Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 58 (1967)

Heft: 18

Artikel: Über Wellenspannungen bei Asynchronmaschinen mit ungeteilten Blechen

Autor: Andresen, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916281

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ihrerseits verursacht Massendifferenzen von einigen hundert MeV, kann also ohne weiteres für die gesamten Massen der Baryonen und Mesonen verantwortlich gemacht werden. Sieht man sich nach diesen Überlegungen die Leptonen an, die keine starke Wechselwirkung haben, so wird man erwarten, dass die Massen allenfalls einige MeV betragen und das stimmt auch, wenn es das Myon nicht gäbe. Trotz aller Suche hat aber das Myon ausser seiner Masse keine Eigenschaft gezeigt, die vom Elektron abweicht. Es scheint, als ob mindestens ein ganz wesentlicher Punkt noch unverstanden wäre, abgesehen von vielen anderen Fragen, die hier nicht berührt werden konnten.

Anhang

Als einfaches Beispiel soll die klassische Mechanik betrachtet werden. Am durchsichtigsten wird die Ableitung, wenn man vom Hamiltonschen Prinzip und der Lagrangefunktion ausgeht.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i \dot{q}_i t)\, dt$$

$$\delta S = 0; \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

Invarianz gegen Zeittranslation der Lagrangefunktion.

$t \to t + \Delta t$ infinitesimale Transformation

$$L(q_i \dot{q}_i t + \Delta t) = L(q_i \dot{q}_i, t) + \frac{\partial L}{\partial t} \Delta t = L(q_i \dot{q}_i, t)$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = 0$$

L hängt nicht explizit von der Zeit ab.

Es folgt:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \dot{q}_i - L\right] =$$

$$= \sum_i \dot{q}_i \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i - \frac{\partial L}{\partial q_i} \dot{q}_i - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \ddot{q}_i = 0$$

Man beachte hier, dass es nicht nötig ist, die Funktion L wirklich zu kennen.

Literatur

Da Vollständigkeit bei der Flut von Publikationen nicht angestrebt werden kann, sind nur einige relativ leicht zu lesende Bücher und Arbeiten zitiert.

[1] *K. W. Ford:* Die Welt der Elementarteilchen. Heidelberger Taschenbücher Bd. 9. Berlin/Göttingen/Heidelberg, Springer, 1966.

[2] *C. N. Yang:* Elementary Particles; a short History of some Discoveries in Atomic Physics. Princeton, University Press, 1961.

[3] *A. H. Rosenfeld* et al.: Data on Elementary Particles and Resonant States. Reviews of Modern Physics 36(1964)4, S. 977...1004.

[4] *A. Zichichi:* Symmetries in Elementary Particle Physics. New York/London, Academic Press, 1965.

Adresse des Autors:

Prof. Dr. *H. J. Mang,* Physik-Departement der Technischen Hochschule München, Theoretisches Teilinstitut, Arcisstrasse 21, D - 8 München 2.

Über Wellenspannungen bei Asynchronmaschinen mit ungeteilten Blechen

Von *E. Andresen,* Berlin

1. Einleitung

Das Problem der Wellenspannungen und der Lagerströme gilt bei elektrischen Maschinen als hinreichend erforscht. Ursache, Wirkung, Berechnung und Abhilfe wurden in einem Zeitraum von 60 Jahren in etwa 40 Literaturstellen beschrieben [1][1]).

Für die Bildung von Lagerströmen gibt es bekanntlich zwei Ursachen:

a) Magnetisierung der Welle durch einen umschlingenden Gleich- oder Wechselstrom mit der Folge, dass sich in den Lagern eine Unipolarspannung ausbildet.

b) Induzierung einer «Wellenspannung» in der Welle durch ein umschlingendes Wechselfeld.

Die zweite Ursache ist bei allen Wechselstrommaschinen bekannt, die eine Unsymmetrie des Stator- oder Rotorrückens, z. B. in Form von Teilfugen, aufweisen.

Die vorliegende Arbeit beschreibt im Gegensatz hiezu das Auftreten von Wellenspannungen bei Asynchronmaschinen mit ungeteilten Blechen, also mit symmetrischem, ungestörtem Aufbau des Stator- und Rotorrückens. Bei solchen Maschinen können ebenfalls Unsymmetrien im magnetischen Kreis auftreten. Diese liegen jedoch vornehmlich in den Bereichen, in denen der Fluss radial gerichtet ist, also im Luftspalt und in den Stator- und Rotorzähnen. Exzentrische Lagerung der Rotorwelle, magnetische Vorzugsrichtung der Bleche, Anzahl der Rotornuten und der achsialen Kühlkanäle sind hier die Kriterien. Die magnetische Vorzugsrichtung und die achsialen Kühlkanäle können zusätzlich in den Bereichen wirksam werden, in denen der Fluss in Umfangsrichtung verläuft, nämlich in den Rückenpartien.

Die Maschinen sind besonders dann gefährdet, wenn niederfrequente Wellenspannungen infolge Exzentrizität der Rotorwelle oder magnetischer Textur der Bleche und mittelfrequente Spannungen als Folge bestimmter Rotornutzahlen gleichzeitig auftreten. Dann kommt es mit Sicherheit zu einer Zerstörung der Lager, da die mittelfrequente Spannung als Dauerzündung den isolierenden Schmierfilm durchschlägt und somit niederfrequente Wellenströme schädlicher Grösse zum Fliessen bringt.

2. Wie es zur Bildung von Wellenspannungen bei Unsymmetrie im radialen Feldbereich kommt

Unsymmetrien im radialen Feldbereich werden in der Literatur kaum behandelt. Bei verschiedenen Verfassern findet sich lediglich das Beispiel der zweipoligen Maschine mit exzentrischer Rotorachse, entsprechend einem zweipoligen magnetischen Widerstand im Bereich radialer Flussrichtung. Man weiss, dass in diesem Fall eine Wellenspannung induziert wird. Eindeutige Erklärungen liegen jedoch nicht vor. Vernachlässigt man den magnetischen Widerstand des Eisens, so könnte sich eine Flussverteilung entsprechend Fig. 1a einstellen, die jedoch keinen die Welle umschlingenden Anteil enthält.

Wird der magnetische Widerstand des Eisens einbezogen, so ergibt sich die bei verschiedenen Autoren gezeigte Fig. 1b. Hier umschlingt ein Teil des Flusses die Welle als Folge einer gleichmässigen Flussdichte im Rotorrücken. Unterstellt man ebenso richtig, dass im Statorrücken auch eine gleichmässige Flussdichte angestrebt wird, so ergibt sich die Flussverteilung

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

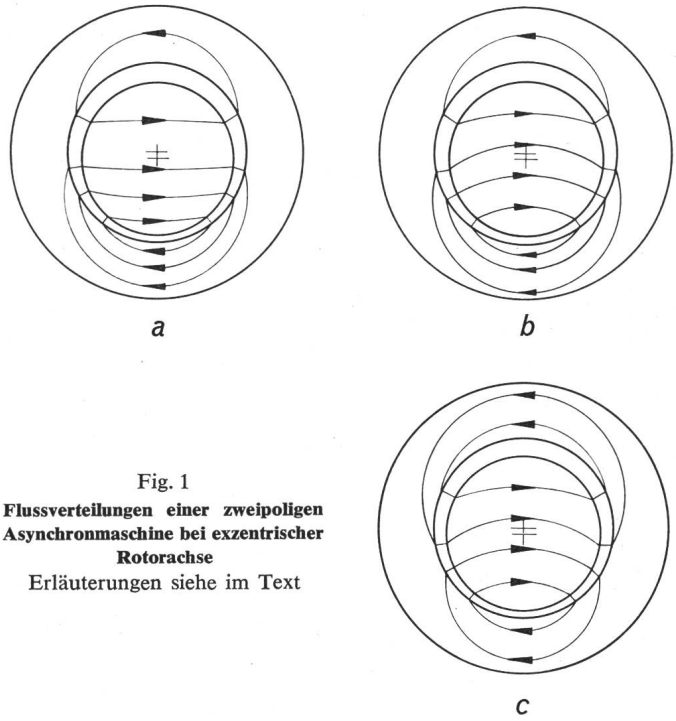

Fig. 1
Flussverteilungen einer zweipoligen Asynchronmaschine bei exzentrischer Rotorachse
Erläuterungen siehe im Text

nach Fig. 1c, die wiederum keinen Flussanteil enthält, der die Welle umschlingt.

Im folgenden sei das Problem rechnerisch für beliebige periodische Strombelag- und Leitwertverteilungen im radialen Feldbereich behandelt. Dabei werden Strombelag und Leitwert des Luftspaltes der Asynchronmaschine als Summen von harmonischen Drehwellen dargestellt, wie dies für die Berechnung des Luftspaltfeldes der Asynchronmaschine üblich ist [2; 3]. Gewisse Fehler gegenüber der wirklichen Feldausbildung müssen dabei besonders hinsichtlich der Verkettung der Nutungsfelder in Kauf genommen werden. Es gilt für den Strombelag die Summe:

$$\alpha = \sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu \cos(\nu x - \omega_\nu t - \varphi_\nu) \tag{1}$$

und für den Leitwert je cm² Bohrungsfläche die Summe:

$$\Lambda = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \Lambda_\lambda \cos(\lambda x - \omega_\lambda t - \varphi_\lambda) \tag{2}$$

als Funktion der Umfangskoordinate x und der Zeit t. A_ν und Λ_λ sind die Amplituden, ν und λ die Polpaarzahlen, ω_ν und ω_λ die Kreisfrequenzen, φ_ν und φ_λ die Phasenwinkel der Wellen. Die Leitwertfunktion ist eine Annäherung der Beziehung:

$$\Lambda = \frac{\mu_0}{\delta_0 + \sum\limits_{\lambda=1}^{\infty} \delta_\lambda \cos(\lambda x - \omega_\lambda t - \varphi_\lambda)} = \frac{\mu_0}{\delta_0}\left[1 - \frac{1}{\delta_0}\sum_{\lambda=1}^{\infty} \delta_\lambda \cos(\lambda x - \omega_\lambda t - \varphi_\lambda) + \frac{1}{\delta_0^2}\Sigma^2 - \frac{1}{\delta_0^3}\Sigma^3 + \ldots\right] \tag{3}$$

In Gl. (2) ist daher der konstante Anteil des Luftspaltleitwertes durch die Werte $\Lambda_\lambda = \Lambda_0$ mit $\delta_\lambda = \delta_0$, $\lambda = 0$, $\omega_\lambda = 0$ und $\varphi_\lambda = 0$ wiedergegeben. Die Glieder 2. und höherer Potenz werden vernachlässigt.

Die Luftspaltinduktion errechnet sich bei Vernachlässigung des magnetischen Widerstandes des Eisens aus dem Produkt von Leitwert pro cm²-Bohrungsfläche und der Durchflutung, die sich aus der Integration des Strombelages α ergibt:

$$b_\delta = r\Lambda\left[\int \alpha\,\mathrm{d}x + C_1\right] \tag{4}$$

Die Integrationskonstante C_1 wird aus der Bedingung bestimmt, dass sich mangels magnetischen Rückschlusses kein Unipolarfluss bilden kann:

$$\int_0^{2\pi} b_\delta\,\mathrm{d}x = 0 \tag{5}$$

Die Luftspaltinduktion lautet dann:

$$b_\delta = r\Lambda\left[\int \alpha\,\mathrm{d}x - \frac{1}{2\pi\Lambda_0}\int_0^{2\pi} \Lambda\left(\int \alpha\,\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}x\right] \tag{6}$$

Nach Einsetzen von Gl. (1) und (2) entsteht:

$$b_\delta = -r\Lambda\left\{\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{A_\nu}{\nu}\sin(\nu x - \omega_\nu t - \varphi_\nu) - \frac{1}{2\pi\Lambda_0}\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{A_\nu\Lambda_\lambda}{2\nu}\int_0^{2\pi}\cos[(\nu\pm\lambda)x - (\omega_\nu\pm\omega_\lambda)t - (\varphi_\nu\pm\varphi_\lambda)]\,\mathrm{d}x\right\} \tag{7}$$

und weiterhin

$$b_\delta = -r\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{A_\nu\Lambda_\lambda}{2\nu}\sin[(\nu\pm\lambda)x - (\omega_\nu\pm\omega_\lambda)t - (\varphi_\nu\pm\varphi_\lambda)] + r\sum_{\nu=\lambda}\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{A_\nu\Lambda_\lambda}{2\nu}\sin[-(\omega_\nu\pm\omega_\lambda)t - (\varphi_\nu\pm\varphi_\lambda)] + r\sum_{\nu=\lambda}\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\lambda=1}^{\infty}\frac{\Lambda_\lambda}{\Lambda_0}\frac{A_\nu\Lambda_\lambda}{4\nu}\sin[\lambda x - (\omega_\nu\pm\omega_\lambda\pm\omega_\lambda)t - (\varphi_\nu\pm\varphi_\lambda\pm\varphi_\lambda)] \tag{8}$$

Gl. (8) beschreibt das vollständige Luftspaltfeld der Asynchronmaschine. Von Bedeutung ist nur der erste Term, der alle mit dem konstanten Luftspalt sowie mit den Luftspaltschwankungen vom gesamten Strombelag gebildeten Felder enthält. Da ein Unipolarfluss nicht fliessen kann, entfallen in der Summe von Term 1 alle Glieder mit der Polpaarzahl $\nu - \lambda = 0$, was durch Subtraktion von Term 2 berücksichtigt ist. Term 3 enthält Feldwellen, die ebenfalls nur bei $\nu - \lambda = 0$ entstehen. Wegen der vergleichsweise kleinen Amplitude — sie ist um den Faktor $\Lambda_\lambda/\Lambda_0$ kleiner — wird Term 3 künftig vernachlässigt. Das Luftspaltfeld lässt sich somit in der folgenden kurzen Form für die weiteren Rechnungen verwenden:

$$b_\delta = -r\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{A_\nu\Lambda_\lambda}{2\nu}\sin[(\nu\pm\lambda)x - (\omega_\nu\pm\omega_\lambda)t - (\varphi_\nu\pm\varphi_\lambda)] \tag{9}$$

(ausgenommen die Glieder mit $\nu - \lambda = 0$)

Aus der Luftspaltinduktion wird die Rückeninduktion für die Rückenhöhe h_R ermittelt zu:

$$b = \frac{1}{h_R}\int b_\delta\,\mathrm{d}x + C_2 = \tag{10}$$

$$= \frac{r}{h_R}\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\lambda=0}^{\infty}\frac{A_\nu\Lambda_\lambda}{2\nu(\nu\pm\lambda)}\cos[(\nu\pm\lambda)x - (\omega_\nu\pm\omega_\lambda)t - (\varphi_\nu\pm\varphi_\lambda)] + C_2 \tag{11}$$

(ausgenommen die Glieder mit $\nu - \lambda = 0$)

Die Integrationskonstante C_2 stellt die gesuchte Ringinduktion dar. Sie kann ohne Berücksichtigung des magnetischen Widerstandes des Eisens nicht bestimmt werden. Als erste Näherung wird daher unterstellt, dass der mit dem magnetischen Widerstand des Luftspaltes ermittelte Fluss im Rücken erzwungen wird, was auch für die Oberfelder hinreichend genau ist, da diese nur verhältnismässig kurze Pfade im Eisen, aber den ganzen Luftspalt benutzen müssen. Die Feldstärke h im Stator- bzw. Rororrücken wird mit Hilfe der gekrümmten Magnetisierungskennlinie des Eisens ermittelt, die sich als Reihe ungerader Potenzen der Induktion b darstellen lässt:

$$h = \frac{1}{\mu_1} b + \frac{1}{\mu_3} b^3 + \frac{1}{\mu_5} b^5 + \ldots \tag{12}$$

Da das Integral der Feldstärke über den ganzen Bohrungsumfang verschwindet, entsteht eine algebraische Gleichung unendlich hohen Grades für die Bestimmung von C_2. Wenn man dagegen berücksichtigt, dass die Amplitude der Hauptfeldwelle mit $\nu = p$ und $\lambda = 0$ im wesentlichen die Sättigung des Eisens bewirkt, so lässt sich die Gleichung in eine lineare umwandeln. Gl. (11) wird deshalb wie folgt geschrieben:

$$b = b_\mathrm{p} + b_{\nu,\lambda} + b_\rho \tag{13}$$

Hierin bedeuten

$$b_\mathrm{p} = B_\mathrm{p} \cos(p\,x - \omega_\mathrm{N}\,t - \varphi_\mathrm{p})$$

mit

$$B_\mathrm{p} = \frac{r}{h_\mathrm{R}} \Lambda_0 \cdot A_\mathrm{p}/p^2 \tag{14}$$

$$b_{\nu,\lambda} = \Sigma B_{\nu,\lambda} \cos[(\nu \pm \lambda)\,x - (\omega_\nu \pm \omega_\lambda)\,t - (\varphi_\nu \pm \varphi_\lambda)]$$

mit

$$\Sigma B_{\nu,\lambda} = \frac{r}{h_\mathrm{R}} \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{A_\nu \Lambda_\lambda}{2\,\nu(\nu \pm \lambda)} \tag{15}$$

(ausgenommen die Glieder mit $\nu = p$ bei $\lambda = 0$ und mit $\nu - \lambda = 0$)

$$b_\rho = \sum_{\rho=1}^{\infty} B_\rho \cos(\omega_\rho\,t + \varphi_\rho) = C_2 \tag{16}$$

Für $B_\mathrm{p} \gg \Sigma B_{\nu,\lambda} + \Sigma B_\rho$ ergibt sich die Rückenfeldstärke aus Gl. (12) und (13) angenähert zu:

$$h \approx \frac{1}{\mu_1}[b_\mathrm{p} + (b_{\nu,\lambda} + b_\rho)] + \frac{1}{\mu_3}[b_\mathrm{p}^3 + 3\,b_\mathrm{p}^2\,(b_{\nu,\lambda} + b_\rho)] + \\ + \frac{1}{\mu_5}[b_\mathrm{p}^5 + 5\,b_\mathrm{p}^4\,(b_{\nu,\lambda} + b_\rho)] + \ldots \tag{17}$$

$$\int_0^{2\pi} h\,\mathrm{d}x = 0 \approx \int_0^{2\pi} \sum_{\sigma=2}^{\infty} \frac{\sigma+1}{\mu_{(\sigma+1)}}\, b_\mathrm{p}^\sigma\,(b_{\nu,\lambda} + b_\rho)\,dx$$

mit $\sigma = 2n$ und $n = 1, 2, 3 \ldots$ (18)

Aus Gl. (17) und (18) lässt sich das wichtige Resultat ablesen, dass bei linearer Magnetisierungskennlinie entsprechend $\mu_3, \mu_5 \ldots \mu_{(\sigma+1)} = \infty$ eine Ringinduktion b_ρ nicht bestimmt werden kann.

Zur Berechnung von b_ρ aus Gl. (18) sind einige Umformungen notwendig:

$$\frac{\sigma+1}{\mu_{(\sigma+1)}}\, b_\mathrm{p}^\sigma = \frac{\sigma+1}{\mu_{(\sigma+1)}} \cdot B_\mathrm{p}^\sigma \cos^\sigma \beta = \\ = H_{0_\sigma} + H_{2_\sigma} \cos 2\beta + H_{4_\sigma} \cos 4\beta + \ldots \tag{19}$$

mit $\beta = p\,x - \omega_\mathrm{N}\,t - \varphi_\mathrm{p}$

$$\sum_{\sigma=2}^{\infty} \frac{\sigma+1}{\mu_{(\sigma+1)}} \cdot b_\mathrm{p}^\sigma = \sum_{\sigma=2}^{\infty} H_{0_\sigma} + \sum_{\sigma=2}^{\infty} H_{2_\sigma} \cos 2\beta + \sum_{\sigma=4}^{\infty} H_{4_\sigma} \cos 4\beta + \ldots = \\ = \sum_{\sigma=2}^{\infty} H_{0_\sigma} + \sum_{\tau=2}^{\infty} \sum_{\sigma=\tau}^{\infty} H_{\tau_\sigma} \cos \tau(p\,x - \omega_\mathrm{N}\,t - \varphi_\mathrm{p}) \tag{20}$$

mit $\tau = 2n$ und $n = 1, 2, 3$

Nach Einfügen von Gl. (20) in Gl. (18) und Integration wird die Ringinduktion erhalten zu:

$$b_\rho \approx -\left(\sum_{\sigma=2}^{\infty} H_{0_\sigma}\right)^{-1} \sum_{\tau=2}^{\infty} \sum_{\sigma=\tau}^{\infty} H_{\tau_\sigma} \cdot \frac{r}{h_\mathrm{R}} \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{A_\nu \Lambda_\lambda}{2\,\nu(\nu \pm \lambda)} \cdot \\ \cdot \cos\{[\tau\,\omega_\mathrm{N} \pm (\omega_\nu \pm \omega_\lambda)]\,t + [\tau\varphi_\mathrm{p} \pm (\varphi_\nu \pm \varphi_\lambda)]\} \tag{21}$$

für $\tau \pm \left(\frac{\nu}{p} \pm \frac{\lambda}{p}\right) = 0$ mit $\tau = 2n$ und $n = 1, 2, 3 \ldots$

$$b_\rho = 0 \tag{22}$$

für $\tau \pm \left(\frac{\nu}{p} \pm \frac{\lambda}{p}\right) \neq 0$

Für Stator- und Rotorrücken errechnen sich entgegengesetzt gerichtete Ringinduktionen, die aufgrund unterschiedlicher Sättigungen B'_p und B''_p verschieden gross sind. Der resultierende, die Wellenspannung erzeugende Ringfluss beträgt somit

$$\Phi_\rho = h'_\mathrm{R}\,b'_\rho - h''_\mathrm{R}\,b''_\rho \tag{23}$$

Das Rechenergebnis lässt folgende physikalische Deutung zu. Unsymmetrien in den Bereichen mit radialer Feldrichtung (Luftspalt, Zähne) können auf indirekte Weise Ringflüsse und Wellenspannungen erzeugen. Die unsymmetrischen Radialfelder erzeugen nach ihrer Umlenkung in den Bereichen tangentialer Richtung (Rücken) periodische Änderungen der Permeabilität. Voraussetzung ist, dass die Hauptfeldwelle den Rücken bis in den gekrümmten Teil der Magnetisierungskennlinie sättigt, und zwar für Stator und Rotor unterschiedlich stark. Die Schwankungen der Permeabilität des Rückeneisens können ähnlich wie Teilfugen direkte Ursache für einen Ringfluss sein.

3. Wellenspannungen als Folge von Unsymmetrien im tangentialen Feldbereich bei vollrunden, ungeteilten Blechen

Eine magnetische Vorzugsrichtung der Bleche (Textur) kann darüber hinaus bei ungeteilten, vollrunden Blechen unmittelbare Ursache von Wellenspannungen sein, da sie dem Rücken direkt eine periodische Schwankung des magnetischen Leitwertes aufzwingt. Gl. (12) kann hiefür ersetzt werden durch:

$$h = \frac{b}{\mu_0 + \sum_{g=1}^{\infty} \mu_g \cos g\,(\lambda_\mathrm{T}\,x - \omega_{\lambda\mathrm{T}} - \varphi_{\lambda\mathrm{T}})} \approx \\ \approx \frac{b}{\mu_0}\left[1 - \sum_{g=1}^{\infty} \mu_g \cos g\,(\lambda_\mathrm{T} x - \omega_{\lambda\mathrm{T}} - \varphi_{\lambda\mathrm{T}})\right] \tag{24}$$

mit $g = (2n - 1)$ und $n = 1, 2, 3 \ldots$

Hierin bedeuten μ_0 den konstanten, μ_g den richtungsabhängigen Anteil der Permeabilität, λ_T die Grundpolpaarzahl, $\omega_{\lambda\mathrm{T}}$ die Grundkreisfrequenz und $\varphi_{\lambda\mathrm{T}}$ den Grundphasenwinkel der Permeabilitätswelle. Aus Symmetriegründen kommen nur ungeradzahlige Vielfache g der Grundwelle vor.

Die gesuchte Ringinduktion b_ρ wird durch Einsetzen der Rückeninduktion b aus Gl. (11) und durch Integration ähnlich Gl. (18) gefunden:

$$b_\rho = \frac{1}{2}\frac{r}{h_R}\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\lambda=0}^{\infty}\sum_{g=1}^{\infty}\frac{A_\nu A_\lambda}{2\nu(\nu \pm \lambda)} \cdot$$

$$\cdot \frac{\mu_g}{\mu_0}\cos\left[(\omega_\nu \pm \omega_\lambda \pm g\,\omega_{\lambda T})\,t + (\varphi_\nu \pm \varphi_\lambda \pm g\,\varphi_{\lambda T})\right]$$

für $(\nu \pm \lambda) \pm g\,\lambda_T = 0$ mit $g = 2n - 1$ und $n = 1, 2, 3 \ldots$ (25)

$$b_\rho = 0$$

für $(\nu \pm \lambda) \pm g\,\lambda_T \neq 0$ (26)

Entsprechend Gl. (24) wurde für einen beliebigen Ort x und eine beliebige Zeit t eine lineare Magnetisierungskennlinie zugrunde gelegt. Bei Voraussetzung einer gekrümmten Kennlinie treten beliebig viele weitere Glieder auf, die keine neue qualitative Aussage beinhalten.

4. Messungen an Drehstrom-Käfigläufermotoren grösserer Leistung

Verschiedene Motoren wurden hinsichtlich Wellenspannung und Wellenstrom untersucht. Die Lager waren isoliert, so dass die Spannungen mit einem Effektivwertinstrument, mit einem Schleifenoszillographen und einem Frequenzanalysator gemessen werden konnten. Bei Überbrückung der Wellenenden konnten die Ströme in gleicher Weise untersucht werden. Die Ergebnisse von vier Motoren sind in Tabelle I zusammengestellt.

Angaben und Messresultate

Tabelle I

				Fall *a* [1]	Fall *b* [2]	Fall *c* [1]	Fall *d* [1]
Angaben	Leistung	P	kW	630	920	350	500
	Spannung	U	kV	6	6	6	3
	Drehzahl	n	U./min	1494	1495	1480	2967
	Polpaarzahl	p		2	2	2	1
	Nutzahl des Stators	N_1		60	60	48	42
	Nutzahl des Rotors	N_2		50	50	56	35
	Kühlkanalzahl des Stators	K_1		0	0	0	0
	Kühlkanalzahl des Rotors	K_2		12	12	12	0
	Schlupf	s	%	0,4	0,35	1,34	0,795
Mess-resultate	Wellenspannung	U_W	V	1,84	0,575	0,178	1,25
	Wellenstrom	I_W	A	25	14	14,5	6

[1]) Keilstabrotor.
[2]) Keilstabrotor mit schräger Nut (1 Statornutteilung).

Die Gl. (21) und (25) gestatten eine Berechnung der Wellenspannungen. Besonders einfach ist es, die auftretenden Frequenzen genau zu bestimmen. Hiezu werden nur die Polpaarzahlen und Kreisfrequenzen der Strombelag- und Leitwert-Drehwellen benötigt. Diese sind in Tabelle II und III allgemein für Drehstrom-Käfigläufermotoren zusammengestellt. Für die untersuchten Motoren ergibt sich folgendes Bild.

Motor a und b

Die in Tabelle II und III zusammengestellten Polpaarzahlen erfüllen in zahlreichen Kombinationen die Bedingung für Ringinduktionen gemäss Gl. (21):

$$0 = 2n \pm \left(\frac{\nu}{p} \pm \frac{\lambda}{p}\right)$$

mit $n = 1, 2, 3 \ldots$

Die zugehörigen Vielfachen der Kreisnetzfrequenz ω_N werden hiefür errechnet zu:

$$\frac{\omega}{\omega_N} = 2n \pm \left(\frac{\omega_\nu}{\omega_N} \pm \frac{\omega_\lambda}{\omega_N}\right) = 1;\ 5;\ 7;\ 30;\ -24;\ 36$$

Diesen Werten entsprechen die Frequenzen 50, 250, 350, 1500, 1200 und 1800 Hz. Die geringe Verminderung der rotorbedingten Frequenzen durch den Nennschlupf nach Tabellen II und III ist dabei vernachlässigt. Die in den Frequenzspektrogrammen von Fig. 2a und 2b dargestellten Wellenspannungen haben diese Frequenzen. Die Amplitude wird nicht nur durch die Grösse der Strombelags- und Leitwertamplituden, sondern auch durch den Grad des Gliedes der Magnetisierungskennlinie, Gl. (12), bestimmt. Je kleiner nämlich $\tau = 2n$ zur Erfüllung der Bedingung in Gl. (21) ist, desto grösser ist die betreffende Komponente der gemessenen Wellenspannung. Dies war zu erwarten, weil die Rückeninduktionen im Gebiet beginnender Sättigung (etwa 12000 bis 14000 Gs) liegen.

Strombelag-Grunddrehwellen von Asynchron-Käfigläufermotoren

Tabelle II

	Polpaarzahl ν	Kreisfrequenz ω_ν
Statorwellen		
Hauptwelle	p	ω_N
Wicklungszonenwelle	$p\,(1 \pm 2m)$	ω_N
Nutwelle	$p \pm N_1$	ω_N
Wicklungszonennutwelle	$p\,(1 \pm 2m) \pm N_1$	ω_N
Rotorwellen		
Nutwelle	$p \pm N_2$	$\left[1 \pm \frac{N_2}{p}(1-s)\right]\omega_N$

Leitwert-Grunddrehwellen von Asynchron-Käfigläufermotoren

Tabelle III

	Polpaarzahl λ	Kreisfrequenz ω_λ
Statorwellen		
Ruhende Exzentrizität	$\lambda_E = 1$	0
Blechtextur	$\lambda_T = 2$	0
Zahnsättigung	$2p$	$2\,\omega_N$
Nutwelle	N_1	0
Achsiale Kühlkanäle	K_1	0
Rotorwellen		
Umlaufende Exzentrizität	$\lambda_E = 1$	$(1-s)\,\omega_N \cdot \lambda_E/p$
Blechtextur	$\lambda_T = 2$	$(1-s)\,\omega_N \cdot \lambda_T/p$
Zahnsättigung	$2p$	$2\,\omega_N$
Nutwelle	N_2	$(1-s)\,\omega_N \cdot N_2/p$
Interferierende Nutleitwerte	$N_1 \pm N_2$	$\pm(1-s)\,\omega_N \cdot N_2/p$
Achsiale Kühlkanäle	K_2	$(1-s)\,\omega_N \cdot K_2/p$

Bezogene Polpaarzahlen und Kreisfrequenzen von Motor a und b

Tabelle IV

ν/p =	1	(1 ± 6)		(1 ± 30)		$(1 \pm 6 \pm 30)$		(1 ± 25)	
ω_ν/ω_N =	1	1		1		1		(1 ± 25)	
λ/p =	½	½	1	1	2	30	25	(30 ± 25)	6
ω_λ/ω_N =	0	½	0	1	2	0	25	± 25	6

Bezogene Polpaarzahlen und Kreisfrequenzen von Motor c

Tabelle V

ν/p	= 1	(1 ± 6)		(1 ± 24)		$(1 \pm 6 \pm 24)$		(1 ± 28)	
ω_ν/ω_N	= 1	1		1		1		(1 ± 28)	
λ/p	= ½	½	1	1	2	24	28	(24 ± 28)	6
ω_λ/ω_N	= 0	½	0	1	2	0	28	± 28	6

Bezogene Polpaarzahlen und Kreisfrequenzen von Motor d

Tabelle VI

ν/p	= 1	(1 ± 6)		(1 ± 42)		$(1 \pm 6 \pm 42)$	(1 ± 35)
ω_ν/ω_N	= 1	1		1		1	(1 ± 35)
λ/p	= 1	1	2	2	42	35	(42 ± 35)
ω_λ/ω_N	= 0	1	0	2	0	35	± 35

Die Bedingung in Gl. (25) wird ebenfalls mehrfach erfüllt. Somit entstehen weitere Wellenspannungen — durch magnetische Vorzugsrichtung im Rücken unmittelbar erzeugt — mit den zugeordneten Kreisfrequenzen:

$$\frac{\omega}{\omega_N} = \frac{\omega_\nu}{\omega_N} \pm \frac{\omega_\lambda}{\omega_N} \pm g\,\frac{\omega_{\lambda T}}{\omega_N} = 1;\ 3;\ \ldots$$

was den Frequenzen 50 und 150 Hz entspricht (vgl. Fig. 2a und 2b). Die Textur der Dynamobleche nimmt gemäss Fig. 3 mit der Feldstärke ab. Sie kann sich daher im Durchschnitt für Oberwellen stärker auswirken als für die Grundwelle.

Die Schrägstellung der Rotornut bei Motor *b* bewirkt eine nennenswerte Verkleinerung der mittelfrequenten Spannungen, und zwar nach Messung auf etwa 24 % für die 1500-Hz-Komponente und auf etwa 33 % für die 1200-Hz-Komponente, umgerechnet auf gleiche Maschinenhauptflüsse. Die Amplitude der verketteten Rotornutdrehwelle ist dem Schrägungsfaktor direkt proportional:

$$\xi_{\text{Schr.}} = \frac{\sin(\pi N_2/N)1}{\pi N_2/N} \tag{28}$$

Bei der hier vorhandenen normalen Schrägstellung der Rotornut um eine Statornutteilung entsprechend $1/N = 1/N_1$ errechnet sich $\xi_{\text{Schr.}}$ zu 0,19.

Motor c

Die für diesen Motor in Tabelle V zusammengestellten Polpaarzahlen erfüllen die Gl. (21) und (25) nur in Kombination mit den Werten für die Blechtextur $\lambda_T/p = 1$, nicht jedoch mit den Werten für die Nutzahlen. Es treten daher lediglich niederfrequente Spannungen von 50, 150, 250 usw. Hz auf. Ihr Effektivwert von 0,178 V liegt in der gleichen Grössenordnung wie der Effektivwert der niederfrequenten Anteile von Motor *a* und *b*. Diese können aus den Fig. 2a und 2b zu 0,12 bzw. 0,20 V berechnet werden.

Motor d

Ergänzend sei noch ein zweipoliger Motor betrachtet. Die Bedingung in Gl. (21) wird entsprechend den Polpaarzahlen aus Tabelle VI mit folgenden Kreisfrequenzen erfüllt:

$$\frac{\omega}{\omega_N} = 2\,n \pm \left(\frac{\omega_\nu}{\omega_N} \pm \frac{\omega_\lambda}{\omega_N}\right) = 1;\ 5;\ 7;\ 36;\ 42;\ -30$$

Die entsprechenden Frequenzen von 50, 250, 350, 1800, 2100 und 1500 Hz treten im Spektrogramm von Fig. 2c auf. Die niederfrequenten Spannungen, die durch exzentrische Lage der Rotorwelle verursacht werden, sind sehr klein. Am grössten ist die nutzahlbedingte Wellenspannung, die mit Hilfe des nichtlinearen Gliedes kleinster Potenz der Magnetisierungskennlinie, entsprechend $\tau = 2\,n = 2$, gebildet wird.

5. Massnahmen zur Vermeidung von Wellenströmen

Bei allen elektrischen Grossmaschinen, deren Stator- oder Rotorpakete radial geteilt sind, werden die Lager elektrisch isoliert. Käfigläufermotoren mit vollrunden, ungeteilten Blechen, die meistens in Lagerschildkonstruktion ausgeführt sind und Wälzlager haben, können grundsätzlich auch so isoliert werden,

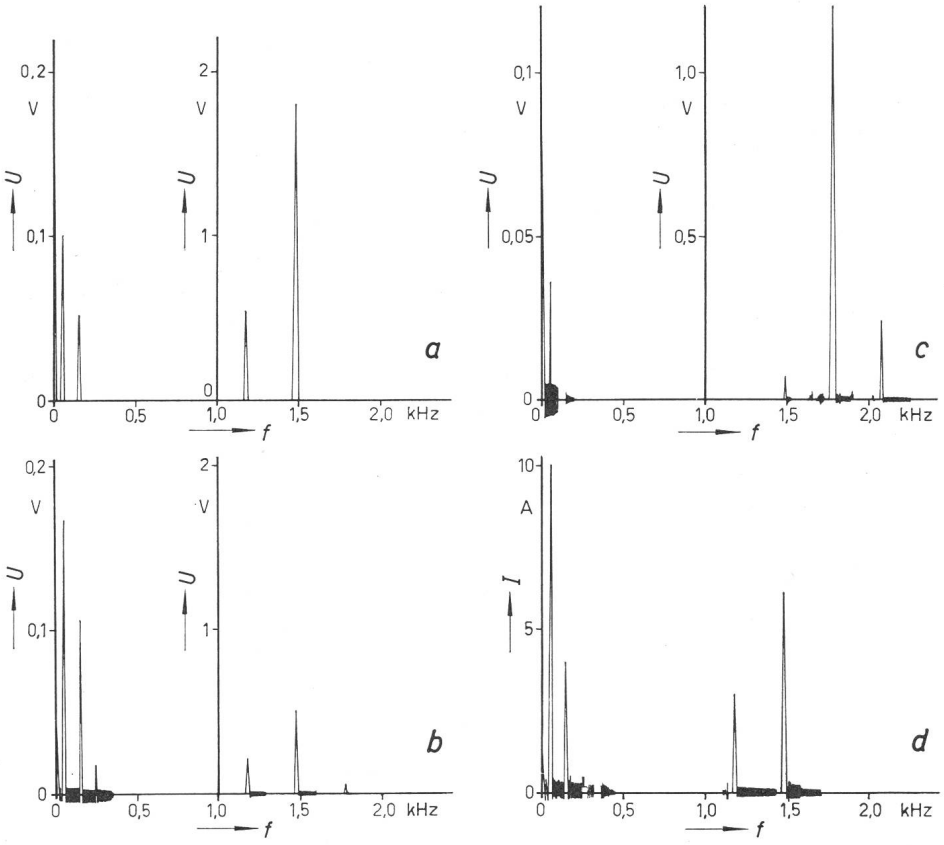

Fig. 2
Frequenzspektren
a Wellenspannung von Motor *a*; *b* Wellenspannung von Motor *b*; *c* Wellenspannung von Motor *d*; *d* Wellenstrom von Motor *b*

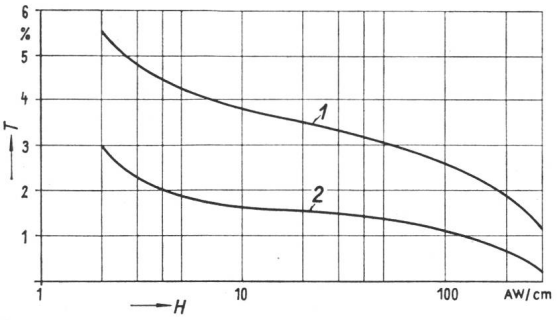

Fig. 3

Textur der Induktionen $T = (B_{max} - B_{med} / B_{med}$ von warmgewalzten Elektroblechen mit 0,4 % Silizium (*1*) und 4,4 % Silizium (*2*)

dass keine Wellenströme entstehen. Zur Verringerung des Fertigungsaufwandes und zur Steigerung der Betriebssicherheit empfiehlt es sich jedoch, die Maschinen so zu bauen, dass keine Wellenspannungen entstehen.

Die niederfrequenten Spannungen, die bei zweipoligen Motoren durch ruhende Exzentrizität der Rotorwelle und bei vierpoligen Motoren durch magnetische Vorzugsrichtung der Bleche verursacht werden können, brauchen nicht unterdrückt zu werden. Diese sind nämlich so klein, dass sie erfahrungsgemäss den isolierenden Schmierfilm in den Lagern nicht durchschlagen. Voraussetzung hiefür ist jedoch, dass gleichzeitig keine anderen Wellenspannungen vorhanden sind, wie dies in den Beispielen der Motoren a, b und d der Fall ist. In Fig. 2d wird das Frequenzspektrum des Wellenstromes von Motor b gezeigt, den dieser bei Kurzschluss der Wellenenden über Schleifkontakte und Kupferlitze erzeugt. Das zugehörige Spektrum der Wellenspannung Fig. 2b lässt erkennen, dass die kleinen niederfrequenten Spannungen grosse Ströme und die grossen mittelfrequenten Spannungen kleine Ströme erzeugen. Der Unterschied wird noch grösser, wenn sich die Ströme über die Eisenkonstruktion schliessen müssen. Es gilt daher, die als Dauerzündung wirkenden mittelfrequenten Spannungen durch entsprechende Auslegung der Maschinen zu unterdrücken.

Mittelfrequente Spannungen treten nicht auf, wenn die Bedingung aus Gl. (22):

$$2n \pm \left(\frac{\nu}{p} \pm \frac{\lambda}{p}\right) \neq 0$$

mit $n = 1, 2, 3 \ldots$

für die Polpaarzahlen der Nuten und der achsialen Kühlkanäle in den Tabellen II und III erfüllt wird. Dies ist immer dann der Fall, wenn die Nutzahl je Polpaar N/p und die Kanalzahl je Polpaar K/p eine gerade oder gebrochene Zahl ist (vgl. Motor c mit $N_2/p = 28$; $K_2/p = 6$). Sollte diese Bedingung für die Rotornutzahl aus Gründen des magnetischen Geräusches, der Rüttelkräfte oder der Sattelmomente nicht eingehalten werden können, so müssen die Rotornuten schräg gestellt werden, und zwar möglichst um den Betrag einer Rotornutteilung. Die hiedurch verursachten zusätzlichen Leerlaufverluste [4; 5; 6] müssen dann in Kauf genommen werden.

6. Zusammenfassung

An zwei- und vierpoligen Drehstrom-Käfigläufermotoren grösserer Leistung (200...2000 kW) traten Lagerschäden auf. Mit Hilfe der bisher vorliegenden Beschreibungen und Kenntnisse über Lagerströme konnte keine Erklärung für die Schäden gegeben werden. In der vorliegenden Arbeit wurde die Ursache theoretisch und messtechnisch ermittelt. Danach werden bei bestimmten Rotornutzahlen und gegebenenfalls auch Kühlkanalzahlen Wellenspannungen von mittlerer Frequenz erzeugt. Diese durchschlagen den Schmierfilm im Lager und bringen besonders dann Ströme von schädlicher Grösse zum Fliessen, wenn gleichzeitig kleine niederfrequente Wellenspannungen vorhanden sind. Dies ist bei vierpoligen Maschinen infolge geringfügiger magnetischer Vorzugsrichtung der Bleche und bei zweipoligen Maschinen infolge Exzentrizität der Rotorachse fast immer der Fall. Es werden daher Regeln für die Rotornutzahl, die Kühlkanalzahl und gegebenenfalls die Schrägstellung der Rotornuten angegeben, die das Auftreten mittelfrequenter Spannungen ausschliessen.

Wie die Untersuchung zeigt, können Unsymmetrien in den Bereichen mit radialer Feldrichtung wie Zähnen und Luftspalt nur indirekt Ringflüsse und Wellenspannungen erzeugen, indem nämlich unsymmetrische Radialflüsse in den Bereichen tangentialer Feldrichtung periodische Schwankungen der Permeabilität hervorrufen, und zwar in unterschiedlicher Stärke für Stator- und Rotorrücken.

Literatur

[1] *D. Reinhardt:* Über die Wellenspannung an elektrischen Maschinen. Energie und Technik 17(1965)5, S. 183...189.

[2] *H. Jordan:* Geräuscharme Elektromotoren. Lärmbildung und Lärmbeseitigung bei Elektromotoren. Essen, Girardet, 1950.

[3] *H. Frohne:* Über die primären Bestimmungsgrössen der Lautstärken bei Asynchronmaschinen. Dissertation Technische Hochschule Hannover 1959.

[4] *A. Odok:* Zusatzverluste und Zusatzmomente in Kurzschlussankermotoren mit unisolierten Stäben. Dissertation ETH Zürich 1955.

[5] *R. Weppler:* Ein Beitrag zur Berechnung von Asynchronmotoren mit nichtisoliertem Läuferkäfig. Arch. Elektrotechn. 50(1966)4, S. 238...252.

[6] *B. Heller:* Die Zusatzverluste im Käfigankermotor bei Schrägung der Rotorstäbe. Acta Technica CSAV -(1966)3, S. 341...369.

Adresse des Autors:

Dr. *E. Andresen*, Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft (AEG-Telefunken), Brunnenstrasse 107a, D - 1 Berlin 65.

Diskussionsversammlung des SEV

Am 19. und 20. September 1967 findet in **Zürich** eine

Diskussionsversammlung des SEV über Automatisierung in Kraftwerken und Verteilnetzen

statt. Das detaillierte Programm wurde im Bulletin Nr. 17 vom 19. August 1967 veröffentlicht.

Assemblée de discussion de l'ASE

Les 19 et 20 septembre 1967 aura lieu à **Zurich** une

Assemblée de discussion de l'ASE sur l'automation et la transmission d'informations dans les usines d'électricité et les réseaux de distribution

Le programme détaillé a été publié dans le Bulletin n° 17 du 19 août 1967.

Fortsetzung auf Seite 857

Suite à la page 857