

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 57 (1966)

**Heft:** 26

**Artikel:** Zur Feldberechnung von Höchstspannungs-Übertragungsanlagen

**Autor:** Prinz, H.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-916662>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 18.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)  
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

## Zur Feldberechnung von Höchstspannungs-Übertragungsanlagen

Von H. Prinz, München

Prof. Dr. techn., Dr.-Ing. h. c. Gustav Markt zu seinem 85. Geburtstag gewidmet

621.311.1

### 1. Einleitung

Während langer Zeit hat das reibungselektrische Feld geladener Konduktoren die Aufmerksamkeit bedeutender Gelehrter erregt und so zu Beobachtungen Veranlassung gegeben, die in den Experimentierkünsten des 17. und 18. Jahrhunderts ihren sichtbaren Ausdruck gefunden haben. Im Verlaufe dieser für die Elektrizität so entscheidend gewordenen Entwicklungsphase hat am 14. Juli 1729 ein von dem Engländer *Stephen Gray* erdachtes Experiment Aufsehen erregt, das die Fortleitbarkeit der elektrischen Kraftwirkung über eine durch Seidenschnüre isolierte Hanfschnur von mehr als 200 m Länge sichtbar demonstrierte [16]<sup>1)</sup>. In diesem Experiment sind die ersten Ansätze einer «Energieübertragung» deutlich erkennbar.

Heute ist die Elektrizität, dank ihrer guten Fortleitbarkeit sowie ihrer einfachen Umwandelbarkeit in Kraft, Wärme, Chemismus und Strahlung, zu einem entscheidenden Agens technischen Geschehens geworden. Als elektrische Energie vermittelt sie die Ausnutzung alter und neuer Energiequellen und erschließt dem Menschen ein unermessliches Kräftepotential, das im Jahre 1960 bereits die 2000-Milliarden-Grenze an in der Welt erzeugten Kilowattstunden erreicht hat. Unter der Annahme, dass sich der Verbrauch an elektrischer Energie wenigstens innerhalb der industrialisierten Länder auch weiterhin im Zehnjahresrhythmus im Mittel verdoppelt, muss im Jahre 2000 mit einem Vielfachen an bereitzustellender elektrischer Energie im Vergleich zu heute gerechnet werden. So wird selbst in konservativen Kreisen der amerikanischen Elektrizitätsversorgung angenommen, dass bis zum Jahre 2000, allein innerhalb des Wirtschaftsraumes der USA, rund 6000 Mrd. kWh — also der achtfache Energiebetrag des Jahres 1960 — zur Verfügung stehen müsste, worauf Sporn anlässlich der diesjährigen CIGRE-Tagung nachdrücklich hingewiesen hat [22].

Welche hervorragende Bedeutung der elektrischen Energie für die weitere Entwicklung einer hochtechnisierten Wirtschaft wie der Vereinigten Staaten beigemessen wird, geht gleichermaßen aus dem umfassenden «National Power Survey» hervor [10], der von der Federal Power Commission des Landes im Jahre 1964 veröffentlicht wurde. In diesem Bericht wird dargelegt, dass die USA mit nur 6 % der Weltbevölkerung nahezu 40 % der Welterzeugung an elektrischer Energie verbrauchen, und dass im übrigen mit einem stetig wachsenden Anteil des Elektrizitätsverbrauches im Verhältnis zur insgesamt konsumierten Energie gerechnet werden müsse, der 11 % im Jahre 1920 und 20 % im Jahre 1960 betragen habe und 30 % im Jahre 1980 erreichen werde. Aus dieser Sicht sei verständlich,

dass die amerikanische Elektroindustrie für die Erweiterung ihrer Produktionsstätten einen erhöhten Kapitalaufwand aufbringen müsse, der sich allein im Jahre 1962 auf insgesamt 4,3 Mrd. \$ bei einem Bruttokapital von 69 Mrd. \$ belaufen habe. So müsse Vorsorge getroffen werden, denn «Electric Energy is so basic to our lives that we take it for granted».

Zur Deckung dieses unvorstellbaren Mehrbedarfes an Energie wird es notwendig sein, neben einem forcierten Ausbau konventioneller Energiequellen neue Möglichkeiten der elektrischen Energieerzeugung zu erschliessen und in Hochleistungskraftwerken zusammenzufassen. Während noch in den Anfängen einer Elektrizitätsversorgung Kraftwerke mit einer Gesamtleitung von 100 MW eine Besonderheit waren und Anlagen

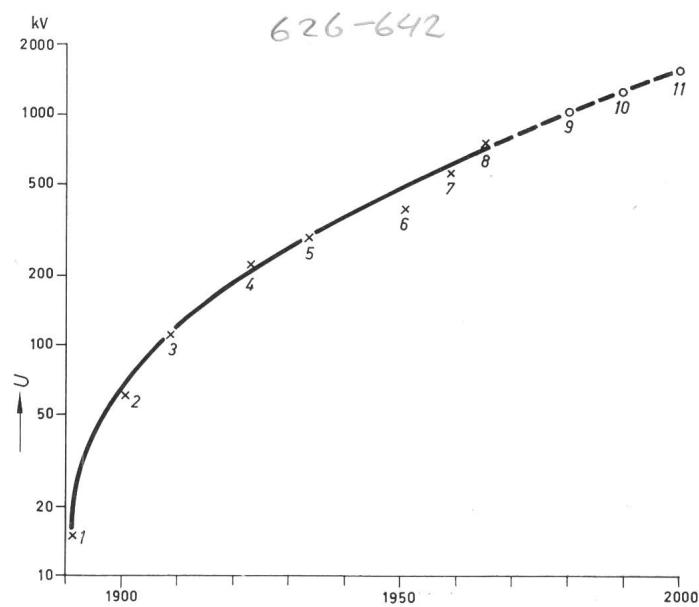


Fig. 1  
Höchste Übertragungsspannungen  $U$  von Hochspannungs-Drehstrom-Übertragungen (HDÜ)

Nr.	Jahr	Spannung $U$ kv	Land
1	1891	15	Deutschland
2	1901	60	USA
3	1908	100	USA
4	1923	220	USA
5	1934	287	USA
6	1952	380	Schweden
7	1959	525	UdSSR
8	1965	735	Kanada
9	1980	1000	?
10	1990	1200	?
11	2000	1500	?

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

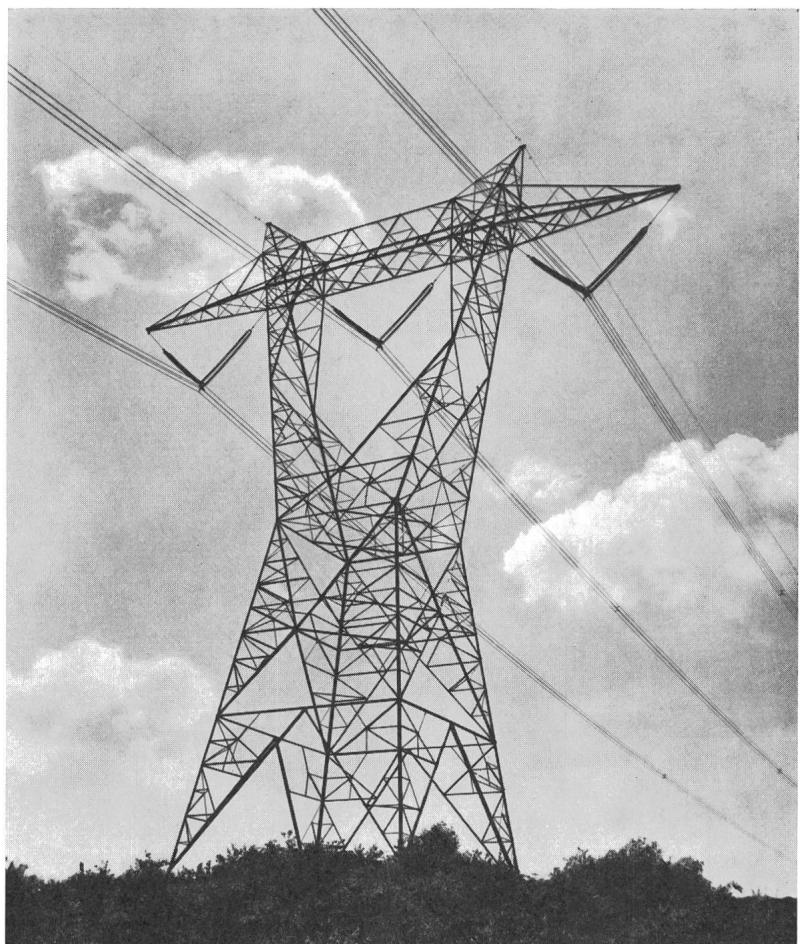
Fig. 2  
735-kV-Tragmast mit 35gliedrigen Doppel-V-Ketten,  
Viererbündel 4 × 35,1/458 und 2 Erdseilen

mit mehreren 1000 MW Maschinenleistung zum heutigen Stand der Technik gehören, wird das Kraftwerk von morgen für einige 10000 MW Gesamtleistung ausgelegt werden müssen, wenn es den Erfordernissen der Zukunft gerecht werden soll. Diese ausgeprägte Leistungballung auf der Erzeugerseite führt naturgemäß zu immer grösser werdenden Maschineneinheiten, die bereits Leistungen von 500...1000 MW erreicht haben.

Für den Abtransport derartiger Erzeugerleistungen in die Verbraucherschwerpunkte müssen betriebssichere und leistungsfähige Hoch- und Höchstspannungsnetze zur Verfügung stehen, die im Rahmen eines mehr und mehr sich ausweitenden und über die Landesgrenzen hinausgehenden Verbundbetriebes zum Einsatz kommen. In dieser Hinsicht sind im vergangenen Jahrzehnt bereits bedeutsame Fortschritte erzielt worden: So waren beispielsweise im westeuropäischen Verbundnetz der UCPTE (Union pour la Coordination de la Production et du Transport de l'Electricité), das gegenwärtig vom Polarkreis Skandinaviens über 4000 km hinweg bis nach Sizilien reicht und in Ost-West-Richtung eine Entfernung von 2500 km überbrückt, im vergangenen Winter rund 70000 MW Maschinenleistung parallel geschaltet. Vergleichsweise sind zum selben Zeitpunkt im Verbundnetz der amerikanischen Oststaaten etwa 140000 MW Maschinenleistung parallel gefahren worden.

## 2. Hochspannungs-Drehstrom-Übertragung (HDÜ)

Die durch den wachsenden Energieverbrauch sich einstellende Leistungskonzentration auf der Erzeugerseite hat letzten En-



Hydro Quebec, Montreal

des dazu geführt, dass sich die Übertragungsspannungen der in Betrieb befindlichen Drehstrom-Übertragungen seit der Jahrhundertwende unaufhaltsam erhöht haben, wie aus Fig. 1 erkennbar ist. Selbstverständlich ist diese Entwicklung vom technischen Standpunkt der Erzielung eines optimierten Übertragungswirkungsgrades sowie auch vom wirtschaftlichen Standpunkt einer Kostendegression entscheidend beeinflusst worden. Noch sind keine 80 Jahre vergangen, seitdem die erste Drehstrom-Übertragung zwischen Lauffen und Frankfurt am Main mit einer Übertragungsspannung von 15 kV und einem Wirkungsgrad von 75 % in Betrieb gegangen ist, als die Quebec Hydro-Electric Commission in Montreal die erfolgreiche Inbetriebsetzung der ersten 735-kV-Drehstromübertragung der Welt zwischen Manicouagan und Montreal [28] im Herbst des vergangenen Jahres verkünden konnte, die bei der Fachwelt allseitige Bewunderung gefunden hat. Fig. 2 zeigt einen Tragmast der 735-kV-Leitung, die mit Viererbündel von je 35,1 mm Durchmesser und 458 mm Teilleiterabstand ( $4 \times 35,1/458$ ) belegt ist. Das kanadische 735-kV-Netz, an dessen Erstausbau namhafte amerikanische und vor allem europäische Konstrukteure der Länder Belgien, England, Frankreich, Italien, Schweden und der Schweiz beteiligt gewesen waren, wird nach seiner Fertigstellung im Jahre 1970 in dem bis heute geplanten Umfang eine Länge von nahezu 2000 km umfassen. Auch in anderen Ländern wird der Frage des Ausbaues eines Höchstspannungsnetzes dieser Spannungsreihe allergrösste Aufmerksamkeit geschenkt. So ist in der UdSSR ein erster Abschnitt eines geplanten 750-kV-Netzes mit Bündelleitern  $4 \times 33,1/615$  im Ausbau, der noch in diesem Jahre in Betrieb genommen werden soll. In den USA besteht die Absicht, in den nächsten fünf Jahren ein 765-kV-Ringnetz von insgesamt 1700 km Länge

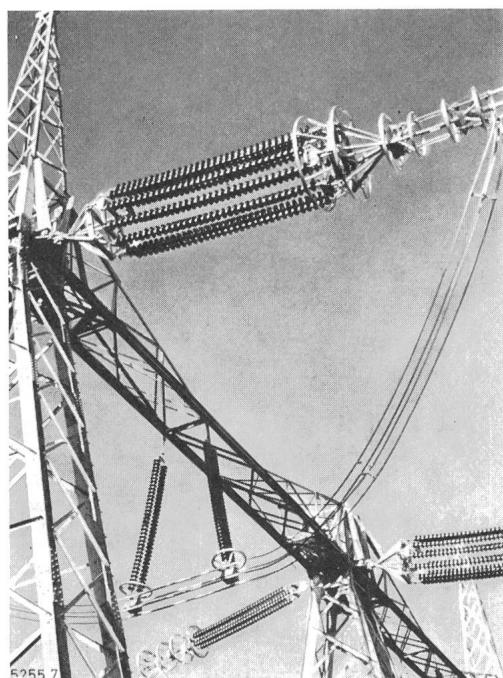
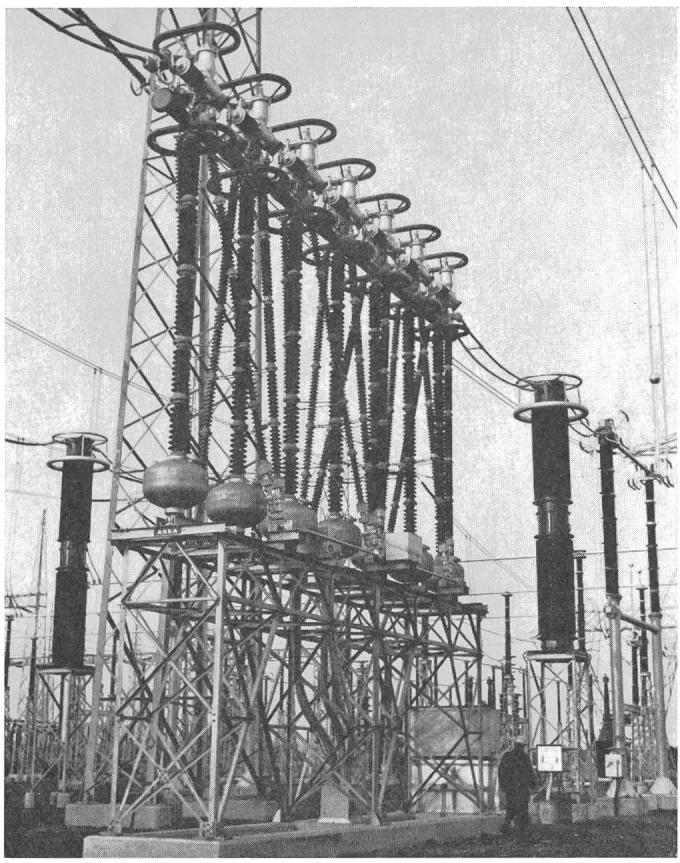


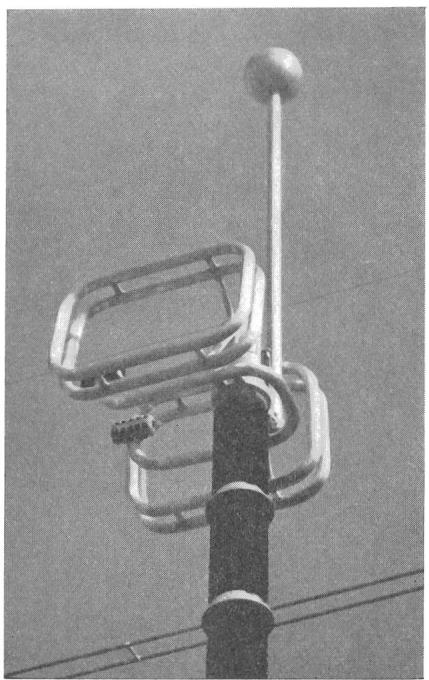
Fig. 3  
Mehrach-Parallel-Toroide einer 735-kV-Abspannkette  
H. Engelhardt, Frankfurt



Hydro Quebec, Montreal

Fig. 4  
Abschirmelektroden eines 735-kV-Druckluftschalters, eines 735-kV-Messwenders sowie eines 735-kV-Trenners

zu errichten, das sich von West-Virginia im Osten bis nach Indiana im Westen erstrecken wird [22]. Innerhalb der Bundesrepublik beschäftigt sich die Deutsche Verbundgesellschaft in Heidelberg mit der Frage einer möglichen Überlagerung eines zukünftigen 700-kV-Netzes über das bestehende 380-kV-Netz. Ein Bericht über die an dem Viererbündel  $4 \times 39,3/400$  in Rheinau gemessenen Koronaverluste liegt vor [24].



Hydro Quebec, Montreal

Fig. 5  
Detaildarstellung der Abschirmelektrode des in Fig. 4 dargestellten Trenners

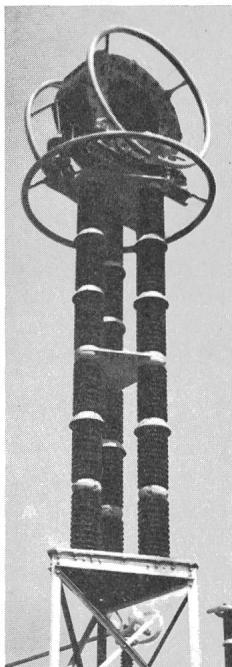
Ausgeprägter als bei den bestehenden 400- und 500-kV-Netzen, sind in den Freiluftschaltanlagen der kanadischen 735-kV-Übertragung Abschirmelektroden vielgestaltiger Form zu finden, die — wie die Fig. 3...5 zeigen — entweder Teile von hochspannungsführenden Leitern oder — wie in Fig. 6 zu sehen ist — ganze Geräte feldentlasten sollen. Besonderes Augenmerk wurde offenbar der Ausbildung der Abstandshalter im Hinblick auf eine möglichst feldverbessernde Wirkung zugewendet (Fig. 7). Diese wenigen Beispiele zeigen deutlich, in welchem Masse das elektrische Feld die konstruktive Gestaltung von Höchstspannungsapparaten beeinflusst. Umgekehrt wird sich durch entsprechende konstruktive Gestaltung das elektrische Feld modifizieren lassen und zwar optimiert, sofern die dafür in Frage kommenden Elektrodensysteme exakt oder wenigstens approximativ berechenbar sind.

### 3. 1000/1500 kV Drehstrom-Spannungsniveau

Bei der bisherigen stufenweisen Entwicklung der Übertragungsspannungen, für die Ailleret eine Verdopplung innerhalb von 20 Jahren annimmt [18], muss erwartet werden, dass

Fig. 6

Abschirmtoroide einer auf  $735/\sqrt{3}$  kV montierten HF-Drosselpule



Hydro Quebec, Montreal

die Übertragungsspannungen in den kommenden Jahrzehnten das bisher geplante höchste Spannungsniveau von 765 kV überschreiten werden. Eine Extrapolation der in Fig. 1 dargestellten Kurve lässt erwarten, dass für die weitere Zukunft mit den folgenden möglichen Übertragungsspannungen gerechnet werden muss:

Um das Jahr mit einer Übertragungsspannung von

1980	1000 kV
1990	1200 kV
2000	1500 kV

In diesem Zusammenhang mag es interessieren, mit welchen übertragbaren Leistungen bei derartigen Übertragungsspannungen gerechnet werden kann. Ein Mass für die Transportfähigkeit einer Hochspannungsleitung ist bekanntlich ihre natürliche Leistung, die im Falle vernachlässigter Verluste ein erwünschtes Spannungsverhältnis von 1 erzwingt — also gleiche Spannungen am Anfang und Ende der Leitung — und darüber hinaus auf der Leitung ein Blindleistungsgleichgewicht zustande bringt. Unter dieser Annahme wird bei einem mittleren Betriebswellenwiderstand von  $250 \Omega$ :

Für eine Übertragungsspannung von die natürliche Leistung etwa

400 kV	640 MW
700 kV	2000 MW
1000 kV	4000 MW
1200 kV	5800 MW
1500 kV	9000 MW

Die angegebenen Zahlenwerte gelten für einsystemige Leitungen, so dass für zweisystemige die doppelten Leistungen zu nehmen sind. Das würde bedeuten, dass eine 1500-kV-Doppel-Drehstromleitung eine natürliche Leistung von 18000 MW zu

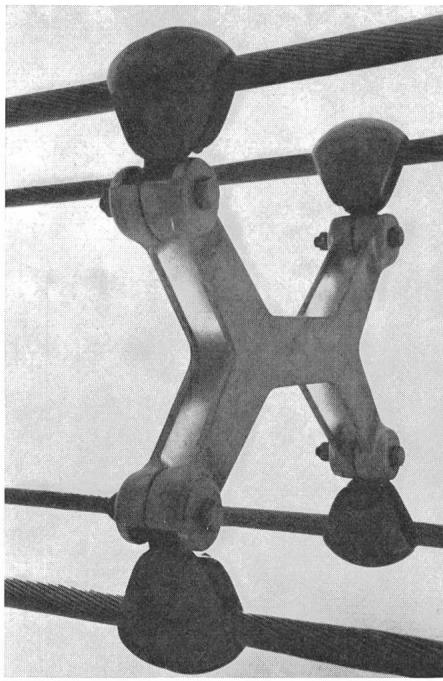


Fig. 7  
Abstandhalter der kanadischen 735-kV-Leitung

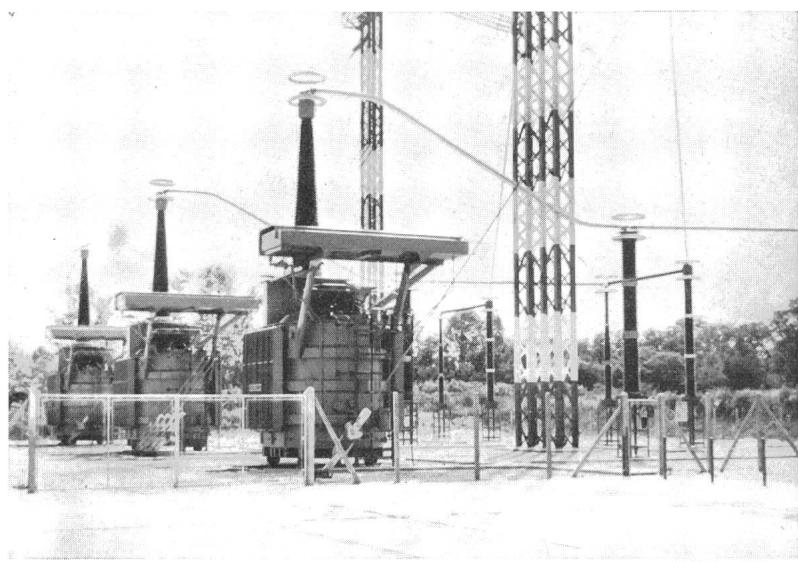
übertragen vermag und somit 14 Doppel-Drehstromleitungen für 400 kV ersetzen könnte. Im Hinblick auf die wachsenden Kraftwerkleistungen einerseits und den Mangel an trassierbarer Bodenfläche andererseits kann dieser Vorteil für eine zukünftige Elektrizitätsversorgung ebenso bedeutungsvoll werden, wie bei dem heute möglichen Ersatz mehrerer Mittelspannungsleitungen durch eine einzige 400-kV-Leitung. Immerhin würden mit einem 1000...1500 kV Spannungsniveau die Wirkleistungsforderungen der Zukunft gut zu befriedigen sein.

Nicht minder bedeutungsvoll scheint die Frage nach dem für eine betriebssichere Spannungshaltung erforderlichen Blindleistungsbedarf, der für eine Vollkompensation von 1000 km einsystemiger Leitung in der Größenordnung von 5000...10000 Mvar liegt.

Weit schwieriger ist zweifellos die Lösung der mit Übertragungsspannungen von 1000...1500 kV zu erwartenden Isolationsprobleme. Soweit es sich um Fragen der Koronaverluste und des Koronastörpegels handelt, hat die EdF mit ihrer grosszügig aufgebauten Versuchsanlage in Les Renardières einen beachtenswerten Beitrag für eine Analyse der damit verbundenen Phänomene geleistet. Besonders markant ist die für 1000 kV ausgelegte Versuchslleitung von 1,3 km Länge, die von drei Einphasentransformatoren von je 5 MVA Nennleistung eingespeist wird [23]. Wie aus Fig. 8 hervorgeht, sind die Klemmen der von den Transformatoren und von den sonstigen Apparaten wegführenden Verbindungsleitungen durch doppel-toroidförmig ausgebildete Elektrodensysteme abgeschirmt worden, wie sie auch bereits für andere Zwecke wirkungsvoll verwendet werden konnten.

Fig. 8  
1000-kV-Transformatorenbank für  $3 \times 5$  MVA der EdF-Versuchsanlage in Les Renardières

In diesem Zusammenhang erhebt sich weiterhin die Frage nach den erforderlichen Isolationsabständen. Dazu ist mancherorts die Auffassung vertreten worden, dass die Nichtliniariät von Luftstrecken die maximal mögliche Übertragungsspannung begrenze und zwar schon innerhalb des hier erörterten Spannungsniveaus. Auf der anderen Seite sollte bedacht werden, dass die stationäre Betriebsbeanspruchung gegen Erde noch innerhalb eines Spannungsbereiches von 600...900 kV — also noch unterhalb der 1-MV-Grenze — liegt, von der ab das Isolieren in Luft von Atmosphärendruck ohne Zweifel problematisch zu werden scheint. Auf Grund von Erfahrungen, die der Verfasser bei der Inbetriebnahme des neuen Hochspannungsinstitutes der Technischen Hochschule München sammeln konnte, in dem Wechselspannungen bis zu 1,2 MV und Gleichspannungen bis zu 1,4 MV zur Verfügung stehen [16], ist die entscheidende Voraussetzung, das Isoliervermögen von Luftstrecken für Spannungsbeanspruchungen bis zu 1 MV zu beherrschen, das Vermeiden von Vorentladungen jeglicher Art. Das bedeutet aber, dass die Elektrodenkrümmungen so dimensioniert werden müssen, dass an keiner einzigen Stelle der Elektrodenoberfläche die maximal zulässige Feldstärke überschritten wird. Um in dieser Hinsicht zu klaren konstruktiven Vorstellungen zu kommen, ist es unerlässlich, den gesamten Feldverlauf innerhalb der konzipierten Elektrodenanordnung genau zu kennen, um dann erforderlichenfalls Massnahmen ergreifen zu können, die zu einer wirksamen Verminderung der Feldbeanspruchung führen. Es ist einleuchtend, dass bei den komplizierten Elektrodenformen, wie sie bisher zum Zwecke einer Feldentlastung praktisch verwendet worden sind — wozu nochmals auf die Fig. 3 und 6 verwiesen sei —, eine eingehende Analyse des elektrischen Feldsystems erforderlich ist. In dieser Hinsicht wird einer Feldtheorie des hochgespannten elektrischen Feldes ein bedeutsames Aufgabenfeld zufallen, dessen Wichtigkeit für die Praxis nicht hoch genug eingeschätzt werden kann. Dazu mögen einige Hinweise wertvoll sein: Soweit es sich um die Dimensionierung von Höchstspannungsleitungen des 1000/1500 kV Spannungsbereiches handelt, müsste wohl der Ausbildung der erforderlichen Armaturen besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden, um zu entladungsfreien Elektrodensystemen zu kommen. So könnte daran gedacht werden, die Leiter innerhalb des Armaturenbereiches mit einem Metallzylinder geeigneter Dimen-



sionen zu umgeben, in den die untersten Isolatoren der Tragkette trichterförmig eingezogen werden sollten. Darüber hinaus könnte überlegt werden, das elektrische Feld auf der Hochspannungsseite dadurch zu verbessern, dass kantige Profile an den erdseitigen Masttraversen und am Mast selbst entweder abgeschirmt oder noch besser ganz vermieden werden. Weiterhin müsste die Frage der Abschirmung von stark feldbeanspruchten Apparateilen durch geeignete Elektrodenanordnungen feldtheoretisch analysiert werden. Dieser Fragenkomplex sollte nach Meinung des Verfassers in breiter Front ehestens aufgegriffen werden, damit für eine Drehstrom-Übertragungstechnik von morgen rechtzeitig bestmögliche Lösungen greifbar sind. Hier eröffnet sich der modernen Höchstspannungstechnik zu den sonst bestehenden vielseitigen Problemen ein attraktives Aufgabengebiet für Lehre und Forschung.

Sofern es weiterhin gelingen sollte, den Höchstwert der Schaltüberspannungen auf das 1,6...1,7fache der Leitererdspannung zu begrenzen, scheint der Weiterentwicklung der Drehstromnetze — so meint Böcker [11] — bis zu Spannungen von 1000...1500 kV kein technisches Hindernis im Wege zu stehen.

#### 4. Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ)

In den letzten Jahren ist zu den Möglichkeiten einer Energieübertragung mit hochgespanntem Drehstrom die Frage einer Verwendung von hochgespanntem Gleichstrom erneut in den Vordergrund des Interesses gerückt. Eine Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung (HGÜ) würde vor allem für einen Hochleistungs-Energietransport aus abgelegenen Erzeugerzentren wirtschaftliche Vorteile bieten und ist für Seekabelübertragungen sowie für die asynchrone Kupplung von Verbundsystemen unterschiedlicher Frequenz bereits mit Erfolg zur Anwendung gekommen [14]. Auch die Überlagerung eines HGÜ-Netzes über vorhandene Drehstrom-Verbundsysteme zum Zwecke einer Kurzschlussbegrenzung wird ernstlich in Erwägung gezogen. In den vergangenen 15 Jahren sind insgesamt 7 HGÜ-Anlagen in Betrieb genommen worden, von denen nunmehr auch die leistungsfähigste mit ihrer vollen Spannung von  $\pm 400$  kV und einer Endausbauleistung von 720 MW im Einsatz ist. Dazu kommt noch die Sardinien-Korsika-Italien-Anlage, die in Kürze in Betrieb gehen wird. Soweit einer Zusammenstellung von «Direct Current» zu entnehmen ist, sind weitere 4 HGÜ-Anlagen im Bau, die im Verlaufe der nächsten 5 Jahre fertiggestellt sein werden. Die technisch in-

teressanteste Anlage dieser Art wird ohne Zweifel in Kalifornien entstehen, wo 1400 MW und später 2800 MW über eine Entfernung von rund 1400 km mit  $\pm 400$  kV Gleichspannung übertragen werden sollen. Neben einem Zusammenwirken zukünftiger HGÜ-Übertragungen mit vorhandenen Drehstrom-Verbundnetzen — insbesondere was die Gleichstrom-Drehstrom-Stabilität anbelangt, für die nach neueren Untersuchungen der Universität Newcastle [17] Schwierigkeiten zu erwarten sind —, muss der Auslegung der Anlagenisolation besondere Sorgfalt beigemessen werden. Ergänzende feldtheoretische Betrachtungen können deshalb auch aus der Sicht zukünftiger Gleichstrom-Übertragungen in jeder Weise nützlich sein, vor allem zu einem Zeitpunkt, zu dem HGÜ-Anlagen für  $\pm 600$  bis  $\pm 800$  kV geplant werden sollten. Selbst für diese extremen Verhältnisse liegen die stationären Betriebsspannungen gegen Erde noch unter der bei Drehstrom bereits erwähnten 1-MV-Grenze.

Was die weiteren Einsatzchancen einer zukünftigen HGÜ-Technik anbelangt, so werden neben Fragen der Betriebssicherheit die wirtschaftlichen Aspekte von ausschlaggebender Bedeutung sein. In dieser Hinsicht muss angenommen werden, dass der erwartete HGÜ-Thyristor im Vergleich zu dem bisher verwendeten Hg-Dampfventil eine ganz neue Ausgangsposition schaffen wird. Soweit sich aus Berichten<sup>2)</sup> entnehmen lässt, die auf der im April dieses Jahres stattgefundenen American Power Conference vorgelegt worden sind [19; 20], würden sich bei einem Einsatz von Thyristoren folgende wesentliche Vorteile ergeben: Der bestechendste Vorteil ist wohl der, dass die Ventilstationen in Freiluftbauweise errichtet werden können und einen Platzbedarf von nur 20 % erfordern, was damit zusammenhängt, dass die Thyristortechnik eine 5mal grössere Leistungsdichte mit 50 kW/m<sup>2</sup> erlaubt. Als weitere Vorteile kommen hinzu der Entfall von Entgasungseinrichtungen, das rückzündungsfreie Arbeiten des Thyristors, seine kürzeren Entionisierungszeiten, seine sofortige Betriebsbereitschaft (keine Anwärmzeiten), seine Alterungsbeständigkeit und schliesslich die geringeren Unterhaltskosten, die mit einer Thyristoranlage zu erwarten sind. Fig. 9 zeigt den Entwurf von Westinghouse einer 300-MW-Station. Es ist einleuchtend, dass vor allem die Platzersparnis zu günstigeren Anlagekosten führen wird, was die HGÜ-Technik mehr und mehr auch für Projekte interessant machen dürfte, die bisher ausschliesslich die Domäne einer HDÜ-Technik gewesen sind. Bei dieser Betrachtungsweise wird es geboten sein, die Entwicklung des Thyristors mit profundem Interesse weiter zu verfolgen, um den rechtzeitigen Anschluss an den zukünftigen Stand der Technik nicht zu versäumen. Auch der Nachwuchs sollte auf eine solche Entwicklung zeitgerecht vorbereitet und in einer neuartigen Drehstrom-Gleichstrom-Denkweise geschult werden.

#### 5. Mikrowellen-Energie-Übertragung (MEÜ)

Im Rahmen einer auf die Zukunft ausgerichteten Betrachtungsweise sollte nicht übersehen werden, die sonst sich anbietenden Möglichkeiten einer Übertragung elektrischer Energie wenigstens kurz zu erörtern.

Fig. 9  
HGÜ-Thyristor-Station für 300 MW und 1200 A

<sup>2)</sup> Diesen Hinweis verdankt der Verfasser Prof. D. Kind, Braunschweig.



Fig. 10  
Pierre Simon de Laplace  
\* 28. März 1749 zu Beaumont-en-Auge (Normandie), † 5. März 1827 zu Paris

Vielleicht mag es für einen an konventionelle Lösungen gewöhnten Energietechniker überraschend sein zu erfahren, welche grossen Fortschritte auf dem Gebiete der Mikrowellen-technik in jüngster Zeit gemacht worden sind, so dass Utopie und Wirklichkeit einer Mikrowellen-Energie-Übertragung (MEÜ) nicht mehr so weit voneinander abliegen, als es im ersten Augenblick einer Überlegung erscheint. In einer kürzlich veröffentlichten Darstellung hat Kuegler [27] sehr eindrucksvoll dargelegt, welche realen Möglichkeiten die Mikrowellentechnik für eine Energieübertragung zu bieten vermag. Im Prinzip gehören zu einer MEÜ-Anlage ein Generator, der die konventionell erzeugte elektrische Energie in Mikrowellenenergie umsetzt, dann eine Übertragungsstrecke und schliesslich ein Gleichrichter für die Zurückumsetzung der ankommenden Mikrowellenenergie in Gleichstrom, der dann noch über einen Wechselrichter — ähnlich wie bei der HGÜ oder bei einem MHD-Generator — in konventionellen Drehstrom umgesetzt werden müsste. Der günstigste Frequenzbereich für eine MEÜ-Technik liegt offenbar zwischen 1 und 10 GHz entsprechend einer Wellenlänge von 30 bis 3 cm. Was die übertragbare Leistung und den Wirkungsgrad anbelangt, so kann eine Mikrowellen-Übertragungsstrecke durchaus mit den Übertragungskennwerten einer HDÜ-Anlage konkurrieren, wenn man sich klar macht, dass ein runder, mit der  $H_{01}$ -Welle<sup>3)</sup> betriebener Hohlleiter von 1,5 m Durchmesser bei 3 GHz etwa 4000 MW mit solchen Verlusten zu übertragen vermag, die nicht höher liegen als jene einer 700-kV-Doppel-Drehstromleitung, deren natürliche Leistung, wie schon ausgeführt, bei ebenfalls 4000 MW liegt. Über eine sog. Reflektorleitung, bei der in 300 m Abständen Spiegel von  $10 \times 10$  m<sup>2</sup> erforderlich wären, könnten bei der gleichen Frequenz sogar 168000 MW übertragen werden. So optimistisch sich auf der einen Seite die Übertragungsstrecken einer MEÜ-Technik darstellen, so wenig günstig präsentiert sich auf der anderen Seite der Ent-

<sup>3)</sup> Die  $H_{01}$ -Welle ist für eine Energie-Fernübertragung am besten geeignet.

wicklungsstand der Mikrowellen-Generatoren und -Gleichrichter: Wirkungsgrade von mehr als 60 % sind zunächst kaum zu erwarten und außerdem ist die Mikrowellengleichrichtung noch bei weitem nicht leistungsfähig genug.

Auf eine betriebliche Besonderheit der MEÜ sollte noch hingewiesen werden: Nachdem der ankommende Gleichstrom stets konstant gehalten werden muss, ähnlich wie in einem Konstantstrom-System der Jahrhundertwende, würde sich die Notwendigkeit ergeben, die überschüssige Energie zu speichern, da dem Verbraucher nicht zugemutet werden kann, seine Leistungsaufnahme der Übertragungsstrecke anzupassen. In dem heute üblichen Konstantspannungs-System macht es bekanntlich keine Schwierigkeiten, die zu übertragende Leistung dem jeweiligen Leistungsbedarf der Verbraucher anzupassen. Trotzdem sollten die auf dem MEÜ-Gebiet weiterhin erzielten Fortschritte auch von den Energietechnikern laufend verfolgt werden, denn wie oft ist eine konventionelle Technik von unerwarteten Neuentwicklungen überrascht worden!

## 6. Feldtheoretische Betrachtungen<sup>4)</sup>

Im Anschluss an die vorausgegangenen Abschnitte soll nunmehr im folgenden dargelegt werden, welche Verfahren der Praxis heute zur Verfügung stehen, um die elektrische Beanspruchung in Hochspannungsfeldern entweder exakt oder aber mit ausreichender Genauigkeit approximativ zu berechnen.

Erfreulicherweise gehört die Hochspannungstechnik mit zu jenen Ingenieurwissenschaften, die sich auf gut fundierte theoretische Grundlagen abstützen können. Zu diesen Grundlagen gehört die Theorie des elektrischen Feldes, für die der hervorragende französische Mathematiker Pierre Simon de Laplace (Fig. 10) die mathematischen Voraussetzungen geschaffen hat. Die zuerst in Polarkoordinaten und später in rechtwinkligen Koordinaten konzipierte Potentialgleichung des Gravitationsfeldes reicht bis in die Jahre 1785–1789 zu-

<sup>4)</sup> In Anlehnung an einen im Oktober 1965 und 1966 gehaltenen Fortbildungskurs der Technisch-Wissenschaftlichen Vereine Münchens.



Poisson  
Siméon Denis Poisson  
\* 21. Juni 1781, † 25. Mai 1840

Deutsches Museum München

rück [1]. Die Übertragung des Potentialbegriffes auf das elektrische und magnetische Feld stammt von dem französischen Mathematiker *Siméon Denis Poisson* (Fig. 11), der im Jahre 1813 die Laplacesche Potentialgleichung für das massen- und raumladungsbeschwerte Feld erweitert hat. Sowohl die Laplacesche als auch die Poissonsche Gleichung sind nach wie vor wesentlicher Bestandteil einer elektrischen Feldtheorie.

## 7. Grundgleichungen

Vom feldtheoretischen Standpunkt betrachtet, handelt es sich bei stationären Feldern der Hochspannungstechnik stets um elektrostatische Felder, die naturgemäß wirbelfrei sind, so dass die Maxwellschen Gleichungen die spezielle Form annehmen:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= 0\end{aligned}$$

mit  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  als die elektrischen und magnetischen Feldvektoren. Aus der Wirbelfreiheit folgt, dass die elektrische Komponente des Feldsystems von einem skalaren Potential  $\Phi$  ableitbar sein muss, also:

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \Phi$$

Das Minuszeichen besagt, dass der Feldvektor  $\mathbf{E}$  im Sinne eines fallenden Potentials wirksam ist.

Für die zweite Ableitung des Gradientenansatzes wird:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\operatorname{div} \mathbf{D}}{\varepsilon_{\text{abs}}} = \frac{\varrho}{\varepsilon_{\text{abs}}}$$

sofern die absolute Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon_{\text{abs}} = \text{konst.}$  ist, also ein isotropes Medium vorliegt. Dabei ist  $\mathbf{D}$  die dielektrische Flussdichte und  $\varrho$  die Raumladungsdichte. Somit folgt für den Poissonschen Ansatz:

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi = -\frac{\varrho}{\varepsilon_{\text{abs}}} = \Delta \Phi$$

und für den Sonderfall des raumladungsfreien Feldes die Laplacesche Potentialgleichung:

$$\Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

mit  $\Delta$  als dem von *Murphy* im Jahre 1833 eingeführten Laplaceschen Operator.

## 8. Aufgabenstellung

Im allgemeinen lautet die Aufgabenstellung so, dass die Randpotentiale des Elektrodensystems vorgegeben sind. Gesucht ist dann — entweder aus der Laplaceschen Potentialgleichung für das raumladungsfreie Feld oder aus der Poissonschen Gleichung für das raumladungsbeschwerte Feld — das Potential  $\Phi$ , aus dem sich weiterhin die Feldstärke aus der Gradientenformel bestimmen lässt. Damit ist auch die maximal zu erwartende Feldstärke erreichbar. Über die Ladung kann ergänzend die oft interessierende Kapazität des Elektrodensystems ermittelt werden, sofern nicht das Theorem der Energie-Invarianz zur Anwendung gelangt.

## 9. Mathematische Lösungsverfahren

Für die mathematische Behandlung elektrischer Felder lässt sich mit Vorteil eines der folgenden drei Verfahren heranziehen, wobei fallweise abgeschätzt werden sollte, welches Verfahren für den jeweils vorliegenden Fall am schnellsten und mit der grösstmöglichen Genauigkeit zum Ziele führt:

Für alle ebenen, also zweidimensionalen Felder ist die von *Cauchy* eingeführte und später von *Riemann*, *Jacoby* und *Weierstrass* erweiterte konforme Abbildung am besten geeignet. Im einschlägigen Schrifttum [2; 3; 5; 6] findet sich eine Vielfalt bereits untersuchter Anordnungen, von denen jedoch nur ein kleiner Teil für die Zwecke der Hochspannungstechnik geeignet ist.

Für eine näherungsweise Berechnung zwei- und auch dreidimensionaler Felder führt die immer mehr Anwendung findende numerische Approximation rasch zu brauchbaren Ergebnissen, sofern ein Digitalrechner disponibel ist. *Southwell* hat für dieses Verfahren den Namen Relaxationsmethode<sup>5)</sup> eingeführt. Auch hierüber findet sich gute einschlägige Literatur [4; 5; 30].

Schliesslich wäre noch das Verfahren einer Separation der Variablen zu erwähnen, das bei geeigneter Koordinatentransformation in eleganter Weise elektrische Felder auch komplizierterer Art zu analysieren gestattet. In diesem Zusammenhang sei auf die ausgezeichneten beiden Bücher von *Moon/Spencer* hingewiesen [7; 8], in die es sich einzuarbeiten lohnt.

### 9.1 Konforme Abbildung

Unter konform — ein von *Gauss* eingeführter Begriff — wird im Kleinen ähnlich und winkeltreu verstanden. Konforme Abbildungen werden durch analytische Funktionen vermittelt, also solche Funktionen, die stetig und differenzierbar sind. Eine derartige Funktion laute in der «Normalform»:

$$z = f(w)$$

$$x + jy = f(u + jv)$$

mit  $(x, y)$  und  $(u, v)$  als den Koordinaten der beiden komplexen Ebenen.

#### 9.1.1 Zur Differenzierbarkeit

Durch Inversion der Normalform wird:

$$w = f(z)$$

und durch Differentiation:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial (jy)} = -j \frac{\partial w}{\partial y}$$

Dies bedeutet, dass  $dw/dz$  von der Richtung unabhängig ist, was am einfachsten anhand eines Beispieles zu übersehen ist:

$$\left| \begin{array}{l} w = z^2 \quad \frac{dw}{dz} = 2z \\ \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial(x + jy)^2}{\partial x} = 2(x + jy) \quad 1 = 2z \\ \frac{\partial w}{\partial (jy)} = -j \frac{\partial(x + jy)^2}{\partial y} = -j 2(x + jy) \quad j = 2z \end{array} \right.$$

Aus  $\frac{\partial w}{\partial x} = -j \frac{\partial w}{\partial y}$  folgt weiterhin:

$$\frac{\partial(u + jv)}{\partial x} = \frac{\partial(v - ju)}{\partial y}$$

oder nach Aufspalten in Real- und Imaginärteil:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{und} \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

als die bekannten Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen.

<sup>5)</sup> Relax = entspannen. Durch die frei gewählten Potentiale wird das zu berechnende System in einen gestörten Spannungszustand versetzt, der im Verlaufe der Approximation nach und nach gelöst wird.

### 9.1.2 Konjugierte Potentialfunktionen

Durch nochmalige Differentiation dieser Gleichungen wird:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \text{oder} \quad \Delta u = 0$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad \text{oder} \quad \Delta v = 0$$

$u$  und  $v$  genügen demnach der Laplaceschen Potentialfunktion, weshalb sie auch als «konjugierte Potentialfunktionen» bezeichnet werden.  $w$  ist das dazugehörige komplexe Potential.

Nachdem die Kurvenscharen  $u = \text{konst.}$  und  $v = \text{konst.}$  zueinander orthogonale Systeme darstellen, muss jede analytische Funktion zwei Feldsysteme enthalten, nämlich:

Ein  $v/u$ -System, in welchem die Kurvenschar  $v = \text{konst.}$  die Potentiallinien und die Kurvenschar  $u = \text{konst.}$  die Feldlinien darstellt, und ein  $u/v$ -System, in welchem umgekehrt die Kurvenschar  $u = \text{konst.}$  die Potentiallinien und die Kurvenschar  $v = \text{konst.}$  die Feldlinien darstellt.

Sehr oft genügt es, das  $v/u$ -System durchzurechnen. Eine ergänzende Analyse des  $u/v$ -Systems wird nur erforderlich sein, wenn keine orthogonale Symmetrie vorhanden ist oder aber das  $v/u$ -System beispielsweise als «Berührungs-System» für die Hochspannungstechnik nicht brauchbar ist.

### 9.1.3 Eingabevarianten

Von grosser Wichtigkeit ist es, sich vor der Durchrechnung einer konformen Abbildung über den Eingabemodus im klaren zu sein. In der vorliegenden Darstellung werde stets angenommen, dass die bekannte Funktion, wie beispielsweise das Homogenfeld oder das Zylinderfeld, rechts in die Normalform eingegeben werden, um dann die neue Abbildungsfunktion zu erhalten. Also: Man gebe  $w$  ein, um  $z$  zu bekommen!

Die sonst noch möglichen drei weiteren Eingabevarianten, wie sie im Schrifttum zu finden sind, können nach dem Schema in Fig. 12 auf das Normverfahren zurückgeführt werden.

### 9.1.4 Berechnung der Feldstärke

Innerhalb eines  $v/u$ -Systems kann die elektrische Feldstärke für einen beliebigen Punkt des Feldsystems unter Zuhilfenahme der folgenden Formeltypen  $A - B - C$  bestimmt werden:

$$\text{Formeltyp } A \quad \mathbf{E}^* = \mathbf{E}_x - j\mathbf{E}_y = j \frac{dw}{dz} = j \frac{1}{\frac{dz}{dw}}$$

als die konjugiert komplexe Feldstärke in der  $z$ -Ebene, woraus für den Absolutbetrag in bekannter Weise folgt:

$$\text{Formeltyp } B \quad |\mathbf{E}_z| = \sqrt{(\mathbf{E}_x)^2 + (\mathbf{E}_y)^2}$$

$$\mathbf{E}_z = \mathbf{E}_x + j\mathbf{E}_y = -\text{grad } v$$

als die komplexe Feldstärke in der  $z$ -Ebene, woraus wiederum der Absolutbetrag ermittelbar ist. Für

die Anwendung des Formeltyps  $B$  muss aus der Normalform die Funktion  $v = f_1(x, y)$  gebildet werden.

Formeltyp  $C$

$$|\mathbf{E}_z| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2}}$$

als der Absolutbetrag der Feldstärke in der  $z$ -Ebene. Dazu ist aus der Normalform das Funktionenpaar  $x = f_2(u, v)$  und  $y = f_3(u, v)$  zu bilden.

Bei richtiger Durchrechnung führen selbstverständlich alle drei Formeltypen zum gleichen Ergebnis. Zweckmässigerweise sollte vor der Rechnung überlegt werden, welcher Formeltyp aller Voraussicht nach am schnellsten zum Erfolg führt.

Für eine zahlenmässige Ermittlung muss jedoch bei allen drei Formeltypen nachträglich noch eine Eichung vorgenommen werden, da  $u$  und  $v$  dimensionslose Größen darstellen. Dazu gilt:

$$|\mathbf{E}_z|_{\text{kV/cm}} = |\mathbf{E}_z| \cdot |\mathbf{E}_w| \xrightarrow{U} \frac{U}{v_{II} - v_I} \text{ in kV/cm}$$

was leicht einzusehen ist.  $U$  ist dabei die an das Elektrodenystem angelegte Spannung in kV und  $v_I/v_{II}$  sind die Elektrodenbegrenzungen. Korrespondierende Formeln lassen sich für das  $u/v$ -System ableiten.

### 9.1.5 Beispiel

Für ein durch die Funktion  $z = \sqrt{w}$  abgebildetes Elektroden-System «Hyperbel ( $v_{II} = 2 \text{ cm}$ ) gegen eingezogene Ecke ( $v_I = 0$ )», an das eine effektive Wechselspannung von 100 kV

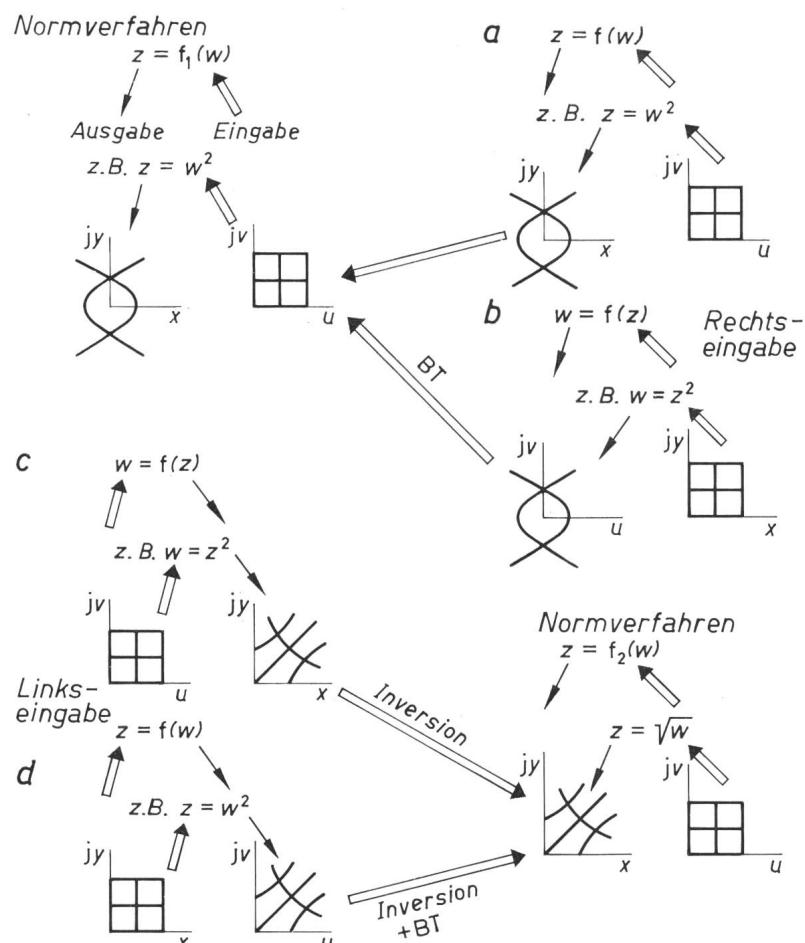


Fig. 12

Überführen der im Schrifttum vorkommenden Eingabevarianten auf das Normverfahren  
BT Buchstabentausch

angelegt werde, soll die elektrische Feldstärke im Symmetriepunkt  $X$  bestimmt werden (Fig. 13).

*Lösung:*

Nach Formeltyp A:

$$\mathbf{E}_z^* = j \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{w}}} = j 2\sqrt{w} = 2(-y + jx)$$

$$|\mathbf{E}_z| = 2\sqrt{x^2 + y^2}$$

und damit für den Punkt  $X$  ( $x = 1, y = 1$ ):

$$|\mathbf{E}_z| = 2\sqrt{2}; |\mathbf{E}_z|_{kV/cm} = 2\sqrt{2} \cdot \frac{100}{2-0} = 141 \text{ kV/cm}$$

Nach Formeltyp B:

$$v = f_1(x, y) = 2xy$$

$$\mathbf{E}_z = -\nabla v = -(2y + j2x) = 2(-y - jx)$$

und weiter wie nach A.

Nach Formeltyp C:

$$x = f_2(u, v) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{u^2 + v^2} + u$$

$$y = f_3(u, v) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{u^2 + v^2} - u$$

und nach umständlicher Rechnung:

$$|\mathbf{E}_z| = 2\sqrt{x^2 + y^2}$$

und dann wie nach A.

## 9.2 Numerische Approximation

Im Prinzip handelt es sich um die Aufgabe, die Laplacesche Potentialgleichung — bei raumladungsbeschwerteten Feldern die Poissonsche Gleichung — durch einen Differenzenansatz zu ersetzen. Zu diesem Zwecke wird die Potentialfunktion  $\Phi(x, y)$ , sofern es sich zunächst um ein ebenes Feldproblem handelt, in der Umgebung des Punktes  $(x_0, y_0)$  in eine Taylorsche Reihe entwickelt und nach einer bestimmten Gliederzahl, je nach geforderter Genauigkeit, abgebrochen. Die zumeist verwendeten Formeln berücksichtigen noch das zweite Glied, exaktere noch Glieder 6ter Ordnung. Das Prinzip dieses Verfahrens wurde bereits in Vorlesungen behandelt, die Boltzmann im Wintersemester 1892/1893 an der Universität München über das mechanische Potential gehalten hat.

Für den Taylor-Ansatz gilt:

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) &= \Phi(x_0, y_0) + \\ &+ \frac{1}{1!} [(x - x_0) \cdot \Phi_x(x_0, y_0) + (y - y_0) \cdot \Phi_y(x_0, y_0)] + \\ &+ \frac{1}{2!} [(x - x_0)^2 \cdot \Phi_{xx}(x_0, y_0) + 2(x - x_0) \cdot (y - y_0) \cdot \\ &\cdot \Phi_{xy}(x_0, y_0) + (y - y_0)^2 \cdot \Phi_{yy}(x_0, y_0)] + \\ &\dots \\ &+ \frac{1}{6!} [(x - x_0)^6 \cdot \Phi_{xxxxxx}(x_0, y_0) + 6(x - x_0)^5 \cdot \\ &\cdot (y - y_0) \cdot \Phi_{xxxxxy}(x_0, y_0) + \\ &+ 15(x - x_0)^4 \cdot (y - y_0)^2 \cdot \Phi_{xxxxyy}(x_0, y_0) + \\ &+ 20(x - x_0)^3 \cdot (y - y_0)^3 \cdot \Phi_{xxxxyy}(x_0, y_0) + \\ &+ 15(x - x_0)^2 \cdot (y - y_0)^4 \cdot \Phi_{xxyyyy}(x_0, y_0) + \\ &+ 6(x - x_0) \cdot (y - y_0)^5 \cdot \Phi_{xyyyyy}(x_0, y_0) + \\ &+ (y - y_0)^6 \cdot \Phi_{yyyyyy}(x_0, y_0)] \end{aligned}$$

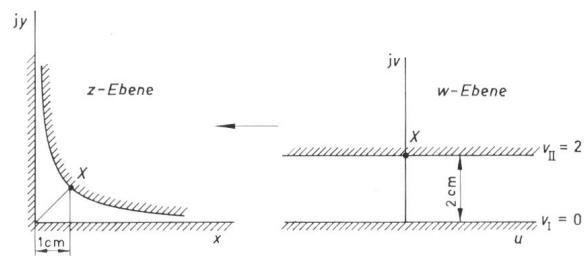


Fig. 13  
Transformation des Homogenfeldes in eine Hyperbolelektrode gegen eine eingezogene Ecke über die Abbildung  $z = \sqrt{w}$

Je nach Wahl des verwendeten Gittersystems werden verschiedene Formeln erhalten. In der Praxis wird zumeist mit dem Viereckgitter gerechnet. Southwell dagegen verwendet fast ausschliesslich das Dreieckgitter, dass in mancher Hinsicht Vorteile bietet. Seltener sind hexagonale Systeme.

### 9.2.1 Viereckformel

Um darzulegen, in welcher Weise mit dem Taylor-Ansatz manipuliert werden kann, soll im folgenden die Viereckformel angesetzt werden, die üblicherweise Glieder bis zur 2ten Ordnung berücksichtigt. Unter Zuhilfenahme von Fig. 14 mit  $a$  als Gitterabstand wird für die Punkte 1...4:

$$\Phi_1 = \Phi_0 + a\Phi_x + 0 + \frac{1}{2}[a^2\Phi_{xx} + 0 + 0]$$

$$\Phi_2 = \Phi_0 + 0 + a\Phi_y + \frac{1}{2}[0 + 0 + a^2\Phi_{yy}]$$

$$\Phi_3 = \Phi_0 - a\Phi_x + 0 + \frac{1}{2}[a^2\Phi_{xx} + 0 + 0]$$

$$\Phi_4 = \Phi_0 + 0 - a\Phi_y + \frac{1}{2}[0 + 0 + a^2\Phi_{yy}]$$

und nach Addition:

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 = 4\Phi_0 + a^2[\underbrace{\Phi_{xx} + \Phi_{yy}}_{= 0}]$$

und damit das zu suchende Potential des Punktes 0 bei vorgegebenen Potentialen 1 mit 4:

$$\Phi_0 = \frac{1}{4} \sum_1^4 \Phi$$

### 9.2.2 Diagonalformel

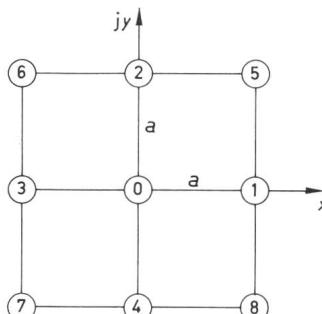
Analog wird für vorgegebene Diagonalknoten 5 mit 8:

$$\Phi_0 = \frac{1}{4} \sum_5^8 \Phi$$

### 9.2.3 Symmetrieformeln

Für eine Symmetrie zu den Punkten 1 – 0 – 3 wird:

$$\Phi_0 = \frac{1}{4}(\Phi_1 + \Phi_3 + 2\Phi_2)$$



und ähnlich für eine Diagonalsymmetrie zu den Punkten 5 – 0 – 7

$$\Phi_0 = \frac{1}{2}(\Phi_1 + \Phi_4)$$

Fig. 14  
Viereckgitter mit Gitterabstand  $a$

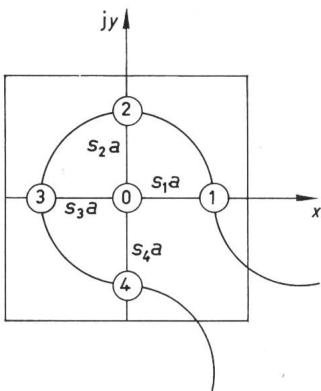


Fig. 15  
Darstellung eines Randgebietes

#### 9.2.4 Randgebieteformel

Für die Erfassung eines Randgebietes nach Fig. 15 kann folgende Formel nützlich sein:

$$\Phi_0 = \frac{1}{s_1 + s_3} \left( \frac{\Phi_1}{s_1} + \frac{\Phi_3}{s_3} \right) + \frac{1}{s_2 + s_4} \left( \frac{\Phi_2}{s_2} + \frac{\Phi_4}{s_4} \right) - \frac{1}{s_1 s_3} + \frac{1}{s_2 s_4}$$

Für  $s_1 = s_2 = s_3 = s_4 = 1$  folgt wiederum die Viereckformel.

#### 9.2.5 Achtpunktfomrel

Für eine Wertekontrolle ist die Achtpunktfomrel besonders geeignet, die noch Glieder einschliesslich der 6ten Ordnung berücksichtigt:

$$\Phi_0 = \frac{1}{5} \sum_1^4 \Phi + \frac{1}{20} \sum_5^8 \Phi$$

#### 9.2.6 Rechengang

Das zu berechnende Feldsystem wird über den ganzen Bereich in Viereckgitter eingeteilt. Danach sind die Randpotentiale mit 100/0 oder 1000/0 oder 10000/0 je nach gewünschter Genauigkeit festzulegen. Die unbekannten Gitterpotentiale müssen zunächst gewählt und dann durch Anwendung der passenden Formeln solange werteverbessert werden, bis die geforderte Genauigkeit erreicht ist. Es ist einleuchtend, dass ein solches Rechenverfahren mit zu wiederholenden gleichen Operationen für eine Digitalauswertung besonders geeignet ist. Dafür passende Rechenschemen müssen fallweise programmiert werden, was im Prinzip aber keine Schwierigkeit bedeutet. Dem Leser wird dazu empfohlen, eine in dieser Zeitschrift veröffentlichte Arbeit von Dommel zu studieren [9].

#### 9.2.7 Beispiel

Ein einfaches Beispiel soll den Rechengang erläutern. Gegeben sei dazu eine Kante gegen eine eingezogene Ecke (Fig. 16). Gesucht seien die unbekannten Potentiale der Punkte  $a, b, c$  und  $d$ .

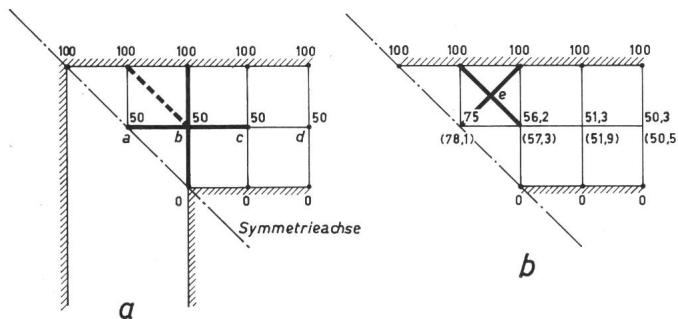


Fig. 16

Nummerische Approximation des Feldbildes einer Kante gegen eine eingezogene Ecke

a 1. Schritt; b 2. Schritt und 3. Schritt mit Klammerwerten  
+ Symmetrieformel    + Viereckformel    X Diagonalformel

#### Lösung:

Aus Gründen der Symmetrie genügt es, den bepunkteten Bereich zu betrachten. Die Potentialbegrenzungen seien 100/0.

1. Schritt: Man wähle  $\Phi_a = 50$   $\Phi_b = 50$   $\Phi_c = 50$   $\Phi_d = 50$

2. Schritt:

Symmetrieformel  $\Phi_a = \frac{1}{2}(100 + 50) = 75$

Viereckformel  $\Phi_b = \frac{1}{4}(50 + 100 + 75 + 0) = 56,2$

$\Phi_c = \frac{1}{4}(50 + 100 + 56,2 + 0) = 51,3$

$\Phi_d = \frac{1}{4}(50 + 100 + 51,3 + 0) = 50,3$

3. Schritt:

Symmetrieformel  $\Phi_a = \frac{1}{2}(100 + 56,2) = 78,1$

Viereckformel  $\Phi_b = \frac{1}{4}(51,3 + 100 + 78,1 + 0) = 57,3$

$\Phi_c = \frac{1}{4}(50,3 + 100 + 57,3 + 0) = 51,9$

$\Phi_d = \frac{1}{4}(50 + 100 + 51,9 + 0) = 50,5$

Die Rechnung ist fortzusetzen, bis die eingegebenen Schritt-potentiale mit den erhaltenen nur noch innerhalb des gewünschten Genauigkeitsbereiches voneinander abweichen. Die Schrittzahl hängt wesentlich von dem Konvergenzverhalten der gewählten Formeln ab. Im vorliegenden Beispiel konnte für den Punkt  $a$  bereits nach 3 Schritten ein Potential von 78,1 erreicht werden, das von dem mit der Rechenmaschine erzielten Wert (79,8) um rund 2 % abweicht. Eine Kontrolle mit der Achtpunktfomrel nach dem 3. Schritt ergibt für:

$$\Phi_e = \frac{1}{5}(50,5 + 100 + 57,3 + 0) + \frac{1}{20}(100 + 100 + 0 + 0) = 51,56$$

Für eine weitere Gitterunterteilung folgt nach der Diagonalfomrel für:

$$\Phi_e = (100 + 100 + 78,1 + 57,3) = 83,8$$

Nach genügender Unterteilung können die Potentiallinien und hieraus die orthogonalen Feldlinien gezeichnet werden, deren Dichte ein Mass für die auftretende Feldstärke ist. Natürlich kann die Feldstärke auch aus der Differenz der Potentiallinien unmittelbar bestimmt werden.

#### 9.2.8 Dreidimensionale Felder

Der beschriebene Rechengang ist auch für dreidimensionale Felder anwendbar, besonders für eine in der Hochspannungstechnik häufig vorkommende Rotationssymmetrie. Bezuglich der dazu notwendigen Formeln sei auf das einschlägige Schrifttum verwiesen.

#### 9.2.9 Ergänzende Erläuterungen

Ein Auflösen der Laplaceschen Potentialgleichung mit numerischer Approximation bedarf noch einiger ergänzender Bemerkungen und zwar vor allem hinsichtlich des Gitterabstandes und dann in Bezug auf die Verwendbarkeit des Matrizenkalküls und anderer geeigneter Rechenverfahren.

##### 9.2.9.1 Gitterabstand

Bei Anwendung der angegebenen Gitterformeln auf konkrete Feldsysteme sollte stets bedacht werden, dass die jeweils erhaltenen Potentiale in entscheidendem Masse von der Grösse des der Rechnung zugrunde gelegten Gitters abhängig sind. Ganz allgemein gilt die Regel, dass ein umso genaueres Ergebnis erwartet werden darf, je feinmaschiger das Gitter des zu untersuchenden Feldsystems gewählt wird. Erhöhte Feinmaschigkeit bedeutet aber mehr Gitterpunkte und damit einen vermehrten Rechenaufwand, dessen Notwendigkeit von vorneherein nur schwer abschätzbar ist. Auch gibt es keinen An-

halbspunkt dafür, welcher Mindestgitterabstand für eine bestimmte vorgegebene Feldkonfiguration erforderlich ist, um die Potentiale mit der gewünschten Genauigkeit zu erhalten.

Aus dieser Schwierigkeit führt ein von L. F. Richardson bereits im Jahre 1908 angegebenes Extrapolationsverfahren, das darin besteht, das Feldsystem zweimal durchzurechnen und zwar einmal für den Gitterabstand  $a$  und dann für den Gitterabstand  $a/2$ . Die auf den Gitterabstand  $a = 0$  extrapolierten exakten Potentiale ergeben sich hiernach aus der Formel [30]:

$$\Phi_{a=0} = \frac{1}{3} \left[ 4\Phi_{a/2} - \Phi_a \right]$$

#### 9.2.9.2 Matrizieller Ansatz

Ein für die digitale Auswertung besonders geeigneter Ansatz ist anschreibbar, wenn die unbekannten Potentiale des zu analysierenden Gittersystems in Matrizenform eingesetzt und nach den Regeln des Matrixkalküls unmittelbar berechnet werden. Unter Verwendung der Viereckformel gilt für jeden der  $n$  unbekannten Gitterpotentiale:

$$-4\Phi_0 + \sum_1^4 \Phi = 0$$

die sich aus der dann folgenden  $n$ -zeiligen Matrix bestimmen lassen. Die Matrix ist, wie jene eines elektrischen Verteilungsnetzes, diagonalsymmetrisch und außerdem sind die Koeffizienten der Diagonale alle gleich (-4). Nachdem jede Zeile höchstens 5 Koeffizienten enthalten kann, ist die Matrix eines Feldsystems mit vielen Gitterpunkten — etwa 100 bis 1000 — in erster Linie mit Nullen besetzt. Es sollte daher möglich sein, die von R. Baumann für die Netzberechnung vorgeschlagene Nullstellenstrategie [31], die im wesentlichen auf eine Nullenkompression hinaus läuft und damit eine bedeutsame Einsparung an erforderlicher Rechenzeit erbringt, mit Vorteil auf die numerische Berechnung elektrischer Felder anzuwenden.

In gleicher Weise kann die Achtpunktfomel in der Form:

$$-20\Phi_0 + 4 \sum_1^4 \Phi + \sum_5^8 \Phi = 0$$

für eine matrizelle Auswertung verwendet werden. Auch die Achtpunktmatrix ist diagonalsymmetrisch und enthält in der Diagonale nur gleiche Koeffizienten (-20).

#### 9.2.9.3 Sonstige Rechenverfahren

Für eine Analyse feinvergitterter Feldsysteme bis zu 10000 Gitterpunkten empfiehlt sich die Verwendung spezieller Rechenverfahren, wie sie in jüngster Zeit als «Blockiteration» gegebenenfalls unter Verwendung Tschebyscheffscher Polynome bekannt geworden sind. Ebenso sind Verfahren der Variationsrechnung mit Erfolg zum Einsatz gekommen. Ergänzendes Schrifttum findet sich in dem kürzlich erschienenen Buch von D. Vitkovitch über Field Analysis [30], in dem auch sonst wertvolle feldtheoretische Informationen zu finden sind.

### 9.3 Separation der Variablen

Für die Berechnung räumlicher Felder kann eine Variablenseparation oftmals zum Erfolg führen. Das Prinzip beruht darauf, die Laplacesche Potentialgleichung mit ihren jeweils vorgegebenen Raumkoordinaten, wie beispielsweise Rechteck-, Zylinder- oder Kugelkoordinaten, in drei voneinander unabhängige Differentialgleichungen aufzuspalten, die jeweils nur

eine der drei variablen Raumkoordinaten enthalten. Um dies zu erreichen, wird das gesuchte Potential als Produkt dreier «monoabhängiger» Funktionen dargestellt. Mathematisch bedeutet dies, eine partielle Differentialgleichung in drei gewöhnliche Differentialgleichungen umzuformen. Bei Rechteckkoordinaten wird dementsprechend:

$$\Phi = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z)$$

Nach Einsetzen dieses Terms in die Laplacesche Gleichung folgt:

$$\frac{1}{X} \cdot \frac{d^2X}{dx^2} + \underbrace{\frac{1}{Y} \cdot \frac{d^2Y}{dy^2}}_{= -\alpha_2} + \underbrace{\frac{1}{Z} \cdot \frac{d^2Z}{dz^2}}_{= -\alpha_3} = 0$$

mit  $\alpha_2$  und  $\alpha_3$  als willkürlich gewählte Separationskonstanten. In separierter Form stellt sich dann die Laplacesche Gleichung wie folgt dar:

$$\begin{aligned} \frac{d^2X}{dx^2} - (\alpha_2 + \alpha_3) X &= 0 \\ \frac{d^2Y}{dy^2} + \alpha_2 Y &= 0 \\ \frac{d^2Z}{dz^2} + \alpha_3 Z &= 0 \end{aligned}$$

mit den bekannten Lösungen für  $\alpha_2 = p^2$  und  $\alpha_3 = \pm q^2$

$$X = A e^{\sqrt{p^2 \pm q^2} x} + B e^{-\sqrt{p^2 \pm q^2} x}$$

$$Y = A \sin py + B \cos py$$

$$Z = A \sin qz + B \cos qz \text{ (oder } Z = A e^{qz} + B e^{-qz} \text{ für } -q^2)$$

Die Integrationskonstanten können aus den Randbedingungen bestimmt werden, so dass die MONO-Funktionen auswertbar sind. Ihr Produkt ergibt das gesuchte Potential  $\Phi$ . Danach ist die Feldstärke aus dem Gradientenansatz bestimmbar.

#### 9.3.1 Koordinaten-Transformation

Nachdem Kanten und Spitzen in der Hochspannungstechnik nicht erwünscht sind, ist das rechtwinklige Koordinatensystem aus verständlichen Gründen für die Berechnung von Hochspannungsfeldern wenig geeignet, wenn nicht sogar unbrauchbar. Bei dieser Situation muss erwartet werden, dass andere Orthogonalsysteme, beispielsweise solche mit krummlinigen Koordinaten für die Hochspannungstechnik wesentlich besser geeignet sind, insbesondere wenn es gelingt, die Krümmung des Koordinatensystems an die Oberflächen der feldbildenden Elektroden anzupassen. In dieser Hinsicht würde es durchaus sinnvoll sein, mit Kugelkoordinaten zu rechnen, wenn es sich um kugelförmige Elektroden handelt — was in einer Reihe von Fällen auch schon gemacht worden ist — oder mit Toroidkoordinaten zu arbeiten, wenn die Elektroden durch toroidale Oberflächen begrenzt werden [13; 26]. Dazu muss für den jeweiligen Fall eine Koordinaten-Transformation durchgeführt werden.

Dankenswerterweise haben sich L. P. Eisenhart und später vor allem Moon/Spencer der grossen Mühe unterzogen, die Eigenschaften verschiedener für die Technik brauchbarer Koordinatensysteme zu analysieren, von denen sich einige auch für die Zwecke der Feldberechnung ausgezeichnet eignen. Eisenhart hat 11 Orthogonalsysteme untersucht, von denen die 7 symmetrischen Systeme hochspannungstechnisch verwendbar sind und zwar:

3 translatorische Systeme

und

4 rotatorische Systeme

Kreiszylinder-Koordinaten  
Ellipsenzylinder-Koordinaten  
Parabelzylinder-Koordinaten

Kugel-Koordinaten  
gestreckte Ellipsoid-Koordinaten  
abgeplattete Ellipsoid-Koordinaten  
Paraboloid-Koordinaten.

*Moon/Spencer* haben insgesamt  $3 \times 21$  Orthogonalsysteme untersucht, die durch Translation oder Rotation ganz bestimmter konformer Abbildungen gewonnen werden konnten.

Davon sind jedoch nur 13 Systeme brauchbar:

11 translatorische Systeme

Cassinische Oval-Koordinaten  
Bizylindrische Koordinaten  
Maxwell-Zylinder Koordinaten  
In tan-Zylinder Koordinaten  
In cosh-Zylinder Koordinaten  
sn-Zylinder Koordinaten  
cn-Zylinder Koordinaten  
Inverse sn-Zylinder Koordinaten  
In sn-Zylinder Koordinaten  
In cn-Zylinder Koordinaten  
Zeta-Koordinaten

2 rotatorische Systeme

Bisphärische Koordinaten  
Toroid-Koordinaten.

Die für die Berechnung solcher Systeme notwendigen Formeln sind in dem hervorragenden Field Theory Handbook von *Moon/Spencer* zusammengestellt [7], so dass für die erwähnten Systeme eine vorherige Transformation erspart werden kann.

### 9.3.2 Rechengang

Für die praktische Anwendung transformierter Koordinatensystems und Entnahme der Lösungen der separierten Differentialgleichung aus dem erwähnten Handbuch.

Festlegung der Randbedingungen und Aufsuchen der Partikularlösung (evtl.-lösungen) für das zu behandelnde Problem.  
Zurücktransformation der Koordinaten — falls erforderlich — und Kontrolle der gefundenen Lösung durch Einsetzen in die Laplacesche Potentialgleichung sowie Überprüfung der Randbedingungen.

### 9.3.3 Beispiel

Gegeben sei ein elliptisches Kabel der Länge  $l$  mit dem Innenbelag I als dem Leiter und dem Aussenbelag II als dem Kabelmantel. Zwischen Leiter und Kabelmantel liege die Spannung  $U$ . Die Isolationsstärke des Kabelquerschnittes sei  $a_x$ . Zu berechnen ist die maximal im Kabel auftretende Feldstärke (Fig. 17).

Lösung:

Für die gewählten ellipsenzylindrischen Koordinaten ergibt sich aus dem Handbuch:

$$\frac{d^2 \Phi}{d\eta^2} = 0 \text{ also } \Phi = A + B\eta$$

Durch Einsetzen der Grenzen wird:

Für  $\eta = \eta_I$  mit  $\Phi = U$ :

$$U = A + B\eta_I$$

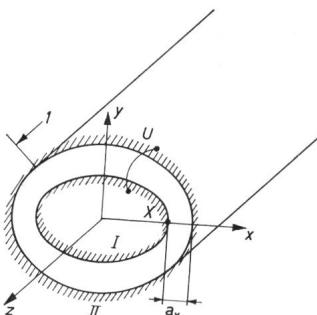


Fig. 17

Zur Berechnung eines Ellipsenkabels  
I Kabellänge; U Angelegte Spannung;  
X Punkt höchster Feldstärke;  
a<sub>x</sub> Isolationsstärke;  
I Leiter; II Kabelmantel

Für  $\eta = \eta_{II}$  mit  $\Phi = 0$ :  $0 = A + B\eta_{II}$

und hieraus:

$$A = -\frac{U}{\eta_I - \eta_{II}} \eta_{II} \quad B = \frac{U}{\eta_I - \eta_{II}}$$

Damit als Partikularlösung:

$$\Phi = \frac{U}{\eta_I - \eta_{II}} (\eta - \eta_{II})$$

Für die Feldstärke wird aus der Gradientenformel des gewählten Koordinatensystems

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \Phi = -\frac{1}{a \sqrt{\cosh^2 \eta - \cos^2 \psi}} a_\eta \frac{d\Phi}{d\eta}$$

mit

$$a = \frac{a_x}{\cosh \eta_{II} - \cosh \eta_I}$$

Für den Punkt X höchster Feldstärke ist  $\psi = 0$  und somit:

$$|\mathbf{E}_{\max}| = \frac{\cosh \eta_{II} - \cosh \eta_I}{(\eta_{II} - \eta_I) \sinh \eta_I} \cdot \frac{U}{a_x}$$

und nach Einfügen der Ellipsengeometrie ( $a$  = halber Brennpunktabstand,  $\alpha_I$  = grosse Halbachse der Ellipse I und  $\alpha_{II}$  = grosse Halbachse der Ellipse II):

$$|\mathbf{E}_{\max}| = \frac{\frac{U}{a}}{\sqrt{\left(\frac{\alpha_I}{a}\right)^2 - 1} \left[ \operatorname{arcosh} \frac{\alpha_{II}}{a} - \operatorname{arcosh} \frac{\alpha_I}{a} \right]}$$

So würde sich für ein 60-kV-Ellipsenkabel mit  $a = 15$  mm,  $\alpha_I = 20$  mm und  $\alpha_{II} = 25$  mm eine maximale Feldstärke von 8,65 kV/mm errechnen lassen.

## 10. Ausblick

Die vorstehenden Ausführungen lassen erkennen, dass die modernen Probleme der Hoch- und Höchstspannungstechnik als Folge des sich steigernden Energiebedarfes mehr und mehr in eine zukünftige Elektrizitätsversorgung hineinwachsen. Sich auf diese Entwicklung rechtzeitig einzurichten, sollte ernstes Anliegen aller Verantwortlichen in Lehre und Forschung sein. Eines der sich stellenden Probleme ist die Beherrschung des elektrischen Höchstspannungsfeldes mit seinen Erscheinungsformen in der 1000/1500 kV Spannungsebene, für dessen wissenschaftliche Durchdringung ein weitgespanntes Forschungsprogramm erforderlich ist, mit dem heute begonnen werden sollte, damit morgen technisch einsetzbare Lösungen zur Verfügung stehen. Nur so wird es möglich sein, auch in ferner Zukunft mehr elektrische Energie für den Fortschritt bereitzustellen.

## Literatur

- [1] M. Bacherach: Abriss der Geschichte der Potentialtheorie. Göttingen 1883.
- [2] F. Ollendorf: Potentialfelder der Elektrotechnik. Springer Berlin 1932.
- [3] E. Durand: Electrostatique et Magnétostatique. Masson Paris 1953.
- [4] G. Allen: Relaxation Methods. McGraw-Hill New York 1954.
- [5] G. Wendt: Statische Felder und stationäre Ströme, in: Handbuch der Physik. Herausgegeben von S. Flügge, Bd. XVI: Elektrische Felder und Wellen. Springer Berlin 1958.
- [6] W. von Koppenfels und F. Stallmann: Praxis der konformen Abbildung. Springer Berlin 1959.

- [7] P. Moon and D. E. Spencer: Field Theory Handbook. Springer Berlin 1961.
- [8] P. Moon and D. E. Spencer: Field Theory for Engineers. Van Nostrand Princeton N. J. 1961.
- [9] H. Dommel: Programmierung elektrotechnischer Probleme beim Einsatz von Digitalrechnern. Bull. SEV 54(1963)25, S. 1065...1076.
- [10] Federal Power Commission: National Power Survey. US Government Printing Office Washington 1964.
- [11] H. Böcker: Die Drehstromübertragung mit sehr hohen Spannungen und das 750-kV-Netz. VDE-Fachberichte 23(1964)–, S. 114...124.
- [12] H. Engelhardt: Planungsfragen in Drehstrom-Höchstspannungsnetzen. VDE-Fachberichte 23(1964)–, S. 130...138.
- [13a] H. Wolf: Die Anfangsspannung von Ringfunkentstrecken in Luft von Atmosphärendruck. Dissertation der Technischen Hochschule Dresden 1964.
- [13b] H. Wolf: Die Berechnung der Anfangsspannung von Ringfunkentstrecken in Luft. Elektric 19(1965)11, S. 441...445 und Nr. 12, S. 487...491.
- [14] H. Schulze: Aufgaben und technische Probleme der Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung in Gegenwart und Zukunft. Energietechnik 15(1965)6, S. 256...261.
- [15] D. Kind: Wirtschaftliche und technische Fragen der Höchstspannungs-Energieübertragung. Elektro-Anzeiger –(1965)–, S. 35...38.
- [16] H. Prinz: Feuer, Blitz und Funke. Bruckmann München 1965
- [17] J. L. Dineley and C. F. Fletcher: HVDC Transmission in Parallel with AC. Electr. Rev. 178(1966)3, S. 88...91.
- [18] P. Ailleret: Energieübertragung mit Höchstspannungen. E. u. M. 83(1966)4, S. 228...229.
- [19] E. M. Hunter and W. E. Matson: Layout Arrangements for EHV-DC Transmission Terminals. Conference-Paper of the 28th Meeting American Power Conference, Chicago, April 1966.
- [20] F. D. Kaiser: Solid State High Voltage DC Transmission Technology. Conference-Paper of the 28th Meeting American Power Conference, Chicago, April 1966.
- [21] P. Sporn: Research in Electric Power. Pergamon Press London 1966.
- [22] P. Sporn: Eröffnungsansprache im Komitee 42 der CIGRE-Tagung 1966.
- [23] M. Magnien, J. Cladé et C. Gary: La station expérimentale de l'Electricité de France pour l'étude de l'effet de couronne sur les futures lignes à très haute tension. CIGRE-Rapport No. 427, 1966.
- [24] R. Bartenstein, F. Hirsch et E. Schäfer: Mesures effectuées en vue de l'effet de couronne sur un faisceau de quatre conducteurs pour lignes triphasées à 700 kV. CIGRE-Rapport No 426, 1966.
- [25] W. Frey: Probleme der 750-kV-Drehstromübertragung. Elektr.-Wirtsch. 65(1966)10, S. 337...339.
- [26] P. Jacottet: Das elektrische Feld der Ringelektrode. ETZ-A 87(1966)9, S. 306...310.
- [27] T. Kuegler: Mikrowellen zur Energieübertragung. E. u. M. 83(1966)7, S. 405...410.
- [28] H. Prinz und W. Gehring: Kanadareise deutscher Hochspannungsexperten. ETZ-B 18(1966)15, S. 577...584.
- [29] R. Kahnt: Technische und wirtschaftliche Gesichtspunkte für die Energieübertragung mit Höchstspannungen. Siemens Z. 40(1966)–, S. 651...659.
- [30] P. J. Lawrenson: Numerical Methods. In: D. Vitkovitch: Field Analysis. Experimental and Computational Methods. Van Nostrand London 1966.
- [31] R. Baumann: Mathematische Behandlung von Aufgaben der Netzplanung und des Netzbetriebes. ETZ-A 87(1966)11, S. 351...357.

#### Adresse des Autors:

Dr. Hans Prinz, o. Professor, Direktor des Institutes für Hochspannungs- und Anlagentechnik, Technische Hochschule München, Arcisstrasse 21, D - 8 München 2.

## Überspannungsableiter und Funkenstrecke als Schutz von Transformatoren mit direkt eingeführtem Kabel

Von U. Burger, Zürich

621.316.933:621.314.21

Transformatoren mit direkt eingeführtem Kabel erlauben einerseits eine raumsparende Anordnung, erschweren aber andererseits den Überspannungsschutz. Erst an der dem Kabel vorgelegerten Freileitung kann eine Schutzeinrichtung, sei es nun Überspannungsableiter oder Funkenstrecke, angeordnet werden. Welches ist nun ihre wirksamste Aufstellung und wie gross ist die Überspannung am Transformator bei atmosphärischen Entladungen? Mit Hilfe einer Modellnachbildung einer 220-kV-Anlage werden diese Fragen unter Berücksichtigung möglichst aller wesentlichen Parameter beantwortet. Dabei erweist es sich als zweckmässig, zwei Grenzfälle der atmosphärischen Einwirkungen zu betrachten, nämlich den sehr weit entfernten und den sehr nahen Blitzeinschlag in die Leitung. Jener wirkt als einlaufende Spannungswelle, dieser als aufgedrückter Blitzstrom.

Les transformateurs avec entrée directe du câble permettent d'une part une disposition peu encombrante, mais rendent par contre la protection contre les surtensions plus difficile. Un dispositif de protection, que ce soit un parafoudre ou un éclateur à étincelles, ne peut être fixé qu'à la ligne aérienne précédant le câble. Quelle est maintenant la disposition la plus efficace de cette protection et quelle est l'ampleur des surtensions au transformateur lors des décharges atmosphériques? A l'aide d'un modèle d'une installation de 220-kV ces questions sont élucidées en considérant autant que possible tous les paramètres essentiels. A cette occasion il est indiqué de considérer deux cas-limites des influences atmosphériques, c'est-à-dire les coups-de-foudre très éloignés et très rapprochés, frappant la conduite. Le premier détermine une onde de tension montante, le second l'application d'un courant de foudre.

### 1. Einleitung

In den letzten Jahren sind vielerorts Kavernenkraftwerke entstanden, bei denen ausser den Generatoren oft auch die Transformatoren im Berginnern stehen. Das direkt in den Transformatorenkessel eingeführte Hochspannungskabel erlaubt eine gedrängte Anordnung und damit ein kleineres Bauvolumen. Ferner kann damit auch eine Durchführung eingespart werden. Diesen Vorteilen steht als Nachteil das Problem des Überspannungsschutzes gegenüber. Die gewohnte Aufstellung des Überspannungsableiters (im folgenden Ableiter genannt) direkt beim Transformator bietet ein Höchstmass an Schutz, ist aber hier nicht möglich. Für das Anbringen einer Schutzapparatur, sei es nun Ableiter oder Funkenstrecke, erweist sich als nahester Punkt vom Transformator aus der leitungsseitige Kabelendverschluss. Wie weit vermag nun diese Massnahme den Transformator zu schützen? Gibt es

einen noch besseren, wirksameren Aufstellort? In vielen Aufsätzen wurde bereits versucht, auf diese Fragen Antwort zu finden. Eine Zusammenfassung aller Veröffentlichungen bis 1958 über dieses Thema ist in [1]<sup>1)</sup> gegeben. Als ergänzende Arbeiten sind [2] und [3] zu erwähnen, wobei die zweite neben der Rechnung eine einfache Modellmessung enthält.

Beim Überblicken der bereits vorliegenden Arbeiten drängt sich die Unterscheidung zwischen dem sehr weit entfernten und dem sehr nahen Blitzeinschlag auf. Im ersten Fall wird nur eine ankommende Spannungswelle betrachtet, ohne Reflexionen an der Einschlagstelle zu berücksichtigen. Im 2. Fall wird das ganze Wellenspiel zwischen Einschlagstelle, Kabelendverschluss und Transformator behandelt. Ein Netzmodell, das für hochfrequente Vorgänge im Hochspannungslaboratorium der ETH gebaut wurde und in [4; 5] beschrieben ist, erlaubt eine gründliche Untersuchung der gestellten Aufgabe.

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.