Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 58 (1967)

Heft: 7

Artikel: Ableitung und praktische Auswertung der Zustandsgleichung eines Seilers mit beliebig vielen Einzellasten

Autor: Hügi, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916238

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Beide Rechnungsgänge sind vom mathematischen Standpunkt aus sehr einfach. Sie bestehen aber aus derart vielen elementaren Operationen, dass ihre Ausführung mittels Rechenschieber und Tischrechenmaschine mit vernünftigem Zeitaufwand nicht mehr möglich ist. Aus diesem Grunde wurden für beide Rechnungsgänge Rechenprogramme entwickelt, die es erlauben, diese Rechnungen auf einem elektronischen Digitalrechner auszuführen. Damit steht für den Durchführungshersteller die Möglichkeit offen, für alle listenmässig hergestellten Typenreihen von Transformatordurchführungen solche Kurvenblätter zu erstellen. Aus ihnen kann man das gesamte thermische Verhalten eines beliebigen Durchführungstyps leicht überblicken und die zulässige Überlastungsdauer für jeden beliebigen Betriebsfall sofort ablesen. Wie unter 5.5 erwähnt, kann man auch alle Durchführungstypen mit Unterteilverlängerung für Stromwandleranbau hier einbeziehen. Man braucht dafür nur pro Durchführungstyp je ein zusätzliches Kurvenblatt für die Ausführung mit grösstmöglicher Unterteilverlängerung zu erstellen.

5.8 Weitere Anwendungen

Die Programme ermöglichen es auch, ähnliche Kurvenblätter für die verschiedensten Spezialtypen von Durchführungen zu berechnen, auch bei beliebiger Änderung sämtlicher Einflussgrössen. Es lassen sich also z. B. Vorbelastung, Öl- und Lufttemperatur, Wärmeleitfähigkeit von Metallrohr, Isolierkörper und thermo-labiler Ölsäule, Wärmeübergangszahlen gegen Öl und Luft, sämtliche Abmessungen der Durchführungen einschliesslich Unterteilverlängerung usw. unabhängig voneinander variieren. Jede dieser Variationen kann durch einen einfachen Befehl, der in bequemer Weise vor die Eingabedaten gesetzt werden kann, leicht durchgeführt werden.

Ein besonders wichtiges Anwendungsgebiet hat sich für diese Programme bei der Entwicklung von Hochstromdurchführungen für wasserstoffgekühlte Generatoren aufgetan. Bei solchen Durchführungen tritt an die Stelle des Transformatorenöls als Umgebungsmedium der Wasserstoff des Generators als Umgebungs- und gleichzeitig als Kühlmedium. Die Probleme werden dabei allerdings insofern noch bedeutend verwickelter, als ausser der Wasserstofftemperatur als entscheidende Einflussgrössen noch der Betriebsdruck und die Strömungsgeschwindigkeit dieses Kühlgases hinzukommen. Es ist aber gelungen, auch für solche Durchführungen unter voller Berücksichtigung dieser zusätzlichen Faktoren das thermische Verhalten zuverlässig vorauszuberechnen. In umfangreichen Versuchen, für deren Durchführung sich verschiedene Hersteller von Turbogeneratoren zur Verfügung gestellt haben, konnten die vorausberechneten Werte nachgemessen werden. Dabei ergab sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den vorausgesagten Temperaturwerten. Abweichungen davon in der Grössenordnung bis zu 10 % traten ausschliesslich nach der sicheren Seite hin auf. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die für bestimmte Betriebszustände des Kühlgases massgebenden Wärmeleitwerte eher vorsichtig angenommen wurden. Im ganzen aber lieferten diese Versuche einen Beweis für die Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit der beschriebenen Methode zur Erfassung des thermischen Verhaltens von Hochspannungsdurchführungen.

Literatur

[1] *H. Gröber, S. Erk* und *U. Grigull:* Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. 3. Auflage, Springer, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1955.

[2] VDI-Wärmeatlas. Berechnungsblätter für den Wärmeübergang. VDI-Verlag, Düsseldorf 1957.

[3] *R. Küchler:* Die Transformatoren. Grundlagen für ihre Berechnung und Konstruktion. Springer, Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1956.

[4] *H. Kappeler:* 380-kV-Durchführungen. In: Fortschritte der Hochspannungstechnik. Herausgegeben von W. O. Schumann und H. Prinz. Bd. 2: 380 kV Drehstromübertragung. Geest und Portig, Leipzig 1954, S. 179...199.

[5] *H. Kappeler:* Hartpapierdurchführungen für Höchstspannungen. Bull. SEV 40(1949)21, S. 807...815.

[6] *H. Kappeler:* Die Bedeutung des Verlustfaktors für die Beurteilung von Kondensatordurchführungen. E u. M 68(1951)3, S. 43...48.

[7] *H. Kappeler:* Réalisations récentes de traversées pour transformateurs 380 kV. Rapport CIGRE No. 126, 1958.

[8] *V. Aigner:* Äussere Kühlung von Transformatoren. ETZ-A 79(1958)19, S. 680...687.

[9] *A. Melchinger:* Beherrschung der Erwärmungs- und Kurzschlussprobleme bei Grosstransformatoren. ETZ-A 81(1960)2, S. 47...52.

[10] *H. Kappeler:* Durchführungen für extrem hohe Spannungen. Bull. SEV 55(1964)11, S. 545...548.

Adresse des Autors:
G. Krasser, dipl. Ingenieur, Micafil AG, 8048 Zürich.

Ableitung und praktische Auswertung der Zustandsgleichung eines Seiles mit beliebig vielen Einzellasten

Von *J. Hügi,* Luzern

624.071.2

Die durchgeführte Ableitung entspricht einem Bedürfnis der Praxis, über eine einfache, dem wirklichen Sachverhalt jedoch möglichst nahekommende Gleichung zu verfügen, welche den Einfluss sowohl einer variablen Streckenlast als auch veränderlicher Einzellasten auf den Spannungszustand eines Seiles berücksichtigt. Zur Abschätzung des Gültigkeitsbereiches der Gleichung für die Durchhangsberechnung wird die Arbeit ergänzt durch eine Fehlerbetrachtung, und schliesslich ist im Anhang ein Beispiel aus der Praxis durchgerechnet, welches dem Praktiker die Anwendung der abgeleiteten Formeln erleichtern soll.

Le développement effectué répond à un besoin de la pratique de disposer d'une équation simple, se rapprochant le plus possible de la situation réelle, permettant de déterminer l'état de la tension d'un fil, soumis à l'influence d'une charge variable répartie sur toute la longueur, ainsi qu'à plusieurs charges simples et variables.

Pour l'estimation des limites de validité de l'équation du calcul de la flèche, l'étude est complétée par une considération d'erreur, et finalement, on trouve en annexe un exemple de calcul qui devrait faciliter au praticien l'emploi des formules développées.

1. Einleitung

Der nachfolgenden Ableitung einer Zustandsgleichung eines Seiles mit beliebig vielen Einzellasten liegen folgende vereinfachende Annahmen zugrunde:

a) Das Seil hängt beweglich an zwei gleich hohen, starren Aufhängepunkten.

b) Die Einzellasten sind alle gleich gross und verteilen sich mit untereinander konstanten Abständen symmetrisch zwischen den Seilaufhängepunkten.

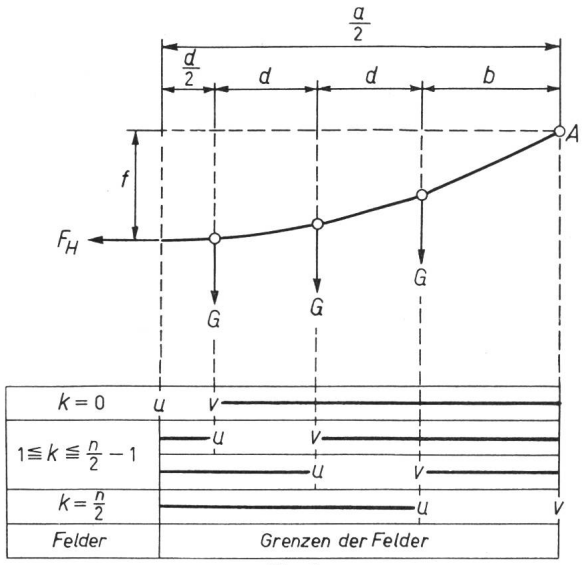


Fig. 1

Seilkurve für eine gerade Anzahl von Einzellasten

n Zahl der Einzellasten G; a Spannweite des Seiles; d Horizontaldistanz zwischen den Einzellasten; F_H Horizontalzug im Seil; k Indizes des betrachteten Feldes $0 \leqq k \leqq \frac{n}{2}$; A Seil-Aufhängepunkt; f max. Seildurchhang; u Anfangspunkt des betrachteten Feldes; v Endpunkt des betrachteten Feldes

Da das Anwendungsgebiet der abzuleitenden Zustandsgleichung vor allem in der Beleuchtung von Sportplätzen und dergleichen mehr liegt, dürften diese Annahmen in sehr vielen Fällen zutreffen. Dem interessierten Leser gibt die Art des Vorgehens beim Aufstellen dieser Gleichung aber auch wertvolle Hinweise zur Bewältigung eines allgemeineren Falles, bei dem es nicht mehr möglich ist, eine Zustandsgleichung in geschlossener Form aufzustellen.

Die abgeleiteten Formeln stellen grundsätzlich Näherungen dar, die auf der Voraussetzung beruhen, dass sich die Lastangriffspunkte bei einer Zustandsänderung – Temperaturänderung, Zusatzlast – nur vertikal und nicht horizontal verschieben. Bei straff gespannten Seilen, für welche die abgeleiteten Formeln gedacht sind, ergeben sich aber so kleine Horizontalverschiebungen, so dass deren Einfluss auf den Spannungszustand des Seiles und den daraus resultierenden Durchhang bedeutungslos wird.

Wird mit n die Anzahl der Einzellasten bezeichnet, so liegen grundsätzlich zwei Fälle vor, je nachdem ob n gerade oder ungerade ist. Da für ungerades n in der Seilmitte eine Einzellast vorhanden ist, für gerades n jedoch nicht, ergibt sich ein verschiedenartiges Vorgehen beim Aufstellen der Gleichungselemente. Wie die Resultate aber zeigen, stimmen die Gleichungen für die Seilbeanspruchungen in beiden Fällen genau überein. Unterschiedliche Formeln ergeben sich nur für die Durchhangsberechnung.

2. Ableitung der Zustandsgleichung

2.1 Gerade Anzahl von Einzellasten (Fig. 1)

Die Gleichung einer Seilkurve lautet:

$$y = c \cosh \frac{x}{c}$$

und ihre Länge wird

$$l_{u;\,v} = c \sinh \frac{x}{c} \Big|_u^v \quad ^{1)}$$

$$c = \frac{\sigma}{\gamma} \quad \text{(Parameter)}$$

[1]) siehe Bull. SEV 48(1957)19, S. 845.

σ Horizontale Seilbeanspruchung
γ spezifisches Gewicht des Seiles

Werden diese beiden Ausdrücke nach *Mac-Laurin* in Potenzreihen entwickelt, wobei man der raschen Konvergenz wegen nur die ersten zwei Glieder berücksichtigt, so lauten sie:

$$y = c + \frac{x^2}{2c}$$

und

$$l_{u;\,v} = \left(x + \frac{x^3}{6c^2}\right)\Big|_u^v$$

Die Steigung der Seilkurve wird somit:

$$y' = \frac{x}{c}$$

Die Seillänge l ergibt sich als doppelte Summe der Einzellängen in den Feldern für k von 0 bis $n/2$.

2.1.1 Seillänge l_{s_0} im Feld $k = 0$.

$$l_{s_0} = \left(x + \frac{x^3}{6c^2}\right)\Big|_0^{d/2} = \frac{d}{2} + \frac{d^3}{48c^2}$$

2.1.2 Seillänge l_k in den Feldern für $1 \leqq k \leqq n/2 - 1$.

Die Steigung der Seilkurve im Anfangspunkt des Feldes k ist gleich dem Quotienten aus Vertikalkraft und Horizontalkraft in diesem Punkt.

Die Vertikalkraft F_V ist gleich der Summe der Einzellasten links von diesem Punkt, vermehrt um das Gewicht des Seiles vom Scheitelpunkt bis zum Anfang des Feldes k (näherungsweise wird die Seillänge hier gleich der Horizontaldistanz gesetzt).

$$F_V = G k + S \gamma d \frac{(2k-1)}{2}$$

S Seilquerschnitt

Die Horizontalkraft F_H ist in jedem Feld konstant und beträgt:

$$F_H = \sigma S$$

Werden Anfangs- und Endpunkt eines Feldes mit u und v bezeichnet, so ergibt sich:

$$y'_u = \frac{F_V}{F_H} = \frac{G k}{\sigma S} + \frac{\gamma d}{\sigma} \frac{(2k-1)}{2}$$

da $y' = \frac{x}{c} = \frac{x\gamma}{\sigma}$ ist, wird:

$$y'_u = \frac{u\gamma}{\sigma}$$

und

$$u = \frac{y'_u \sigma}{\gamma}$$

$$u = \frac{G k}{S \gamma} + \frac{2k-1}{2} d$$

$$v = u + d$$

Die Länge des Seiles im Felde k:

$$l_k = \left(x + \frac{x^3}{6c^2}\right)\Big|_u^{u+d} = d + \frac{(u+d)^3 - u^3}{6c^2}$$

$$l_k = d + \frac{3u^2 d + 3u d^2 + d^3}{6c^2}$$

Die Länge des Seiles über die Felder für $1 \leqq k \leqq n/2 - 1$:

$$\Sigma l_k = \left(\frac{n}{2} - 1\right) d + \left(\frac{n}{2} - 1\right) \frac{d^3}{6c^2} + \frac{d}{2c^2} \Sigma u^2 + \frac{d^2}{2c^2} \Sigma u$$

2.1.3 Die Seillänge l_z im Feld $k = n/2$:

$$u_z = \frac{G k}{S \gamma} + \frac{2k-1}{2} d \tag{1}$$

k ist hier gleich $n/2$

$$u_z = \frac{G n}{2 S \cdot \gamma} + \frac{n-1}{2} d$$

$$v_z = u_z + b$$

$$l_z = \left(x + \frac{x^3}{6 c^2}\right)\Bigg|_{u_z}^{u_z+b} = b + \frac{3 u_z^2 b + 3 u_z b^2 + b^3}{6 c^2}$$

2.1.4 Totale Länge des Seiles zwischen den Aufhängepunkten:

$$l = 2 l_{s_0} + 2 \Sigma l_k + 2 l_z$$

$$l = \underbrace{d(n-1) + 2b}_{a} + \frac{(4n-7) d^3}{24 c^2} + \frac{b^3}{3 c^2} + \frac{u_z^2 b}{c^2} + \frac{u_z b^2}{c^2} + \frac{d}{c^2} \Sigma u^2 + \frac{d^2}{c^2} \Sigma u \tag{2}$$

$$\Sigma u = \frac{G}{S \gamma} \Sigma k + \frac{d}{2} \Sigma (2k-1)$$

k ändert sich von 1 bis $n/2 - 1$.

Die Auflösung obiger Reihen führt auf:

$$\Sigma k = \frac{n(n-2)}{8}$$

und

$$\Sigma (2k-1) = \frac{(n-2)^2}{4}$$

folglich ist:

$$\Sigma u = \frac{G n (n-2)}{8 \cdot S \gamma} + \frac{d (n-2)^2}{8} \tag{3}$$

$$u^2 = \frac{G^2 k^2}{S^2 \gamma^2} + \frac{d^2}{4} (2k-1)^2 + \frac{G d k (2k-1)}{S \gamma}$$

$$\Sigma u^2 = \frac{G^2}{S^2 \gamma^2} \Sigma k^2 + \frac{d^2}{4} \Sigma (2k-1)^2 + \frac{G d}{S \gamma} \Sigma k (2k-1)$$

Die Gliederung dieses Ausdruckes nach Potenzen von k ergibt für $n/2 - 1$ Felder:

$$\Sigma u^2 = \frac{(n-2)}{8} d^2 - \left(\frac{G d}{S \gamma} + d^2\right) \Sigma k + \left(\frac{G^2}{S^2 \gamma^2} + \frac{2 G d}{S \gamma} + d^2\right) \Sigma k^2$$

für k gleich 1 bis $n/2 - 1$ führt die Auflösung der Reihen auf:

$$\Sigma k = \frac{n(n-2)}{8}$$

und

$$\Sigma k^2 = \frac{n(n-1)(n-2)}{24}$$

folglich wird:

$$\Sigma u^2 = \frac{(n-2)}{8} d^2 - \left(\frac{G d}{S \gamma} + d^2\right) \frac{n(n-2)}{8} + \left(\frac{G^2}{S^2 \gamma^2} + \frac{2 G d}{S \gamma} + d^2\right) \frac{n(n-1)(n-2)}{24} \tag{4}$$

Durch Einsetzen der Gl. (1), (3) und (4) in Gl. (2) ergibt sich der Ausdruck für die Seillänge l, der seiner grossen Ausmasse wegen hier nicht speziell aufgeführt werden soll. Werden in diesem Ausdruck die Grössen σ, γ und G ersetzt durch die einem andern Zustand entsprechenden Grössen σ_0, γ_0 und G_0, so erhält man den Ausdruck für die Seillänge l_0, welche ebenfalls dem veränderten Zustand entspricht.

2.1.5 Längenbilanz. Die Längenänderung des Seiles ist sowohl der Temperatur- als auch der Spannungsänderung im Seil proportional:

$$\Delta l_s = l - l_0 = (t - t_0) \alpha l_0 + \frac{(\sigma - \sigma_0)}{E} l_0$$

α Wärmeausdehnungskoeffizient des Seilmaterials
E Elastizitätsmodul des Seilmaterials

Wird auch hier die Seillänge näherungsweise gleich der Spannweite gesetzt, so folgt:

$$l - l_0 = (t - t_0) \alpha a + \frac{(\sigma - \sigma_0)}{E} a$$

Nach dem Einsetzen der unter 2.1.4 gefundenen Ausdrücke für l und l_0 führt eine etwas langwierige und zeitraubende algebraische Umformung schliesslich auf die sehr einfach aufgebaute Zustandsgleichung, deren Konstanten A und B in der Zusammenfassung im Abschnitt 5. aufgeführt sind:

$$\sigma^3 + A \sigma^2 - B = 0$$

2.2 Ungerade Anzahl von Einzellasten (Fig. 2)

2.2.1 Seillänge l_k in den Feldern für $0 \leqq k \leqq \frac{n-3}{2}$:

$$y'_u = \frac{F_V}{F_H}$$

$$F_V = \frac{G}{2} + G k + S \gamma d k$$

$$F_H = \sigma S$$

$$y'_u = \frac{G}{2 \sigma S} + \left(\frac{G}{\sigma S} + \frac{\gamma d}{\sigma}\right) k$$

$$u = \frac{y'_u \sigma}{\gamma} = \frac{G}{2 S \gamma} + \left(\frac{G}{S \gamma} + d\right) k$$

Länge des Seiles im Felde k:

$$l_k = \left(x + \frac{x^3}{6 c^2}\right)\Bigg|_{u}^{u+d} = d + \frac{3 u^2 d + 3 u d^2 + d^3}{6 \cdot c^2}$$

Länge des Seiles über die Felder für $0 \leqq k \leqq \frac{n-3}{2}$:

$$\Sigma l_k = \frac{n-1}{2} d + \frac{n-1}{2} \cdot \frac{d^3}{6 c^2} + \frac{d^2}{2 c^2} \Sigma u + \frac{d}{2 c^2} \Sigma u^2$$

2.2.2 Seillänge l_z im Feld für $k = \frac{n-1}{2}$:

für $k = \frac{n-1}{2}$ wird:

$$u_z = \left(\frac{G}{2 S \gamma} + \frac{d}{2}\right) n - \frac{d}{2} \tag{5}$$

und

$$l_z = \left(x + \frac{x^3}{6 c^2}\right)\Bigg|_{u_z}^{u_z+b} = b + \frac{b^3}{6 c^2} + \frac{b^2}{2 c^2} u_z + \frac{b}{2 c^2} u_z^2$$

2.2.3 Totale Länge des Seiles zwischen den Aufhängepunkten:

$$l = 2 \Sigma l_k + 2 l_z$$

$$l = \underbrace{(n-1) d + 2b}_{a} + \frac{(n-1) d^3}{6 c^2} + \frac{b^3}{3 c^2} + \frac{b^2}{c^2} u_z + \frac{b}{c^2} u_z^2 + \frac{d^2}{c^2} \Sigma u + \frac{d}{c^2} \Sigma u^2 \tag{6}$$

$$u = \frac{G}{2 S \gamma} + \left(\frac{G}{S \gamma} + d\right) k$$

für k von 0 bis $\frac{n-3}{2}$ ergeben die Summen der Reihen:

$$\Sigma u = \frac{G(n-1)}{4S\gamma} + \left(\frac{G}{S\gamma} + d\right)\frac{(n-1)(n-3)}{8} \tag{7}$$

und

$$\Sigma u^2 = \frac{G^2(n-1)}{8S^2\gamma^2} + \frac{G}{S\gamma}\left(\frac{G}{S\gamma} + d\right)\frac{(n-1)(n-3)}{8} + \left(\frac{G}{S\gamma} + d\right)^2 \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{24} \tag{8}$$

Durch Einsetzen der Gl. (5), (7) und (8) in Gl. (6) ergibt sich auch hier der Ausdruck für die totale Seillänge l bzw. l_0, wobei es sich zeigt, dass dieser Ausdruck identisch ist mit dem unter Abschnitt 2 gefundenen. Der Aufbau der Formel zur Berechnung der Seillänge ist damit unabhängig davon, ob eine gerade oder eine ungerade Zahl von Einzellasten vorliegt.

2.2.4 Längenbilanz. Auch die Längenbilanz gestaltet sich genau gleich wie unter 2.1.5 und führt schliesslich auf dieselbe Zustandsgleichung:

$$\sigma^3 + A\sigma^2 - B = 0$$

3. Seildurchhang

3.1 Gerade Anzahl von Einzellasten

Die Bestimmung des Durchhanges f erfolgt aus der Gleichgewichtsbedingung des Seiles. Wie aus Fig. 1 ersichtlich ist, treten bezüglich des Aufhängepunktes A folgende Drehmomente auf:

Rechtsdrehendes Moment durch den Seilzug:

$$M_F = F_H f = \sigma S f$$

Linksdrehendes Moment durch das Seilgewicht: Wird die Seillänge näherungsweise gleich der Spannweite gesetzt, so ergibt sich:

$$M_S = \frac{\gamma S a}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{a^2 \gamma S}{8} \tag{9}$$

Linksdrehendes Moment durch die Einzellasten:

$$M_G = G\left[b + (b+d) + (b+2d) + \ldots \quad \ldots + b + \left(\frac{n}{2} - 1\right)d\right]$$

Die Reihe des Klammerausdruckes ergibt

$$\frac{n}{4}\left[2b + \left(\frac{n}{2} - 1\right)d\right]$$

wird b ersetzt durch $\frac{a-(n-1)d}{2}$, so erhält man:

$$M_G = \frac{Gn}{4}\left(a - \frac{n}{2}d\right)$$

Das Gleichgewicht der Momente liefert:

$$M_F = M_S + M_G$$

und daraus wird:

$$f = \frac{a^2\gamma}{8\sigma} + \frac{nG}{4\sigma S}k \tag{10}$$

dabei ist

$$k = a - n\frac{d}{2}$$

3.2 Ungerade Anzahl Einzellasten

Die aus Fig. 2 ersichtlichen Drehmomente bezüglich des Aufhängepunktes A sind:

Rechtsdrehendes Moment durch den Seilzug:

$$M_F = F_H f = \sigma S f$$

Linksdrehendes Moment durch das Seilgewicht, wobei die Seillänge näherungsweise wieder gleich der Spannweite angenommen wird:

$$M_S = \frac{\gamma S a}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{a^2 \gamma S}{8} \tag{9}$$

Linksdrehendes Moment durch die Einzellasten:

$$M_G = G\left[b + (b+d) + (b+2d) + \ldots \quad \ldots + \left(b + \frac{n-3}{2}d\right)\right] + \frac{G}{2} \cdot \frac{a}{2}$$

Die Reihe des Klammerausdruckes ergibt:

$$\frac{n-1}{4}\left(2b + \frac{n-3}{2}d\right)$$

und nach Ersetzen von b durch $\frac{a}{2} - \frac{n-1}{2}d$ erhält man:

$$M_G = \frac{Gan}{4} - \frac{n^2-1}{8}Gd$$

Aus dem Gleichgewicht der Momente: $M_F = M_S + M_G$ folgt:

$$f = \frac{a^2\gamma}{8\sigma} + \frac{nG}{4\sigma S}k \tag{11}$$

dabei ist

$$k = a - \frac{n^2-1}{2} \cdot \frac{d}{2}$$

4. Fehler-Betrachtung zur Durchhangsberechnung

Sowohl für eine gerade als auch für eine ungerade Anzahl von Einzellasten fusst die Bestimmung des Durchhanges auf der Superposition der Drehmomente, die durch das Seilgewicht und Einzellasten bezogen auf den Seilaufhängepunkt ausgeübt werden. Dabei wird das durch das Seilgewicht erzeugte Drehmoment laut Gl. (9) angesetzt zu:

$$M_S = \frac{\gamma S a}{2} \cdot \frac{a}{4}$$

Dieser Ansatz ist aber nur eine Näherung, da in Wirklichkeit sowohl das Seilgewicht als auch die Schwerpunktslage

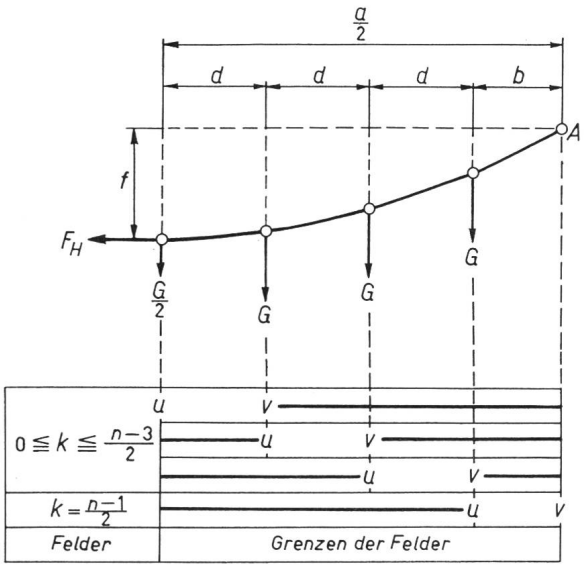


Fig. 2
Seilkurve für eine ungerade Anzahl von Einzellasten
Bezeichnungen siehe Fig. 1

der halben Seillänge Funktionen des Durchhanges sind. Der Fehler im Durchhang wird daher umso grösser, je stärker das Seilmoment gegenüber dem Moment der Einzellasten in Erscheinung tritt und erreicht seinen maximalen Wert beim Verschwinden der Einzellasten.

Die im Folgenden abgeleitete Fehlerbestimmung bezieht sich auf ein Seil ohne Einzellasten und ergibt somit den maximalen Fehler, dessen Kenntnis von Interesse ist zur Abschätzung des Gültigkeitsbereiches der Gl. (10) und (11).

Aus der Gleichung der Seilkurve

$$y = c \cosh \frac{x}{c}$$

folgt für den Durchhang

$$f = c \left(\cosh \frac{a}{2c} - 1 \right)$$

Wird die Seillänge annähernd durch die Spannweite a ersetzt, so ergibt sich die allgemein übliche Formel für den Durchhang:

$$f_1 = \frac{a^2 \gamma}{8 \sigma} = \frac{a^2}{8c}$$

Durch Einsetzen von Z für $a/2c$ folgt:

$$f = \frac{a}{2Z} (\cosh Z - 1)$$

und

$$f_1 = \frac{aZ}{4}$$

nun ist aber:

$$\cosh Z = 1 + \frac{Z^2}{2} + \frac{Z^4}{24} + k_0$$

(k_0 = Restglied der Maclaurinschen Reihe)

$$f = \frac{a}{2Z} \left(\frac{Z^2}{2} + \frac{Z^4}{24} + k_0 \right) = \frac{aZ}{4} + \frac{aZ^3}{48} + k$$

Der Fehler im Durchhang wird demzufolge:

$$\Delta f = f_1 - f = -\frac{aZ^3}{48} - k$$

und der prozentuale Fehler:

$$\varepsilon = \frac{\Delta f}{f} 100 = \frac{-\frac{aZ^3}{48} - k}{\frac{aZ}{4} + \frac{aZ^3}{48} + k} 100$$

da

$$k \ll \frac{aZ^3}{48}$$

und

$$\frac{aZ^3}{48} \ll \frac{aZ}{4}$$

wird

$$\varepsilon = \frac{-\frac{aZ^3}{48}}{\frac{aZ}{4}} 100 = -\frac{25}{3} Z^2 = -\frac{25}{12} \left(\frac{a}{c} \right)^2$$

$$\varepsilon = -2{,}1 \left(\frac{a \gamma}{\sigma} \right)^2$$

5. Zusammenfassung

Die Zustandsgleichung eines an zwei gleich hohen starren Aufhängepunkten beweglich befestigten Seiles mit beliebig vielen unter sich gleich grossen und in gleichen Abständen in der Spannweite symmetrisch auftretenden Einzellasten lautet:

$$\sigma^3 + A \sigma^2 - B = 0$$

wobei:

$$A = \frac{a^2 \gamma_0^2 E}{24 \sigma_0^2} + \frac{G_0 \gamma_0 E}{8 S \sigma_0^2} k_1 + \frac{G_0^2 E}{4 S^2 \sigma_0^2} k_2 + (t - t_0) \alpha E - \sigma_0$$

$$B = \frac{a^2 \gamma^2 E}{24} + \frac{G \gamma E}{8 S} k_1 + \frac{G^2 E}{4 S^2} k_2$$

$$k_1 = n \left(a - \frac{n^2 - 1}{3} \cdot \frac{d^2}{a} \right) \qquad k_2 = n \left(\frac{n}{2} - \frac{n^2 - 1}{3} \cdot \frac{d}{a} \right)$$

Der Durchhang dieses Seiles wird:

$$f = \frac{a^2 \gamma}{8 \sigma} + \frac{n G}{4 \sigma S} k \tag{10}$$

wobei für

n gerade Zahl: $k = a - \frac{n}{2} d$

und

n ungerade Zahl: $k = a - \frac{n^2 - 1}{2n} d$

Der Gültigkeitsbereich von Gl. (10) kann abgeschätzt werden mit Hilfe des maximal auftretenden Fehlers für $G = 0$:

$$\varepsilon = -2{,}1 \left(\frac{a \gamma}{\sigma} \right)^2 \qquad (\varepsilon \text{ in } \%)$$

In diesen Gleichungen bedeuten:

- a Spannweite des Seiles in cm
- d Distanz zwischen den Einzellasten in cm
- n Anzahl Einzellasten
- S Querschnitt des Seiles in cm²
- α Wärmeausdehnungskoeffizient des Seilmaterials bezogen auf 1 °C
- E Elastizitätsmodul des Seilmaterials in kg/cm²
- G_0 bekannte Einzellast in kg im Ausgangszustand
- σ_0 bekannte Horizontalkomponente der Beanspruchung in kg/cm² des Seiles im Ausgangszustand, bei der bekannten Anfangstemperatur t_0 in °C, und bei γ_0
- γ_0 bekanntes Gewicht von Seil und Streckenlast, bezogen auf 1 cm Länge und 1 cm² Querschnitt des Seiles in kg/cm³
- G bekannte Einzellast in kg im Endzustand
- σ gesuchte Horizontalkomponente der Zugbeanspruchung des Seiles in kg/cm², bei der angenommenen Temperatur t, und bei γ
- γ Gewicht des Seiles und der Streckenlast in kg/cm³, bezogen auf 1 cm Länge und 1 cm² Querschnitt, dem Zustand bei der Temperatur t entsprechend.

6. Praktische Auswertung der Zustandsgleichung

Beispiel:

Die Länge des Spannfeldes einer Freiluft-Beleuchtungsanlage beträgt 80 m. In symmetrischer Anordnung mit einem Abstand von je 10 m werden 6 Leuchten von je 5 kg Gewicht an einem Stahlseil von 50 mm² Querschnitt aufgehängt. Die Montage der Anlage findet statt bei einer Temperatur von 15 °C.

Gesucht ist der minimale Durchhang, der einreguliert werden muss, damit bei einer zusätzlichen Streckenlast von 2 kg/m (Schnee), einer Vergrösserung des Leuchtengewichtes auf 25 kg (Schneeansatz) und einer Temperatur von —20 °C die Seilbeanspruchung den Wert von 40 kg/mm² nicht überschreitet.

Seilkonstanten:

$S = 0{,}50$ cm² $\qquad \gamma = 0{,}79 \cdot 10^{-2}$ kg/cm³

$E = 1{,}85 \cdot 10^6$ kg/cm² $\qquad \alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}$ °C^{-1}

Konstanten der geometrischen Anordnung:

$a = 0{,}8 \cdot 10^4$ cm $\qquad d = 10^3$ cm $\qquad n = 6$

Variable Grössen im Ausgangszustand:

$$\gamma_0 = 0{,}79 \cdot 10^{-2} + \frac{0{,}02}{0{,}50} = 4{,}79 \cdot 10^{-2} \text{ kg/cm}^3$$

$G_0 = 25$ kg $\qquad t_0 = -20$ °C $\qquad \sigma_0 = 0{,}4 \cdot 10^4$ kg/cm²

Variable Grössen im Endzustand:

$\gamma = 0{,}79 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg/cm^3}$ $\quad G = 5\ \mathrm{kg}$ $\quad t = 15\ ^0\mathrm{C}$

Gesuchte Grössen: $\sigma = ?$ $\quad f = ?$ $\quad \varepsilon = ?$

Obige Werte in den entsprechenden Gleichungen eingesetzt ergeben:

$$k_1 = 3{,}924 \cdot 10^4 \qquad k_2 = 9{,}24$$

$$A = 709 + 1360 + 668 + 745 - 4000 = -518$$
$$B = 308 \cdot 10^6 + 717 \cdot 10^6 + 427 \cdot 10^6 = 1452 \cdot 10^6$$

$$\sigma^3 - 518\,\sigma^2 - 1452 \cdot 10^6 = 0$$

Die wohl einfachste Lösungsmöglichkeit dieser Gleichung dritten Grades hat der Autor anhand eines Beispiels im Bulletin des SEV Nr. 19, S. 845, vom Jahre 1957 erläutert; sie führt zu:

$$\sigma = 13{,}3\ \mathrm{kg/mm^2}$$

Für den Zustand, in dem der Durchhang einreguliert werden muss, haben die variablen Grössen folgende Werte:

$\gamma = 0{,}79 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg/cm^3}$ $\quad G = 5\ \mathrm{kg}$ $\quad \sigma = 1{,}33 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/cm^2}$

Diese Werte und die entsprechenden konstanten Grössen in Gl. (10) eingesetzt ergeben den gesuchten Mindestdurchhang von:

$$f = 104\ \mathrm{cm}$$

und der maximal mögliche Fehler der Durchhangsberechnung wird:

$$\varepsilon = -4{,}8 \cdot 10^{-2}\ \%$$

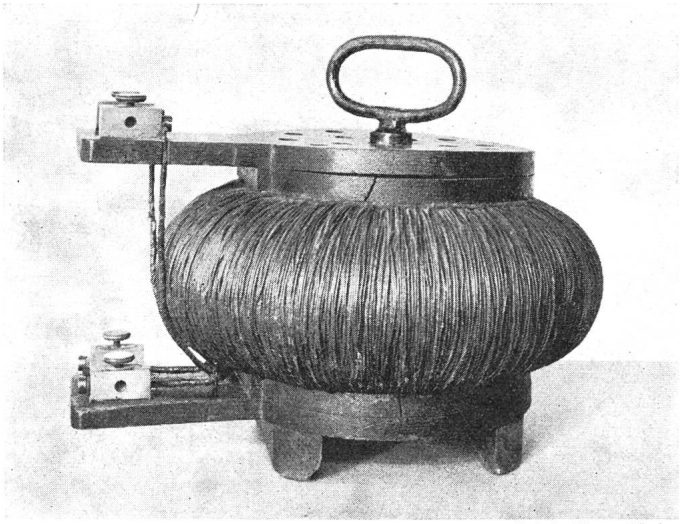
Das Resultat zeigt eindrücklich, dass in praktischen Fällen der Fehler, welcher entsteht, wenn man an Stelle der Seillänge die Spannweite einsetzt, verschwindend klein wird. Dasselbe gilt naturgemäss auch für die Näherungen, die unter 2. bei der Ableitung der Zustandsgleichung getroffen wurden.

Adresse des Autors:
J. Hügi, dipl. Elektrotechniker, Hochrütiring 9, 6000 Luzern.

Berichtigung. Im Artikel «Kunststoffe im Beleuchtungssektor» von G. O. Grimm (Bull. SEV 58(1967)5, S. 215...219) sind dem Setzer auf Seite 216 in der Zusammenstellung die Phenoplaste unter die Thermoplaste geraten, während sie selbstverständlich zu den Duroplasten gehören.

EIN BLICK ZURÜCK

Der erste Transformator 1886



Deutsches Museum München

Ende der 70er Jahre erfand der Russe *Jablochkoff* die nach ihm benannte elektrische Kerze. Es war dies eine Bogenlampe aus zwei senkrechtstehenden Kohlestäben, die durch eine Gipsschicht voneinander getrennt waren. Sie mussten mit Wechselstrom betrieben werden, damit die Kohlen gleichmässig abbrannten. Mit dem Aufkommen guter Regler für Bogenlampen und der Glühlampe verschwanden diese Kerzen rasch wieder. Aber sie hatten die Elektrotechniker gezwungen, sich mit dem Wechselstrom zu beschäftigen.

Man konnte einfache Maschinen für hohe Spannungen bauen, und diese auf die benötigte Lampenspannung herabsetzen. Nach dem System von *Gaulard* [1]) und *Gibbs* geschah dies dadurch, dass man Induktionsspulen mit beweglichen Eisenkernen hintereinanderschaltete und in einer zweiten Spule einen Strom mit der Lampenspannung induzierte. Das Übersetzungsverhältnis war 1 : 1. Es waren dies aber noch keine Transformatoren im heutigen Sinn.

In Budapest beschäftigten sich die drei Konstrukteure der Firma Ganz & Co.: *Déri* [2]), *Blàthy* und *Zipernowsky,* ebenfalls mit dem Wechselstrom. Die Hintereinanderschaltung von Induktionsspulen erschien ihnen unzweckmässig. Bei den damals schon vorhandenen Gleichstromnetzen waren die Verbraucher parallel geschaltet. Das hatte sich als brauchbar erwiesen. Es galt daher, das Gleiche bei Wechselstrom zu erreichen und eine grössere Entfernung mit einer hohen Wechselspannung zu überbrücken. Eine Konstruktion nach *Gaulard* und *Gibbs* schied aus. Man brauchte eine Konstruktion mit festem Übersetzungsverhältnis, welche man nicht durch Regulierung von Hand, wie bei *Gaulard* und *Gibbs,* den Belastungsschwankungen anpassen musste. Man griff auf den Faradayschen Ring zurück. Auf einen ringförmigen Kern aus Eisendraht (s. Fig.) wurden die Hoch- und Niederspannungswicklung aufgebracht. Das Übersetzungsverhältnis dieser ringförmigen Transformatoren war mit etwa 1 : 20 für unsere Begriffe noch gering. Diese Transformatoren hatten auch einige Nachteile, sie waren schwer zu wickeln und schwer zu reparieren. Aber es war der Beginn der Wechselstromtechnik, und die Konstruktionen der drei ungarischen Erfinder haben sich bei der Wechselstromanlage Tivoli-Rom durchaus bewährt. *A. Wissner*

[1]) s. Bull. SEV 55(1964)2, S. 61.
[2]) s. Bull. SEV 55(1964)3, S. 112.

Commission Electrotechnique Internationale (CEI)

Sitzung des SC 10A vom 17. und 18. Januar 1967 in London

Am 17. und 18. Januar 1967 fand die erste Arbeitstagung des im Juni 1966 anlässlich der Tagung des Comité d'Etudes 10, Huiles isolantes, gebildeten Sous-Comités 10A, Huiles isolantes à base d'hydrocarbures, statt. Als Vertreter des schweizerischen Nationalkomitees nahmen drei Delegierte an den Sitzungen teil.

Zur Debatte stand das Dokument *10A(Secretariat)1,* Recommendation for specifications and acceptance of insulating oils for transformers and switches. Bei diesem Dokument handelt es sich um den 2. Entwurf einer Empfehlung der CEI über Isolieröl, in dem die Vorschläge der letzten Tagung in Brüssel (1966) ver-