrens [6]) bereits durchgeführt wurde.

2. Berechnungsgrundlagen

Für die Untersuchung des Pendelverhaltens wird, wie üblich, die Methode kleiner Abweichungen von einem stationären Arbeitspunkt verwendet. Damit wird das Problem linearisiert, so dass eine Darstellung mit Frequenzgängen wie in der klassischen Theorie linearer Regelkreise erfolgen kann.

Die Drehkraftkurve möge in einer Fourierreihe drehwinkelabhängig vorliegen. Es ist üblich, bei Vernachlässigung der Rückwirkung von Drehzahländerungen näherungsweise eine zeitabhängige Darstellung zu benutzen. Bei Verwendung der Bezeichnung gemäss Anhang I kann folgende Darstellung für das Gegenmoment gewählt werden:

$$m_G = M_{Gm} + \operatorname{Re} \left\{ \sum_1^{\infty} M_{Gv} \cdot e^{i\omega_v t} \right\} \quad (1)$$

$$\text{bei } \omega_v = \frac{2\pi f_N}{p} (1-s) \nu \quad \text{mit } \nu = 1, 2, \dots$$

Die komplexen Zeiger M_{Gv} geben dabei die Harmonischen des Gegenmoments nach Amplitude und Phasenlage an.

Die durch die Zeiger M_{Gv} gekennzeichneten Pendelanteile des Gegenmoments haben mit gleichen Frequenzen ω_v schwingende Pendelanteile M_v des Luftspaltdrehmomentes, I_v des Ständerstromes und s_v des Schlupfes der elektrischen Maschine zur Folge. Die harmonischen Anteile lassen sich schliesslich wegen der Voraussetzung eines linearen Systems superponieren. In praktischen Fällen begnügt man sich meist damit, $\nu = 5$ als höchste Ordnungszahl in Betracht zu ziehen.

In der vorliegenden Arbeit wird die aufgedrückte Pendelfrequenz ω als laufender Parameter benutzt. Bei der Berechnung der Frequenzgänge werden die Drehstrommaschinen mit Hilfe der Zweiachsentheorie dargestellt. Es gelten verschiedene vereinfachende Voraussetzungen:

a) Von den Pendelungen des Maschinenstromes wird die Klemmenspannung nicht beeinflusst. Gegebenenfalls kann diese Bedingung durch Einführung einer vorgeschalteten Kurzschlussreaktanz bis zur starren Netzspannung erfüllt werden.

b) Der Ständerwiderstand sowie die Eisen- und Zusatzverluste werden in bezug auf das Pendelverhalten vernachlässigt. Eine Untersuchung mit Berücksichtigung des Ständerwiderstandes [7] hatte ergeben, dass abweichende Ergebnisse im wesentlichen nur bei Anregung durch eine Frequenz in der Nähe der Netzfrequenz auftreten. Hier kann beim Asynchronmotor, wie es auch von der Synchronmaschine bekannt ist, eine Verminderung der Dämpfung bis hin zu negativen Werten auftreten. Der hierfür in Frage kommende Frequenzbereich liegt jedoch normalerweise wesentlich über der elektromechanischen Resonanzfrequenz einerseits und der Grundschwingung der Drehkraftkurve andererseits.

c) Die Stromverdrängung im Maschinenläufer wird vernachlässigt. Die Untersuchung ihres Einflusses hat gezeigt [8], dass die Dämpfung durch die Stromverdrängung verbessert wird. Die Amplitudengänge der Pendelgrössen können hiernach bei Maschinen mit stromverdrängungsbehaftetem Läufer oberhalb der Resonanzfrequenz etwas stärker abfallen, als in dieser Arbeit gezeigt.

d) Drillresonanzeigenschaften unter Einfluss der Federzahl der Wellenverbindung zwischen Antriebs- und Arbeitsmaschine werden nicht berücksichtigt. Bei Anwendung der hier vorgelegten Ergebnisse ist zu überprüfen, dass mit den anregenden Frequenzen ω_v keine Torsionseigenfrequenzen des Antriebs zusammenfallen.

Unter diesen Voraussetzungen lassen sich verhältnismässig einfache Ausdrücke für die Antworten $M(j\omega)$ (des Luftspaltdrehmomentes), $I(j\omega)$ (des Ständerstromes) und $s(j\omega)$ (des Schlupfes) auf eine Pendelkomponente M_G des Gegenmoments angeben. Sie sind im Anhang 2 zusammengestellt. Für die praktische Anwendung zweckmässig ist die Definition des dimensionslosen Frequenzganges $G(j\omega)$, der auch als Resonanzmodul oder komplexes Übertragungsmass bezeichnet

¹⁾ Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Gegenmomentkomponente der Ordnungszahl ν	$\frac{M_{G\nu}}{M_N} \cdot e^{j\omega_\nu t}$
Wirkleistungspendelung Übertragungsmass	$G_p(j\omega_\nu) = \frac{M_\nu}{M_{G\nu}}$
Pendelleistung	$\frac{P_\nu}{P_N} = G_p \cdot \frac{M_{G\nu}}{M_N}$
Strompendelung Übertragungsmass	$G_I(j\omega_\nu) = \frac{I_\nu}{M_{G\nu}} \cdot \frac{M_N}{I_N}$
Pendelstrom	$\frac{I_\nu}{I_N} = G_I \cdot \frac{M_{G\nu}}{M_N}$
Schupfpendelung Übertragungsmass	$G_s(j\omega_\nu) = \frac{s_\nu}{M_{G\nu}} \cdot \left(\frac{\partial M}{\partial s} \right)_0$
Pendelschlupf	$s_\nu = G_s \cdot s_B \cdot \frac{M_{G\nu}}{M_N}$ bei $s_B = \left(\frac{\partial M}{\partial s} \right)_0$
Teil-Ungleichförmigkeitsgrad	$\delta_\nu = 2 \cdot s_\nu $

werden kann. In den folgenden Abschnitten werden die den obigen Pendelgrößen zugeordneten Frequenzgänge G_p , G_I und G_s in ihren charakteristischen Formen angegeben.

Die Auswertung für die ν -te Harmonische der Gegenmomentkurve erfolgt dann in auf Nennwerte bezogenen Größen gemäss Tabelle I.

Als wichtiger Parameter geht in allen Fällen das Schwungmoment des Antriebes GD_{ges}^2 ein. In dieser Arbeit wird die als abgeleitete Grösse definierte Anlaufzeitkonstante T_A benutzt:

$$T_A = 10^{-3} \left(\frac{2\pi f_N}{2p} \right)^2 \frac{GD_{\text{ges}}^2}{P_N} = 0,051 \left(\frac{2\pi f_N}{2p} \right) \frac{GD_{\text{ges}}^2}{M_N} \quad s \quad (2)$$

(bei GD_{ges}^2 in kpm^2 , P_N in kW, M_N in kpm, f_N in Hz)

3. Pendelverhalten der Asynchronmaschine

3.1 Nachbildung

Bei stationärer Betrachtung der elektromagnetischen Verhältnisse im Motor folgen Schlupfpendelungen allein der Drehmoment-Drehzahlkennlinie im betrachteten Arbeitspunkt. In Bezug auf die Wirkleistungspendelungen stellt die Asynchronmaschine dann lediglich ein Verzögerungsglied 1. Ordnung dar.

Die eingangs erwähnten Arbeiten haben gezeigt, dass eine solche Betrachtungsweise unzureichend ist. Berücksichtigt man die Änderungen des magnetischen Flusses in den beiden der Längs- und Querachse zugeordneten Komponenten, so ergibt sich nämlich ein Frequenzgang 3. Ordnung. Dadurch kann der Amplitudengang des Luftspaltmoments, der nach Voraussetzung gleich demjenigen der Wirkleistung ist, gegebenenfalls erhebliche Resonanzüberhöhungen aufweisen.

3.2 Ausgangswerte

Der stationäre Zustand der symmetrischen Maschine an einem symmetrischen Spannungssystem ist durch zwei Größen hinreichend charakterisiert:

$$\begin{aligned} U_1 & \text{ Klemmenspannung} \\ M_{Gm} & \text{ Mittelwert des Lastmoments} \end{aligned}$$

Aufgrund der angegebenen Vernachlässigungen sind neben den Nennwerten P_N , U_N , f_N , I_N und M_N bzw. der Polpaarzahl p für das Verhalten der Maschine nur drei weitere Daten massgebend; es sind dies

M_k Kippmoment

s_k Kippschlupf

T_A Anlaufzeitkonstante der rotierenden Teile

Der sich bei Lastmoment M_{Gm} einstellende mittlere Schlupf s ergibt sich rechnerisch zu:

$$s = s_k \frac{M_k^*}{M_{Gm}} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{M_{Gm}}{M_k^*} \right)^2} \right] \quad (3)$$

$$\text{für } \frac{M_{Gm}}{M_k^*} < 1 \quad \text{bei } M_k^* = M_k \left(\frac{U_1}{U_N} \right)^2$$

3.3 Frequenzgänge

Die aus dem hier verwendeten einfachen Ersatzbild der Maschine folgende geringe Anzahl von Parametern erlaubt es, Pendelungen um den Leerlaufpunkt in Abhängigkeit von nur zwei Kenngrößen zu beschreiben. Es sind dies:

$$A_0 = \frac{[\partial M / \partial s]_0}{2\pi f_N T_A s_k M_N} \quad (4)$$

$$\omega_e = 2\pi f_N s_k \sqrt{A_0 - 0,5} \quad \text{für } A_0 > 0,5$$

Hier ist die dimensionslose Grösse A_0 der Anfangssteigung der Drehmoment-Schlupfkennlinie, dividiert durch die Anlaufzeitkonstante und den Kippschlupf, proportional. Diese Kenngrösse ist sowohl mit der Ersatz-Federhärte als auch mit der Ersatz-Dämpfungskonstante des elektromechanischen Systems verknüpft. Weiter ist ω_e die gedämpfte Eigenfrequenz des Systems für den Sonderfall der Pendelungen um den Leerlaufpunkt, $s = 0$, wobei der Frequenzgang 3. Ordnung sich auf einen solchen 2. Ordnung vereinfacht.

Vorkommende Zahlenwerte von A_0 liegen überwiegend zwischen 1 und 5. Bei Antrieben mit grossen Zusatzschwingmassen können kleinere Werte als 1 vorkommen. Bei $A_0 = 0,5$ ist der aperiodische Grenzfall des Systems 2. Ordnung und damit die untere Grenze des hier interessierenden Gebietes erreicht. Als obere Grenze wird im folgenden $A_0 = 10$ betrachtet; dieser Wert kann bei ungekuppelten Maschinen auftreten.

3.4 Ergebnisse

Wirkleistungspendelungen. Fig. 1 zeigt in der komplexen Ebene Ortskurven des Frequenzganges G_p der Wirkleistungs- bzw. Drehmomentpendelung für den Arbeitspunkt «Leerlauf». Das Netz aus Kurven gleicher Zahlenwerte A_0 und ω/ω_e , wobei ω_e seinerseits von A_0 abhängt, gestattet eine schnelle Ablesung von Amplitude und Phase gegenüber dem in die reelle Achse gelegten Pendelvektor ΔM_G des Gegenmoments.

Den über ω/ω_e dargestellten, zugeordneten Amplitudengang gibt Fig. 2 an. Man erkennt, dass es sich um die bekannten Resonanzkurven eines Systems 2. Ordnung handelt, und es gilt:

$$\text{Dämpfungsgrad } D = \frac{1}{2\sqrt{A_0}}$$

$$\text{Resonanzamplitude bei } \omega = \omega_e \quad (5)$$

$$[G_p]_{\max} = \sqrt{A_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4A_0}}} \quad \text{für } A_0 > 0,5$$

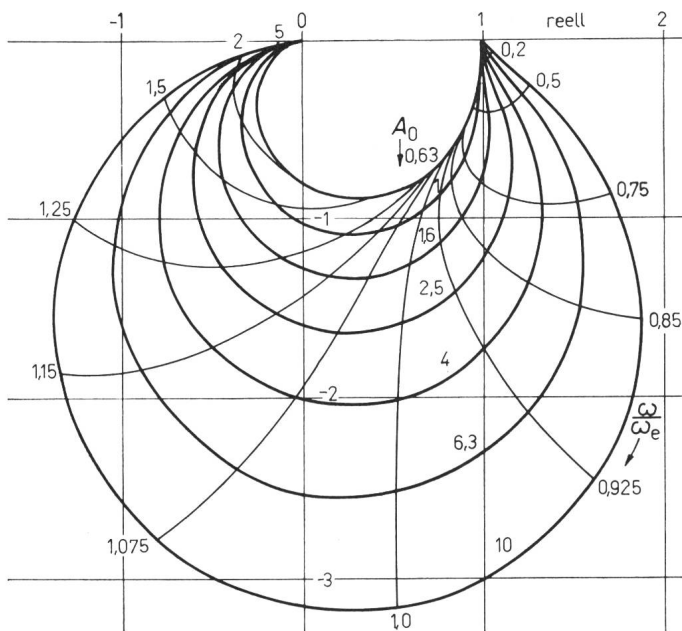


Fig. 1
Ortskurve des Frequenzganges G_p der Wirkleistungspegelung
Arbeitspunkt: Leerlauf; Parameter: Bezogene Pendelfrequenz ω/ω_e
und Kenngrösse A_0

Der Einfluss der den Arbeitspunkt bestimmenden mittleren Last ist aus Fig. 3 zu entnehmen. Dabei wurden die Lastpunkte Leerlauf, Halblast, Nennlast und $5/4$ Last herausgegriffen. Die Ortskurven gelten für einen Antrieb mit den charakteristischen Grössen $A_0 = 4,0$ und $M_k = 2,0$. Man erkennt, dass bei zunehmender Vorbelastung Resonanzfrequenz und Resonanzüberhöhung abnehmen. Das kann man näherungsweise zum Ausdruck bringen, indem man in Gln. (4) und (5) die Kenngrösse A_0 durch

$$A = \frac{[\partial M / \partial s]_s}{2 \pi f_N T_A s_k M_N}$$

ersetzt.

Strompendelungen. Stellt man den Frequenzgang der Strompendelungen mit Hilfe der Grösse G_I nach Tabelle I dar, so zeigt sich, dass dieser bei Ausgangszustand Leerlauf mit dem Frequenzgang G_p der Wirkleistungspegelung bis auf den Faktor $P_N/(\sqrt{3} U_N I_N)$ identisch ist. Der Einfluss der

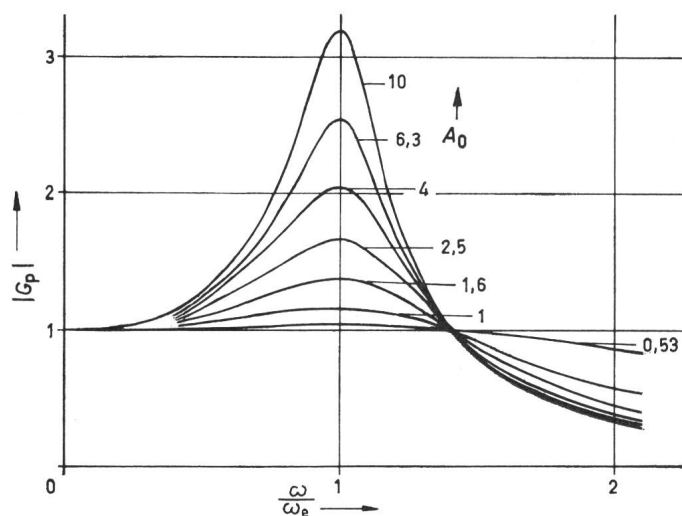


Fig. 2
Amplitudenresonanzkurve zu Fig. 1

Vorbelastung äussert sich jedoch nach Fig. 4, die wie Fig. 3 für $A_0 = 4,0$ und $M_k = 2,0$ gezeichnet wurde. Die Bezeichnung der Achsen wurde dem stationären Stromdiagramm angeglichen, so dass Wirkströme in Richtung der reellen Achse weisen. Sehr langsame Pendelungen, $\omega \approx 0$, verlaufen praktisch auf der Tangente an das Stromdiagramm. Bei endlichen ω ändern sich Amplitude und Phasenlage der Pendelkomponente, die den netzfrequenten Strom moduliert.

Schlupfpendelungen. Als Folge der Drehmomentpendelungen treten Schlupf- bzw. Drehzahlpendelungen auf, die den Ungleichförmigkeitsgrad δ bestimmen. Die Ortskurven des Frequenzganges G_s in Fig 5 gelten für Ausgangszustand Leerlauf und sind den Ortskurven G_p in Fig. 1 zugeordnet. Die komplexen Schlupfwerte erscheinen bezogen auf den Bezugsschlupf s_B nach Tabelle I, der sich bei der Asynchronmaschine nach folgender Beziehung ergibt:

$$s_B = s_k \frac{M_N}{2 M_k} \quad (6)$$

Damit sind durch G_s die Schlupfzeiger auf jenen Schlupf bezogen, der sich bei sehr langsamen Pendelungen ($\omega \approx 0$) um den Leerlaufpunkt mit einer Gegenmomentamplitude

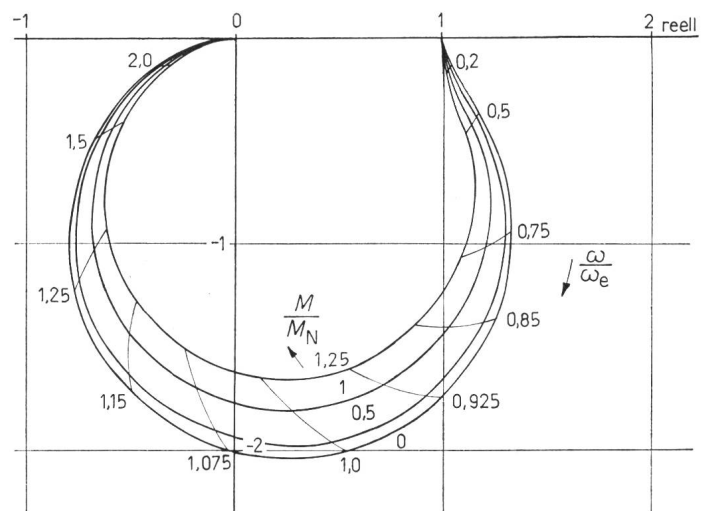


Fig. 3
Ortskurve des Frequenzganges G_p bei $A_0 = 4$
Parameter: Bezogene Pendelfrequenz ω/ω_e und mittleres
Drehmoment M/M_N

von der Grösse des Nennmoments ergäbe. Für grosse Werte der anregenden Frequenz, $\omega \gg \omega_e$ ergibt sich der Amplitudenabfall aus:

$$|G_s| \approx \frac{(\partial M / \partial s)_0}{T_A M_N} \cdot \frac{1}{\omega} = (2 \pi f_N A_0 s_k) \frac{1}{\omega} \quad \text{für } \omega \gg \omega_e \quad (7)$$

Der Einfluss der Vorbelastung wird anhand von Fig. 6 erläutert. Die gezeigten Ortskurven gelten wiederum, wie bei Fig. 3, für $A_0 = 4,0$ und $M_k = 2,0$.

4. Pendelverhalten der Synchronmaschine

4.1 Nachbildung

Das Pendelverhalten der Synchronmaschine ist nicht so einfach zu übersehen wie bei der Asynchronmaschine, da einerseits durch das Polrad, im allgemeinen ausgeführt als Schenkelpollläufer, eine elektrische und magnetische Unsymmetrie vorhanden ist und andererseits neben der mittleren

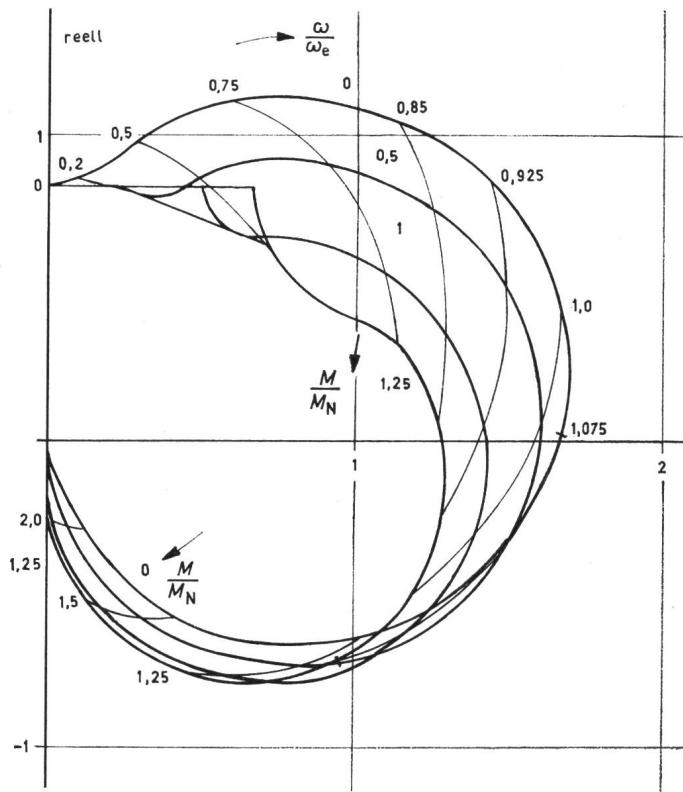


Fig. 4
Ortskurve des Frequenzganges G_I der Strompendelung bei $A_0 = 4$
Parameter: wie in Fig. 3

Wirkleistung mit Hilfe der Erregung auch die mittlere Blindleistung stellbar ist.

Bekannt ist die Verwendung des als komplexe Synchronisierziffer bezeichneten Quotienten

$$k_s = \frac{\Delta M}{\Delta \Theta}$$

der als Pendelgröße das Luftspaltdrehmoment bezogen auf die Einheit des Pendelwinkels angibt. Diese Synchronisier-

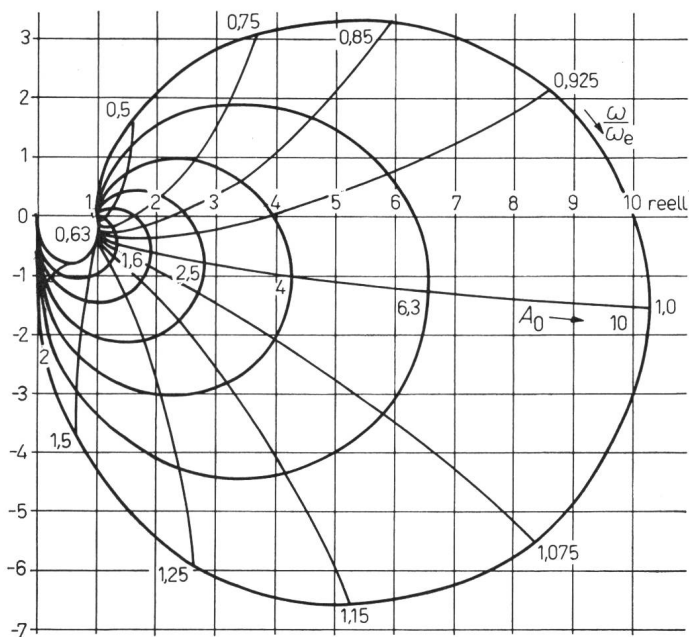


Fig. 5
Ortskurve des Frequenzganges G_s des Pendelschlupfes
Arbeitspunkt: Leerlauf; Parameter: Bezogene Pendelfrequenz ω/ω_e und Kenngröße A_0

ziffer lässt sich in einer Ortskurve mit der anregenden Frequenz ω als laufendem Parameter darstellen und ist vom Lastzustand, d. h. vom Arbeitspunkt abhängig. Zur Berechnung benötigt man die Operatorreaktanzen $X_{op d}(j\omega)$ und $X_{op q}(j\omega)$ der Synchronmaschine (siehe Anhang 2).

Es ist weiterhin bekannt, dass eine Synchronmaschine unter dem Einfluss der magnetischen und mechanischen Energiespeicher eine von Wirk- und Blindlast abhängige Eigenfrequenz aufweist.

Bei Verwendung der konventionellen Ausdrücke für die Operatorreaktanzen führt die Berechnung der Eigenfrequenzen auf eine Gleichung 5. Grades. Um zu einfachen Rechenvorschriften zu kommen, wurde hier zu Näherungen gegriffen.

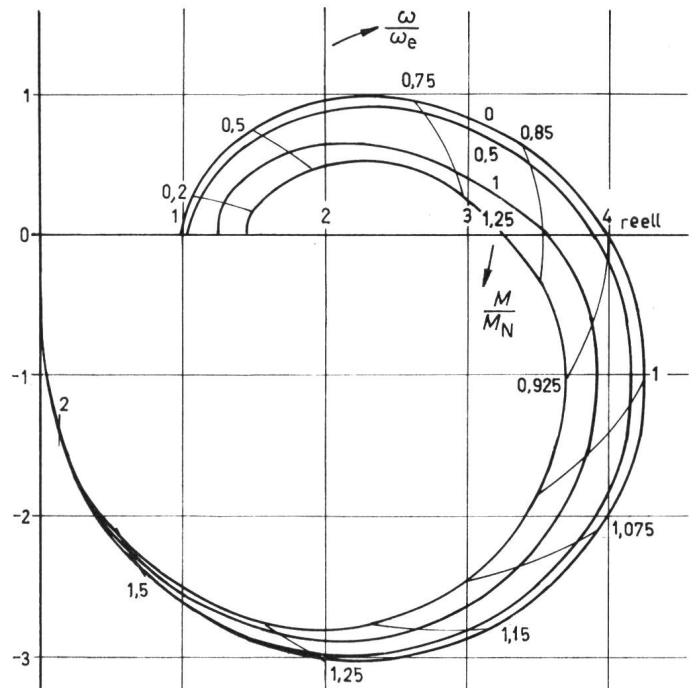


Fig. 6
Ortskurve des Pendelschlupfes G_s bei $A_0 = 4$
Parameter: wie in Fig. 3

4.2 Ausgangswerte

Der stationäre Zustand der Synchronmaschine im symmetrischen Betrieb ist durch drei Größen gekennzeichnet. Hier werden benutzt:

- U_1 Klemmenspannung
- P Wirkleistung, > 0 bei Motorbetrieb
- Q Blindleistung, > 0 bei Übererregung

Dazu lassen sich Erregung und Polradwinkel bestimmen. Letzterer ergibt sich aus:

$$\Theta = -\arctan \frac{P}{Q_L + Q} \quad \text{bei } Q_L = \frac{U_1^2}{X_q} \quad (8)$$

stabil bei $Q_L + Q > 0$

Als Daten der Maschine werden zunächst die Nennwerte P_N , U_N , f_N , I_N und M_N bzw. die Polpaarzahl p benötigt. Weiterhin müssen die bei der Berechnung der Operatorreaktanzen eingehenden Reaktanzen und Zeitkonstanten sowie die Anlaufzeitkonstante T_A bekannt sein.

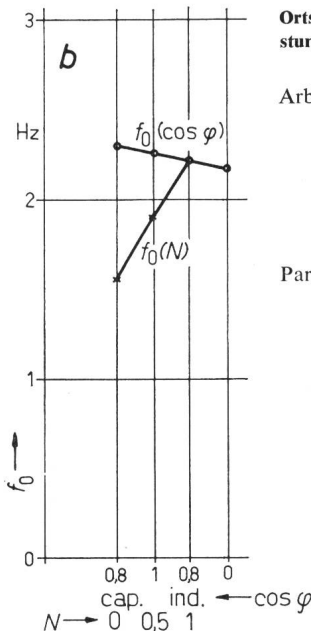
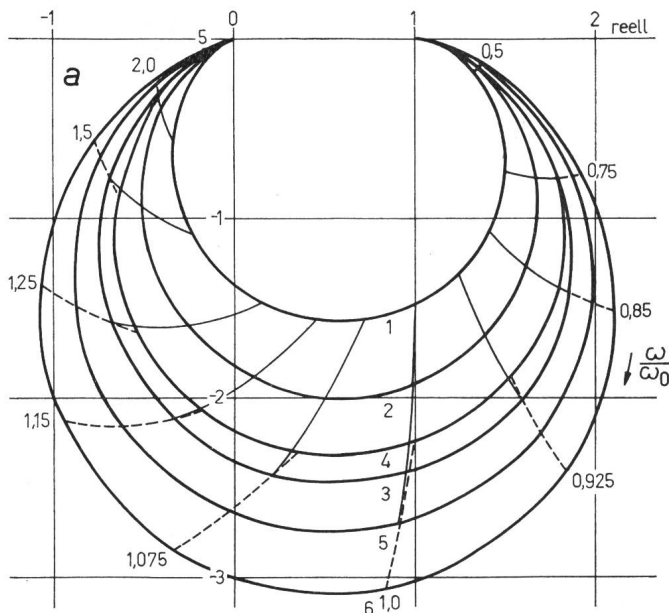


Fig. 7
Ortskurve des Frequenzganges G_D der Wirkleistungspendelung (a) und Kennfrequenz f_0 zu Arbeitspunkten 1...6 (b)

Arbeitspunkte:

- 1 $P = 0$; $Q = 0$ Leerlauf
- 2 $P = 0,4$; $Q = 0,3$ ind. Halblast
- 3 $P = 0,8$; $Q = 0,6$ ind. Nennlast
- 4 $P = 0$; $Q = 1,0$ ind.
- 5 $P = 1$; $Q = 0$
- 6 $P = 0,8$; $Q = 0,6$ cap.

Parameter: Bezogene Pendelfrequenz ω/ω_0

4.4 Ergebnisse

Die Frequenzgänge von Wirkleistung, Strom und Schlupf können hier wegen der erhöhten Parameterzahl nicht mit gleicher Allgemeingültigkeit angegeben werden wie z. B. in den Fig. 1 und 5 für die Asynchronmaschine. Den folgenden

Kurven wurde daher als Beispiel eine typische Schenkelpolmaschine von rund 8 MW Leistung bei vierpoliger Ausführung und 50 Hz zugrundegelegt.

Als Daten wurden verwendet:

$$X_d = 1,43; X_d' = 0,286; X_d'' = 0,200; X_q = 1,0; X_q'' = 0,25$$

$$T_d' = 0,933 \text{ s}; T_d'' = 0,036 \text{ s}; T_d''' = 0,032 \text{ s}$$

In der Praxis kann es notwendig werden, die Kenngrößen der Querachse zu schätzen. Die dem Gesamtschwungmoment zugeordnete Anlaufzeitkonstante wurde im vorliegenden Falle variiert.

X_d, X_d', X_d'' synchrone, transiente und subtransiente Reaktanz-Längsachse

X_q, X_q'' synchrone und subtransiente Reaktanz-Querachse

T_d', T_d'', T_d''' transiente und subtransiente Kurzschlusszeitkonstanten

T_A Anlaufzeitkonstante der rotierenden Teile

Da die Reaktanzen gewöhnlich als Bruchteile der Nennimpedanz ausgedrückt werden, empfiehlt sich die Durchführung der Berechnungen in bezogenen Größen (per-unit).

4.3 Frequenzgänge

Wie beim Asynchronmotor interessiert zunächst die elektromechanische Eigenfrequenz der Maschine. Der ungedämpfte Wert kann graphisch ermittelt werden, indem man den über ω aufgetragenen Realteil der komplexen Synchronisierziffer (Federmoment) mit der Parabel des Beschleunigungsmomentes zum Schnitt bringt. Einfache Näherungsformeln, die nur die stationäre Winkelabhängigkeit des Drehmoments berücksichtigen, können demnach nicht befriedigen.

Es wird hier eine neue Näherung für die Pendeleigenfrequenz der Synchronmaschine vorgelegt. Sie gibt exakt die ungedämpfte Resonanzfrequenz für Pendelungen um den synchronen Leerlauf an; die Einflüsse von Wirk- und Blindanteil der Vorbelastung werden näherungsweise erfasst. Man erhält ω_0 aus:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{2} (\omega_k^2 - \omega''^2) \left[\sqrt{1 + \left(2 \frac{\omega_k \omega'}{\omega_k^2 - \omega''^2} \right)^2} - 1 \right]$$

$$\text{mit } \omega'^2 = \frac{2 \pi f_N}{T_A} \left[U_1^2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{X_q} + \frac{\sin^2 \theta}{X_d'} \right) + Q \right]$$

$$\omega''^2 = \frac{2 \pi f_N}{T_A} \left[U_1^2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{X_q''} + \frac{\sin^2 \theta}{X_d''} \right) + Q \right] \quad (9)$$

$$\omega_k^2 = \frac{\cos^2 \theta}{T_q''^2} + \frac{\sin^2 \theta}{T_d''^2}$$

Die Berechnung der Frequenzgänge erfolgt nach den im Anhang 2 angegebenen Beziehungen.

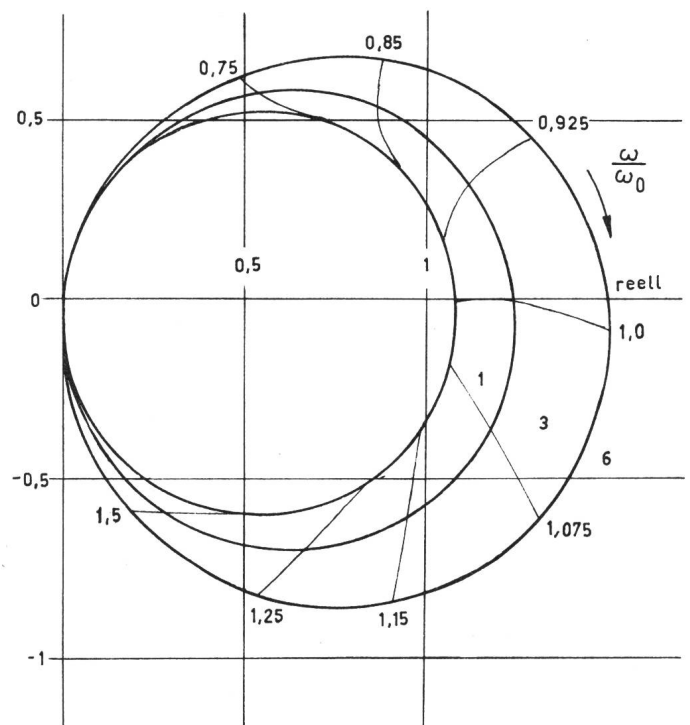


Fig. 8
Ortskurve des Frequenzganges G_s des Pendelschlupfes
Arbeitspunkte: 1, 3 und 6 nach Fig. 7a
Parameter: Bezogene Pendelfrequenz ω/ω_0

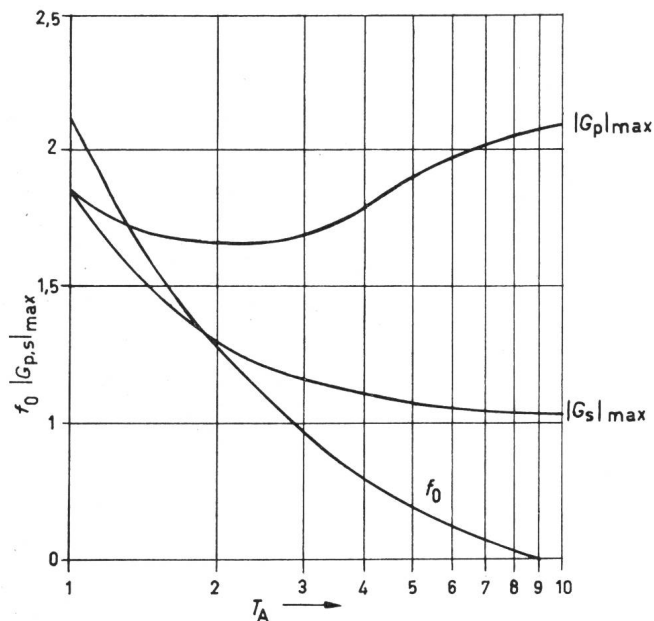


Fig. 9
Kennfrequenzen f_0 und maximale Amplituden von Pendelleistung G_p und
Pendelschlupf G_s über Anlaufkonstante T_A

Wirkleistungspendungen. Fig. 7a zeigt Ortskurven des Frequenzganges G_p für die Synchronmaschine des Beispiels mit $T_A = 4,19$ s bei verschiedenen Lastzuständen. In den Kurven 1...3 überlagern sich die Pendlungen verschiedenen Scheinleistungen (Leerlauf, Halb- und Nennlast) bei $\cos \varphi = 0,8$ ind. Die Kurven 3...6 gelten für Nennscheinleistung bei unterschiedlichem $\cos \varphi$ (reine Blindlast $\cos \varphi = 0$ ind, reine Wirklast $\cos \varphi = 1$ und untererregter Betrieb in der Nähe der praktischen stationären Stabilitätsgrenze $\cos \varphi = 0,8$ cap). Die Vergrößerungsfunktion weist bei Ausgangszustand Leerlauf die kleinste und bei Nennscheinleistung im untererregten Betrieb die grösste Resonanzamplitude auf. In Fig. 7b sind die Resonanzfrequenzen $f_0 = \omega_0/2\pi$ aufgetragen. Man erkennt, dass f_0 mit steigender Leistung zunimmt, während der $\cos \varphi$ der Last nur geringen Einfluss hat.

Schlupfpendungen. In Fig. 8 sind für die Ausgangszustände Leerlauf und Nennscheinleistung bei $\cos \varphi = 0,8$ ind und $\cos \varphi = 0,8$ cap. die Ortskurven G_s der Schlupfpendungen aufgezeichnet. Bei $\omega = 0$ beginnt der Resonanzmodul im Gegensatz zur Asynchronmaschine bei Null, da ja bei sehr langsamen Pendlungen des Polradwinkels keine messbaren Abweichungen der Drehzahl vom Synchronismus auftreten. Der nach Tabelle I für Pendlungen um den Leerlaufpunkt definierte Bezugsschlupf ergibt sich hier zu:

$$s_B = \frac{1}{2\pi f_N T_q''} \cdot \frac{P_N}{U_1^2 \left(\frac{1}{X_q''} - \frac{1}{X_q} \right)} \quad (10)$$

Die Resonanzfrequenz ω_0 ist so definiert, dass bei Ausgangszustand Leerlauf (Kurven 1 in Fig. 7a und 8) und $\omega = \omega_0$ das komplexe Übertragungsmass des Schlupfes G_s reell ist und dasjenige der Wirkungsleistung G_p den Realteil 1 aufweist. Es zeigt sich, dass die Schlupfamplituden vom Ausgangszustand weniger stark abhängen als die Wirkleistungsamplituden.

Fig. 9 gibt für die als Beispiel gewählte Maschine die Maximalbeträge der Resonanzmoduln G_p und G_s sowie die

Resonanzfrequenz f_0 über der Anlaufzeitkonstante T_A an. Hiernach kann durch Zusatzmassen, die zur Vergrößerung von T_A oberhalb von rund $T_A = 3,5$ s noch aufgewendet werden, die maximale Schlupfpendelamplitude nur noch unwesentlich gesenkt werden. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass die Resonanzfrequenz in diesem Bereich von T_A noch stark abfällt.

In der Praxis interessieren die Amplitudengänge der Funktionen G_p und G_s über der anregenden Frequenz, die die Antworten des Systems auf die Harmonischen der Drehkraftkurve kennzeichnen. Diese Amplitudengänge wurden in Fig. 10 für Frequenzen oberhalb der Resonanz in Abhängigkeit von $f = \omega/2\pi$ mit T_A als Parameter aufgetragen. Im doppellogarithmischen Maßstab nähern sich für $f \gg f_0$ die Kurven an Geraden an. Sie zeigen den charakteristischen Abfall von 20 dB/Dekade bei der Schlupfpendelung gemäss $|G_s|$ und von 40 dB/Dekade bei der Wirkleistungspendelung in $|G_p|$. Zugrunde liegen bei Ausgangszustand Leerlauf die Hyperbeln:

$$\left. \begin{aligned} |G_p| &\approx \frac{2\pi f_N U_1^2}{T_A X_q''} \cdot \frac{1}{\omega^2} \\ |G_s| &\approx \frac{1}{T_A s_B} \cdot \frac{1}{\omega} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{für } \omega \gg \omega_e \\ &\text{bei Arbeitspunkt} \\ &\text{«Leerlauf» } (\theta = 0) \end{aligned} \quad (11)$$

Die Anlaufzeitkonstante geht hier reziprok in die Rechnung ein.

5. Zusammenfassung

Zur Untersuchung des Verhaltens von Drehstromantrieben bei erzwungenen Schwingungen werden sowohl Asynchron- wie Synchronmaschine am starren Netz als lineare Systeme mit Hilfe von Frequenzgängen untersucht. Dazu werden für die Pendlungen der Wirkleistung, des Stromes und des Schlupfes Resonanzmoduln oder komplexe Übertragungsfaktoren definiert. Hieraus können nach Amplitude

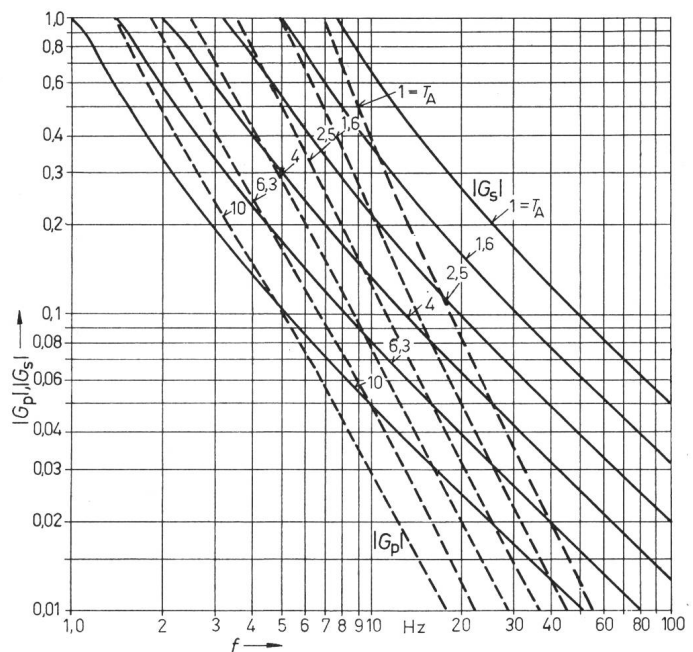


Fig. 10
Amplitudengang der Pendelleistung G_p und des Pendelschlupfs G_s (strichliert) über der Pendelfrequenz f
Parameter: Anlaufzeitkonstante T_A

und Phasenlage die Antworten auf die einzelnen Harmonischen der vorgegebenen Drehkraftkurve bestimmt und anschliessend superponiert werden.

An den unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes der Maschine berechneten Ortskurven wird, ausgehend von Arbeitspunkt «Leerlauf», der Einfluss der mittleren Last gezeigt. Für die Berechnung der elektromechanischen Resonanzfrequenzen werden neue Näherungslösungen vorgelegt. Es zeigt sich, dass das Pendelverhalten von Asynchronmotoren sich durch wenige Parameter charakterisieren lässt, während bei Synchronmaschinen die grössere Anzahl von Daten und die von der Netzspannung unabhängige Erregung eine allgemeine kurvenmässige Darstellung der Ergebnisse nicht mehr gestatten. Die im Anhang angegebenen Beziehungen erlauben jedoch eine bequeme Auswertung mit dem Digitalrechner.

Anhang 1

Zusammenstellung der verwendeten Formelzeichen

Darstellung: Komplexe Grössen sind fett gedruckt.

Veränderliche:

Unabhängige:	t	Zeit
	ω	Frequenz der erzwungenen Pendelung
	ν	Ordnungszahl
Abhängige:	m, M	Drehmoment; m_G, M_G Gegenmoment (motorisch > 0)
	P	Wirkleistung
	Q	Blindleistung (übererregt > 0)
	N	Scheinleistung
	I	Strom
	U	Spannung
	s	Schlupf
	X_{op}	Operatorreaktanzen
	θ	Polradwinkel
	ω	Winkelfrequenz
	G	Resonanzmodul
	δ	Ungleichförmigkeitsgrad
	k_s	Synchronisierziffer
Konstanten:	X	Reaktanzen
	T	Zeitkonstanten
	f_N	Netzfrequenz
	$2p$	Polzahl
	A	Kenngrösse
	D	Dämpfungsgrad
Indizes:	m	Mittelwert
	0	Leerlaufwert
	d	Längsachsenwert
	q	Querachsenwert
	N	Nennwert
	B	Bezugswert
	ν	Wert der ν -ten Harmonischen
	k	Kippwert

Anhang 2

Zusammenstellung der Formeln zur Berechnung der Pendelgrössen

Ansatz für Störfunktion und Antworten

Die harmonische Komponente des Gegenmoments

$$m_G = \operatorname{Re}(\Delta \mathbf{M}_G \cdot e^{j\omega t}) \quad (\text{A1})$$

hat Schwingungen gleicher Frequenz in Drehmoment, Wirkleistung, Strom und Schlupf zur Folge:

$$\begin{aligned} \Delta m &= \operatorname{Re}(\Delta \mathbf{M} \cdot e^{j\omega t}) & \Delta P &= \operatorname{Re}(\Delta \mathbf{P} \cdot e^{j\omega t}) \\ \Delta I &= \operatorname{Re}(\Delta \mathbf{I} \cdot e^{j\omega t}) & \Delta s &= \operatorname{Re}(\Delta \mathbf{s} \cdot e^{j\omega t}) \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

Pendelgrössen der Asynchronmaschine

Komplexes Drehmoment, bezogen auf die Einheit des Schlupfes:

$$\frac{\Delta \mathbf{M}}{\Delta \mathbf{s}} = \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial s} \right)_s \frac{1 + j \frac{\eta}{1 - \mu^2}}{1 + j \frac{2\eta}{1 + \mu^2} - \frac{\eta^2}{1 + \mu^2}} \quad (\text{A3})$$

mit $\eta = \frac{\omega}{2\pi f_N s_k}$

$$\mu = \frac{s}{s_k} \text{ bei } s \text{ nach Gl. (3)}$$

Komplexes Drehmoment, bezogen auf die Einheit des Gegenmoments

$$\frac{\Delta \mathbf{M}}{\Delta \mathbf{M}_G} = \frac{1}{\frac{1 + j\omega T_A}{\Delta \mathbf{M}}} = \frac{\frac{\Delta \mathbf{P}}{P_N}}{\frac{\Delta \mathbf{M}_G}{M_N}} \equiv \mathbf{G}_p(j\omega) \quad (\text{A4})$$

Komplexer Strom, bezogen auf Nennstrom bei Nennwert des Gegenmoments:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \mathbf{I}}{I_N} &= \frac{P_N}{\sqrt{3} U_N I_N} \cdot \frac{\Delta \mathbf{M}}{\Delta \mathbf{M}_G} \left(1 - j\mu \frac{2 + j\eta}{1 - \mu^2 + j\eta} \right) \equiv \mathbf{G}_I(j\omega) \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

Komplexer Schlupf, bezogen auf Bezugsschlupf s_B bei Nennwert des Gegenmoments:

$$\frac{\Delta \mathbf{s}}{s_B} = \frac{j}{\omega T_A s_B} \left(\frac{\Delta \mathbf{M}}{\Delta \mathbf{M}_G} - 1 \right) \equiv \mathbf{G}_s(j\omega) \quad (\text{A6})$$

mit s_B nach Gl. (6)

Pendelgrössen der Synchronmaschine (in per-unit)

Operatorreaktanzen der Längs- und Querachse:

$$X_{op d}(j\omega) = X_d \frac{1 + j\omega T_{d'}}{1 + j\omega T_{d0}'} \cdot \frac{1 + j\omega T_{d''}}{1 + j\omega T_{d0}''}$$

$$X_{op q}(j\omega) = X_q \frac{1 + j\omega T_{q''}}{1 + j\omega T_{q0}''}$$

$$\text{mit } T_{d0}' = \frac{X_d'}{X_d'} T_{d'} \quad (\text{A7})$$

$$T_{d0}'' = \frac{X_d'}{X_d''} T_{d'}$$

$$T_{q0}'' = \frac{X_q}{X_q''} T_{q''}$$

Komplexes Drehmoment, bezogen auf die Einheit des Polradwinkels (komplexe Synchronisierziffer):

$$\mathbf{k}_s(j\omega) = U_1^2 \left(\frac{\cos^2 \theta}{X_{op q}} + \frac{\sin^2 \theta}{X_{op d}} \right) + Q \quad \text{mit } \theta \text{ nach Gl. (8)} \quad (\text{A8})$$

Komplexes Drehmoment, bezogen auf die Einheit des Gegenmoments:

$$\frac{\Delta M}{\Delta M_G} = \frac{1}{1 - \omega^2 \frac{T_A}{2\pi f_N} \cdot \frac{1}{k_s}} \equiv G_p(j\omega) \quad (A9)$$

Komplexer Schlupf, bezogen auf Bezugsschlupf s_B bei Nennwert des Gegenmoments:

$$\frac{\frac{\Delta s}{s_B}}{\frac{\Delta M_G}{M_N}} = \frac{j\omega}{2\pi f_N k_s s_B} \cdot \frac{\Delta M}{\Delta M_G} \equiv G_s(j\omega) \quad (A10)$$

mit s_B nach Gl. (10).

Die Anwendung der Resonanzmoduln $G(j\omega)$ für die v -te Harmonische einer gegebenen Drehkraftkurve gibt Tab. I an.

Literatur

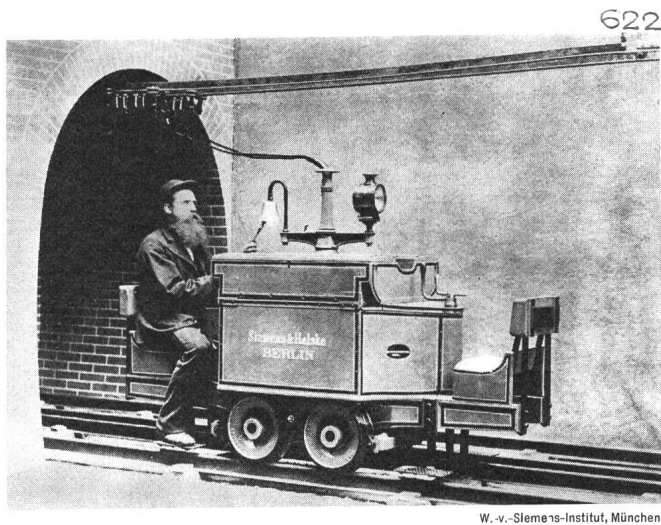
- [1] H. Jordan, H.-W. Lorenzen und Frank Taegen: Erzwungene Pendelungen von Asynchronmaschinen. ETZ 84(1963)20, S. 645...648.
- [2] A. Leonhard: Periodisch schwankende Belastung von Asynchronmaschinen. E und M 81(1964)21, S. 581...586.
- [3] W. Schuisky: Leistungspendungen von Induktionsmotoren bei pulsierender Belastung. Siemens-Z. 40(1966)Beiheft «Motoren für industrielle Antriebe», S. 84...86.
- [4] L. Hannakam und M. Stiebler: Frequenzgänge der Synchronmaschine. Regelungstechnik 14(1966)8, S. 368...372.
- [5] M. Canay: Komplexe Leistungs- bzw. Drehmomentziffern zur Behandlung der Pendelungen von Synchron- und Asynchronmaschinen. Bull. SEV 57(1966)26, S. 1220...1221.
- [6] A. Bourier: Graphische Fourieranalyse. ETZ-A 86(1965)23, S. 744...750.
- [7] H.-W. Lorenzen: Die erzwungenen Schwingungen von Asynchronmotoren unter Berücksichtigung des Ständerwiderstandes. ETZ-A 88(1967)8, S. 195...202.
- [8] H.-W. Lorenzen: Der Einfluss der Stromverdrängung auf die erzwungenen Pendelungen von Asynchronmaschinen. ETZ-A 88(1967)8, S. 445...451.
- [9] B. Zettler: Elektromotorische Antriebe von Kolbenkompressoren. AEG-Mitt. 54(1964)11/12, S. 713...719.

Adresse des Autors:

Dr. M. Stiebler, AEG-Telefunken, Brunnenstrasse 107a, D-1 Berlin 65.

EIN BLICK ZURÜCK

Die erste elektrische Grubenlokomotive, 1882



W.-v.-Siemens-Institut, München

Ende einen Fahrersitz, der je nach Fahrtrichtung gewechselt wurde. Vor jedem der Fahrersitze befanden sich 2 Kurbeln, wovon eine die Bremse betätigte, während die zweite die Ein- und Ausschaltung bewirkte. Die letztere Kurbel diente auch der Stromumschaltung zur Vor- bzw. Rückwärtsbewegung der Lokomotive. Um die Maschine möglichst schonend anfahren und anhalten zu können, waren gestufte Kohlewiderstände vorgesehen. Sie erwärmten sich sehr stark beim Stromdurchgang und lagen deshalb zur Abkühlung ganz unter Wasser. Diese Stromwiderstandsgefäße waren auf dem Dach der Lokomotive angeordnet. Der Antrieb des Fahrzeugs erfolgte durch einen Gleichstrom-Reihenschlussmotor mit Trommelanker, wie er ähnlich bei der Lokomotive der ersten elektrischen Eisenbahn auf der Gewerbeausstellung 1879 in Berlin verwendet wurde. Der Motor hatte eine Leistung von 4,5 kW; Zahnräder setzten die Umdrehung des Ankers in die Bewegung der Laufräder um. Mitten auf der Lokomotive stand ein Säulchen, durch welches biegsame Stromleitungskabel zum Motor führten. Diese Kabel waren andererseits mit zwei «Kontaktwagen» verbunden, die mit je 4 kleinen Rollen an den Stromschienen hingen und von der Lokomotive nachgezogen wurden. Die Stromversorgung dieser Bahn geschah durch einen Gleichstromgenerator vom Maschinenhaus aus über Kabel, die an der Schachtwand hinunter führten zu den an der Tunneldecke befestigten Schienen.

Selbstverständlich hafteten dieser Neuentwicklung noch einige Kinderkrankheiten an, die z. B. in der zu schwachen Ausführung der Zahnräder und der ungünstigen Konstruktion der Kontaktwagen lagen. Bis zur modernen thyristorgesteuerten Batterielokomotive, die eine Stundenleistung von 70 kW hat, eine Höchstgeschwindigkeit von 20 km/h, eine Zugkraft von ca. 2400 kp war also noch ein weiter Weg.

G. Weidinger