

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 59 (1968)

**Heft:** 25

**Artikel:** Die Streufaktoren in Dauermagnetkreisen

**Autor:** Schick, C.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-916102>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)  
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

## Die Streufaktoren in Dauermagnetkreisen

Von C. Schick, Zürich

Die vorliegende Abhandlung umschreibt eine Methode, um Dauermagnetkreise mittels eines zusätzlichen Streufaktors systematisch zu berechnen. Außerdem wird ein idealer Magnetkreis definiert, bei dem der erwähnte Streufaktor durch eine Näherungshypothese bestimmt werden kann. Diese Hypothese besagt, dass das Differential einer einfachen linearen Beziehung des Streufaktors proportional zur selben Beziehung und zum Differential der Luftspaltweite ist.

621.3.042

Le présent article propose une méthode pour l'étude systématique des circuits magnétiques à aimants permanents en utilisant un coefficient de dispersion auxiliaire. En outre, on définit un circuit magnétique idéal dont le coefficient sus-mentionné peut être déterminé par une hypothèse d'approximation, selon laquelle la différentielle d'une certaine relation linéaire de ce coefficient est proportionnelle à elle-même et à la différentielle de la longueur de l'entrefer.

### 1. Einleitung

Eines der Hauptprobleme bei der Dimensionierung von Dauermagnetkreisen ist die Berechnung des Nutzflusses im Luftspalt bei einer gegebenen Geometrie. Um diese Berechnung durchzuführen, macht man bekanntlich Gebrauch von einer elektrischen, dem magnetischen Kreis äquivalenten Ersatzschaltung [1] <sup>1)</sup>. Nachfolgend wird versucht, dieses Problem anhand eines einfachen symmetrischen Systems, wie in Fig. 1 dargestellt, zu lösen. Die Länge  $L$ , der Querschnitt  $A_g$ , der Umfang  $U_a$  und die Permeabilität  $\mu \mu_0$  der Magnete werden als gegeben betrachtet. Das Kurzschlussjoch ist aus einem Material mit sehr hoher, theoretisch unendlicher Permeabilität (Weicheisen). Weiterhin wird angenommen, dass sich das System im Vakuum, dessen Permeabilität  $\mu_0$  ist, oder praktisch in der Luft befindet. Fig. 2 zeigt die äquivalente elektrische Ersatzschaltung des Systems. Hierin sind  $R_d$  der magnetische Streuwiderstand,  $r_i$  der innere magnetische Widerstand der Dauermagnete,  $r$  derjenige vom Luftspalt und  $R$  der Widerstand des Kurzschlussjoches. Es wird außerdem im folgenden angenommen, dass  $R = 0$  ist, wenn nichts anderes aus den Gleichungen hervorgeht.  $\Phi_d$ ,  $\Phi_i$  und  $\Phi_e$  sind die entsprechenden magnetischen Flüsse, da diejenigen von  $r$  und  $R$  gleich sind.

Durch Anwendung der Kirchhoffsschen Gesetze auf die Ersatzschaltung der Fig. 2 werden leicht folgende Gleichungen abgeleitet:

$$\Phi_d = \frac{(R+r)F}{\Delta} \quad (1)$$

$$\Phi_e = \frac{2FR_d}{\Delta} \quad (2)$$

$$\Phi_i = \Phi_e + \Phi_d = \frac{F(2R_d+R+r)}{\Delta} \quad (3)$$

mit

$$\Delta = \Delta' + (R_d + r_i)R \quad (4)$$

und

$$\Delta' = (R_d + r_i)r + 2r_iR_d \quad (5)$$

Hierin stellt  $F$  die magnetomotorische Kraft der Dauermagnete dar, welche sich unmittelbar aus Gl. (2) ergibt, wenn man darin  $r = R = 0$  einsetzt. Man erhält somit:

$$\Phi_0' = \frac{F}{r_i} \quad (6)$$

In dieser Gleichung ist  $\Phi_0' = B_0 A_g$  der Fluss des Magnetsystems im Kurzschlusszustand, wobei  $B_0$  die Permanenz für  $H = 0$  in der stabilisierten Rückgangslinie der Entmagnetierungskurve (Fig. 3) ist. Durch Einsetzen von Gl. (6) in Gl. (1), (2) und (3) erhält man die reduzierten Gleichungen für  $R = 0$ :

$$\Phi_d'/\Phi_0' = r_i/\Delta' \quad (7)$$

$$\Phi_e'/\Phi_0' = 2R_d r_i/\Delta' \quad (8)$$

$$\Phi_i'/\Phi_0' = r_i(2R_d + r)/\Delta' \quad (9)$$

Wenn es möglich wäre  $R_d$  und  $r$  direkt zu bestimmen, könnte man die magnetischen Flüsse in den verschiedenen Widerständen des Magnetkreises unmittelbar durch die eben abgeleiteten Formeln ermitteln. Um die direkte mathematische Berechnung jener Werte zu vermeiden, was schwierig ist, da magnetische Widerstände in der Luft ziemlich komplizierte Formen einnehmen, hat es sich als praktisch erwiesen, einen Streufaktor zu definieren, der experimentell bestimmt werden kann. Das ist der normale, aus der Literatur bekannte Streufaktor. In [2] (Kp.2, Abs. 11), zum Beispiel, wird er mit  $k_1$  bezeichnet; die Commission Electrotechnique Internationale verwendet  $\sigma$ . Obwohl eigentlich dieser Koeffizient zwei Unbekannte, nämlich  $R_d$  und  $r$ , ersetzt, genügt die Kenntnis dieses einzigen Streufaktors, um sowohl den Arbeitspunkt wie den Nutzfluss des Magnetkreises genau zu bestimmen,

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

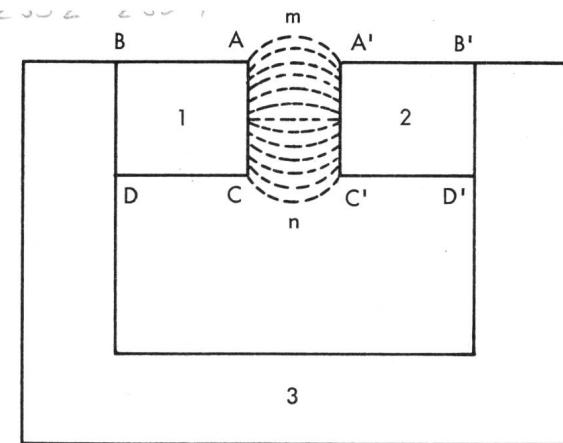


Fig. 1  
Symmetrisches Magnetsystem

1, 2 Dauermagnete; 3 Kurzschlussjoch;  $AA'C'C$  = Nutzluftspalt;  $AA'm + CC'n$  = Streuluftspalt;  $\overline{AA} = \overline{CC} = \overline{AB} = \overline{CD} = L$  Magnetlänge

wie es später im Abschnitt 4 gezeigt wird. Wenn man ausserdem noch dem magnetischen Widerstand  $R \neq 0$  Rechnung tragen will, sowie den magnetischen Widerständen, die aus den verschiedenen Verbindungsstellen und aus einer leichten Sättigung des Kurzschlussjoches herrühren, muss ein zweiter Koeffizient, der Potentialverlustfaktor, eingeführt werden, der z. B. durch  $k_2$  [2] oder durch  $\tau$  [3] bezeichnet wird und der glücklicherweise viel kleiner als der Faktor  $k_1$  ist. In den meisten Fällen liegt er nämlich zwischen 1,05 und 1,45. In den Magnetkreisen, bei denen das Kurzschlussjoch weit von der Sättigung entfernt ist, wird oft ein konstanter Wert von  $\tau = 1,05$  angenommen.

In dieser Abhandlung wird dennoch ein zusätzlicher Koeffizient  $\sigma$  definiert: der «totale» Streufaktor. Der Faktor  $k_1$  bleibt der gleiche, aber um Verwechslungen zu vermeiden, soll er mit  $\sigma_r$  ( $= k_1$ ) bezeichnet und praktischer oder «reeller» Streufaktor genannt werden. Der Grund, weshalb man diesen dritten Streufaktor einführt ist, dass es somit möglich wird, die magnetischen Widerstände  $R_d$  und  $r$  getrennt zu berechnen, was vom theoretischen Standpunkt aus gesehen interessant ist. Ausserdem ist es in gewissen Magnetkreisen möglich, eine grössere nutzbare Luftspaltfläche als die Netto-Fläche  $A_g$  des Magneten zu gebrauchen und im Grenzfall, wenn der «totale» Fluss  $\Phi_e'$  ausgenützt werden kann, wird gerade der «totale» Streufaktor  $\sigma$  anstelle von  $\sigma_r$  verwendet werden müssen.

## 2. Die Streufaktoren

Die Streufaktoren werden wie folgt definiert:

$$\sigma = \frac{\Phi_i'}{\Phi_e'} = \frac{\Phi_e' + \Phi_d'}{\Phi_e'} = 1 + \frac{\Phi_d'}{\Phi_e'} = 1 + \frac{r}{2 R_d} \quad (10)$$

$$\sigma_r = \frac{\Phi_i'}{\Phi_{e'n}} = \sigma \frac{\Phi_e'}{\Phi_{e'n}} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{U_t/U_e}{U_t'/U_e'} = \frac{\Phi_e r_i / \Phi_e r}{\Phi_e' r_t' / \Phi_e' r} = \frac{1/r_t'}{1/r_t} = \\ &= \frac{\frac{1}{2 R_d} + \frac{1}{r}}{\frac{1}{2 R_d} + \frac{1}{R+r}} = \frac{\sigma}{\sigma - 1 + \frac{r}{R+r}} \geq 1 \end{aligned} \quad (12)$$

In diesen Gleichungen ist  $\Phi_e'$  der gesamte Fluss, der den Luftspalt durchkreuzt, d. h. der totale Fluss, der in Fig. 1 das Volumen zwischen den Kurven  $AmA'$  und  $CnC'$  gänzlich aus-

füllt. Hingegen ist der Netto-Fluss  $\Phi_{e'n}$  der Bruchteil des ganzen Flusses  $\Phi_e'$ , der den Luftspalt zwischen den Geraden  $AA'$  und  $CC'$  in gleicher Figur durchquert. Logischerweise ist immer  $\Phi_e' > \Phi_{e'n}$  und deshalb auch  $\sigma_r > \sigma$ . Definitionsgemäss ist außerdem  $U_t$  das gesamte magnetische Potential, das für die magnetischen Widerstände  $R$ ,  $r$  und  $2R_d$  zur Verfügung steht, sowie  $U_e$  das Potential für den Luftspalt. Ganz analog entsprechen darin  $U_t'$  und  $U_e'$  den Werten von  $U_t$  bzw.  $U_e$  für  $R = 0$ , jedoch  $r \neq 0$ . Schliesslich geht Gl. (12) für  $R = 0$  in  $\tau = 1$  über.

Es ist zweckmässig, eine Transformationsformel zu finden, um den praktischen Streufaktor aus dem «totalen» zu berechnen. Diese kann aus folgender Überlegung abgeleitet werden:

Wenn der magnetische Fluss nicht aus der Fläche  $AA'CC'$  (Fig. 1) herausfliessen würde, hätte man ganz einfach:

$$r = r_q = \frac{x}{\mu_0 A_g} \quad (13)$$

worin  $x$  die Luftspaltweite darstellt. Nun aber, da der magnetische Fluss aus der Fläche  $AA'CC'$  herausfliesst, muss eine Parallelreluktanz  $r_b$  eingeführt werden, so dass:

$$r = \frac{x}{\mu_0 \cdot A_m} = \frac{r_b \cdot r_q}{r_b + r_q} \quad (14)$$

gilt, worin  $A_m$  eine mittlere Fläche zwischen  $A_g$  und der erweiterten Fläche  $mn$  der Fig. 1 darstellt. Der Bruchteil  $\Phi_{e'n}$  von  $\Phi_e'$  ist somit:

$$\frac{\Phi_e'}{\Phi_{e'n}} = \frac{r_q + r_b}{r_b r_q} r_q = \frac{r_q}{r} \quad (15)$$

Durch Einsetzen dieser Gleichung in Gl. (11) ergibt sich

$$\frac{\sigma_r}{\sigma} = \frac{\Phi_e'}{\Phi_{e'n}} = \frac{r_q}{r} \quad (16)$$

welche die gewünschte Transformationsformel ist.

Auf der anderen Seite kann man im allgemeinen den praktischen Streufaktor als eine Funktion der Form:

$$\sigma_r = 1 + x Q(x) \quad (17)$$

definieren. Eine einfache Formel von Maynard [2] ergibt:

$$\sigma_r = 1 + x \left( \frac{2,2 U_a}{3 A_g} \right) \cdot \left( \frac{L + x}{2L + x} \right) \quad (18)$$

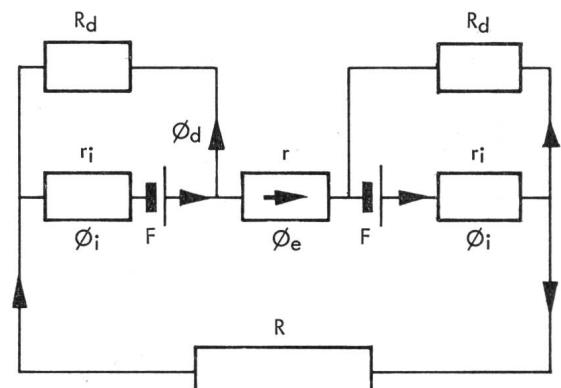


Fig. 2  
Ersatzschaltbild

$R$  magnetischer Widerstand des Kurzschlussjoches;  $R_d$  magnetischer Streuwiderstand;  $r$  magnetischer Widerstand des Luftspaltes;  $r_i$  innerer magnetischer Widerstand des Magneten;  $F$  magnetomotorische Kraft der Magnete;  $\Phi_d$  magnetischer Streufluss;  $\Phi_e$  totaler magnetischer Fluss im Luftspalt;  $\Phi_i$  magnetischer Fluss im Magneten

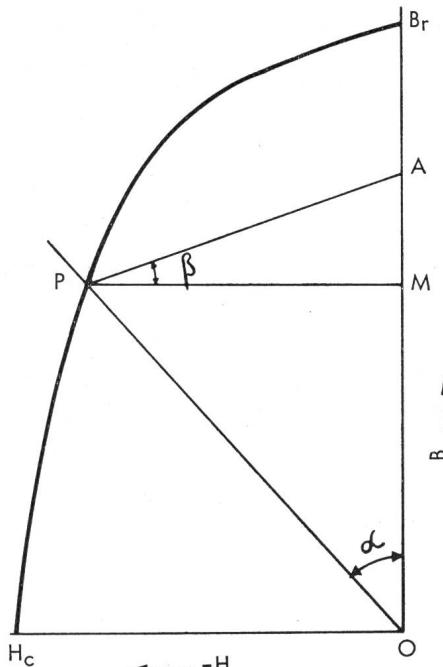


Fig. 3  
Entmagnetisierungskurve

$B$  magnetische Induktion;  $B_r$  Remanenz des Magnetmaterials;  $AO$  Permanenz im Kurzschlusszustand;  $\overline{MO}$  Induktion im Arbeitspunkt;  $\overline{PA}$  Rückgangslinie der sekundären Hystereseschleife;  $-H$  Entmagnetisierungsfeld;  $H_c$  Koerzitivkraft des Magnetmaterials;  $P$  Arbeitspunkt;  $\alpha$  Winkel der Arbeitsgeraden;  $\tan \beta = \mu$  Neigung der Rückgangslinie

Für die Berechnung des «totalen» Streufaktors hat Koch [3] verschiedene Formeln abgeleitet, die eine relativ komplizierte Form aufweisen und der empirischen Vorherbestimmung zweier Parameter bedürfen. In Tabelle I sind einige Resultate zusammengefasst, die sich auf ein Beispiel mit den folgenden Angaben (Fig. 1) beziehen:

$$\begin{aligned} D &= \overline{AC} = 8 \text{ mm} \\ L &= \overline{BA} = 15 \text{ mm} \\ b &= 70 \text{ mm} \\ \mu &= 4,5 \end{aligned}$$

worin  $b$  die Abmessung in Richtung senkrecht zur Papierebene ist. In Tabelle I sind die Werte  $\sigma_r$ ,  $\sigma_c$  und  $\sigma_m$  aufgenommen worden, von denen die  $\sigma_r$  aus der Formel (18) errechnet wurden. Die experimentellen  $\sigma_m$  und die berechneten  $\sigma_c$  sind Werte, die von Koch [3] übernommen wurden.

### 3. Der ideale Magnetkreis

Um in bestimmten Fällen die Berechnung des «totalen» Streufaktors zu vereinfachen, wird hier folgende Definition eingeführt: Ein Magnetkreis wird «ideal» genannt, wenn sich sein Verhalten durch eine mathematische Gleichung annähernd beschreiben lässt, nach welcher das Differential einer bestimmten linearen Beziehung des «totalen» Streufaktors proportional zur selben Beziehung und zum Differential der Luftspaltweite ist. In diesen Fällen wird der «totale» Streu-

#### Berechnungsbeispiele von Streufaktoren

Tabelle I

$x$ mm	$\sigma_m$	$\sigma_c$	$\sigma_r$	$\sigma_i$
0,2	—	—	1,06	1,05
1	1,24	1,16	1,30	1,21
3	1,46	1,42	1,85	1,48
5	1,61	1,68	2,36	1,62

faktor einfach «ideal» genannt und durch  $\sigma = \sigma_i$  bezeichnet. Es ist einleuchtend, dass nur experimentell bestimmt werden kann, ob ein Magnetkreis «ideal» im definierten Sinne ist.

Durch Anwendung dieser Näherungshypothese erhält man also:

$$d(\sigma_i - s) = -m(\sigma_i - s) dx \quad (19)$$

worin  $s$  und  $m$  Konstanten sind, die vorerst bestimmt werden müssen. Bei Berücksichtigung von  $\sigma_i = 1$  für  $x = 0$  erhält man aus Gl. (19) durch Integration:

$$(\sigma_i - 1) = A(1 - e^{-mx}) \quad (20)$$

Um von Gl. (20) Gebrauch machen zu können, bedarf es der Vorherbestimmung der zwei Integrationskonstanten. Für diesen Zweck werden nachstehend Näherungswerte für  $\sigma_{i\infty}$  und  $d\sigma_i/dx$  bei  $x = 0$  abgeleitet.

Aus den Gl. (13), (16) und (17) ergibt sich für  $x = \infty$ :

$$\sigma_{i\infty} = Q_\infty r_\infty A_g \mu_0 \quad (21)$$

Diese Gleichung gibt  $\sigma_{i\infty}$  in Funktion von  $r_\infty$  an. Einen angenäherten Wert von  $r_\infty$  kann man aus folgender Überlegung ableiten: Der magnetische Widerstand zwischen zwei Kugeln vom Durchmesser  $a$ , die unendlich weit von einander entfernt sind, ist [2]:

$$r = \frac{1}{\pi a \mu_0} \quad (22)$$

In diesem Fall kann man annehmen, dass vom Standpunkt der magnetischen Widerstände aus betrachtet, jede Kugel durch eine Fläche vom Wert  $A_g$  ersetzt werden kann, woraus folgt:

$$\pi a^2 = A_g \quad (23)$$

Durch Einsetzen von Gl. (23) in (22) ergibt sich

$$r_\infty = \frac{1}{\mu_0 \sqrt{\pi A_g}} \quad (24)$$

als der gewünschte magnetische Widerstand  $r_\infty$ .

Anderseits muss noch die Steilheit der Kurve  $\sigma_i = F(x)$  für  $x = 0$  berücksichtigt werden, um die zweite Integrationskonstante von Gl. (20) zu bestimmen. In erster Näherung kann man annehmen, dass für kleine  $x = p$  der Wert  $d\sigma_i$  gleich  $f \cdot d\sigma_r$  ist. (Für das erwähnte Beispiel kann man praktisch  $f = 0,85$  einsetzen.) Somit gilt dann für  $x = 0$  die Beziehung:

$$\tan \phi_0 = f \frac{d\sigma_r}{dx} = f \cdot Q(0) \quad (25)$$

Durch Einsetzen von Gl. (25) in (20) errechnet sich diese für  $x = 0$  zu:

$$A m = \tan \phi_0 \quad (26)$$

Auf der anderen Seite ergibt sich aus Gl. (20) für  $x = \infty$ :

$$A = \sigma_{i\infty} - 1 \quad (27)$$

Durch Einsetzen von Gl. (27) in (20) erhält man folgende Gleichung:

$$\sigma_i = 1 + (\sigma_{i\infty} - 1) \cdot (1 - e^{-mx}) \quad (28)$$

welche den «totalen» Streufaktor für eine gegebene Geometrie darstellt.

Durch Anwendung der entwickelten Theorie beim eingangs erwähnten Beispiel resultiert schliesslich:

$$\sigma_i = 1 + 0,76 (1 - e^{-0,33 x}) \quad (29)$$

Die Gl. (29) liefert die theoretischen Werte  $\sigma_i$  von  $\sigma$ . Durch Einsetzen von  $x = 1, x = 3, x = 5$  gewinnt man die in Tabelle I aufgenommenen Resultate. Dadurch, dass die  $\sigma_i$ -Werte eine

bessere Näherung darstellen, als die aus der Theorie nach [3] abgeleiteten  $\sigma_c$ -Werte, darf der Magnetkreis des angeführten Beispiels als «ideal» betrachtet werden. Im Anhang I wird eine Methode beschrieben, die gestattet, einen approximativen Wert von  $\sigma_{i\infty}$  direkt zu ermitteln.

#### 4. Praktische Anwendung

Um den nutzbaren magnetischen Fluss im Luftspalt zu berechnen, geht man von den zwei in dieser Abhandlung definierten Koeffizienten  $\sigma_r$  und  $\sigma$  aus. Der Wert von  $\sigma_r$  stimmt mit Gl. (18) überein. Im weiteren kann  $\sigma$  entweder aus den Formeln von Koch [3] abgeleitet werden, oder aus der Formel (28), falls es sich um einen idealen Magnetkreis handelt, bei dem  $\sigma = \sigma_i$  ist. Aus diesen zwei Werten erhält man nacheinander:

$$r = \frac{\sigma}{\sigma_r} r_q \quad (30)$$

$$R_d = \frac{r}{2(\sigma - 1)} \quad (31)$$

zu denen noch der innere magnetische Widerstand:

$$r_i = \frac{L}{\mu_0 A_g} \quad (32)$$

hinzuzufügen ist.

Man verfügt daher über alle magnetischen Widerstände, die nötig sind, um aus den Gleichungen (1) bis (6) die Beziehungen  $\Phi_d$ ,  $\Phi_e$  und  $\Phi_i$  zu ermitteln. Hierin ist  $\Phi_0' = F/r_i$  der reversible Fluss, der im Kurzschlusszustand dem Punkt *A* (Fig. 3) der sekundären Hystereseschleife [4] entspricht. Im gleichen Bild entspricht Punkt *P* dem Fluss  $\Phi_i$  und  $\overline{PO}$  der Arbeitsgeraden der Entmagnetisierungskurve. In Tabelle II sind die resultierenden Werte von  $R_d$  und  $r$  zusammengefasst, die sich aus dem

Resultierende Werte von  $R_d$  und  $r$

Tabelle II

$x$ mm	$\sigma/\sigma_r$	$r_q$ $10^3 \text{ mm}^{-1}$	$r$ $10^3 \text{ mm}^{-1}$	$R_d$ $10^3 \text{ mm}^{-1}$
0	1,00	0	0	3,56
1	0,95	1,79	1,70	3,54
3	0,79	5,36	4,23	4,60
5	0,68	8,93	6,07	4,97
$\infty$	0	$\infty$	23,8	15,7

angeführten Beispiel ergeben. Man kann daraus ersehen, dass die Änderung von  $R_d$  kleiner ist als diejenige von  $r$ .

Was die Berechnung des Winkels  $\alpha$  betrifft, so ist es leicht, mit Hilfe von Fig. 3 folgende Gleichungen aufzustellen:

$$\tan \beta = \mu = \frac{\Phi_0' - \Phi_i}{\mu_0 H A_g} = \frac{\overline{AO} - \overline{MO}}{\overline{PM}} \quad (33)$$

$$\tan \alpha = \frac{\mu_0 H A_g}{\Phi_i} = \frac{\overline{PM}}{\overline{MO}} \quad (34)$$

Aus diesen geht unter Berücksichtigung von Gl. (3), (4), (5), (6) und (12) hervor, dass:

$$\tan \alpha = \frac{r \tau}{\mu \cdot 2 r_i \sigma} = \frac{r_q \tau}{\mu \cdot 2 r_i \sigma_r} \quad (35)$$

gilt. Gleichung (35) bestimmt den Winkel  $\alpha$  der Arbeitsgeraden, deren Schnittpunkt mit der Entmagnetisierungskurve den Arbeitspunkt *P* ergibt, von dem die Gerade  $\overline{PA}$  mit Neigung  $\tan \beta = \mu$  gezogen wird. Aus Gl. (11) ergibt sich anderseits der gewünschte Fluss  $\Phi'_e$  unter Berücksichtigung von  $B_i = \overline{MO}$  und  $\Phi'_i = B_i A_g$  wie folgt:

$$\Phi'_e = \frac{B_i \cdot A_g}{\sigma_r} = \frac{\overline{MO} \cdot A_g}{\sigma_r} \quad (36)$$

Man erkennt sofort aus Gl. (35) und (36), dass für  $R = 0$ , was  $\tau = 1$  ergibt, die Werte  $\tan \alpha$  und  $\Phi'_e$  unabhängig von  $\sigma$  sind, wie bereits im Abschnitt 1 angedeutet.

Aus dem zweiten Term von Gl. (11) erhält man ganz analog den Wert:

$$\Phi'_e = \frac{B_i \cdot A_g}{\sigma} \quad (37)$$

Schliesslich ist es auch interessant, den Grenzwert von  $R_d$  für  $x = 0$  zu kennen. Aus Gleichungen (13), (16), (20), (26) und (31) erhält man durch Transformationen:

$$(R_d)_0 = \left( \frac{\sigma}{\sigma_r} \right) \cdot \frac{1}{\mu_0 2 A_g \tan \phi_0} \quad (38)$$

woraus ersichtlich ist, dass für kleine Werte von  $x$  der magnetische Widerstand  $R_d$  als eine Konstante betrachtet werden kann.

#### 5. Schlussfolgerungen

1. Für den Fall  $R = 0$  genügt es, den Koeffizienten  $\sigma_r$  zu kennen, um den Netto-Fluss  $\Phi'_e$  im Luftspalt nach der klassischen Methode zu berechnen.

2. Hingegen ist die Kenntnis beider Streufaktoren  $\sigma_r$  und  $\sigma$  erforderlich, sei es um den Gesamtfluss im Luftspalt zu erhalten (Gl. 37), sei es um  $\tau$  in Funktion von der Luftspaltweite [Gl. (12) und (16)] zu bestimmen.

3. Die entwickelte Theorie kann eine weitere Anwendung bei der Berechnung der magnetischen Flüsse im allgemeinen Fall  $R \neq 0$  finden, da sie die Werte  $R_d$  und  $r$  getrennt zu liefern vermag, die zur Verwendung in den Formeln (1) bis (6) notwendig sind.

#### Anhang

##### Berechnung von $\sigma_{i\infty}$

Der Wert  $\sigma_{i\infty}$  kann direkt aus Gl. (10) ermittelt werden, sobald  $r_\infty$  und  $R_{d\infty}$  bekannt sind.

In Gl. (24) wurde bereits  $r_\infty$  abgeleitet. Ein Näherungswert von  $R_{d\infty}$  lässt sich in folgenden Teilen des magnetischen Widerstandes zerlegen:

$$\frac{1}{R_{d\infty}} = \frac{1}{R_{d1}} + \frac{1}{R_{d2}} \quad (A1)$$

Hierin ist  $R_{d1}$  die aus den vier Seitenflächen des Magneten herrührende Widerstand. Diese kann aus dem Verhältnis zwischen dem mittleren Feldlinienweg  $\frac{1}{2}\pi \cdot \frac{1}{2}L$  und der Hälfte der Seitenfläche des Magneten bestimmt werden. Da das magnetische Potential  $U_m$  nicht konstant ist, sondern — in erster Näherung — entlang dem Magneten linear zunimmt, muss noch dieses Verhältnis mit einem Korrektionsfaktor  $U_{\max}/U_{\text{med}} = 2$  multipliziert werden. Hiermit wird also:

$$R_{d1} = \frac{\frac{1}{2}\pi \cdot \frac{1}{2}L}{\mu_0 \cdot \frac{1}{2}L U_a} \cdot \frac{U_{\max}}{U_{\text{med}}} = \frac{\pi}{\mu_0 U_a} \quad (A2)$$

In Gl. (A1) ist  $R_{d2}$  hingegen der magnetische Widerstand, die von den vier Quadranten der Kugelschalen begrenzt werden, welche man sich an den vier Kanten des Magneten (Linien  $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$  in Fig. 1) denken muss, um das gesamte Feldlinienmodell zu vervollständigen.

Der magnetische Widerstand  $R_{d2}$  ist ungefähr proportional dem Verhältnis zwischen dem Quadrat der Länge eines Halbringes vom Durchmesser  $\frac{1}{2}L$  und dem Volumen einer Kugel vom Radius  $\frac{1}{2}L$ ; das ganze wiederum multipliziert mit  $U_{\max}/U_{\text{med}}$ . Aus diesen Werten erhält man:

$$R_{d2} = \frac{\left(\frac{1}{2}\pi \cdot \frac{1}{2}L\right)^2}{\mu_0 \cdot \frac{4\pi}{3} \left(\frac{1}{2}L\right)^3} \cdot \frac{U_{\max}}{U_{\text{med}}} = \frac{3\pi}{\mu_0 \cdot 4L} \quad (\text{A3})$$

Die gesamte Reluktanz  $R_{d\infty}$  beträgt also:

$$\frac{1}{R_{d\infty}} = \mu_0 \left( \frac{U_a}{\pi} + \frac{4L}{3\pi} \right) \quad (\text{A4})$$

Durch Anwendung dieser Werte im angeführten Beispiel ergibt sich:

$$R_{d\infty} = 17,8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^{-1} \quad (\text{A5})$$

Schliesslich erhält man aus Gl. (10) unter Berücksichtigung von (A5) und (24):

$$\sigma_{i\infty} = 1,67 \quad (\text{A6})$$

Dieser Wert  $\sigma_{i\infty}$  stimmt sehr gut mit demjenigen überein, der im Abschnitt 3 durch Extrapolation gewonnen wurde.

### Literatur

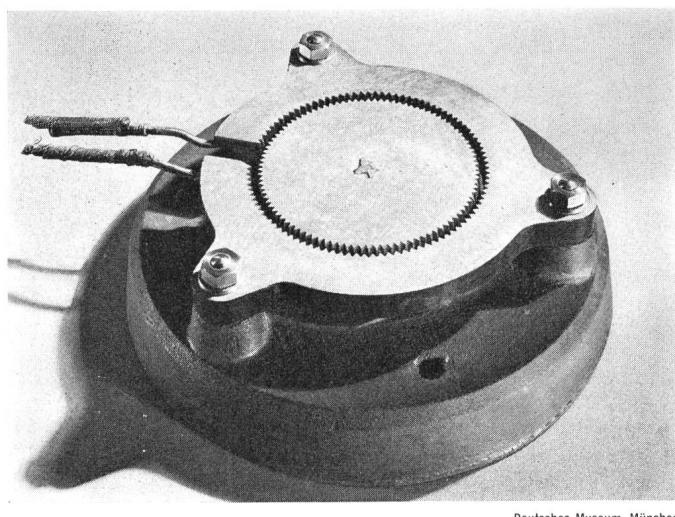
- [1] K. Schüller: Der magnetische Kreis in der  $\varphi$ - $\Theta$  Darstellung. Feinwerktechnik 70(1966)11, S. 523...528.
- [2] D. Hadfield: Permanent Magnets and Magnetism. London, Iliffe, 1962.
- [3] J. Koch und K. Ruschmeyer: Permanentmagnete. I: Grundlagen. Hamburg, Valvo GmbH, 1967.
- [4] C. Vuilleumier: Aimants permanents. Von Roll Mitteilungen 9(1950)3/4, S. 65...96.

### Adresse des Autors:

C. Schick, Dipl. Ingenieur, Philips AG, 8027 Zürich.

## EIN BLICK ZURÜCK

### Freileitungs-Blitzschutz von Oerlikon, 1886



Die erste elektrische Kraftübertragung, die lange Jahre erfolgreich im Betrieb war, ist die von Kriegstetten nach Solothurn, 1886. Die Entfernung der Übertragung betrug 8 km, die Spannung 2000 V. Übertragen wurden 50 PS. Bei der für die damalige Zeit hohen Spannung benützte man für die Übertragung eine Freileitung.

Schon seit den 40er Jahren des vergangenen Jahrhunderts hatte sich bei Telegraphenleitungen als Blitzschutz der Plattenblitzableiter eingeführt, der allmählich mehr und mehr verbessert wurde. Für die Hochspannungsleitung einer Kraftübertragung war er jedoch nicht geeignet. Die Maschinenfabrik Oerlikon, die die Kraftübertragung gebaut hatte, wählte daher eine andere Konstruktion, die sich offenbar bewährte, da sie bis zur Stilllegung der Anlage im Jahre 1908 eingebaut war.

Die mittlere gezackte Platte aus Bronzeguss von 14,5 cm Durchmesser war geerdet, der äussere Kranz mit der Leitung

verbunden. Beide Teile waren voneinander isoliert auf einem kräftigen Glassockel befestigt. Dieser war unmittelbar auf die Schalttafel montiert. Er diente wohl nicht nur zur Isolierung, sondern auch als Feuerschutz, denn die Schalttafeln waren damals noch aus Holz.

A. Wissner