

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 57 (1966)

**Heft:** 16

**Artikel:** Einfluss des Niederspannungsteiles auf das Übertragungsverhalten von Stoßspannungsteilern

**Autor:** Feser, K.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-916622>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)  
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

## Einfluss des Niederspannungsteiles auf das Übertragungsverhalten von Stoßspannungsteilern

Von K. Feser, München

621.316.722.4

Ausgehend von dem bekannten Teilerersatzschaltbild wird ein Verfahren abgeleitet, das eine rechnerische Beurteilung der Niederspannungselemente gestattet. Dabei wurde das allgemeine Ersatzschaltbild zu Grunde gelegt, so dass aus dieser Gleichung sowohl der kapazitive Teiler, als auch der Ohmsche Teiler ableitbar sind. Der Einfluss der Niederspannungselemente wird näher untersucht. Vor allem wird auf die Bedeutung der Induktivität  $L_0$  hingewiesen. Als Zwischenlösung ergibt sich der Stromverlauf durch einen Teiler.

Die Berechnung der Responsezeit des Hochspannungsteiles gestattet eine einfache Beurteilung der Eigenschaften des Niederspannungsteiles. Die Responsezeit ist aus den Teilerdaten sehr leicht bestimmbar. Zum Schluss wird die notwendige Steilheit eines Rechteckstosses näher untersucht. Um eine ausreichende Genauigkeit zu erhalten, muss dieser etwa 5mal steiler sein als der gemessene Anstieg.

Partant du schéma équivalent connu du deviseur de tension, l'auteur décrit un procédé, permettant une évaluation numérique des éléments de basse tension. Ce calcul se base sur le schéma équivalent général, de sorte que cette équation permet de déduire aussi bien le diviseur de tension capacitif, que le diviseur de tension ohmique. L'influence exercée par les éléments à basse tension est analysée en détail, en précisant plus particulièrement l'importance de l'inductance  $L_0$ . Le trajet du courant apparaît par la solution intermédiaire.

Le calcul du temps de réaction du diviseur à haute tension fournit un critère simple des propriétés de la partie basse tension. Ce temps se détermine très facilement sur la base des caractéristiques du diviseur de tension. L'étude se termine par une analyse de la déclivité nécessaire de l'impulsion rectangulaire. Afin d'obtenir une précision suffisante, cette impulsion doit être environ cinq fois plus raide que la pente mesurée.

### 1. Einleitung

Beaufschlagt man einen Prüfling mit einer rasch veränderlichen Spannung, so treten während der Spannungsänderung erhebliche Frequenzen auf [1]<sup>1)</sup>. Diese Spannungen werden richtig gemessen, falls die Messeinrichtung eine grössere Bandbreite besitzt, als der zu messende Vorgang.

Die heute gebräuchlichen Oszillosraphen und Messgeräte haben eine Eingangsspannung von einigen Hundert Volt. Eine Spannung von einigen Millionen Volt, wie sie z. B. bei der Prüfung von 735-kV-Material benötigt wird, wird über einen Spannungsteiler gemessen, der vor das Messgerät geschaltet wird und die hohe Prüfspannung auf einen für das Messgerät brauchbaren Wert teilt. Fig. 1 zeigt die Messanordnung. Damit das Messgerät, z. B. ein Oszillosgraph, den Spannungsverlauf am Prüfling wiedergibt, muss der Teiler den Eingangsimpuls unverzerrt auf die Niederspannungsseite übertragen.

Bei raschen Spannungsänderungen fliesst ein Teil des Stromes, der in den Hochspannungsteil eindringt, über die Luftkapazitäten nach Erde ab, ohne im Niederspannungsteil des

Teilers einen Spannungsabfall verursacht zu haben. Damit ergibt sich ein gewisser Fehler des Teilers, der umso grösser wird, je höhere Frequenzen übertragen werden.

Der Fehler der Messanordnung setzt sich zusammen aus den Fehlern des Oszillosraphen und des Kabels, die sich bestimmen und damit berücksichtigen lassen, und dem Fehler des Teilers.

Für den zu messenden Vorgang bestimmt dadurch das Übertragungsverhalten des Spannungsteilers im wesentlichen die Genauigkeit der Messung [1].

Bisher wurden Berechnungsmethoden angegeben, die die Ermittlung des Übertragungsverhaltens eines Spannungsteilers unter der Annahme einer homogenen Verteilung von Hoch- und Niederspannungsteil gestatten [1; 2; 6]. Der Niederspannungsteil ist ein Element des Hochspannungsteiles, der als homogene Leitung betrachtet wird. Eine weitere vielfach angegebene Berechnungsart geht von einem Ersatzschaltbild mit konzentrierten Schaltelementen aus [1]. Dieses einfache Ersatzschaltbild ist aber bei höheren Frequenzen, wie sie bei steilen Stoßspannungen auftreten, nicht mehr anwendbar. In der Praxis wird der Niederspannungsteil stets anders ausgeführt als der Hochspannungsteil. Es sind elektrische Gesichtspunkte die einmal durch das variable Übersetzungsverhältnis und zum anderen durch den Messkabelanschluss bedingt werden, die zu einem konstruktiv anders aufgebauten Niederspannungsteil führen. Im allgemeinen Ersatzschaltbild für alle Teilerarten lassen sich diese Verhältnisse rechnerisch durch einen getrennt betrachteten Niederspannungsteil berücksichtigen.

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

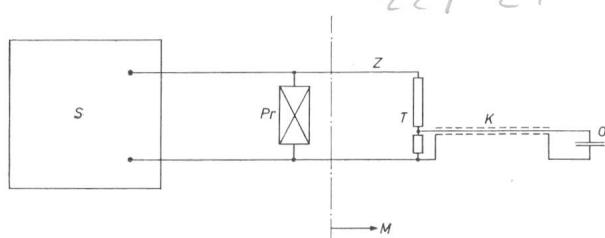


Fig. 1  
Aufbau einer Meßschaltung

S Spannungsgeber; Pr Prüfling; Z Zuleitung; T Teiler; K Messkabel; O Oszillosgraph; M Messeinrichtung

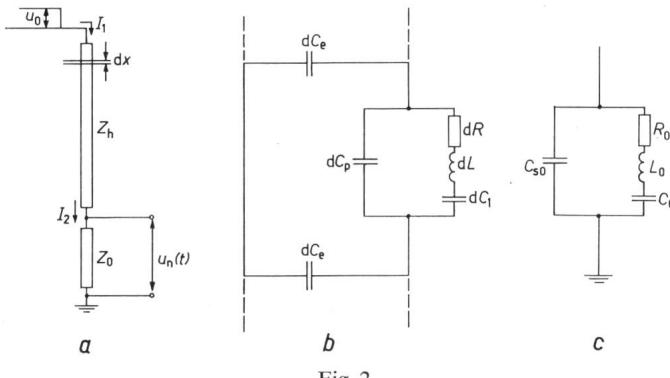


Fig. 2  
Ersatzschaltbild der Teiler

a allgemeines Ersatzschaltbild

b ein Element  $dx$  des Hochspannungsteiles

$$\gamma l = \sqrt{\frac{(R + sL + 1/sC_1)sC_e}{1 + (R + sL + 1/sC_1)sC_p}};$$

$$Z = \sqrt{\frac{(R + sL + 1/sC_1)sC_e}{1 + (R + sL + 1/sC_1)sC_p}}$$

c Niederspannungsteil

$$Z_0(s) = \frac{R_0 + sL_0 + 1/sC_0}{1 + sC_{s0}(R_0 + sL_0 + 1/sC_0)}$$

Bezeichnungen siehe im Text

## 2. Allgemeines Ersatzschaltbild der Spannungsteiler

Fig. 2 zeigt das allgemeine Ersatzschaltbild. Für den Ohmschen Teiler werden die Längskapazitäten  $C_1$  und  $C_0$  unendlich. Der kapazitive Teiler wird durch dieses Ersatzschaltbild dargestellt. Für den rein kapazitiven Teiler nimmt der Widerstand  $R$  sehr kleine Werte an. Ein endlicher Ohmischer Widerstand ( $R \approx 20 \Omega$ ) ist auf Grund der Leitungsverbindungen, des Skineffektes und der Verluste in den Kondensatoren wirksam. Der gedämpfte kapazitive Teiler wird durch die Serienschaltung von Widerständen ( $R \approx 500 \dots 1000 \Omega$ ) gedämpft [3]. Die Erdkapazität  $C_e$ , die Parallelkapazität  $C_p$  und die Induktivität  $L$  sind immer vorhanden. Die Größenverhältnisse dieser Elemente wurden in [1] genauer untersucht.

Die Niederspannungsimpedanz  $Z_0$  (Fig. 2c) ist aus den gleichen Elementen aufgebaut wie ein Element des Hochspannungsteiles. Die Erdkapazität  $C_{e0}$  und die Parallelkapazität  $C_{p0}$  wurden zu einer Streukapazität  $C_{s0}$  zusammengefasst. Während die Kapazität  $C_0$  und der Widerstand  $R_0$  aus festen Bauteilen durch das Übersetzungsverhältnis vorgegeben sind, können die Streukapazität  $C_{s0}$  und die Induktivität  $L_0$  vom Übersetzungsverhältnis abweichen. Beide Streugrößen werden durch die konstruktive Ausbildung des Niederspannungsteiles in ihrer Grösse festgelegt. Die induktive Zeitkonstante von etwa 2...10 ns im Hochspannungsteil wird im Niederspannungsteil zwischen 1 ns und 15...20 ns betragen. Die Kapazität  $C_{s0}$  wird im Niederspannungsteil meist eine Zehnerpotenz kleiner sein, als auf Grund des Übersetzungsverhältnisses erwartet werden könnte.

## 3. Berechnung der Ströme

Da die hochspannungsseitige Impedanz  $Z_h$  wesentlich grösser ist als die Niederspannungsimpedanz  $Z_0$ , wird der Teiler-Strom durch den Sekundärteil praktisch nicht beeinflusst. Aus der Leitungsgleichung:

$$U_1 = U_2 \cosh(\gamma l) + I_2 Z \cdot \sinh(\gamma l) \quad (1)$$

errechnet sich der Strom  $I_2$  für die kurzgeschlossene Leitung ( $U_2 = 0$ ), zu:

$$I_2 = \frac{U_1}{Z \cdot \sinh(\gamma l)} = \frac{U_1}{p(s)} \quad (2)$$

An den Eingang des Teilers werde zur Zeit  $t = 0$  eine konstante Spannung  $U_0$  gelegt (Fig. 2a).

Für die Berechnung von  $I_2$  verwendet man den Heavisideschen Entwicklungssatz [7]:

$$I_2(t) = U_0 \left( \frac{1}{p(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{a_k t}}{a_k \cdot p'(a_k)} \right) \quad (3)$$

$a_k$  sind die Eigenfrequenzen des Systems, die aus der Bedingung  $p(s) = Z \cdot \sinh(\gamma l) = 0$  folgen. Der Entwicklungssatz gilt in dieser Form nur, falls die Eigenfrequenzen alle von Null verschieden sind und keine Eigenfrequenz zweifach vorkommt.

Zu beachten ist ferner, dass:

$$\frac{1}{p(s)} \leq M$$

( $M$  endliche Zahl) ist.

Ist dies nicht erfüllt, gilt die Heaviside-Entwicklung nicht. Man umgeht dieses, indem man den Ausdruck, für den  $1/p(s)$  gegen unendlich strebt, abspaltet.

$$\frac{1}{p(s)} = \frac{1}{p_1(s)} + p A$$

Der Operator  $1/p_1(s)$  erfüllt die Heaviside-Entwicklung, während der abgespaltete Operator im Oberbereich einen unendlich kurzen Impuls (Dirac-Impuls) von einem bestimmten Zeitintegral ergibt. Physikalisch ist dieser Impuls als Stromstoss zu deuten, den die Kondensatoren aufnehmen. In diesem Fall wird  $1/p(s)$  für  $s \rightarrow \infty$  unendlich gross. Damit wird

$$A = \frac{\sqrt{C_e \cdot C_p}}{\sinh \sqrt{C_e/C_p}}$$

Für die weitere Berechnung wird diese Aufladung der Kondensatoren durch den Rechteckstoss vernachlässigt. Dadurch erhält man Ergebnisse, die mit der Wirklichkeit noch besser übereinstimmen, weil die für die Berechnung induktionslos angenommene Parallelkapazität  $C_p$  in Wirklichkeit eine induktive Komponente enthält. Diese verhindert eine momentane Aufladung.

Die Eigenfrequenzen ergeben sich aus:

$$p_1(s) = Z \cdot \sinh(\gamma l) = 0$$

Damit erhält man bei  $Z = 0$ :

$$s = a_1 = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC_1}} \quad (4a)$$

und bei  $\sinh(\gamma l) = 0$ :

$$s = a_k = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{k^2 \pi^2 + \frac{C_e}{C_1} + \frac{C_p k^2 \pi^2}{C_1}}{L(C_e + C_p k^2 \pi^2)}} \quad (4b)$$

$$\text{für } k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4b)$$

Der Residuensatz hat für Zeiten  $t > 0$  die Lösungen der Eigenfrequenzen auf der positiven Halbebene [8]. Damit sind nur Werte  $k \geq 0$  möglich.

In diesem Fall ist:

$$a_1 = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC_1}}$$

eine doppelte Nullstelle ( $Z = 0$ ,  $\sinh(\gamma l) = 0$  für  $k = 0$ ). Doppelte Nullstellen berücksichtigt man, indem man um diesen Pol in eine Taylor-Reihe entwickelt [5].

Als Ergebnis für den Strom im Oberbereich ergibt sich damit für den kapazitiven Teiler:

$$I_2(t) = \frac{U_0 \cdot e^{-at}}{L} \left[ \frac{1}{b_0} \sinh(b_0 t) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\sinh(bt)}{b \left(1 + \frac{C_p}{C_e} k^2 \pi^2\right)^2} \right] \quad (5)$$

mit  $a = R/2L$

$$b = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{k^2 \pi^2 + C_e/C_1 + C_p k^2 \pi^2/C_1}{L(C_e + C_p k^2 \pi^2)}}$$

und

$$b_0 = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC_1}}$$

Für den Ohmschen Teiler wird mit  $C_1 = \infty$  der Sekundärstrom:

$$I_2(t) = \frac{U_0}{R} \left[ 1 - e^{-2a \cdot t} + 4a \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot e^{-at} \frac{\sinh(bt)}{b \left(1 + \frac{C_p}{C_e} k^2 \pi^2\right)^2} \right] \quad (6)$$

mit  $a = R/2L$  und

$$b = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{k^2 \pi^2}{L(C_e + C_p k^2 \pi^2)}}$$

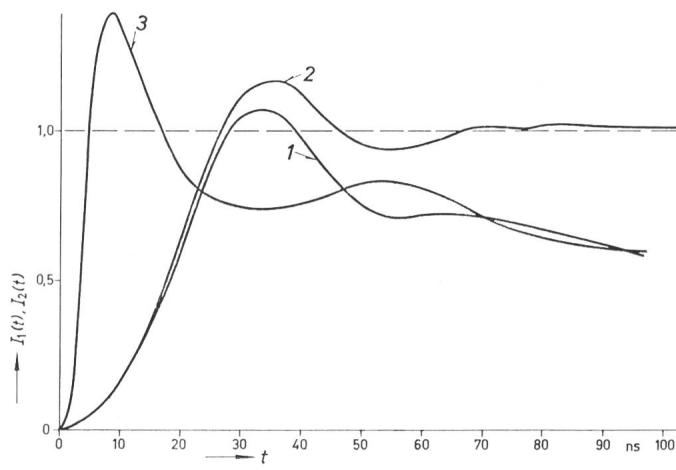
Für  $b = jb$  wird  $\sinh(jbt) = j \sin(bt)$ .

Das Kriterium für den aperiodischen Grenzfall ist gegeben durch [1; 3]:

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{k^2 \pi^2}{L(C_e + C_p k^2 \pi^2)}$$

oder für die Grundschwingung:

$$R = 2 \sqrt{\frac{L}{C_e/\pi^2 + C_p}}$$



Ströme eines Spannungsteilers

$C_e = 40 \text{ pF}$ ,  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 10 \mu\text{H}$

1 Sekundärstrom eines gedämpften kapazitiven Teilers,  $C_1 = 150 \text{ pF}$ ; 2 Sekundärstrom eines Ohmschen Teilers,  $C_1 = \infty$ ; 3 Primärstrom eines gedämpften kapazitiven Teilers,  $C_1 = 150 \text{ pF}$

Fig. 3a zeigt die Sekundärströme  $I_2$  eines Ohmschen Teilers und eines gedämpften, kapazitiven Teilers. Bei gleichen Teilerdaten erkennt man den Vorteil des gedämpften kapazitiven Teilers. Der anfangs gleiche Strom wird durch die Längskapazität  $C_1$  sehr bald begrenzt. Im stationären Fall fliesst kein Strom.

Zum Vergleich wurde auch der Primärstrom  $I_1$  für den gedämpften kapazitiven Teiler berechnet. Die Differenz  $I_1 - I_2$

fliesst über die Erdkapazitäten ab. Vernachlässigt wurde bei dieser Berechnung, wie schon erwähnt, die momentane Aufladung der Streukapazitäten.

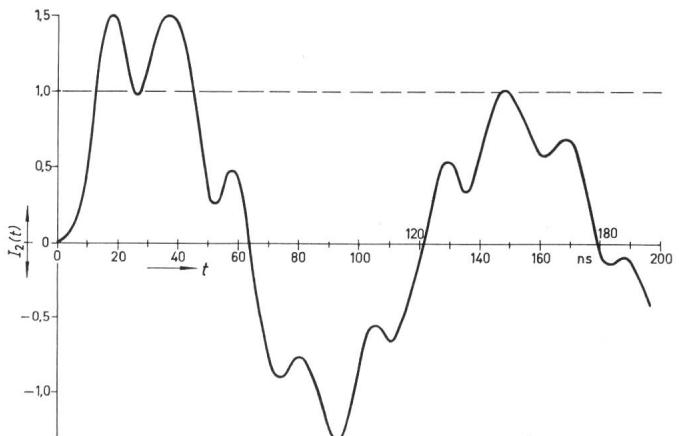


Fig. 4  
Sekundärstrom eines kapazitiven Teilers  
 $C_e = 40 \text{ pF}$ ,  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,  $C_1 = 150 \text{ pF}$ ,  $R = 20 \Omega$ ,  $L = 2.5 \mu\text{H}$

In Fig. 4 wurde der Strom eines rein kapazitiven Teilers aufgezeichnet. Die starken Schwingungen machen diesen für Steilstoßmessungen ungeeignet.

#### 4. Berechnung der Spannung am Niederspannungsabgriff

Der Strom  $I_2$  bedeutet für den Niederspannungsteil einen eingeprägten Strom (Fig. 2). Der durch diesen Strom hervorgerufene Spannungsabfall am Niederspannungsteil [4] ermittelt sich mit Hilfe der Laplace-Transformation im Unterbereich aus:

$$U_2(s) = I_2(s) \cdot Z_0(s)$$

Nach einer Partialbruchzerlegung und der Rückführung in den Originalbereich ergibt sich für die Übergangsfunktion  $G(t)$  des allgemeinen Teilers:

$$G(t) = \frac{U_2(t) \cdot L}{U_0 \cdot L_0} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{L_0 C_{s0}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{C_0}{C_{s0}}} \left( \frac{1}{a^2 - b_0^2} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\left(1 + \frac{C_p}{C_e} k^2 \pi^2\right)^2 (a^2 - b_0^2)} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{e^{-at}}{\left(\frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} - 2a_0 a + a^2 + b_0^2\right)^2 - 4 b_0^2 (a_0 - a)^2} \cdot \right. \\
&\quad \cdot \left[ \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} + 4 a a_0 - a^2 + b_0^2 - 4 a_0^2 + \frac{4 a a_0 - \frac{1}{C_0 L_0} - \frac{1}{C_{s0} L_0} - 3 a^2 - b_0^2}{C_0 L_0 (a^2 - b_0^2)} \right) \cosh(b_0 t) + \right. \\
&\quad + \left. \left( (2 a_0 - a) \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} - 2 a a_0 + a^2 \right) + a b_0^2 - \frac{a \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} - 2 a a_0 + a^2 \right) - b_0^2 (3 a + 2 a_0)}{C_0 L_0 (a^2 - b_0^2)} \right) \frac{\sinh(b_0 t)}{b_0} \right] + \\
&\quad + \frac{\left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{C_0}{C_{s0}}} \right) e^{-a_0 t}}{\left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} - 2 a a_0 + a^2 + b_0^2 \right)^2 - 4 b_0^2 (a_0 - a)^2} \cdot \left\{ - \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} + 4 a a_0 - a^2 - 4 a_0^2 + b_0^2 \right) \cosh(\beta t) + \right. \\
&\quad + \left[ \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} \right) (2 a - 3 a_0) - 4 a a_0^2 + 4 a_0^3 + a_0 a^2 - a_0 b_0^2 \right] \frac{\sinh(\beta t)}{\beta} \} + \\
&\quad + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k 2 \cdot e^{-at}}{\left(1 + \frac{C_p}{C_e} k^2 \pi^2\right)^2 \left[ \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} - 2 a a_0 + a^2 + b^2 \right)^2 - 4 b^2 (a_0 - a)^2 \right]} \cdot \\
&\quad \cdot \left\{ \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} + 4 a_0 a - a^2 + b^2 - 4 a_0^2 + \frac{4 a a_0 - \frac{1}{C_0 L_0} - \frac{1}{C_{s0} L_0} - 3 a^2 - b^2}{C_0 L_0 (a^2 - b^2)} \right) \cosh(b t) + \right. \\
&\quad + \left[ \left( (2 a_0 - a) \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} - 2 a a_0 + a^2 \right) + a b^2 - \frac{a \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} + a^2 - 2 a_0 a \right) - b^2 (3 a + 2 a_0)}{C_0 L_0 (a^2 - b^2)} \right) \frac{\sinh(b t)}{b} \right] + \\
&\quad + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \left( 1 - \frac{1}{1 + C_0/C_{s0}} \right) 2 \cdot e^{-a_0 t}}{\left(1 + \frac{C_p}{C_e} k^2 \pi^2\right)^2 \left[ \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} - 2 a a_0 + a^2 + b^2 \right)^2 - 4 b^2 (a_0 - a)^2 \right]} \cdot \\
&\quad \cdot \left\{ - \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} + 4 a a_0 - a^2 - 4 a_0^2 + b^2 \right) \cosh(\beta t) + \right. \\
&\quad \left. + \left[ \left( \frac{1}{C_0 L_0} + \frac{1}{C_{s0} L_0} \right) (2 a - 3 a_0) - 4 a_0^2 a - a_0 b^2 + 4 a_0^3 + a_0 a^2 \right] \frac{\sinh(\beta t)}{\beta} \right\} \right]
\end{aligned}$$

mit

$$a = \frac{R}{2L}, \quad a_0 = \frac{R_0}{2L_0}$$

$$b = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{k^2 \pi^2 + \frac{C_e}{C_1} + \frac{C_p k^2 \pi^2}{C_1}}{L(C_e + C_p k^2 \pi^2)}}$$

$$b_0 = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC_1}}$$

und

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{R_0}{2L_0}\right)^2 - \frac{1}{L_0 C_0} - \frac{1}{L_0 C_{s0}}}$$

Für  $C_1 = \infty$  und  $C_0 = \infty$  ergibt sich die Lösung des Ohmschen Teilers. Für schwingungsfreie Teiler muss der Oberspannungsteil der Gleichung:

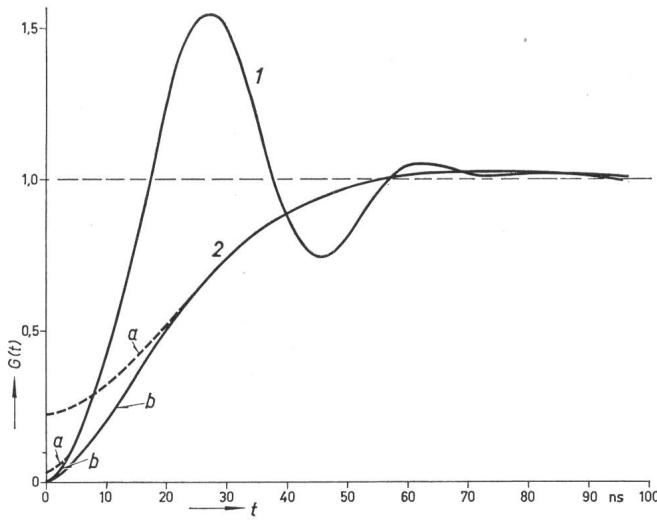


Fig. 5  
Rechteckstossantworten des Ohmschen Teilers  
Vergleich der Ergebnisse

a homogene Betrachtung des Teilers; b getrennt betrachteter Niederspannungsteil

Beispiel 1:  $C_e = 40 \text{ pF}$ ,  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 10 \mu\text{H}$ ,  $C_{s0} = 1 \text{ nF}$ ,  
 $R_0 = 1 \Omega$ ,  $L_0 = 10 \text{ nH}$

Beispiel 2:  $C_e = 12 \text{ pF}$ ,  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 100 \mu\text{H}$ ,  
 $C_{s0} = 1 \text{nF}$ ,  $R_0 = 10 \Omega$ ,  $L_0 = 100 \text{ nH}$

$$R \geq 2 \sqrt{\frac{L}{\frac{C_e}{k^2 \pi^2} + C_p}}$$

genügen, und zugleich für den Niederspannungsteil die Bedingung:

$$R_0 \geq 2 \sqrt{\frac{L_0}{C_{s0}}}$$

erfüllt sein.

Zur Kontrolle der angegebenen Formeln wurde bei denselben Teilerdaten ein Vergleich der vorliegenden Berechnung mit früheren Untersuchungen durchgeführt [1] (Fig. 5).

Der unterschiedliche Beginn erklärt sich durch die Aufladung der Kapazitäten, die bei der Berechnung mit Hilfe eines eingeprägten Stromes nicht berücksichtigt wurden. Der Einfluss der Parallelkapazität im Niederspannungsteil ( $C_{s0}$ ) auf den Verlauf der Spannung ist sehr gering (Fig. 6). Der Zweig

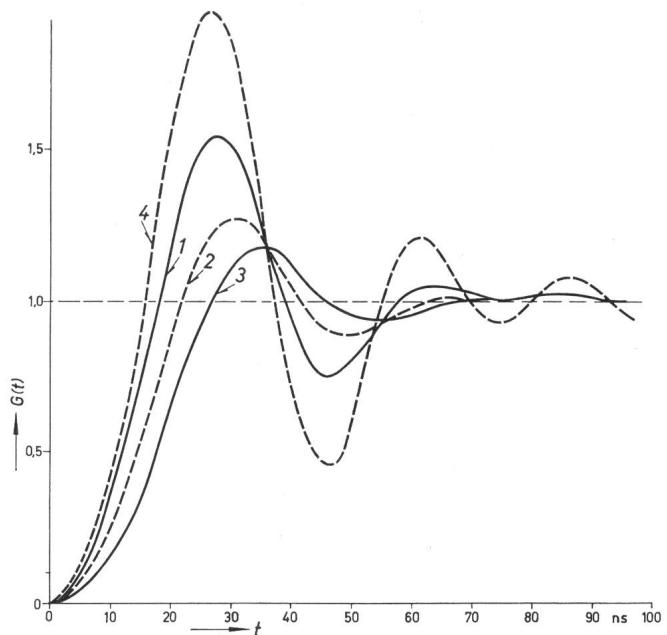


Fig. 7  
Rechteckstossantworten des Ohmschen Teilers  
Einfluss einer Induktivität des Niederspannungsteilers

$C_e = 40 \text{ pF}$ ,  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L/R = 10 \text{ ns}$ ,  $R_0 = 1 \Omega$ ,  $C_{s0} = 1 \text{ nF}$   
1  $L_0/R_0 = 10 \text{ ns}$ ; 2  $L_0/R_0 = 5 \text{ ns}$ ; 3  $L_0/R_0 = 1 \text{ ns}$ ; 4  $L_0/R_0 = 15 \text{ ns}$

$1/\omega C_{s0}$  ist selbst bei Frequenzen von einigen MHz für die übliche Größenordnung der Niederspannungselemente hochohmig gegenüber dem Zweig  $R + j\omega L + 1/j\omega C_0$ .

Wie zu erwarten war, muss der Induktivität besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden. Eine nur geringfügig erhöhte Zeitkonstante (von 10 auf 15 ns) bewirkt ein erhebliches Überschwingen, falls vom Hochspannungsteil schon eine schwingende Response vorlag (Fig. 7). Hat man hochspannungsseitig einen exponentiellen Anstieg (wie z. B. bei hochohmigen Ohmschen Teilern), wird eine erhöhte Induktivität eine Verbesserung des Übertragungsverhaltens bringen (Fig. 8). Ein etwa zehnprozentiges Überschwingen gestaltet die Teileigenschaften optimal [12]. Erwähnt sei auch, dass eine künstliche Erhöhung der Induktivität schon mehrmals in der Literatur beschrieben [9; 10; 11], aber bis jetzt noch ohne Erfolg angewendet wurde.

Bei gedämpften kapazitiven Teilern muss das Teilerübersetzungsverhältnis der Kapazitäten und der Widerstände über-

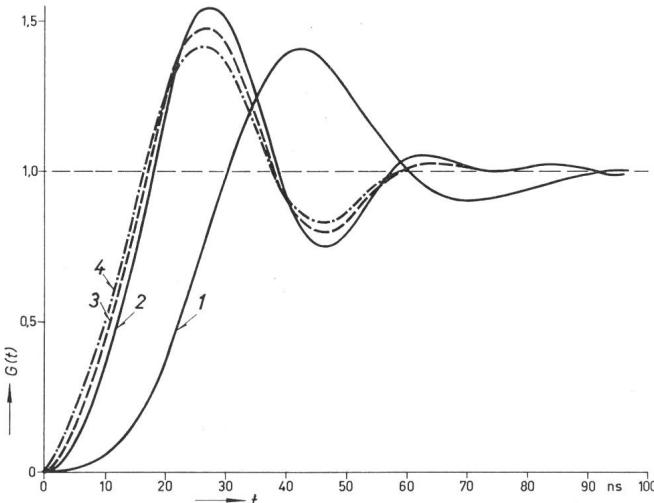


Fig. 6  
Rechteckstossantworten des Ohmschen Teilers  
Einfluss einer Parallelkapazität im Niederspannungsteil

$C_e = 40 \text{ pF}$ ,  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L/R = 10 \text{ ns}$ ,  $R_0 = 1 \Omega$   
 $L_0/R_0 = 10 \text{ ns}$   
1  $C_{s0} = 10 \text{ nF}$ ; 2  $C_{s0} = 1 \text{ nF}$ ; 3  $C_{s0} = 500 \text{ pF}$ ; 4  $C_{s0} = 50 \text{ pF}$

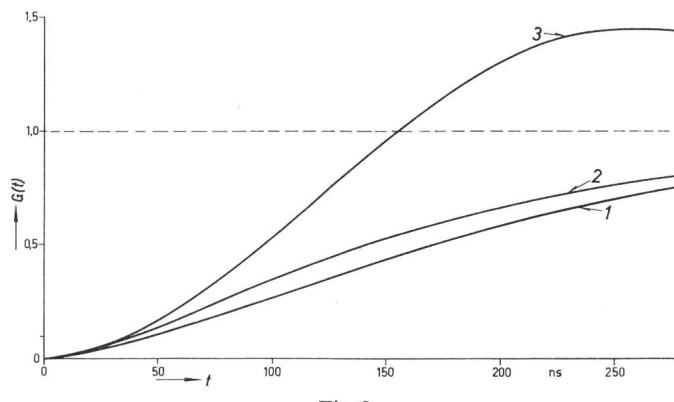


Fig. 8  
Rechteckstossantworten eines hochohmigen Ohmschen Teilers  
Einfluss der Induktivität  $L_0$  des Niederspannungsteilers

$C_e = 40 \text{ pF}$ ,  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,  $R = 30 \text{ k}\Omega$ ,  $L/R = 10 \text{ ns}$ ,  $R_0 = 30 \Omega$ ,  
 $C_{s0} = 1 \text{ nF}$   
1  $L_0 = 0,15 \mu\text{H}$  ( $L_0/R_0 = 5 \text{ ns}$ ); 2  $L_0 = 0,9 \mu\text{H}$  ( $L_0/R_0 = 30 \text{ ns}$ );  
3  $L_0 = 5 \mu\text{H}$  ( $L_0/R_0 = 166,7 \text{ ns}$ )

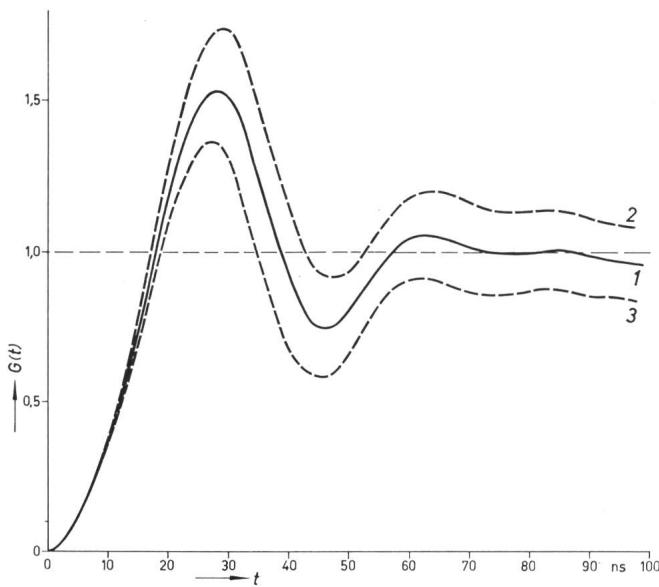


Fig. 9

#### Rechteckstossantworten des gedämpften kapazitiven Teilers

Einfluss des Niederspannungswiderstandes  
 $C_e = 40 \text{ pF}$ ,  $C_p = 1 \text{ pF}$ ,  $C_1 = 150 \text{ pF}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $L = 10 \mu\text{H}$ ,  
 $C_0 = 150 \text{ nF}$ ,  $C_{s0} = 1 \text{ nF}$ ,  $L_0 = 10 \text{ nH}$   
1  $R_0 = 1 \Omega$ ; 2  $R_0 = 1,2 \Omega$ ; 3  $R_0 = 0,8 \Omega$

einstimmen. Fig. 9 zeigt, wie sich eine Verstimmung in der Ohmschen Übersetzung auswirkt. Im Falle eines zu hohen Widerstandes wird zu Beginn (solange noch ein Strom durch den Teiler fliesst) eine zu hohe Spannung angezeigt. Bei zu kleinem Widerstand ist es gerade umgekehrt. Das kapazitive Teilungsverhältnis lässt sich ohne weiteres mit Wechselspannung messen. Das Ohmsche Übersetzungsverhältnis wird dann mit Hilfe der Messung der Responsezeit auf das gegebene kapazitive Teilverhältnis abgeglichen.

#### 5. Bestimmung der Eigenschaften des Hochspannungsteiles

Misst man die Antwort eines Teilers auf einen eingegebenen Rechteckstoss, so stellt sich die Frage, inwieweit der Kurvenverlauf durch den Hochspannungsteil bedingt wird. Nur falls diese Kenntnis vorliegt, kann der Niederspannungsteil beurteilt werden. Ein einfaches Mittel zur Beurteilung des Hochspannungsteiles ist die Responsezeit des Hochspannungsteiles für sich. Für diese lässt sich eine sehr einfache Formel ableiten, die sowohl bei schwingendem Charakter der Spannung, als auch bei exponentiellem Anstieg gilt.

Man erhält für die Responsezeit des Hochspannungsteiles falls  $b$  imaginär ist:

$$T_r = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{4 C_e \cdot L}{R C_e + k^2 \pi^2 (R C_p - 2 L/R)}$$

und falls  $b$  reell ist:

$$T_r \approx \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2 R C_e}{k^2 \pi^2}$$

Fig. 10 zeigt die Abhängigkeit der Responsezeit  $T_r$  vom Widerstand  $R$  bei verschiedener Erdkapazität  $C_e$ . Die Responsezeit ist in dem praktisch interessanten Bereich unabhängig von der Längskapazität  $C_1$ , von der Parallelkapazität  $C_p$  und von der Induktivität  $L$ . Fig. 10 gilt für alle Teilerarten. Da die Kurvenscharen etwa durch Gerade darstellbar sind, kann für die Responsezeit des Hochspannungsteiles folgende Nähe-

rungslösung angegeben werden, die eine sehr schnelle Berechnung der Responsezeit gestattet:

$$T_r = 0,1545 R C_e \text{ (ns)}$$

$$C_e \text{ in pF}, R \text{ in k}\Omega$$

Diese Responsezeit ist aus dem Kettenleiterverhalten der Teiler berechnet. Aus dem bekannten einfachen Ersatzschaltbild [1] eines Ohmschen Teilers (exponentieller Anstieg der Responsezeit) errechnet sich die Responsezeit zu:

$$T_r = \frac{1}{6} R C_e = 0,1667 R C_e \text{ (ns)}$$

Die Erdkapazität berechnet sich bekanntlich aus:

$$C_e = \frac{55,4 l}{\ln \frac{1,15 l}{d}} \text{ (pF)}$$

$l, d \text{ in m}$

Verglichen wird nun diese errechnete Responsezeit mit der gemessenen. Der Einfluss des Niederspannungsteiles kann damit abgeschätzt werden. Für eine genauere Betrachtung könnte eine Beurteilung des Hochspannungsteiles nach [1] erfolgen.

#### 9. Notwendige Steilheit eines Rechteckimpulses

In der Praxis stellt sich die Aufgabe, die Rechteckstossantwort eines Teilers zu messen. Infolge der immer vorhandenen Induktivität ist es unmöglich einen mathematisch exakten Rechteckstoss zu erzeugen. Mit Hilfe des Duhamel-Integrals, das die Berechnung von Ausgangsfunktionen auf beliebige Eingangsfunktionen gestattet, falls die Antwort eines Systems auf eine auftreffende Rechteckwelle bekannt ist, lässt sich die Antwort auf eine einziehende cos-Welle [ $E(t)$ ] (Fig. 11a) errechnen.

Durch den cosinusförmigen Anstieg wird die endliche Anstiegszeit des Rechteckgenerators berücksichtigt. Man erhält (Fig. 11b):

$$U(t) = E(0) \cdot G(t) + \int_0^t \frac{dE(\tau)}{d\tau} G(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

Da die mathematische Auswertung etwas langwierig ist, in der Berechnung aber sehr einfach [siehe Gl. (8)] sei hier nur das Ergebnis einer digitalen Auswertung dieser Formel ange-

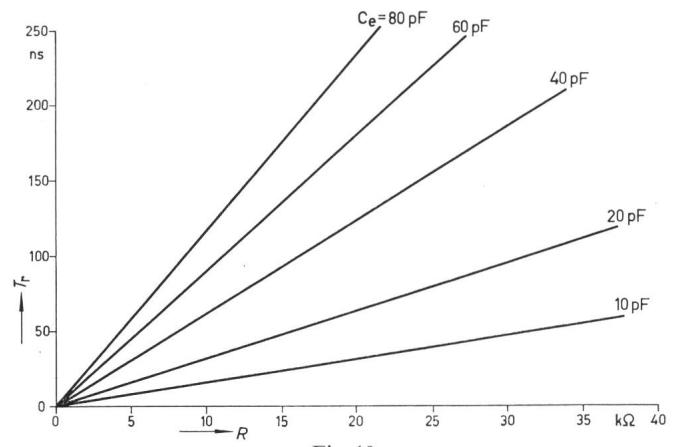


Fig. 10  
Reponsezeit  $T_r$  von Teilern in Abhängigkeit vom Widerstand  $R$  und von der Erdkapazität  $C_e$

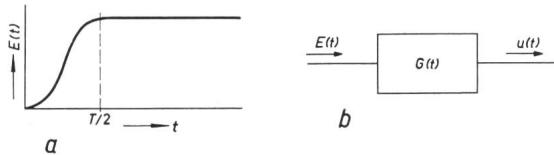


Fig. 11

**Eingabe einer cos-förmig ansteigenden Funktion in ein Übertragungssystem**  
*a* einziehende Cosinuswelle:

$$E(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right) \text{ für } 0 \leq t \leq T/2; E(t) = 1 \text{ für } t \geq T/2$$

*b* Definitionen zu Gl. (8):

$E(t)$  beliebige Eingangsfunktion z. B. Cos-Funktion;  $G(t)$  Übergangsfunktion des Systems (Rechteckstossantwort);  $U(t)$  Ausgangsfunktion für  $E(t)$

geben. Fig. 12 zeigt die Antwort eines gedämpften kapazitiven Teilers auf verschiedene Frequenzen des Cosinusanstieges. Ein Rechteckstoss, der eine fünfmal kleinere Anstiegszeit hat als der gemessene Anstieg, beschreibt die wirkliche Rechteckstossantwort genügend genau (Fehler kleiner 2 %).

Die Erzeugung von Rechteckstößen um 1 ns Anstiegszeit gelingt, so dass die experimentelle Bestimmung der Teilerantwort mit Niederspannung keine Schwierigkeiten mit sich bringt.

### Literatur

- [1] W. Zaengl und K. Feser: Ein Beitrag zur Berechnung des Übertragungsverhaltens von Stoßspannungsteilern. Bull. SEV 55(1964)25, S. 1249...1256.
- [2] P. R. Howard: Errors in Recording Surge Voltages. Proc. IEE, Part II Power Engineering 99(1952)–, S. 371...383.
- [3] W. Zaengl: Ein neuer Teiler für steile Stoßspannungen. Bull. SEV 56(1965)7, S. 232...240.
- [4] T. Harada: A new Consideration on Resistor Divider for Impulse Voltage Measurements. Technical Report E-64004, Central Research Institute of Electric Power Industry, July 1964.
- [5] K. W. Wagner: Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation. 2. Auflage, Leipzig, Johann Ambrosius Barth Verlag, 1950.
- [6] A. Ašner: Fortschritte auf dem Gebiete der Messung sehr hoher, rasch veränderlicher Stoßspannungen. Brown Boveri Mitt. 47(1960)4, S. 239...267.

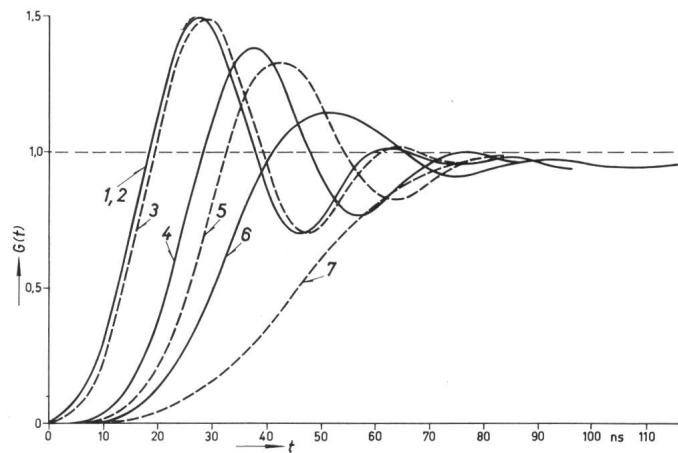


Fig. 12

**Ausgangsfunktionen für eine einziehende Welle mit cosinusförmigem Anstieg**  
 $C_o = 40 \text{ pF}, C_p = 1 \text{ pF}, C_1 = 150 \text{ pF}, R = 1 \text{ k}\Omega, L = 10 \mu\text{H}$   
 1  $T = 0$  (Rechteckstoss); 2  $T = 1$  ns; 3  $T = 6$  ns; 4  $T = 40$  ns;  
 5  $T = 60$  ns; 6  $T = 80$  ns; 7  $T = 150$  ns

- [7] G. Doetsch: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation. 2. Auflage, München, Oldenbourg 1961.
- [8] H. Kaden: Impulse und Schaltvorgänge in der Nachrichtentechnik. München, Oldenbourg 1957.
- [9] H. Stephanides: Messtechnische Probleme bei der Stossprüfung mit Voll- und abgeschnittenen Wellen. E u. M 73(1956)17, S. 410...415.
- [10] F. A. Fisher: Transient Response of Impulse Voltage Dividers. Trans. AIEE Communications and Electronics 77(1958)–, S. 411...420.
- [11] C. Gary: La mesure des hautes tensions de choc. Les diviseurs de tension. Rev. gén. Electr. 69(1960)10, S. 517...552.
- [12] H. H. Meinke und F. W. Gundlach: Taschenbuch der Hochfrequenztechnik. 2. Auflage, Berlin, Springer-Verlag, 1962.

### Adresse des Autors:

Dipl.-Ing. K. Feser, Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Hochspannungs- und Anlagentechnik der Technischen Hochschule München, Arcisstrasse 21, D-8 München (Deutschland).

## Messung von Ionisation an Kondensatoren

Von T. Praehauser, Basel

621.319.4 : 537.572

Après une comparaison des notions, telles que la ionisation, la décharge partielle, l'effet de couronne, l'auteur décrit les unités de mesure correspondant, telles que le décalage de charge, la chute de tension et d'énergie aux électrodes du diélectrique correspondant. L'auteur fournit des indications au sujet des instruments de mesure et des dispositifs de mesure, du comportement des condensateurs à la ionisation, compte tenu de l'introduction d'une mesure de ionisation.

«Korona» umschreibt schwache elektrische Teilentladungen unter Stossionisation des isolierenden Mediums, wobei häufig Leuchterscheinungen als eingeschlossen, der feste und flüssige Aggregatzustand aber oft als ausgeschlossen angenommen werden. Bei dieser Einschränkung darf aber nicht übersehen werden, dass feste Körper fast immer Hohlräume enthalten, in denen — auch nach der engeren Fassung des Begriffes — Korona auftreten kann.

«Elektrische Entladungen» im weitesten Sinn müssen nicht unbedingt Stossionisation einschliessen, sie können sich vielmehr auf eine Neutralisierung vorhandener Ladungen beschränken. Dies ist z. B. bei den in jedem Isoliermaterial (ausser dem idealen Vakuum) auftretenden meist sehr kleinen Restströmen der Fall, die alle Ladungsträger durch ausserhalb der Entladung liegende Erscheinungen (z. B. Höhenstrahlung) geliefert bekommen, also blosse Ladungswanderung sind. Solche «Entladungen», die in der blossen Neutralisation von an den Elektroden ankommenden Ladungsträgern bestehen, fallen aber nicht unter die Begriffe «Ionisation» bzw. «Korona», sie werden hier nicht weiter behandelt; vielmehr werden im

### 1. Die Begriffe: Ionisation, Korona, Teilentladungen

Schwache elektrische Teilentladungen in festen, flüssigen oder gasförmigen Isoliermaterialien werden in der Literatur sowohl mit Ionisation als auch mit Korona bezeichnet. Die Inhalte der Begriffe «Ionisation», «Korona» und «elektrische Teilentladungen» überschneiden sich weitgehend, sie sind kurz gefasst die folgenden:

«Ionisation» bedeutet sowohl den Vorgang der Erzeugung von Ladungsträgern als auch den dadurch hervorgerufenen Zustand. Die Erzeugung der Ladungsträger erfolgt durch Zuführung der Ionisierungsgesnergie; dies kann z. B. durch Elektronenstoss, Atomstoss (bei hohen Temperaturen), Wellenstrahlung erfolgen. Im weiteren wird nur die Erzeugung von Ladungsträgern durch Stoss behandelt (Stossionisation).