

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 59 (1968)  
**Heft:** 24

**Artikel:** Zum Filteraufbau mit Zweigen aus Brücken  
**Autor:** Herzog, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-916096>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Zum Filteraufbau mit Zweigen aus Brücken <sup>1)</sup>

Von W. Herzog, Mainz

621.372.54

Behandelt wird die Brücke als Schaltelement (Zweigbrücke) mit Induktivitäten, Kapazitäten und Kreisen in den Brücken-zweigen. Die Erzeugung von verschiedenem Reaktanzverlauf durch symmetrische Zweigbrücken mit zwei und mit drei verschiedenen Elementen in den Brücken-zweigen wird aufgezeigt. Gewünschte Brücken, bei denen ein üblicher Brücken-zweig durch eine Zweigbrücke ersetzt wird, können sehr vorteilhaft sein. Der Mehraufwand bietet Freiheitsgrade, die eine günstigere Auswahl der Schaltelemente zulassen. Am Beispiel eines Tiefpasses wird gezeigt, wie die Umwandlung eines Zweiges in eine Zweigbrücke den Aufbau mit Schwingquarzen ermöglicht.

L'exposé traite du pont considéré comme élément de montage (pont de branchement) avec inductances, capacités et circuits dans les branchements du pont. On démontre la production de diverses réactances par des ponts de branchement symétriques, comportant deux ou trois éléments différents dans les branchements du pont. Certains ponts, dont le branchement habituel est remplacé par un pont de branchement, peuvent être très avantageux. Le supplément de prix exigé fournit certains degrés de liberté qui autorisent un choix plus avantageux des éléments de montage. On démontre à l'exemple d'un filtre passe-bas de quelle manière la modification d'un branchement permet le montage d'un quartz oscillant dans un pont à branchement.

## 1. Zum Problem

Mit der Auffindung der kanonischen Schaltungen war ein wesentlicher Schritt zum Entwurf der günstigsten Filterschaltungen getan. Bei stark unsymmetrischem Dämpfungsverlauf, bezogen auf eine Mittenfrequenz, konnte es passieren, dass die Induktivitäten jedoch zu gross oder zu klein wurden und entsprechend die Kapazitäten. Hierbei wiesen die Verluste der Schaltelemente oft nicht die benötigten geringsten Werte auf, und die Filter hatten einen ungünstigen Dämpfungsverlauf. Durch äquivalente Zweipole konnte manche Schaltung verbessert werden. Völlig neu wurde die Situation durch die Einführung der Schwingkristalle in die Filtertechnik. Die Kristalle stellten neue Anforderungen an die übrigen Elemente. Die Spulengüte musste erhöht werden, um die wesentliche höhere Güte der Kristalle nicht wirkungslos zu machen. Am einschneidendsten ist die Tatsache, dass trotz der verschiedensten Kristallschnitte und der verschiedenen Kristallarten ein relativ geringer Bereich für die Ersatzdaten eines Kristalls möglich ist. Kommt in einer Schaltung bei ungefähr der gleichen Frequenz ein Verhältnis der Induktivitäten von zwei Schwingkristallen 1 : 10 und höher vor, so ist ein solches oft nicht herstellbar. Hier muss ein geeigneter Schaltungsaufbau helfen, wobei als neuer Gesichtspunkt auftaucht, dass es jetzt auf eine Spule oder einen Kondensator mehr nicht ankommt, da der Preis des Schwingkristalls wesentlich darüber liegt. Da die Schwingkristalle nicht vermeidbare Nebenresonanzen aufweisen, die sich nicht immer aus dem Anwendungsbereich des Filters herausdrängen lassen, muss auch hier der Schaltungsaufbau helfen. In einer früheren Arbeit [1]<sup>2)</sup> wurde gezeigt, dass die Aufteilung einer Brücke in mehrere Brücken in Kette eine Verringerung der Nebenresonanzen mit sich bringt. In Abschnitt 4 dieser Arbeit wird kurz darauf eingegangen.

Viele Möglichkeiten bietet die Benutzung einer Brücke als Brückenelement [2]. Ein Brückenelement kann Zweig einer beliebigen Schaltung sein, zur Unterscheidung gegenüber der Brückenfilterschaltung sei dasselbe als Zweigbrücke bezeichnet. Hierbei können Kristalle durch eine Brückenersatzschaltung wiedergegeben werden. Es sind neue Filter möglich, zum

Beispiel sog. breite Filter mit dem Aufbau wie ein schmales Filter (s. Fig. 32).

Mit einem zusätzlichen Element — einer Spule oder einem Kondensator — lässt sich ein Freiheitsgrad gewinnen, der die Ersatzdaten der Kristalle anpassen kann [s. Gl. (83)].

## 2. Die Brücke als Schaltelement (Die Zweigbrücke)

### 2.1 Die Brückenformel

Für den Scheinwiderstand der in Fig. 1 gezeigten vereinfachten Brücke gilt die Formel:

$$\bar{X} = \frac{2 X_1 X_2 + (X_1 + X_2) X}{X_1 + X_2 + 2 X} \quad (1)$$

(Die Unterstreichung bedeutet, dass die betreffenden Grössen komplex sein können.) In der vorliegenden Betrachtung werden

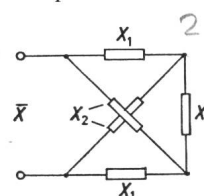


Fig. 1  
Mit Reaktanz  $X$  abgeschlossene Zweigbrücke

nur verlustfreie Reaktanzen zugelassen, so dass sich Gl. (1) vereinfacht zu:

$$\bar{X} = \frac{2 X_1 X_2 + (X_1 + X_2) X}{X_1 + X_2 + 2 X} \quad (2)$$

Nun erhebt sich die Frage: Ist das Brückenelement — also  $\bar{X}$  — eine Reaktanz?

Bei verlustfreien Spulen und Kondensatoren nehmen deren Blindwiderstände mit wachsender Frequenz zu. Dieses gilt auch für aus Spulen und Kondensatoren durch Serie- und Parallelschaltungen gewonnene Blindwiderstände. Das Zunehmen mit wachsender Frequenz verursacht, dass sich Null- und Polstellen abwechseln müssen und nur einfach vorkommen dürfen. Genauere Ausführungen finden sich bei Cauer [3]. Hier sei nur gezeigt, dass mit der Voraussetzung, dass  $X_1$ ,  $X_2$  und  $X$  Reaktanzen sind, also mit

$$\frac{dX_1}{d\omega} > 0 \quad \frac{dX_2}{d\omega} > 0 \quad \frac{dX}{d\omega} > 0 \quad (3)$$

<sup>1)</sup> Mitteilung des Instituts für Elektrotechnik der Universität Mainz.

<sup>2)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

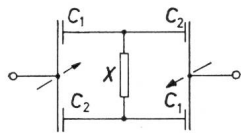


Fig. 2  
Zweigbrücke mit Differentialkondensatoren

[wobei  $\omega$  die Kreisfrequenz darstellt ( $\omega = 2\pi f$ )], sich ergibt:

$$\frac{d\bar{X}}{d\omega} > 0 \quad (4)$$

Für die Ableitung von Gl. (2) erhält man:

$$\frac{d\bar{X}}{d\omega} = \frac{(X_1 - X_2)^2 \frac{dX}{d\omega} + 2(X + X_2)^2 \frac{dX_1}{d\omega} + 2(X + X_1)^2 \frac{dX_2}{d\omega}}{(X_1 + X_2 + 2X)^2} \quad (5)$$

woraus die Richtigkeit der Bedingung (4) leicht ablesbar ist.

## 2.2 Die Brückenarme der Zweigbrücke

Da die Elemente  $X_1$  und  $X_2$  in Fig. 1 je zweimal vorkommen, während  $X$  nur einmal vorhanden ist, empfiehlt es sich,  $X_1$  und  $X_2$  so einfach wie möglich zu wählen. Hingegen kann  $X$  aus einer grösseren Anzahl von Elementen zusammengesetzt werden. Dabei entsteht kein Nachteil, denn bis auf den Faktor 2 sind in Gl. (2) alle drei Grössen gleichberechtigt. Wählt man als Zweigbrücke eine Differentialbrücke, so sind

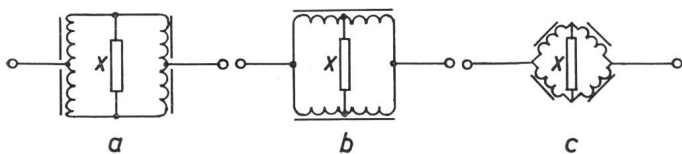


Fig. 3  
Zweigbrücken aus angezapften Spulen

alle Elemente nur einmal vorhanden. Auch wenn man die Brückenarme einer Zweigbrücke einfach aufbaut, so erhöht sich die Anzahl der Elemente gegenüber äquivalenten Aufbauten [2]. Abhilfen sind die Verwendung von Differentialkondensatoren (Fig. 2) und von angezapften Spulen. Bei Spulen gibt es die in Fig. 3a, b, c wiedergegebenen drei Möglichkeiten. Zu der Anordnung Fig. 3a erhält man das in Fig. 4 gezeigte Ersatzbild.

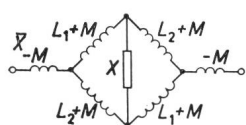


Fig. 4  
Ersatzbild der Brücke in Fig. 3a

Die Berechnung nach Gl. (1) mit den Selbstinduktivitäten  $L_1$ ,  $L_2$  und deren Gegeninduktivität  $M$  (Fig. 4) ergibt:

$$\bar{X} = \frac{2\omega^2(L_1 L_2 - M^2) + \omega(L_1 + L_2 - 2M)X}{\omega(L_1 + L_2 + 2M) + 2X} \quad (6)$$

Mit

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad (7)$$

wird

$$\bar{X} = \frac{2\omega^2 L_1 L_2 (1 - k^2) + \omega[(\sqrt{L_1} - \sqrt{L_2})^2 + 2(1 - k)\sqrt{L_1 L_2}]X}{\omega[(\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2})^2 - 2(1 - k)\sqrt{L_1 L_2}] + 2X} \quad (8)$$

wobei die Vereinfachung durch hundertprozentige Kopplung ( $k = 1$ ) leicht abzulesen ist.

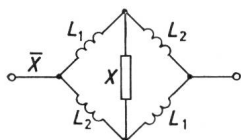


Fig. 5  
Zweigbrücke aus vier Induktivitäten mit Abschluss  $X$

Für die Anordnung Fig. 3b erhält man in gleicher Weise

$$\bar{X} = \frac{2\omega^2(L_1 L_2 - M^2) + \omega(L_1 + L_2 + 2M)X}{\omega(L_1 + L_2 - 2M) + 2X} \quad (9)$$

Der Vergleich mit Gl. (6) zeigt, dass sich bei gleicher Wicklung wie in Fig. 3a ein Vertauschen des Vorzeichens von  $M$  ergibt, was sich natürlich auch bei der Wicklung erzielen lässt.

Interessant ist die Benutzung einer einzigen Spule mit drei Anzapfungen für alle vier Brückenarme nach Fig. 3c. Das Ersatzbild ist kompliziert, und es ist sehr schwierig, ein gewünschtes Brückenverhältnis einzustellen. Unterlagen zur Berechnung bieten die Aufsätze von K. Schlosser [4].

## 2.3 Zweigbrücken mit vier Induktivitäten

Bei nicht gekoppelten Induktivitäten nach Fig. 5 liefert Gl. (2) mit den eingezeichneten Benennungen:

$$\bar{X} = \frac{2\omega^2 L_1 L_2 + \omega(L_1 + L_2)X}{\omega(L_1 + L_2) + 2X} \quad (10)$$

Als einfachste Grösse wird für  $X$  eine Kapazität  $C$  gewählt:

$$X = -\frac{1}{\omega C}$$

und man erhält aus Gl. (10):

$$\bar{X} = \omega \frac{2L_1 L_2}{L_1 + L_2} \cdot \frac{\omega^2 - \frac{L_1 + L_2}{2L_1 L_2 C}}{\omega^2 - \frac{(L_1 + L_2)^2}{2C}} = \omega L \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \quad (11)$$

mit

$$\omega_s^2 = \frac{L_1 + L_2}{2L_1 L_2 C} \quad \omega_p^2 = \frac{2}{(L_1 + L_2)C}$$

$$\frac{\omega_s^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} = \frac{(L_2 - L_1)^2}{4L_1 L_2} \quad (12)$$

$$L = \frac{2L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

(Um nicht zu viele Bezeichnungen einführen zu müssen, gelten dieselben immer nur für einen Abschnitt.)

Damit ist die Brückenanordnung der Ersatzschaltung eines elektromagnetischen Schwingers äquivalent. Fig. 6a und b zeigen die beiden äquivalenten Schaltungen.

Die Brückenschaltung hat zwei Spulen mehr, doch können die Werte für eine Realisierung der Anordnung durch Spulen

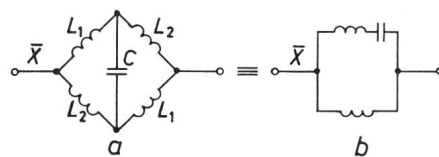


Fig. 6  
Zweigbrücke aus vier Induktivitäten und Kondensatorabschluss, äquivalent dem Ersatzbild eines elektromechanischen Schwingers

und einem Kondensator günstiger und auch mit kleinerem Verlustwinkel herstellbar sein.

Schaltet man an Stelle einer Kapazität einen Serie- oder Parallelkreis in die Brücke, so ändert sich das Ersatzbild Fig. 6b nicht; wohl hat man einen zusätzlichen Freiheitsgrad und damit mehr Möglichkeiten in der Darstellung des Ersatzbildes. In vielen Fällen dürfte der Freiheitsgrad von geringem Nutzen sein.

Eine Erhöhung des Einflusses der Grösse  $X$  ergibt sich erst, wenn man dafür drei Elemente einsetzt, z. B. einen Serienkreis mit Parallelkapazität (Fig. 7) oder Parallelinduktivität.

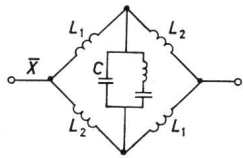


Fig. 7  
Zweigbrücke aus vier Induktivitäten mit  
Kristall als Abschluss

Mit 
$$X = -\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_s'^2}{\omega^2 - \omega_p'^2} \quad (13)$$

liefert Gl. (10):

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \omega \frac{2L_1L_2}{L_1+L_2} \cdot \frac{\omega^4 - (\omega_p'^2 + \omega_s'^2)\omega^2 + \omega_s'^2\omega_p'^2}{\omega^4 - (\omega_p'^2 + \omega_p'^2)\omega^2 + \omega_s'^2\omega_p'^2} = \\ &= \omega L \frac{(\omega^2 - \omega_{1s}^2)(\omega^2 - \omega_{3s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{1p}^2)(\omega^2 - \omega_{3p}^2)} \quad (14) \end{aligned}$$

wobei für  $L$ ,  $\omega_s$  und  $\omega_p$  Gl. (12) gilt.

Für die Resonanzfrequenzen ergibt sich:

$$\begin{aligned} \omega_{3s}^2 &= \frac{1}{2} \left[ \omega_p'^2 + \omega_s'^2 + \sqrt{(\omega_p'^2 - \omega_s'^2)^2 + 4\omega_s'^2(\omega_p'^2 - \omega_s'^2)} \right] \\ \omega_{1s}^2 &= \frac{1}{2} \left[ \omega_p'^2 + \omega_s'^2 - \sqrt{(\omega_p'^2 - \omega_s'^2)^2 + 4\omega_s'^2(\omega_p'^2 - \omega_s'^2)} \right] \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{3p}^2 &= \frac{1}{2} \left[ \omega_p'^2 + \omega_p'^2 + \sqrt{(\omega_p'^2 - \omega_p'^2)^2 + 4\omega_p'^2(\omega_p'^2 - \omega_s'^2)} \right] \\ \omega_{1p}^2 &= \frac{1}{2} \left[ \omega_p'^2 + \omega_p'^2 - \sqrt{(\omega_p'^2 - \omega_p'^2)^2 + 4\omega_p'^2(\omega_p'^2 - \omega_s'^2)} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

Der Verlauf von  $X$  in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$  ist in Fig. 8 wiedergegeben.

Der Reaktanzverlauf in Fig. 8 lässt sich auch durch die Serienschaltung einer Induktivität zu einem Kristall mit Parallelinduktivität erzielen. Die Wicklungskapazität der Serieninduktivität ist dabei nicht kompensierbar, während die Wick-

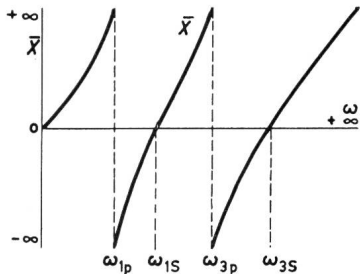


Fig. 8  
Blindwiderstandsverlauf der Anordnung in Fig. 7 in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$

lungskapazitäten in der Brücke kompensierbar sind. Sie können den Abschlusswiderständen als parallel liegend betrachtet werden, wodurch eine Verschlechterung des Dämpfungsverlaufs möglich wird [5]. Man braucht in der Brücke zwei Induktivitäten mehr, falls nicht eine der Anordnungen gemäss Fig. 3a oder 3b genommen werden kann.

#### 2.4 Brücken mit vier Kapazitäten

Im Aufwand sehr günstig sind Brücken mit vier Kapazitäten, wie sie Fig. 9 zeigt, zumal je zwei Kapazitäten durch einen Differentialkondensator ersetzt werden können (Fig. 2).

Aus Gl. (2) und Fig. 9 ergibt sich:

$$\bar{X} = \frac{2 - \omega(C_1 + C_2)X}{-\omega(C_1 + C_2) + 2\omega^2 C_1 C_2 X} \quad (17)$$

Ist der Zweig  $X$  eine Induktivität (Fig. 10)

$$X = \omega L \quad (18)$$

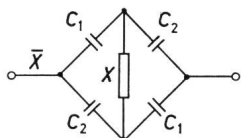


Fig. 9  
Zweigbrücke aus vier Kapazitäten mit Abschluss  $X$

so folgt:

$$\bar{X} = -\frac{C_1 + C_2}{2C_1 C_2 \omega} \cdot \frac{\omega^2 - \frac{2}{L(C_1 + C_2)}}{\omega^2 - \frac{C_1 + C_2}{2L C_1 C_2}} = -\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_s'^2}{\omega^2 - \omega_p'^2} \quad (19)$$

mit

$$\begin{aligned} \omega_s'^2 &= \frac{2}{L(C_1 + C_2)}; \quad \omega_p'^2 = \frac{C_1 + C_2}{2L C_1 C_2}; \\ \frac{\omega_p'^2 - \omega_s'^2}{\omega_s'^2} &= \frac{(C_2 - C_1)^2}{4C_1 C_2}; \quad C = \frac{2C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (20) \end{aligned}$$

Den Gln. (19) und (20) entnimmt man, dass die Anordnung in Fig. 9 mit einer Induktivität ein brauchbares Ersatzbild für einen Schwingkristall abgibt [2].

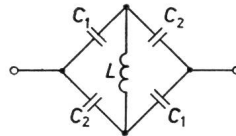


Fig. 10  
Zweigbrücke aus vier Kapazitäten mit Induktivität als Abschluss

Interessant ist das Verhalten der Brücke, wenn statt der Induktivität in Fig. 10 ein Serienkreis:

$$\begin{aligned} X &= \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega L \cdot \frac{\omega^2 - \omega_s'^2}{\omega^2} \\ \omega_s'^2 &= \frac{1}{LC} \quad (21) \end{aligned}$$

benutzt wird. Es ergibt sich:

$$\bar{X} = -\frac{C_1 + C_2}{2C_1 C_2 \omega} \cdot \frac{\omega^2 - (\omega_s'^2 + \omega_s'^2)}{\omega^2 - (\omega_s'^2 + \omega_p'^2)} = -\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_s''^2}{\omega^2 - \omega_p''^2} \quad (22)$$

wobei für  $\omega_s''^2$  und  $\omega_p''^2$  und  $C$  die Gln. (20) gelten. Zu den Quadraten beider Resonanzstellen der Gln. (20) addiert sich das Quadrat  $\omega_s'^2$ :

$$\begin{aligned} \omega_s''^2 &= \omega_s'^2 + \omega_s'^2 \\ \omega_p''^2 &= \omega_p'^2 + \omega_s'^2 \\ \omega_p''^2 - \omega_s''^2 &= \omega_p'^2 - \omega_s'^2 \\ \frac{\omega_p''^2 - \omega_s''^2}{\omega_s''^2} &= \frac{\omega_p'^2 - \omega_s'^2}{\omega_s'^2 + \omega_s'^2} \quad (23) \end{aligned}$$

Mit der gegenüber Fig. 10 zusätzlichen Kapazität  $C$  erhält man einen Freiheitsgrad. Der Reaktanzverlauf der Grösse  $\bar{X}$  [Gl. (22)] entspricht dem der Grösse  $\bar{X}$  [Gl. (19)].

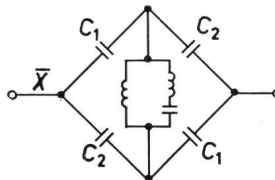


Fig. 11  
Zweigbrücke aus vier Kapazitäten mit elektromechanischem Schwinger als Abschluss

Eine Erhöhung der Resonanzstellen verlangt ein weiteres Element. Wählt man die in Fig. 11 gezeigte Brücke, so gilt:

$$X = \omega L \frac{\omega^2 - \omega_s'^2}{\omega^2 - \omega_p'^2} \quad (24)$$

und mit Benutzung der Gln. (20) eingesetzt in Gl. (17):

$$\begin{aligned} \bar{X} &= -\frac{C_1 + C_2}{2C_1 C_2 \omega} \cdot \frac{\omega^4 - (\omega_s'^2 + \omega_s'^2)\omega^2 + \omega_p'^2\omega_s'^2}{\omega^4 - (\omega_s'^2 + \omega_p'^2)\omega^2 + \omega_p'^2\omega_p'^2} = \\ &= -\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{(\omega^2 - \omega_{1s}^2)(\omega^2 - \omega_{3s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{1p}^2)(\omega^2 - \omega_{3p}^2)} \quad (25) \end{aligned}$$

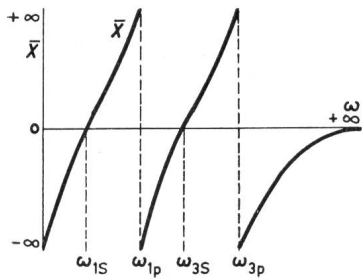


Fig. 12  
Blindwiderstandsverlauf der Anordnung in Fig. 11 in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$

mit den Resonanzfrequenzen:

$$\omega_{3s}^2 = \frac{1}{2} \left[ \omega_s'^2 + \omega_s^2 + \sqrt{(\omega_s'^2 - \omega_s^2)^2 + 4\omega_s^2(\omega_s'^2 - \omega_p'^2)} \right]$$

$$\omega_{1s}^2 = \frac{1}{2} \left[ \omega_s'^2 + \omega_s^2 - \sqrt{(\omega_s'^2 - \omega_s^2)^2 + 4\omega_s^2(\omega_s'^2 - \omega_p'^2)} \right] \quad (26)$$

$$\omega_{3p}^2 = \frac{1}{2} \left[ \omega_s'^2 + \omega_p^2 + \sqrt{(\omega_s'^2 - \omega_p^2)^2 + 4\omega_p^2(\omega_s'^2 - \omega_p'^2)} \right]$$

$$\omega_{1p}^2 = \frac{1}{2} \left[ \omega_s'^2 + \omega_p^2 - \sqrt{(\omega_s'^2 - \omega_p^2)^2 + 4\omega_p^2(\omega_s'^2 - \omega_p'^2)} \right] \quad (27)$$

Den Reaktanzverlauf zeigt Fig. 12. Die Verwendung der Zweige Fig. 7 und Fig. 11 in einer Brücke ergibt Phasendrehglieder und Bandsperren, wie der Verlauf der Reaktanzen in Fig. 13 und Fig. 14 (die Sperrbereiche sind schraffiert) wiedergibt.

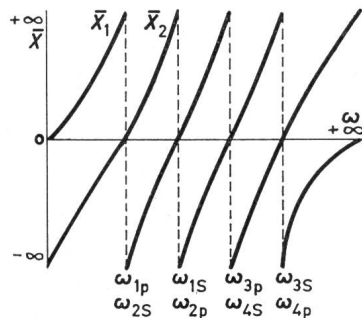


Fig. 13  
Blindwiderstandsverlauf eines Phasendrehgliedes in Brückenschaltung aus zwei Zweigbrücken in Fig. 11

### 2.5 Brücken mit zwei Induktivitäten und zwei Kapazitäten

Weitere Möglichkeiten bietet die in Fig. 15 gezeigte Brücke mit zwei Induktivitäten  $L_1$  und zwei Kapazitäten  $C_2$ . Mit Gl. (2) gilt:

$$\bar{X} = \frac{(\omega^2 L_1 C_2 - 1) X - 2 \omega L_1}{2 \omega C_2 X + \omega^2 L_1 C_2 - 1} \quad (28)$$

Sei  $X$  eine Induktivität:

$$X = \omega L \quad (29)$$

so ergibt sich mit Gl. (28):

$$\bar{X} = \omega \frac{L_1 L}{2L + L_1} \cdot \frac{\omega^2 - \frac{L + 2L_1}{L_1 L C_2}}{\omega^2 - \frac{1}{(2L + L_1) C_2}} = \omega \bar{L} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \quad (30)$$

$$\omega_s^2 = \frac{L + 2L_1}{L_1 L C_2}; \quad \omega_p^2 = \frac{1}{(2L + L_1) C_2}$$

$$\frac{\omega_s^2 - \omega_p^2}{\omega_p^2} = \frac{2(L + L_1)^2}{L_1 L} \geq 8 \quad (31)$$

Damit ist diese Anordnung im allgemeinen nur bei tiefen Frequenzen brauchbar.

Mit einer Kapazität  $C$ :

$$X = -\frac{1}{\omega C} \quad (32)$$

folgt entsprechend:

$$\bar{X} = -\frac{C_2 + 2C}{\omega C C_2} \cdot \frac{\omega^2 - \frac{1}{L_1(C_2 + 2C)}}{\omega^2 - \frac{C + 2C_2}{L_1 C_2 C}} = -\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \quad (33)$$

$$\omega_s^2 = \frac{1}{L_1(C_2 + 2C)}; \quad \omega_p^2 = \frac{C + 2C_2}{L_1 C_2 C}$$

$$\frac{\omega_p^2 - \omega_s^2}{\omega_s^2} = \frac{2(C + C_2)^2}{C_2 C} \geq 8 \quad (34)$$

Auch bei Hinzunahme von weiteren Elementen ergeben sich zum Teil grosse Frequenzabstände (eine Resonanzstelle hat immer grossen Abstand), so dass auf eine Erweiterung der

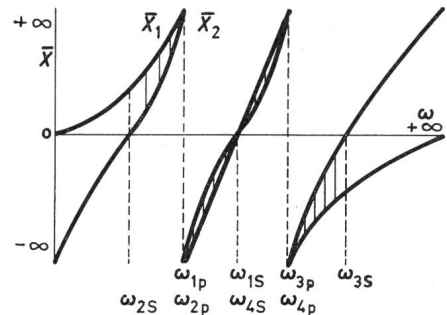


Fig. 14  
Blindwiderstandsverlauf einer Bandsperre in Brückenschaltung aus zwei Zweigbrücken in Fig. 11

Untersuchung verzichtet wird. Ein Zusammenrücken der Frequenzen kann man durch Hinzunahme einer Kapazität in den Zweig  $X_1$  erzielen. Damit sind zwei Kapazitäten mehr erforderlich. In den folgenden Abschnitten seien hierzu Beispiele gegeben.

### 2.6 Brücken mit zwei Serienkreisen und zwei Kapazitäten

Mit den Zweigen

$$X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = \frac{L_1}{\omega} (\omega^2 - \omega_a^2)$$

$$\omega_a^2 = \frac{1}{L_1 C_1}; \quad X_2 = -\frac{1}{\omega C_2} \quad (35)$$

liefert Gl. (2):

$$\bar{X} = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{-\frac{2}{C_2} (\omega^2 - \omega_a^2) + \left[ \omega^2 - \omega_a^2 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \right] \omega X}{\omega^2 - \omega_a^2 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \frac{2\omega X}{L_1}} \quad (36)$$

Wählt man für  $X$  eine Induktivität (Fig. 16):

$$X = \omega L \quad (37)$$

und führt als Abkürzung ein:

$$\omega_b^2 = \frac{2}{L C_2} \quad v = \frac{2L}{L_1} \quad (38)$$

so ergibt sich aus Gl. (36):

$$\bar{X} = \frac{\omega L L_1}{2L + L_1} \cdot \frac{\omega^4 - \omega^2 \left[ \omega_a^2 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \omega_b^2 \right] + \omega_a^2 \omega_b^2}{\omega^2 \left[ \omega^2 - \omega_a^2 \frac{1 + \frac{C_1}{C_2}}{1 + v} \right]} =$$

$$= \omega \bar{L} \frac{(\omega^2 - \omega_{1s}^2)(\omega^2 - \omega_{3s}^2)}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_p^2)} \quad (39)$$

mit den Resonanzfrequenzen:

$$\omega_{1s}^2 + \omega_{3s}^2 = \omega_a^2 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \omega_b^2; \quad \omega_{1s}^2 \omega_{3s}^2 = \omega_a^2 \omega_b^2$$

$$\omega_p^2 = \omega_a^2 \frac{1 + \frac{C_1}{C_2}}{1 + v} \quad (40)$$

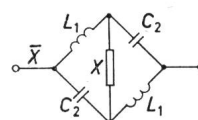


Fig. 15  
Zweigbrücke aus zwei Induktivitäten und zwei Kapazitäten mit Abschluss  $X$

Den Reaktanzverlauf zeigt Fig. 17. Ein solcher ist auch mit einer Induktivität in Serie zu einem Schwingkristall erzielbar. Hierbei kann die Wicklungskapazität stören, aber auch die Dimensionierung kann schwieriger sein.

Den Beziehungen (40) entnimmt man, dass geringe Frequenzabstände der Resonanzfrequenzen erzielbar sind, wenn:

$$C_1 \ll C_2 \quad \omega_a \approx \omega_b$$

Man setzt daher:

$$\frac{C_1}{C_2} = \varepsilon \quad \varepsilon \ll 1 \quad \omega_b = \omega_a \quad (41)$$

und erhält aus den Gln. (40):

$$\begin{aligned} \omega_{1s}^2 + \omega_{3s}^2 &= \omega_a^2 (2 + \varepsilon); & \omega_{1s} \omega_{3s} &= \omega_a^2 \\ \omega_p^2 &= \omega_a^2 \frac{1 + \varepsilon}{1 + 4\varepsilon} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \omega_{3s} &= \omega_a \left( 1 + \frac{\varepsilon}{8} + \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon} \right); & \omega_{1s} &= \omega_a \left( 1 + \frac{\varepsilon}{8} - \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon} \right) \\ \omega_p &= \omega_a \left( 1 - \frac{3\varepsilon}{2} \right) \end{aligned} \quad (43)$$

Es ist sinnvoll,  $C_2$  möglichst gross zu wählen, damit  $C_1$  nicht zu klein und  $L_1$  zu gross wird.

Vorteilhafter ist die Brücke, wenn man in den Zweig  $X$  mehr Elemente hineinsteckt. Als Beispiel sei die Anordnung in Fig. 18 mit:

$$X = \omega L \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \quad (44)$$

gewählt.

Mit den Gln. (35) und (38) folgt aus Gl. (36):

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\omega L L_1}{2L + L_1} \cdot \frac{\omega^6 - \omega^4 \left[ \omega_a^2 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \omega_b^2 + \omega_s^2 \right] + \omega^2 \left[ \omega_s^2 \omega_a^2 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \omega_b^2 (\omega_a^2 + \omega_p^2) \right] - \omega_a^2 \omega_b^2 \omega_p^2}{\omega^2 \left[ \omega^4 - \omega^2 \frac{\omega_a^2 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \omega_p^2 + \omega_s^2}{1 + v} + \frac{\omega_a^2 \left( 1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \omega_p^2}{1 + v} \right]} = \\ &= \omega L \frac{(\omega^2 - \omega_{1s}^2)(\omega^2 - \omega_{3s}^2)(\omega^2 - \omega_{5s}^2)}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{1p}^2)(\omega^2 - \omega_{3p}^2)} \quad (45) \end{aligned}$$

Auch hier bringen die Vereinfachungen (41) nahe beieinanderliegende Resonanzfrequenzen. Den Blindwiderstandsverlauf zeigt Fig. 19. Zur Erzielung des umgekehrten Reaktanzverlaufes müssen einige Elemente umgetauscht werden.

### 2.7 Brücke mit zwei Parallelkreisen und zwei Induktivitäten

Betrachtet sei die Anordnung in Fig. 20, die einen Schwingkristall enthalten kann.

Zu den Zweigen

$$X_1 = -\frac{1}{C_1} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_a^2}; \quad \omega_a^2 = \frac{1}{L_1 C_1}; \quad X_2 = \omega L_2 \quad (46)$$

kommt daher

$$X = -\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \quad (47)$$

hinzu. Mit der Abkürzung:

$$\omega_b^2 = \frac{2}{L_2 C}; \quad w = \frac{2C}{C_1} \quad (48)$$

berechnet man  $\bar{X}$  zu:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= -\frac{2C + C_1}{\omega C C_1} \cdot \frac{\omega^2 \left[ \omega^4 - \omega^2 \cdot \frac{\omega_a^2 \left( 1 + \frac{L_1}{L_2} \right) + \omega_s^2 + w \omega_p^2}{1 + w} + \frac{\omega_a^2 \omega_s^2 \left( 1 + \frac{L_1}{L_2} \right)}{1 + w} \right]}{\omega^6 - \omega^4 \left( \omega_a^2 \left( 1 + \frac{L_1}{L_2} \right) + \omega_b^2 + \omega_p^2 \right) + \omega^2 \left[ \omega_a^2 \omega_p^2 \left( 1 + \frac{L_1}{L_2} \right) + \omega_b^2 (\omega_a^2 + \omega_s^2) \right] - \omega_a^2 \omega_b^2 \omega_s^2} = \\ &= -\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{1s}^2)(\omega^2 - \omega_{3s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{1p}^2)(\omega^2 - \omega_{3p}^2)(\omega^2 - \omega_{5p}^2)} \quad (49) \end{aligned}$$

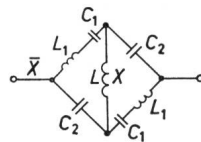


Fig. 16  
Zweigbrücke aus zwei Serienkreisen mit zwei Kapazitäten mit Induktivität als Abschluss

Den Reaktanzverlauf zeigt Fig. 21. Für  $L_1 \ll L_2$  lassen sich die Resonanzfrequenzen ausreichend nahe aneinanderreihen.

Bei diesem Abschnitt wurden nur Zweigbrücken betrachtet. Es lassen sich sowohl in den Zweigen  $X_1$  und  $X_2$  als auch im Zweig  $X$  verschieden aufgebaute Zweigbrücken ( $\bar{X}_1$  und  $\bar{X}_2$ )

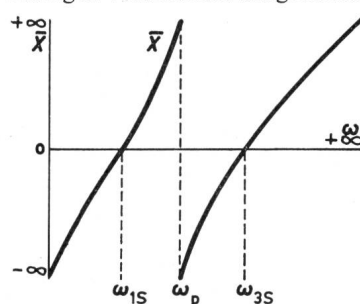


Fig. 17  
Blindwiderstandsverlauf der Anordnung in Fig. 16 in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$

erzielen. Diese Verschiedenheiten können besonders zur Anpassung von Kristalldaten wertvoll sein. Sind die Zweige  $X_1$  und  $X_2$  in den beiden Brückenzweigen gleich, so lässt sich nach Bartlett [6] die aus  $X_1$  und  $X_2$  bestehende Brücke aus der Brückenschaltung herausnehmen. Dieser Fall wird im nächsten Abschnitt behandelt.

Die Zweigbrücken lassen sich entsprechend dem erzeugten Reaktanzverlauf in  $\Pi$ - und  $T$ -Gliedern oder beliebigen anderen Schaltungen verwenden.

## 3. Brücken mit gleichen Zweigbrücken und verschiedenem Abschluss

### 3.1 Symmetrische Zweigbrücken aus zwei verschiedenen Elementen

Werden bei den in Abschnitt 2 behandelten Brückenzweigen solche Zweige zu einer Brücke zusammengesetzt, bei denen die Grössen  $X_1'$  und  $X_2'$  in beiden Zweigen dieselben sind und der

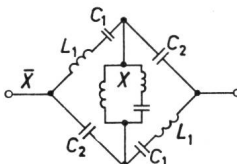


Fig. 18  
Zweigbrücke aus zwei Serienkreisen und zwei Kapazitäten mit elektromechanischem Schwinger als Abschluss

Unterschied lediglich in den  $X$ -Werten ( $X_1$  und  $X_2$ ) besteht, so kann man die aus  $X_1'$  und  $X_2'$  bestehende Brücke — um

<sup>3)</sup> Die bisherigen Zweigbenennungen  $X_1$  und  $X_2$  erhalten einen Strich, damit für die Abschlüsse  $X$  die Indizes 1 und 2 frei werden.



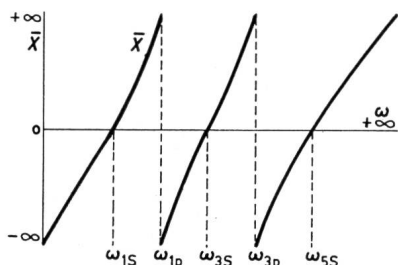


Fig. 19  
Blindwiderstandsverlauf der Anordnung in Fig. 18 in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$

Elemente einzusparen — aus der Brückenschaltung herausnehmen. Allgemein lässt sich nach Bartlett [6] (s. auch Feldtkeller [7] und Rieger [8]) die in Fig. 22 wiedergegebene Zerlegung vornehmen. Hierbei ist der Vierpol beliebig, insbesondere kann er unsymmetrisch sein. Eine Umwandlung in Differentialbrückenfilter (Fig. 23) oder andere äquivalente Brücken ist möglich, falls die Vierpole aus symmetrischen Brücken ( $X_1'$ ,  $X_2'$ ) bestehen.

Als Beispiel seien zwei der in Fig. 15 gezeigten Zweige  $\bar{X}$ , wobei für  $X$  die beliebigen Zweige  $X_1$  und  $X_2$  zu wählen sind, in einer Schaltung entsprechend Fig. 23 dargestellt (Fig. 24).

### 3.2 Symmetrische Zweigbrücken aus drei verschiedenen Elementen

Wenn man die Vierpole in Fig. 22 durch Brücken aus drei verschiedenen Elementen ersetzt, so benutzt man zweckmässig die in Fig. 25a dargestellte äquivalente Schaltung, in welcher die mittlere Brücke durch eine äquivalente Brücke ersetzt

$$\bar{X} = -\frac{1}{\omega C_1} \cdot \frac{\alpha(2+\beta)\omega^6 - [(1+\alpha)(1+\beta)\omega_a^2 + 2\alpha\omega_p^2 + \alpha\beta\omega_s^2]\omega^4 + \omega_a^2[\beta\omega_a^2 + (1+\alpha)(\omega_p^2 + \beta\omega_s^2)]\omega^2 - \beta\omega_a^4\omega_s^2}{\alpha\omega^6 - [(1+\alpha)(1+\beta)\omega_a^2 + \alpha\omega_p^2]\omega^4 + \omega_a^2[(1+2\beta)\omega_a^2 + (1+\alpha)(\omega_p^2 + \beta\omega_s^2)]\omega^2 - \omega_a^4(\omega_p^2 + 2\beta\omega_s^2)} \quad (55)$$

werden kann, wobei sich wegen der Erdungsmöglichkeit die in Fig. 25b gezeigte Anordnung empfiehlt. Es genügt auch hier die Untersuchung einer Zweigbrücke, wie sie in allgemeiner

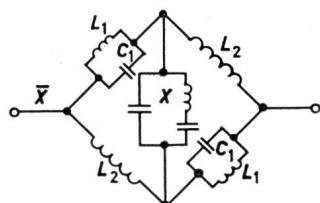


Fig. 20  
Zweigbrücke aus zwei Parallelkreisen und zwei Induktivitäten mit Kristall als Abschluss

Form Fig. 26 wiedergibt. Die drei Brückenelemente in den Zweigbrücken, die zu einem Filter zusammengesetzt werden, können verschieden sein.

Die Verwendung einer unsymmetrischen Brücke (mit vier verschiedenen Elementen) bringt einen Freiheitsgrad mehr. Eine Vermehrung der Elementenanzahl des vierten Zweiges kann den Wert der Zweigbrücke erhöhen, was auch bei den anderen Brücken zweigen möglich ist. Von einer Behandlung der unsymmetrischen Brücke wird daher abgesehen.

In Erweiterung von Gl. (2) erhält man für den Blindwiderstand  $\bar{X}$  der Zweigbrücke gemäss Fig. 26a:

$$\bar{X} = \frac{X_1' X_2' (X_1' + X_3') + X_1' X_3' (X_1' + X_2') + (X_1' + X_2') (X_1' + X_3') X}{(X_1' + X_2') (X_1' + X_3') + (2 X_1' + X_2' + X_3') X} \quad (50)$$

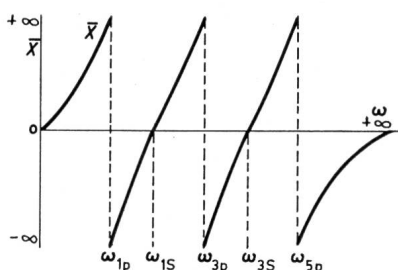


Fig. 21  
Blindwiderstandsverlauf der Anordnung in Fig. 20 in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$

Mit

$$X_a = \frac{2 X_2' X_3' + (X_2' + X_3') X_1'}{X_2' + X_3' + 2 X_1'} \quad (51)$$

lässt sich aus Gl. (50) die Form von Gl. (2) zurückgewinnen:

$$\bar{X} = \frac{2 X_1' X_a + (X_1' + X_a) X}{X_1' + X_a + 2 X} \quad (52)$$

Damit ergibt sich das zu Fig. 26a äquivalente Ersatzbild gemäss Fig. 26b.

Bekanntlich [2] liefert eine Brücke mit drei verschiedenen Zweigen (Fig. 25a) einen frequenzmässig stark auseinandergezogenen Reaktanzverlauf. Im folgenden soll daher untersucht werden, welche Möglichkeiten die Anordnung in Fig. 26 als Brückenweig bietet.

Als Zweig  $X$  sei ein Schwingkristall gewählt, wobei vermutet wird, dass derselbe die Resonanzfrequenzen zusammenzieht. Die gegebenen Elemente seien (Fig. 27):

$$X_1' = -\frac{1}{\omega C_1}; \quad X_2' = \omega L_2; \quad X_3' = \alpha X_2; \quad X = -\frac{1}{\omega C} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_s^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \quad (53)$$

Mit den Abkürzungen:

$$\omega_a^2 = \frac{1}{L_2 C_1}; \quad \frac{C_1}{C} = \beta \quad (54)$$

folgt aus den Gln. (50) und (53):

Der Zweig  $\bar{X}$  besitzt drei Serienresonanz- und drei Parallelresonanzstellen (Fig. 28), so dass man für  $\bar{X}$  schreiben kann:

$$\bar{X} = -\frac{2+\beta}{\omega C_1} \cdot \frac{(\omega^2 - \omega_{1s}^2)(\omega^2 - \omega_{3s}^2)(\omega^2 - \omega_{5s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{1p}^2)(\omega^2 - \omega_{3p}^2)(\omega^2 - \omega_{5p}^2)} \quad (56)$$

wobei sich durch Vergleich der Gln. (55) und (56) die Formeln ergeben:

$$\begin{aligned} \omega_{1s}^2 + \omega_{3s}^2 + \omega_{5s}^2 &= \frac{(1+\alpha)(1+\beta)\omega_a^2 + \alpha(2\omega_p^2 + \beta\omega_s^2)}{\alpha(2+\beta)} \\ \omega_{1s}^2\omega_{3s}^2 + \omega_{1s}^2\omega_{5s}^2 + \omega_{3s}^2\omega_{5s}^2 &= \frac{\omega_a^2[\beta\omega_a^2 + (1+\alpha)(\omega_p^2 + \beta\omega_s^2)]}{\alpha(2+\beta)} \\ \omega_{1s}^2\omega_{3s}^2\omega_{5s}^2 &= \frac{\beta\omega_a^4\omega_s^2}{\alpha(2+\beta)} \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \omega_{1p}^2 + \omega_{3p}^2 + \omega_{5p}^2 &= \frac{1}{\alpha} [(1+\alpha)(1+\beta)\omega_a^2 + \alpha\omega_p^2] \\ \omega_{1p}^2\omega_{3p}^2 + \omega_{1p}^2\omega_{5p}^2 + \omega_{3p}^2\omega_{5p}^2 &= \frac{\omega_a^2}{\alpha} [(1+2\beta)\omega_a^2 + (1+\alpha)(\omega_p^2 + \beta\omega_s^2)] \\ \omega_{1p}^2\omega_{3p}^2\omega_{5p}^2 &= \frac{\omega_a^4}{\alpha} (\omega_p^2 + 2\beta\omega_s^2) \end{aligned} \quad (58)$$

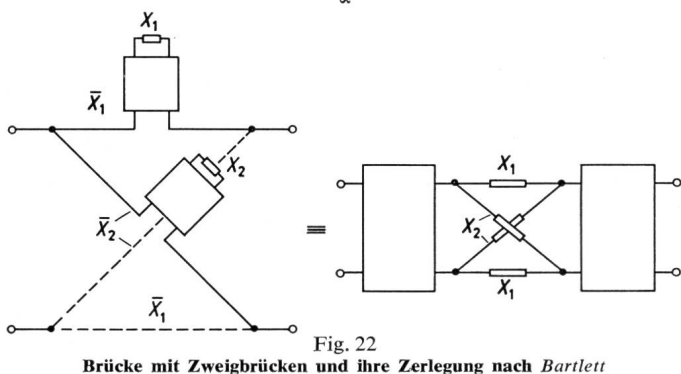
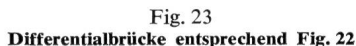
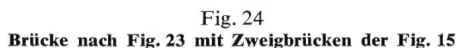


Fig. 22  
Brücke mit Zweigbrücken und ihre Zerlegung nach Bartlett


$$\begin{aligned} \omega_{1s}^2 + \omega_{3s}^2 + \omega_{5s}^2 &= \frac{(1+\alpha)(1+\beta)}{\alpha(2+\beta)} \omega_a^2 + \omega_s^2 \\ + \omega_{1s}^2 \omega_{5s}^2 + \omega_{3s}^2 \omega_{5s}^2 &= \frac{\beta}{\alpha(2+\beta)} \omega_a^4 + \\ &+ \frac{(1+\alpha)(1+\beta)}{\alpha(2+\beta)} \omega_a^2 \omega_s^2 \\ \omega_{1s}^2 \omega_{3s}^2 \omega_{5s}^2 &= \frac{\beta \omega_a^4 \omega_s^2}{\alpha(2+\beta)} \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned}\omega_{1p}^2 + \omega_{3p}^2 + \omega_{5p}^2 &= \frac{(1 + \alpha)(1 + \beta)\omega_a^2}{\alpha} + \omega_s^2 \\ \omega_{1p}^2 \omega_{3p}^2 + \omega_{1p}^2 \omega_{5p}^2 + \omega_{3p}^2 \omega_{5p}^2 &= \frac{1 + 2\beta}{\alpha} \omega_a^4 + \\ &\quad + \frac{(1 + \alpha)(1 + \beta)\omega_a^2 \omega_s^2}{\alpha} \\ \omega_{1p}^2 \omega_{3p}^2 \omega_{5p}^2 &= \frac{1 + 2\beta}{\alpha} \omega_a^4 \omega_s^2\end{aligned}\quad (60)$$



#### 4. Brücken mit gleichen Wellenwiderständen in Kette

Zur Vervollständigung der Möglichkeiten mit Brücken sei hier eine früher behandelte [1] Darstellung erwähnt.

Schaltet man Brücken mit gleichen Wellenwiderständen, aber sonst verschiedenen Brückenzweigen in Kette, so erhält man einen symmetrischen Vierpol [9] und somit eine resul-

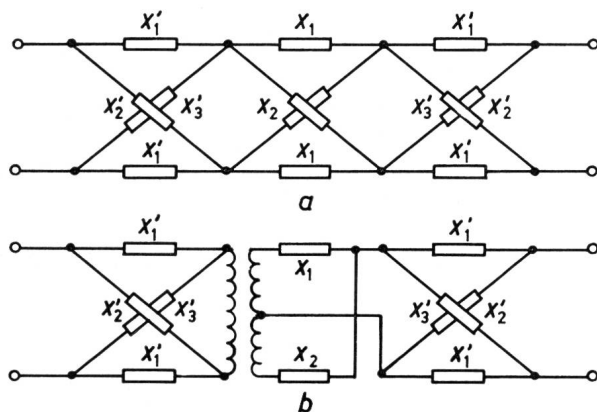


Fig. 25  
Brücke nach Fig. 22 mit Zweigbrücken aus drei Elementen

$$X_{1\alpha} X_{2\alpha} = X_{1\beta} X_{2\beta} = X_{1b} X_{2b} \quad (61)$$
$$\begin{aligned} X_{1b} &= X_{2\alpha} \frac{X_{1\alpha} + X_{1\beta}}{X_{2\alpha} + X_{1\beta}} \\ X_{2b} &= X_{1\alpha} \frac{X_{2\alpha} + X_{1\beta}}{X_{1\alpha} + X_{1\beta}} \end{aligned} \quad (62)$$
$$\sqrt{\frac{X_{1b}}{X_{2b}}} = \frac{\sqrt{\frac{X_{1\alpha}}{X_{2\alpha}}} + \sqrt{\frac{X_{1\beta}}{X_{2\beta}}}}{1 + \sqrt{\frac{X_{1\alpha}}{X_{2\alpha}}} \sqrt{\frac{X_{1\beta}}{X_{2\beta}}}} \quad (63)$$

Fig. 26

**Zweigbrücke aus der Brücke in Fig. 25a mit Ersatzschaltbild**

interessant ist die Zerlegung einer komplizierten Brücke in Einzelbrücken, da die Einstellung derselben viel leichter ist und bei Schwingkristallen die Nebenresonanzen der Kristalle einer Brücke von den anderen Brücken gedämpft wird. Ausführliche Unterlagen finden sich in der angegebenen Literatur.

## 5. Gemischte Brücke

### 5.1 Berechnung eines Tiefpasses

A circuit diagram of a transformer. The primary winding is labeled  $L_1$  and is connected to an AC voltage source  $V_1$ . The secondary winding is labeled  $\alpha L_2$  and is connected to a load consisting of a capacitor  $C$  in parallel with a resistor  $R$ .

Fig. 27  
Zweigbrücke nach Fig. 26a

Möglichkeiten. Viele Kristallschaltungen lassen sich nicht realisieren, weil die für einen vorliegenden Filterwunsch erforderlichen Serienkapazitäten zu verschieden und damit nicht herstellbar sind. Dieses gilt besonders bei unsymmetrischem Dämpfungsverlauf. Als Beispiel sei ein Tiefpass mit den

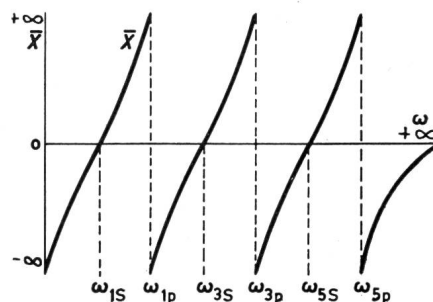


Fig. 28  
Blindwiderstandsverlauf der Anordnung Fig. 27 in Abhängigkeit von der  
Kreisfrequenz  $\omega$



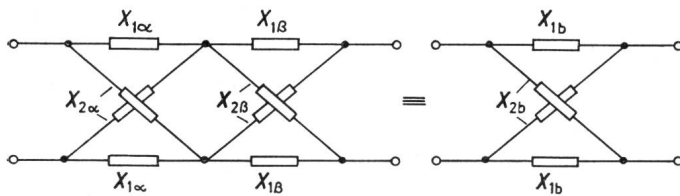


Fig. 29

Zwei Brücken mit gleichem Wellenwiderstand in Kette und resultierende Brücke

Brückenzweige  $X_1$  und  $X_2$  der Fig. 30 untersucht. Fig. 31 zeigt den Blindwiderstandsverlauf der beiden Zweige in Abhängigkeit von der Frequenz. Der Sperrbereich beginnt bei der Grenzfrequenz  $\omega_2$ .

Für die Brückenzweige gelten die Gleichungen:

$$X_1 = -\frac{1}{\omega C_1} \cdot \frac{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{3s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{1p}^2)(\omega^2 - \omega_{3p}^2)}$$

$$X_2 = -\frac{1}{\omega C_0} \cdot \frac{(\omega^2 - \omega_{2s}^2)(\omega^2 - \omega_{4s}^2)}{(\omega^2 - \omega_{2p}^2)(\omega^2 - \omega_{4p}^2)} \quad (64)$$

Es sind vier Dämpfungspole möglich. Die Berechnung erfolgt nach einem früheren Aufsatz [10], wobei das dort behandelte Bandfilter mit  $E = 0$  und  $f_1 = 0$  in den vorliegenden Tiefpass umgewandelt wird.

Für die Polstellen  $f_{i\infty} (\omega_{i\infty} = 2\pi f_{i\infty})$

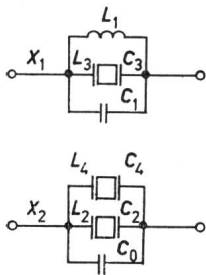


Fig. 30

Brückenzweige eines Tiefpasses

$i = 1...4$  wird abgekürzt:

$$m_i^2 = \frac{f_{i\infty}^2}{f_{i\infty}^2 - f_2^2} \quad i = 1...4 \quad (65)$$

Mit den Abkürzungen:

$$A = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$$

$$B = m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_1 m_4 + m_2 m_3 + m_2 m_4 + m_3 m_4$$

$$C = m_1 m_2 m_3 + m_1 m_2 m_4 + m_1 m_3 m_4 + m_2 m_3 m_4 \quad (66)$$

$$D = m_1 m_2 m_3 m_4$$

ergeben sich die Resonanzfrequenzen zu:

$$f_{3s}^2 = \frac{C}{A+C} f_2^2$$

$$f_{4s}^2 = \frac{B+2D+\sqrt{B^2-4D}}{2(1+B+D)} f_2^2$$

$$f_{2s}^2 = \frac{B+2D-\sqrt{B^2-4D}}{2(1+B+D)} f_2^2 \quad (67)$$

$$\omega_{2s}^2 + \omega_{4s}^2 = \frac{B+2D}{1+B+D} \omega_2^2 = p$$

$$\omega_{2s}^2 \omega_{4s}^2 = \frac{D}{1+B+D} \omega_2^4 = q$$

Ausserdem gilt:

$$\sqrt{\frac{C_0}{C_1}} = k = \frac{A+C}{1+B+D} \quad (68)$$

Den Wellenwiderstand bei einer beliebigen Frequenz kann man an einen gewünschten Abschlusswiderstand  $R$  anpassen. Dafür liefern die Gln. (64):

$$-X_1 X_2 = \frac{1}{C_1 C_0} \cdot \frac{1}{\omega_2^2 - \omega^2} = R^2 \quad (69)$$

Zur Vereinfachung sei die Anpassung auf  $\omega = 0$  gelegt:

$$\frac{1}{C_1 C_0} \cdot \frac{1}{\omega_2^2} = R_0^2 \quad (70)$$

Die Umrechnung auf einen anderen Wert ( $R$ ) wird durch die Gln. (69) und (70) ermöglicht.

Die Gln. (70) und (68) ergeben:

$$C_1 = \frac{1}{k \omega_2 R_0} \quad C_0 = \frac{k}{\omega_2 R_0} \quad (71)$$

Für die übrigen Schaltelemente gelten die Formeln [11]:

$$L_1 = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{\omega_{3s}^2}{\omega_{2s}^2 \omega_{4s}^2}$$

$$\frac{C_3}{C_1} = \frac{(\omega_{4s}^2 - \omega_{3s}^2)(\omega_{3s}^2 - \omega_{2s}^2)}{\omega_{3s}^4}$$

$$\frac{C_2}{C_0} = \frac{(\omega_{3s}^2 - \omega_{2s}^2)(\omega_2^2 - \omega_{2s}^2)}{\omega_{2s}^2 (\omega_{4s}^2 - \omega_{2s}^2)}$$

$$\frac{C_4}{C_0} = \frac{(\omega_{4s}^2 - \omega_{3s}^2)(\omega_2^2 - \omega_{4s}^2)}{\omega_{4s}^2 (\omega_{4s}^2 - \omega_{2s}^2)} \quad (72)$$

$$L_3 = \frac{1}{\omega_{3s}^2 C_3}; \quad L_2 = \frac{1}{\omega_{2s}^2 C_2}; \quad L_4 = \frac{1}{\omega_{4s}^2 C_4}$$

Mit

$$f_{i\infty}^2 = f_2^2 (1 + 2 \Delta_i'); \quad \Delta_i' = \frac{\Delta_i}{f_2} \quad i = 1...4 \quad (73)$$

wird aus Gl. (65):

$$m_i^2 = \frac{1 + 2 \Delta_i'}{2 \Delta_i'} \quad i = 1...4 \quad (74)$$

wobei  $\Delta_i$  der ungefähre Abstand der Polstelle  $f_{i\infty}$  von der Grenzfrequenz  $f_2$  ist.

Für die Resonanzstellen  $\omega_{1s} = 2\pi f_{1s}$  führt man ein:

$$f_{1s}^2 = f_2^2 (1 - 2 \varepsilon_1') \quad i = 2...4 \quad (75)$$

und erhält aus den Gln. (67) und (72):

$$\varepsilon_3' = \frac{A}{2(A+C)} \quad \varepsilon_4' = \frac{2+B-\sqrt{B^2-4D}}{4(1+B+D)}$$

$$\varepsilon_2' = \frac{2+B+\sqrt{B^2-4D}}{4(1+B+D)} \quad (76)$$

$$\frac{C_3}{C_1} = \frac{4(\varepsilon_3' - \varepsilon_4')(\varepsilon_2' - \varepsilon_3')}{(1 - 2\varepsilon_3')^2} \quad \frac{C_2}{C_0} = \frac{2(\varepsilon_2' - \varepsilon_3')\varepsilon_2'}{(1 - 2\varepsilon_2')(\varepsilon_2' - \varepsilon_4')}$$

$$\frac{C_4}{C_0} = \frac{2(\varepsilon_3' - \varepsilon_4')\varepsilon_4'}{(1 - 2\varepsilon_4')(\varepsilon_2' - \varepsilon_4')} \quad (77)$$

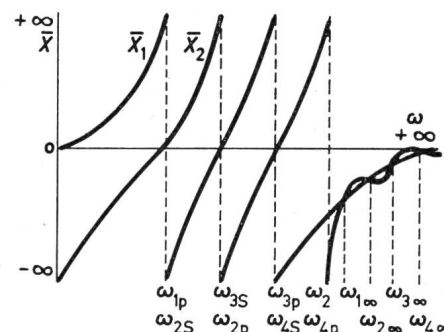


Fig. 31  
Blindwiderstandsverlauf  
der Zweige des Tief-  
passes in Fig. 30

Als Zahlenbeispiel sei gewählt:

$$\begin{aligned} A_1' &= 0,02 & A_2' &= 0,03 \\ A_3' &= 0,04 & A_4' &= 0,05 \end{aligned} \quad (78)$$

Die Gln. (74), (66), (75) und (76) liefern die Werte:

$$\begin{aligned} m_1 &= 5,099\,020 & m_2 &= 4,203\,173 \\ A &= 16,293\,052 & B &= 98,648\,441 \\ k &= 0,774\,563 & \varepsilon_2' &= 0,134\,313 \\ \frac{C_3}{C_1} &= 0,011\,380 & \frac{C_3}{C_0} &= 0,018\,968 \\ m_3 &= 3,674\,235 & m_4 &= 3,316\,625 \\ C &= 263,185\,588 & D &= 261,172\,342 \\ \varepsilon_4' &= 0,005\,159 & \varepsilon_3' &= 0,029\,149 \\ \frac{C_2}{C_0} &= 0,299\,066 & \frac{C_4}{C_0} &= 0,001\,936 \end{aligned} \quad (79)$$

und damit

$$C_2 : C_3 : C_4 = 154,48 : 9,80 : 1 \quad (80)$$

Ein Verhältnis der Kristallserienkapazitäten von 150:1 ist überhaupt nicht herstellbar. Der Zweig  $X_2$  in Fig. 30 muss daher umgewandelt werden. Gleichwertig ist die Brücke in Fig. 32. Sie

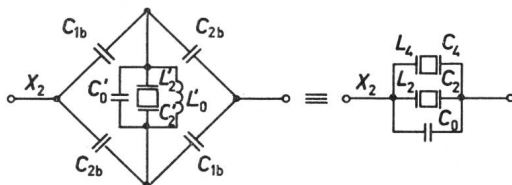


Fig. 32

Der Zweig  $X_2$  des Tiefpasses in Fig. 30 und seine Umwandlung in eine Zweigbrücke

hat einen Freiheitsgrad, der zur Anpassung der Serienkapazitäten der Kristalle benutzt werden kann.

### 5.2 Umwandlung des Brücken-zweiges $X_2$

Für den Abschlusszweig der Zweigbrücke  $X_2$  in Fig. 32 gelten die Formeln:

$$\begin{aligned} C_2' &= C_0' \frac{(\omega_{2p}^2 - \omega_{2s}^2)(\omega_{2s}^2 - \omega_{0p}^2)}{\omega_{2s}^4} \\ L_2' &= \frac{1}{\omega_{2s}^2 C_2'} & L_0' &= \frac{\omega_{2s}^2}{\omega_{0p}^2 \omega_{2p}^2 C_0'} \end{aligned} \quad (81)$$

In einer vorangegangenen Arbeit [2] wurden mit den Gln. (68) und den Abkürzungen:

$$\begin{aligned} \omega_{2p}^2 + \omega_{4p}^2 &= t \\ \omega_{2p}^2 \omega_{4p}^2 &= u \end{aligned} \quad (82)$$

für die Umrechnung die folgenden Formeln gefunden:

$$\begin{aligned} \omega_{2s}^2 &= \frac{p - t \frac{q}{u}}{1 - \frac{q}{u}} & \omega_{0p}^2 + \omega_{2p}^2 &= \frac{t - p y}{1 - y} \\ \omega_{0p}^2 \omega_{2p}^2 &= \frac{u - q y}{1 - y} & C_0' &= \frac{1 - y}{1 - \frac{q}{u}} C_0 \end{aligned} \quad (83)$$

$$C_{1b} = \frac{C_0}{\frac{q}{u}} \left( 1 + \sqrt{1 - y \frac{q}{u}} \right) \quad C_{2b} = \frac{C_0}{\frac{q}{u}} \left( 1 - \sqrt{1 - y \frac{q}{u}} \right)$$

Dabei ist  $y$  eine in Grenzen wählbare Grösse – ein Freiheitsgrad –, eingeführt durch die Beziehung:

$$y = \frac{2 C_{1b} C_{2b}}{C_0 (C_{1b} + C_{2b})} \quad 0 < y < 1 \quad (84)$$

Da nach Fig. 31  $q < u$  ist, so muss  $y < 1$  ( $C_0' > 0$ ) sein, während Gl. (84) lediglich  $y > 0$  verlangt.

Mit den aus Fig. 31 zu entnehmenden Beziehungen:

$$\omega_{2p} = \omega_{3s} \quad \omega_{4p} = \omega_2 \quad (85)$$

erhält man mit Gl. (67):

$$\begin{aligned} \omega_{2p}^2 + \omega_{4p}^2 &= \omega_{3s}^2 + \omega_2^2 = \frac{A + 2C}{A + C} \omega_2^2 = t \\ \omega_{2p}^2 \omega_{4p}^2 &= \omega_{3s}^2 \omega_2^2 = \frac{C}{A + C} \omega_2^4 = u \end{aligned} \quad (86)$$

Damit sind alle Grössen des Zweiges  $X_2$  zu ermitteln.

Zu berechnen ist das Verhältnis  $C_2' : C_3$ , um die Herstellbarkeit mit Kristallen zu überprüfen.

Die Gln. (67), (68) und (72) liefern:

$$\frac{C_3}{C_0} = \frac{(1 + B + D)[A(BC - AD) - C^2]}{C^2(A + C)^2} \quad (87)$$

während sich aus den Gln. (81) bis (83) und (86) ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{C_2'}{C_0} &= \frac{C[A(CB - AD) - C^2]}{(A + C)[C(1 + B) - AD](CB - AD)^2} \cdot \\ &\quad \cdot [C(1 + B + D) - yD(A + C)] \end{aligned} \quad (88)$$

Da sich  $y$  innerhalb der Grenzen 0 und 1 bewegen darf, ohne dieselben zu erreichen, kann man eine Abschätzung von  $C_2'/C_0$  für die beiden Grenzwerte durchführen. Es ist:

$$\left( \frac{C_2'}{C_0} \right)_{y=0} = \frac{C^2(1 + B + D)[A(CB - AD) - C^2]}{(A + C)[C(1 + B) - AD](CB - AD)^2} \quad (89)$$

$$\left( \frac{C_2'}{C_0} \right)_{y=1} = \frac{C[A(CB - AD) - C^2]}{(A + C)(CB - AD)^2} \quad (90)$$

Für das vorliegende Beispiel ergeben sich die Werte:

$$\frac{C_3}{C_0} = 0,018\,968 \quad (91)$$

$$\left( \frac{C_2'}{C_0} \right)_{y=0} = 0,002\,457 \quad (92)$$

$$\left( \frac{C_2'}{C_0} \right)_{y=1} = 0,000\,568\,3 \quad (93)$$

Der zu dem Verhältnis  $C_3/C_0$  günstigere Wert  $C_2'/C_0$  liegt bei  $y = 0$  und bringt ein Verhältnis 7,72:1. Jetzt sind die Quarzkristalle herstellbar.

Inwieweit der eine Quarz in der Brücke in Fig. 32 die beiden Quarze der äquivalenten Darstellung ersetzen kann, wird in einer späteren Untersuchung überprüft. Möglicherweise ist die Dämpfungsverschlechterung nur gering.

### 5.3 Berechnung eines Beispiels

Als Grenzfrequenz  $f_2$  sei  $f_2 = 300$  kHz gewählt. Bei dieser Frequenz liegen die Grenzen der Serienkapazität eines Schwingquarzes zwischen  $1 \cdot 10^{-2}$  pF und  $14 \cdot 10^{-2}$  pF.

Nach Gl. (91) gibt man  $C_3$  den Wert:

$$C_3 = 14 \cdot 10^{-2} \text{ pF} \quad (94)$$

und erhält:

$$C_0 = 7,37 \text{ pF} \quad C_1 = \frac{C_0}{k^2} = 12,28 \text{ pF} \quad (95)$$

Da die Parallelkapazität eines Quarzes der Frequenz 300 kHz bei etwa 6 pF liegt, ist der Wert  $C_1$  ausreichend.

Bezüglich der Grösse  $y$  wurde gefunden, dass die geringste Abweichung der Kapazität  $C_2'$  von  $C_3$  für  $y = 0$  erzielt wird. Nach Gl. (83) wird  $C_{2b} = 0$  für  $y = 0$ . Es ist daher für  $C_{2b}$  ein möglichst grosser  $y$ -Wert:  $y < 1$  erwünscht. Da der mögliche Grenzwert von  $C_2'$  zu  $C_2' = 1 \cdot 10^{-2}$  pF festgestellt wurde, kann man hierzu die Grösse  $y$  berechnen.

Aus den Gln. (88) und (89) ergibt sich:

$$\frac{C_2'}{C_0} = \left( \frac{C_2'}{C_0} \right)_{y=0} \left[ 1 - y \frac{D(A+C)}{C(1+B+D)} \right] = \left( \frac{C_2'}{C_0} \right)_{y=0} \left( 1 - y \frac{q}{u} \right) \quad (96)$$

und hieraus:

$$y = \frac{u}{q} \left( 1 - \frac{\left( \frac{C_2'}{C_0} \right)_{y=0}}{\left( \frac{C_2'}{C_0} \right)} \right) \quad (97)$$

Mit  $C_2' = 1 \cdot 10^{-2}$  pF und den Werten der Gln. (95) und (92) folgt:

$$y = 0,5825 \quad (98)$$

ein relativ hoher Wert, der daher kommt, dass ein Verhältnis der Serienkapazitäten der Quarze von 14:1 möglich ist, während für  $y = 0$  nur 7,72:1 benötigt sind. Obwohl ein niedrigerer  $y$ -Wert benutzt werden kann, wird er wegen der Kapazität  $C_{2b}$  beibehalten.

Man berechnet aus den Gln. (83) und (81):

$$C_0' = 13,3 \text{ pF}; \quad C_{1b} = 16,7 \text{ pF}; \quad C_{2b} = 2,46 \text{ pF} \quad (99)$$

$$f_{2s}' = \sqrt{\frac{BC - AD}{(1+B)C - AD}} f_2 = 298,198 \text{ kHz}$$

$$L_0' = \frac{1}{\omega_2^2 C_2'} \cdot \frac{A(BC - AD) - C^2}{[(1+B)C - AD](BC - AD)} = 16,8 \text{ mH}$$

und schliesslich aus den Gln. (67), (71) und (72):

$$f_{3s} = 291,124 \text{ kHz}; \quad R_0 = \frac{k}{\omega_2 C_0} = 56 \text{ k}\Omega;$$

$$L_1 = \frac{C}{D k C_1 \omega_2^2} = 29,8 \text{ mH} \quad (100)$$

Damit sind alle Werte des Filters bekannt.

Für die Betriebsdämpfung  $a$  erhält man mit den Gln. (64) und (71) die Formeln:

$$K = \frac{k}{k^2 - 1} \cdot \frac{\omega^3 (\omega^2 - \omega_{2s}^2) (\omega^2 - \omega_{3s}^2) (\omega^2 - \omega_{4s}^2)}{\omega_2 (\omega^2 - \omega_{1\infty}^2) (\omega^2 - \omega_{2\infty}^2) (\omega^2 - \omega_{3\infty}^2) (\omega^2 - \omega_{4\infty}^2)}$$

$$e^a = \sqrt{1 + K^2} \quad (101)$$

und vereinfacht mit den Gln. (73), (75) und (76):

$$K = \frac{k}{2(k^2 - 1)} \cdot \frac{(1 + 3x') (x' + \varepsilon_2') (x' + \varepsilon_3') (x' + \varepsilon_4')}{(x' - \mathcal{A}_1') (x' - \mathcal{A}_2') (x' - \mathcal{A}_3') (x' - \mathcal{A}_4')} \quad (102)$$

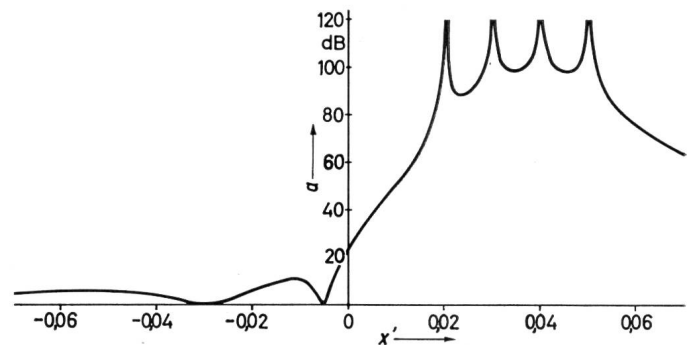


Fig. 33  
Dämpfungsverlauf des Tiefpasses in Fig. 30

Die Darstellung des Dämpfungsverlaufs in Abhängigkeit von  $x'$  zeigt Fig. 33.

#### Literatur

- [1A] W. Herzog: Zur Kettenschaltung von Kristallbrückenfilter. Frequenz 17(1963), S. 233...244.
- [1B] W. Herzog: Crystal lattice filters in cascade. Frequency 3(1965)2, S. 12...17.
- [2] W. Herzog: Die Brücke als Filterelement. Bull. SEV 59(1968), S. 517...524.
- [3] W. Cauer: Theorie der linearen Wechselstromschaltungen. 2. Auflage. Berlin, Akademie-Verlag, 1954.
- [4] K. Schlosser: Zur Theorie des Transformators. BBC-Nachrichten 47(1965), S. 30...44.
- [5] W. Herzog: Der Einfluss von Schaltkapazitäten auf Filter-Dämpfungs-kurven und seine Eliminierung. AEÜ 4(1950), S. 462...464.
- [6] A. C. Bartlett: An extension of a property of artificial lines. Philosophical Magazine 7/4(1927), S. 902...907.
- [7] R. Feldtkeller: Einführung in die Siebschaltungstheorie. 6. Auflage. Stuttgart, Hirzel-Verlag, 1967.
- [8] F. Rieger: Nová věta o křížových čtyřpólech. (Ein neuer Lehrsatz über Vierpol-Kreuzglieder.) Slaboproudý Obzor 21(1960), S. 460...462.
- [9] W. Herzog: Zur Kettenschaltung symmetrischer Vierpole. NTZ 14(1961), S. 331...333.
- [10] W. Herzog: Zur Berechnung der Brückenfilter. Frequenz 17(1963), S. 139...145.
- [11] W. Herzog: Siebschaltungen mit Schwingkristallen. 2. Auflage. Braunschweig, Vieweg, 1962.

#### Adresse des Autors:

Prof. Dr. phil. Dr.-Ing. W. Herzog, Direktor des Institutes für Elektrotechnik der Universität Mainz, Joh.-Joachim-Becher-Weg 14, D-6500 Mainz.