

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 59 (1968)
Heft: 25

Artikel: Die Streufaktoren in Dauermagnetkreisen
Autor: Schick, C.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-916102>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 17.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

Die Streufaktoren in Dauermagnetkreisen

Von C. Schick, Zürich

621.3.042

Die vorliegende Abhandlung umschreibt eine Methode, um Dauermagnetkreise mittels eines zusätzlichen Streufaktors systematisch zu berechnen. Ausserdem wird ein idealer Magnetkreis definiert, bei dem der erwähnte Streufaktor durch eine Näherungshypothese bestimmt werden kann. Diese Hypothese besagt, dass das Differential einer einfachen linearen Beziehung des Streufaktors proportional zur selben Beziehung und zum Differential der Luftspaltweite ist.

Le présent article propose une méthode pour l'étude systématique des circuits magnétiques à aimants permanents en utilisant un coefficient de dispersion auxiliaire. En outre, on définit un circuit magnétique idéal dont le coefficient sus-mentionné peut être déterminé par une hypothèse d'approximation, selon laquelle la différentielle d'une certaine relation linéaire de ce coefficient est proportionnelle à elle-même et à la différentielle de la longueur de l'entrefer.

1. Einleitung

Eines der Hauptprobleme bei der Dimensionierung von Dauermagnetkreisen ist die Berechnung des Nutzflusses im Luftspalt bei einer gegebenen Geometrie. Um diese Berechnung durchzuführen, macht man bekanntlich Gebrauch von einer elektrischen, dem magnetischen Kreis äquivalenten Ersatzschaltung [1]¹⁾. Nachfolgend wird versucht, dieses Problem anhand eines einfachen symmetrischen Systems, wie in Fig. 1 dargestellt, zu lösen. Die Länge L , der Querschnitt A_g , der Umfang U_a und die Permeabilität μ μ_0 der Magnete werden als gegeben betrachtet. Das Kurzschlussjoch ist aus einem Material mit sehr hoher, theoretisch unendlicher Permeabilität (Weicheisen). Weiterhin wird angenommen, dass sich das System im Vakuum, dessen Permeabilität μ_0 ist, oder praktisch in der Luft befindet. Fig. 2 zeigt die äquivalente elektrische Ersatzschaltung des Systems. Hierin sind R_d der magnetische Streuwiderstand, r_i der innere magnetische Widerstand der Dauermagnete, r derjenige vom Luftspalt und R der Widerstand des Kurzschlussjoches. Es wird ausserdem im folgenden angenommen, dass $R = 0$ ist, wenn nichts anderes aus den Gleichungen hervorgeht. Φ_d , Φ_i und Φ_e sind die entsprechenden magnetischen Flüsse, da diejenigen von r und R gleich sind.

Durch Anwendung der Kirchhoffschen Gesetze auf die Ersatzschaltung der Fig. 2 werden leicht folgende Gleichungen abgeleitet:

$$\Phi_d = \frac{(R+r)F}{\Delta} \quad (1)$$

$$\Phi_e = \frac{2FR_d}{\Delta} \quad (2)$$

$$\Phi_i = \Phi_e + \Phi_d = \frac{F(2R_d + R + r)}{\Delta} \quad (3)$$

$$\text{mit} \quad \Delta = \Delta' + (R_d + r_i)R \quad (4)$$

$$\text{und} \quad \Delta' = (R_d + r_i)r + 2r_iR_d \quad (5)$$

Hierin stellt F die magnetomotorische Kraft der Dauermagnete dar, welche sich unmittelbar aus Gl. (2) ergibt, wenn man darin $r = R = 0$ einsetzt. Man erhält somit:

$$\Phi_0' = \frac{F}{r_i} \quad (6)$$

In dieser Gleichung ist $\Phi_0' = B_0 A_g$ der Fluss des Magnet-systems im Kurzschlusszustand, wobei B_0 die Permanenz für $H = 0$ in der stabilisierten Rückgangslinie der Entmagnetisierungskurve (Fig. 3) ist. Durch Einsetzen von Gl. (6) in Gl. (1), (2) und (3) erhält man die reduzierten Gleichungen für $R = 0$:

$$\Phi_d' / \Phi_0' = r r_i / \Delta' \quad (7)$$

$$\Phi_e' / \Phi_0' = 2 R_d r_i / \Delta' \quad (8)$$

$$\Phi_i' / \Phi_0' = r_i (2 R_d + r) / \Delta' \quad (9)$$

Wenn es möglich wäre R_d und r direkt zu bestimmen, könnte man die magnetischen Flüsse in den verschiedenen Widerständen des Magnetkreises unmittelbar durch die eben abgeleiteten Formeln ermitteln. Um die direkte mathematische Berechnung jener Werte zu vermeiden, was schwierig ist, da magnetische Widerstände in der Luft ziemlich komplizierte Formen annehmen, hat es sich als praktisch erwiesen, einen Streufaktor zu definieren, der experimentell bestimmt werden kann. Das ist der normale, aus der Literatur bekannte Streufaktor. In [2] (Kp.2, Abs. 11), zum Beispiel, wird er mit k_1 bezeichnet; die Commission Electrotechnique Internationale verwendet σ . Obwohl eigentlich dieser Koeffizient zwei Unbekannte, nämlich R_d und r , ersetzt, genügt die Kenntnis dieses einzigen Streufaktors, um sowohl den Arbeitspunkt wie den Nutzfluss des Magnetkreises genau zu bestimmen,

¹⁾ Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

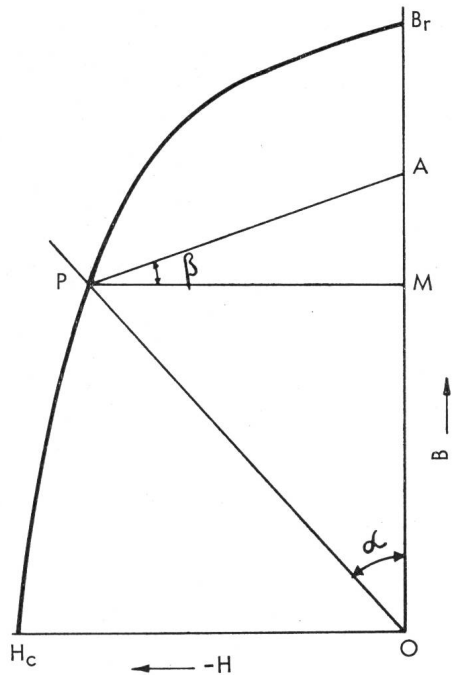


Fig. 3
Entmagnetisierungskurve

B magnetische Induktion; B_r Remanenz des Magnetmaterials; AO Permanenz im Kurzschlusszustand; \overline{MO} Induktion im Arbeitspunkt; \overline{PA} Rückgangslinie der sekundären Hystereseschleife; $-H$ Entmagnetisierungsfeld; H_c Koerzitivkraft des Magnetmaterials; P Arbeitspunkt; α Winkel der Arbeitsgeraden; $\tan \beta = \mu$ Neigung der Rückgangslinie

Für die Berechnung des «totalen» Streufaktors hat Koch [3] verschiedene Formeln abgeleitet, die eine relativ komplizierte Form aufweisen und der empirischen Vorherbestimmung zweier Parameter bedürfen. In Tabelle I sind einige Resultate zusammengefasst, die sich auf ein Beispiel mit den folgenden Angaben (Fig. 1) beziehen:

$$\begin{aligned} D &= \overline{AC} = 8 \text{ mm} \\ L &= \overline{BA} = 15 \text{ mm} \\ b &= 70 \text{ mm} \\ \mu &= 4,5 \end{aligned}$$

worin b die Abmessung in Richtung senkrecht zur Papierebene ist. In Tabelle I sind die Werte σ_r , σ_c und σ_m aufgenommen worden, von denen die σ_r aus der Formel (18) errechnet wurden. Die experimentellen σ_m und die berechneten σ_c sind Werte, die von Koch [3] übernommen wurden.

3. Der ideale Magnetkreis

Um in bestimmten Fällen die Berechnung des «totalen» Streufaktors zu vereinfachen, wird hier folgende Definition eingeführt: Ein Magnetkreis wird «ideal» genannt, wenn sich sein Verhalten durch eine mathematische Gleichung annähernd beschreiben lässt, nach welcher das Differential einer bestimmten linearen Beziehung des «totalen» Streufaktors proportional zur selben Beziehung und zum Differential der Luftspaltweite ist. In diesen Fällen wird der «totale» Streu-

Berechnungsbeispiele von Streufaktoren

Tabelle I

x mm	σ_m	σ_c	σ_r	σ_i
0,2	—	—	1,06	1,05
1	1,24	1,16	1,30	1,21
3	1,46	1,42	1,85	1,48
5	1,61	1,68	2,36	1,62

faktor einfach «ideal» genannt und durch $\sigma = \sigma_i$ bezeichnet. Es ist einleuchtend, dass nur experimentell bestimmt werden kann, ob ein Magnetkreis «ideal» im definierten Sinne ist.

Durch Anwendung dieser Näherungshypothese erhält man also:

$$d(\sigma_i - s) = -m(\sigma_i - s) dx \quad (19)$$

worin s und m Konstanten sind, die vorerst bestimmt werden müssen. Bei Berücksichtigung von $\sigma_i = 1$ für $x = 0$ erhält man aus Gl. (19) durch Integration:

$$(\sigma_i - 1) = A(1 - e^{-mx}) \quad (20)$$

Um von Gl. (20) Gebrauch machen zu können, bedarf es der Vorherbestimmung der zwei Integrationskonstanten. Für diesen Zweck werden nachstehend Näherungswerte für $\sigma_{i\infty}$ und $d\sigma_i/dx$ bei $x = 0$ abgeleitet.

Aus den Gl. (13), (16) und (17) ergibt sich für $x = \infty$:

$$\sigma_{i\infty} = Q_{\infty} r_{\infty} A_g \mu_0 \quad (21)$$

Diese Gleichung gibt $\sigma_{i\infty}$ in Funktion von r_{∞} an. Einen angenäherten Wert von r_{∞} kann man aus folgender Überlegung ableiten: Der magnetische Widerstand zwischen zwei Kugeln vom Durchmesser a , die unendlich weit von einander entfernt sind, ist [2]:

$$r = \frac{1}{\pi a \mu_0} \quad (22)$$

In diesem Fall kann man annehmen, dass vom Standpunkt der magnetischen Widerstände aus betrachtet, jede Kugel durch eine Fläche vom Wert A_g ersetzt werden kann, woraus folgt:

$$\pi a^2 = A_g \quad (23)$$

Durch Einsetzen von Gl. (23) in (22) ergibt sich

$$r_{\infty} = \frac{1}{\mu_0 \sqrt{\pi A_g}} \quad (24)$$

als der gewünschte magnetische Widerstand r_{∞} .

Andererseits muss noch die Steilheit der Kurve $\sigma_i = F(x)$ für $x = 0$ berücksichtigt werden, um die zweite Integrationskonstante von Gl. (20) zu bestimmen. In erster Näherung kann man annehmen, dass für kleine $x = p$ der Wert $d\sigma_i$ gleich $f \cdot d\sigma_r$ ist. (Für das erwähnte Beispiel kann man praktisch $f = 0,85$ einsetzen.) Somit gilt dann für $x = 0$ die Beziehung:

$$\tan \varphi_0 = f \frac{d\sigma_r}{dx} = f \cdot Q(0) \quad (25)$$

Durch Einsetzen von Gl. (25) in (20) errechnet sich diese für $x = 0$ zu:

$$A m = \tan \varphi_0 \quad (26)$$

Auf der anderen Seite ergibt sich aus Gl. (20) für $x = \infty$:

$$A = \sigma_{i\infty} - 1 \quad (27)$$

Durch Einsetzen von Gl. (27) in (20) erhält man folgende Gleichung:

$$\sigma_i = 1 + (\sigma_{i\infty} - 1) \cdot (1 - e^{-mx}) \quad (28)$$

welche den «totalen» Streufaktor für eine gegebene Geometrie darstellt.

Durch Anwendung der entwickelten Theorie beim eingangs erwähnten Beispiel resultiert schliesslich:

$$\sigma_i = 1 + 0,76(1 - e^{-0,33x}) \quad (29)$$

Die Gl. (29) liefert die theoretischen Werte σ_i von σ . Durch Einsetzen von $x = 1$, $x = 3$, $x = 5$ gewinnt man die in Tabelle I aufgenommenen Resultate. Dadurch, dass die σ_i -Werte eine

bessere Näherung darstellen, als die aus der Theorie nach [3] abgeleiteten σ_e -Werte, darf der Magnetkreis des angeführten Beispiels als «ideal» betrachtet werden. Im Anhang I wird eine Methode beschrieben, die gestattet, einen approximativen Wert von $\sigma_{i\infty}$ direkt zu ermitteln.

4. Praktische Anwendung

Um den nutzbaren magnetischen Fluss im Luftspalt zu berechnen, geht man von den zwei in dieser Abhandlung definierten Koeffizienten σ_r und σ aus. Der Wert von σ_r stimmt mit Gl. (18) überein. Im weiteren kann σ entweder aus den Formeln von Koch [3] abgeleitet werden, oder aus der Formel (28), falls es sich um einen idealen Magnetkreis handelt, bei dem $\sigma = \sigma_i$ ist. Aus diesen zwei Werten erhält man nacheinander:

$$r = \frac{\sigma}{\sigma_r} r_q \quad (30)$$

$$R_d = \frac{r}{2(\sigma - 1)} \quad (31)$$

zu denen noch der innere magnetische Widerstand:

$$r_i = \frac{L}{\mu \mu_0 A_g} \quad (32)$$

hinzuzufügen ist.

Man verfügt daher über alle magnetische Widerstände, die nötig sind, um aus den Gleichungen (1) bis (6) die Beziehungen Φ_d , Φ_e und Φ_i zu ermitteln. Hierin ist $\Phi_0' = F/r_i$ der reversible Fluss, der im Kurzschlusszustand dem Punkt A (Fig. 3) der sekundären Hystereseschleife [4] entspricht. Im gleichen Bild entspricht Punkt P dem Fluss Φ_i und \overline{PO} der Arbeitsgeraden der Entmagnetisierungskurve. In Tabelle II sind die resultierenden Werte von R_d und r zusammengefasst, die sich aus dem

Resultierende Werte von R_d und r

Tabelle II

x mm	σ/σ_r	r_q 10^3 mm^{-1}	r 10^3 mm^{-1}	R_d 10^3 mm^{-1}
0	1,00	0	0	3,56
1	0,95	1,79	1,70	3,54
3	0,79	5,36	4,23	4,60
5	0,68	8,93	6,07	4,97
∞	0	∞	23,8	15,7

angeführten Beispiel ergeben. Man kann daraus ersehen, dass die Änderung von R_d kleiner ist als diejenige von r .

Was die Berechnung des Winkels α betrifft, so ist es leicht, mit Hilfe von Fig. 3 folgende Gleichungen aufzustellen:

$$\operatorname{tg} \beta = \mu = \frac{\Phi_0' - \Phi_i}{\mu_0 H A_g} = \frac{\overline{AO} - \overline{MO}}{\overline{PM}} \quad (33)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_0 H A_g}{\Phi_i} = \frac{\overline{PM}}{\overline{MO}} \quad (34)$$

Aus diesen geht unter Berücksichtigung von Gl. (3), (4), (5), (6) und (12) hervor, dass:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r \tau}{\mu \cdot 2 r_i \sigma} = \frac{r_q \tau}{\mu \cdot 2 r_i \sigma_r} \quad (35)$$

gilt. Gleichung (35) bestimmt den Winkel α der Arbeitsgeraden, deren Schnittpunkt mit der Entmagnetisierungskurve den Arbeitspunkt P ergibt, von dem die Gerade \overline{PA} mit Neigung $\operatorname{tg} \beta = \mu$ gezogen wird. Aus Gl. (11) ergibt sich anderseits der gewünschte Fluss Φ_e' unter Berücksichtigung von $B_i = \overline{MO}$ und $\Phi_i' = B_i A_g$ wie folgt:

$$\Phi_e' = \frac{B_i \cdot A_g}{\sigma_r} = \frac{\overline{MO} \cdot A_g}{\sigma_r} \quad (36)$$

Man erkennt sofort aus Gl. (35) und (36), dass für $R = 0$, was $\tau = 1$ ergibt, die Werte $\operatorname{tg} \alpha$ und Φ_e' unabhängig von σ sind, wie bereits im Abschnitt I angedeutet.

Aus dem zweiten Term von Gl. (11) erhält man ganz analog den Wert:

$$\Phi_e' = \frac{B_i \cdot A_g}{\sigma} \quad (37)$$

Schliesslich ist es auch interessant, den Grenzwert von R_d für $x = 0$ zu kennen. Aus Gleichungen (13), (16), (20), (26) und (31) erhält man durch Transformationen:

$$(R_d)_0 = \left(\frac{\sigma}{\sigma_r} \right) \cdot \frac{1}{\mu_0 2 A_g \operatorname{tg} \varphi_0} \quad (38)$$

woraus ersichtlich ist, dass für kleine Werte von x der magnetische Widerstand R_d als eine Konstante betrachtet werden kann.

5. Schlussfolgerungen

1. Für den Fall $R = 0$ genügt es, den Koeffizienten σ_r zu kennen, um den Netto-Fluss Φ_{en} im Luftspalt nach der klassischen Methode zu berechnen.

2. Hingegen ist die Kenntnis beider Streufaktoren σ_r und σ erforderlich, sei es um den Gesamtfluss im Luftspalt zu erhalten (Gl. 37), sei es um τ in Funktion von der Luftspaltweite [Gl. (12) und (16)] zu bestimmen.

3. Die entwickelte Theorie kann eine weitere Anwendung bei der Berechnung der magnetischen Flüsse im allgemeinen Fall $R \neq 0$ finden, da sie die Werte R_d und r getrennt zu liefern vermag, die zur Verwendung in den Formeln (1) bis (6) notwendig sind.

Anhang

Berechnung von $\sigma_{i\infty}$

Der Wert $\sigma_{i\infty}$ kann direkt aus Gl. (10) ermittelt werden, sobald r_{∞} und $R_{d\infty}$ bekannt sind.

In Gl. (24) wurde bereits r_{∞} abgeleitet. Ein Näherungswert von $R_{d\infty}$ lässt sich in folgenden Teilen des magnetischen Widerstandes zerlegen:

$$\frac{1}{R_{d\infty}} = \frac{1}{R_{d1}} + \frac{1}{R_{d2}} \quad (A1)$$

Hierin ist R_{d1} die aus den vier Seitenflächen des Magneten herrührende Widerstand. Diese kann aus dem Verhältnis zwischen dem mittleren Feldlinienweg $\frac{1}{2}\pi \cdot \frac{1}{2}L$ und der Hälfte der Seitenfläche des Magneten bestimmt werden. Da das magnetische Potential U_m nicht konstant ist, sondern — in erster Näherung — entlang dem Magneten linear zunimmt, muss noch dieses Verhältnis mit einem Korrekturfaktor $U_{\max}/U_{\text{med}} = 2$ multipliziert werden. Hiermit wird also:

$$R_{d1} = \frac{\frac{1}{2}\pi \cdot \frac{1}{2}L}{\mu_0 \cdot \frac{1}{2}L U_a} \cdot \frac{U_{\max}}{U_{\text{med}}} = \frac{\pi}{\mu_0 U_a} \quad (A2)$$

In Gl. (A1) ist R_{d2} hingegen der magnetische Widerstand, die von den vier Quadranten der Kugelschalen begrenzt werden, welche man sich an den vier Kanten des Magneten (Linien \overline{AB} und \overline{CD} in Fig. 1) denken muss, um das gesamte Feldlinienmodell zu vervollständigen.

Der magnetische Widerstand R_{d2} ist ungefähr proportional dem Verhältnis zwischen dem Quadrat der Länge eines Halbringes vom Durchmesser $\frac{1}{2}L$ und dem Volumen einer Kugel vom Radius $\frac{1}{2}L$; das ganze wiederum multipliziert mit U_{\max}/U_{med} . Aus diesen Werten erhält man:

$$R_{d2} = \frac{\left(\frac{1}{2}\pi \cdot \frac{1}{2}L\right)^2}{\mu_0 \cdot \frac{4\pi}{3}\left(\frac{1}{2}L\right)^3} \cdot \frac{U_{\max}}{U_{\text{med}}} = \frac{3\pi}{\mu_0 \cdot 4L} \quad (\text{A3})$$

Die gesamte Reluktanz $R_{d\infty}$ beträgt also:

$$\frac{1}{R_{d\infty}} = \mu_0 \left(\frac{U_a}{\pi} + \frac{4L}{3\pi} \right) \quad (\text{A4})$$

Durch Anwendung dieser Werte im angeführten Beispiel ergibt sich:

$$R_{d\infty} = 17,8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1} \quad (\text{A5})$$

Schliesslich erhält man aus Gl. (10) unter Berücksichtigung von (A5) und (24):

$$\sigma_{i\infty} = 1,67 \quad (\text{A6})$$

Dieser Wert $\sigma_{i\infty}$ stimmt sehr gut mit demjenigen überein, der im Abschnitt 3 durch Extrapolation gewonnen wurde.

Literatur

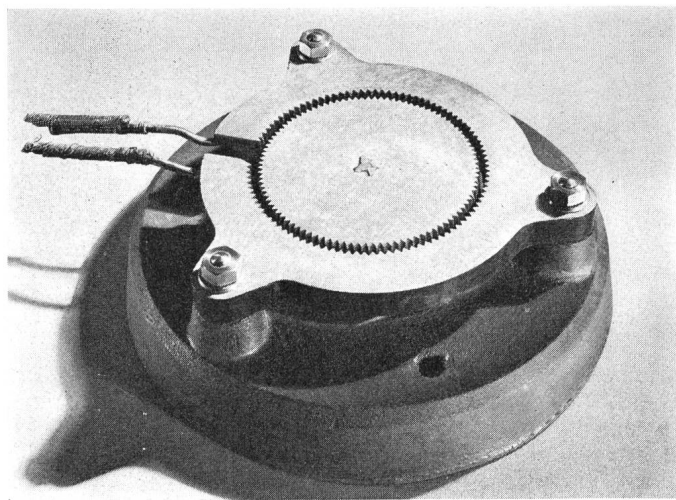
- [1] K. Schüler: Der magnetische Kreis in der ϕ - Θ Darstellung. Feinwerktechnik 70(1966)11, S. 523...528.
- [2] D. Hadfield: Permanent Magnets and Magnetism. London, Iliffe, 1962.
- [3] J. Koch und K. Rutschmeyer: Permanentmagnete. I: Grundlagen. Hamburg, Valvo GmbH, 1967.
- [4] C. Vuilleumier: Aimants permanents. Von Roll Mitteilungen 9(1950)3/4, S. 65...96.

Adresse des Autors:

C. Schick, Dipl. Ingenieur, Philips AG, 8027 Zürich.

EIN BLICK ZURÜCK

Freileitungs-Blitzschutz von Oerlikon, 1886



Deutsches Museum, München

verbunden. Beide Teile waren voneinander isoliert auf einem kräftigen Glassockel befestigt. Dieser war unmittelbar auf die Schalttafel montiert. Er diente wohl nicht nur zur Isolierung, sondern auch als Feuerschutz, denn die Schalttafeln waren damals noch aus Holz.

Die erste elektrische Kraftübertragung, die lange Jahre erfolgreich im Betrieb war, ist die von Kriegstetten nach Solothurn, 1886. Die Entfernung der Übertragung betrug 8 km, die Spannung 2000 V. Übertragen wurden 50 PS. Bei der für die damalige Zeit hohen Spannung benützte man für die Übertragung eine Freileitung.

Schon seit den 40er Jahren des vergangenen Jahrhunderts hatte sich bei Telegraphenleitungen als Blitzschutz der Plattenblitzableiter eingeführt, der allmählich mehr und mehr verbessert wurde. Für die Hochspannungsleitung einer Kraftübertragung war er jedoch nicht geeignet. Die Maschinenfabrik Oerlikon, die die Kraftübertragung gebaut hatte, wählte daher eine andere Konstruktion, die sich offenbar bewährte, da sie bis zur Stilllegung der Anlage im Jahre 1908 eingebaut war.

Die mittlere gezackte Platte aus Bronzeguss von 14,5 cm Durchmesser war geerdet, der äussere Kranz mit der Leitung

A. Wissner