Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 56 (1965)

Heft: 20

Artikel: Zur Kompensation der Verluste bei Filtern (-Gliedern)

Autor: Herzog, W. / Giloi, H.-G.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916409

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

Zur Kompensation der Verluste bei Filtern (Π-Gliedern)

Von *W. Herzog* und *H.-G. Giloi*, Mainz

621.372.54

Behandelt wird ein Π-Glied mit parallel und in Reihe liegenden Längsverlustwiderständen. Die Kompensation der Längsverluste durch einen Widerstand zeigt keinen Erfolg und die angegebenen Kurven sollen von dieser Kompensation abraten. Eine brauchbare Kompensation wird durch eine parallel zum Π-Glied gelegte Röhre erzielt. Überkompensation verhilft hier zu sehr guten Ergebnissen. Zwei entgegengesetzt geschaltete Röhren parallel zum Filter ergeben bei parallelliegenden Längsverlusten eine sehr gute Kompensation, während bei in Reihe liegenden Längsverlusten dieselbe weniger gut ist. Messungen stützen die theoretischen Betrachtungen.

Cet article traite le cas d'un élément Π avec résistances sources de pertes longitudinales en série ou en parallèle. On ne réussit pas à compenser correctement ces pertes au moyen d'une résistance. Les courbes présentées montrent que ce mode de compensation est à déconseiller. On obtient une meilleure compensation au moyen d'un tube connecté en parallèle avec l'élément Π. La surcompensation permet alors de très bons résultats. L'emploi de deux tubes en opposition permet une compensation qui est très bonne dans le cas de pertes longitudinales en parallèle, mais moins bonne si ces pertes sont en série. Des mesures ont prouvé la justesse des déductions théoriques.

1. Die Verluste bei Filtern

Bekanntlich runden die unvermeidlichen Verluste der zum Filteraufbau benötigten Spulen und Kondensatoren die Filter gerade an den Stellen ab, an denen ein möglichst rechteckiger Verlauf erwünscht ist. Die Abrundung verringert die Durchlassbreite, so dass das Filter neu mit grösserer Durchlassbreite berechnet werden muss. Die Berechnung mit Verlusten ist sehr kompliziert. Erwünscht ist eine Kompensation der Verluste, die das Filter auf das ideale, verlustfreie Filter zurückführt. Bei einem Π-Glied ist es möglich, die Querverlustwiderstände durch die Abschlusswiderstände aufzuheben, falls dieselben nicht fest vorliegen, während der Längsverlustwiderstand durch die Parallelschaltung zwei entgegengesetzt geschalteter Röhren aufgehoben werden kann. Auch eine Röhre kann wesentlich verbessern und erreicht im Falle der Überkompensation etwa die Güte der Anordnung mit zwei Röhren.

2. Π-Glied mit Längsverlusten

Fig. 1 zeigt das zu untersuchende Π-Glied mit den Blindwiderständen:

$$\underline{S}_1 = \mathrm{j}\,S_1 \qquad \underline{S}_2 = \mathrm{j}\,S_2 \tag{1}$$

sowie den Längsverlusten $2w$, während R die Abschlusswiderstände sind.

Zu der Leitwertmatrix des verlustfreien Vierpols:

$$\underline{Y} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{11} \end{pmatrix} \tag{2}$$

ist die Matrix der Längsverluste $2w$:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2w} & -\frac{1}{2w} \\ -\frac{1}{2w} & \frac{1}{2w} \end{pmatrix} \tag{3}$$

zu addieren. Die Verluste ändern also nicht nur die Hauptdiagonale, wie dies bei den zu den Quergliedern $\underline{S}_2$ parallelliegenden Verlusten der Fall wäre, sondern auch die Nebendiagonale.

Eingesetzt in die bekannte Formel für das Betriebsübertragungsmass $\underline{g}$ ergibt sich:

$$\mathrm{e}^{\underline{g}} = \frac{\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{w} + \underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{12}\right)\left(\frac{1}{R} + \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12}\right)}{-\frac{2}{R}\left(\underline{Y}_{12} - \frac{1}{2w}\right)} \tag{4}$$

34'076-086

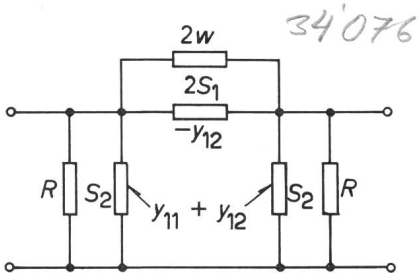

Fig. 1
Π-Glied mit längsliegenden Verlusten ($2w$)
w Längsverluste (parallelliegend); S_1, S_2 Blindwiderstände; R Abschlusswiderstand; y_{11}, y_{12} Elemente der Leitwertmatrix

Es sei ein einfacher Tiefpass betrachtet, wie ihn Fig. 2A widergibt. Den Figuren 1 und 2A wird entnommen:

$$\left.\begin{aligned} \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12} &= \frac{1}{\underline{S}_2} = \mathrm{j}\,\omega\,C \\ \underline{Y}_{12} &= -\frac{1}{2\underline{S}_1} = -\frac{1}{2\,\mathrm{j}\,\omega L} \\ \underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{12} &= \frac{1}{\underline{S}_2} + \frac{1}{\underline{S}_1} = \mathrm{j}\,\omega\,C + \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega L} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} Y_{11} + Y_{12} &= -\frac{1}{S_2} = \omega\,C \\ Y_{12} &= \frac{1}{2S_1} = \frac{1}{2\,\omega L} \\ Y_{11} - Y_{12} &= -\frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1} = \omega\,C - \frac{1}{\omega L} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

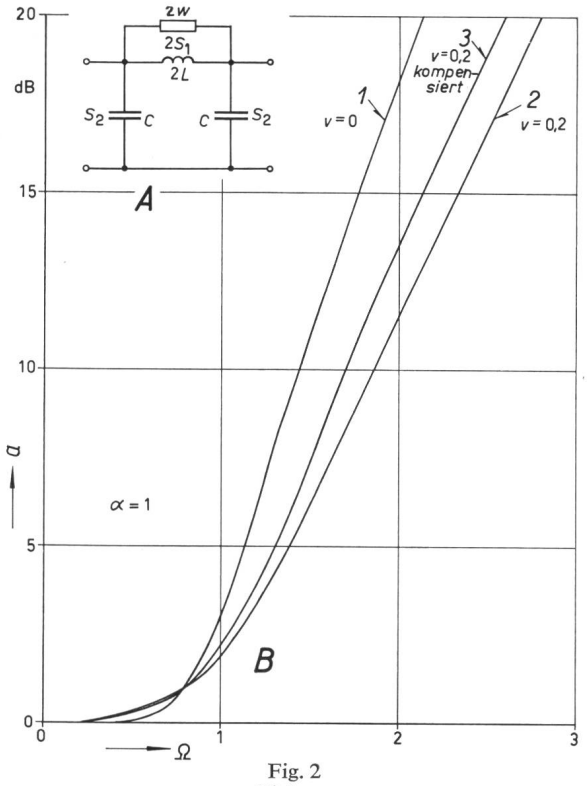

Fig. 2
Tiefpass

A mit Verlusten behaftet; *B* Betriebsdämpfung *a* ohne (*1*) und mit (*2*) Längsverlusten, sowie mit Kompensierung des sich den Abschlusswiderständen parallel legenden Verlustanteils (*3*) mit $\alpha = 1$
Ω normierte Frequenz; α normierter Abschlusswiderstand;
v normierte Längsverluste; S_1, S_2 Blindwiderstände; L Längsinduktivität;
C Querkapazität; w Längsverlustwiderstand

Zur Berechnung des Tiefpasses setzt man:

$$LC = \frac{1}{\omega_0^2}; \quad \frac{L}{C} = R_0^2; \quad L = \frac{R_0}{\omega_0}; \quad C = \frac{1}{\omega_0 R} \tag{7}$$

wobei ω_0 die Grenzfrequenz des Durchlassbereiches des Tiefpasses sei und R_0 der Abschlusswiderstand im Anpassungsfall (bei $\omega = 0$).

Mit den Abkürzungen

$$\frac{R_0}{w} = v; \qquad \frac{R}{w} = \alpha v \tag{8}$$

und der Normierung

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \Omega \tag{9}$$

folgt aus Gl. (7), eingesetzt in Gl. (4):

$$\mathrm{e}^{\underline{g}} = \frac{\left[1 + \alpha v + \mathrm{j}\alpha\left(\Omega - \frac{1}{\Omega}\right)\right](1 + \mathrm{j}\alpha\Omega)}{\alpha\left(v - \frac{\mathrm{j}}{\Omega}\right)} \tag{10}$$

und durch Betragbildung für die Betriebsdämpfung a ($g = a + \mathrm{j}b$, b = Phase):

$$\mathrm{e}^a = \sqrt{\frac{\left[(1 + \alpha v)^2 + \alpha^2\left(\Omega - \frac{1}{\Omega}\right)^2\right](1 + \alpha^2\Omega^2)}{\alpha^2\left(v^2 + \frac{1}{\Omega^2}\right)}} \tag{11}$$

$$\mathrm{e}^a = \sqrt{1 + K^2}$$

Nach einiger Umwandlung liefert Gl. (11) für die charakteristische Grösse K: (12)

$$K^2 = \Omega^2 \frac{\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)^2 + \frac{2v}{\alpha} + [1 - 2\alpha^2 + (1 + \alpha v)^2]\,\Omega^2 + \alpha^2\Omega^4}{1 + v^2\Omega^2}$$

Die Betrachtung sei auf den Anpassungsfall $\alpha = 1$ beschränkt:

$$K^2_{\alpha=1} = \Omega^2 \frac{2v + (2v + v^2)\,\Omega^2 + \Omega^4}{1 + v^2\Omega^2} \tag{13}$$

Sind keine Verluste vorhanden ($v = 0$), so wird aus Gl. (13):

$$K_0{}^2_{\alpha=1} = \Omega^6 \tag{14}$$

während Gl. (13) für $v = 0{,}2$ ergibt:

$$K_1{}^2_{\alpha=1} = \Omega^2 \frac{0{,}4 + 0{,}44\,\Omega^2 + \Omega^4}{1 + 0{,}04\,\Omega^2} \tag{15}$$

Die Ω-Werte der Kurve Gl. (15) werden so verändert, dass sie durch den Punkt $\Omega_g = 0{,}8/a = 1$ dB der Kurve Gl. (14) gehen [1][1]). Fig. 2B zeigt den Verlauf beider Kurven *1* und *2*, der die Verschlechterung durch $v = 0{,}2$ wiedergibt.

Nach der Matrix (3) addieren sich die Verluste auch zu der Hauptdiagonale und legen sich somit den Abschlusswiderständen R parallel. Diesen Einfluss kann man beseitigen, wenn es gestattet ist, neue Abschlusswiderstände R' zu wählen:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{2w} \tag{16}$$

$$2w \geqq R$$

Die an die Stelle von Gl. (4) tretende Gleichung:

$$\mathrm{e}^{\underline{g}'} = \frac{\left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{w} + \underline{Y}_{11} - \underline{Y}_{12}\right)\left(\frac{1}{R'} + \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12}\right)}{-\frac{2}{R'}\left(\underline{Y}_{12} - \frac{1}{2w}\right)} \tag{17}$$

ändert sich mit Gl. (16) in:

$$\mathrm{e}^{\underline{g}'} = \frac{\left[\frac{1}{R} + \underline{Y}_{11} - \left(\underline{Y}_{12} - \frac{1}{2w}\right)\right]\left(\frac{1}{R} + \underline{Y}_{11} + \underline{Y}_{12} - \frac{1}{2w}\right)}{-2\frac{\underline{Y}_{12} - \frac{1}{2w}}{R}\left(1 - \frac{R}{2w}\right)} \tag{18}$$

Abgesehen von einem konstanten Faktor im Nenner, der auch als Grunddämpfung herausgezogen werden könnte, enthält Gl. (18) nur den Einfluss von $-1/2w$ in der Nebendiagonale der Matrix (3). Nach Einsetzung der Grössen (6) und der Abkürzungen (8) ergibt sich aus Gl. (18):

$$K'^2 = \frac{\alpha^2}{\left(1 - \frac{\alpha v}{2}\right)^2}\,\Omega^2 \cdot$$

$$\frac{\left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{v^2}{4}\right)^2 - (2 + v^2)\frac{\left(1 - \frac{\alpha v}{2}\right)^2}{\alpha^2} + 1 + 2\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{v^2}{4} - 1\right)\Omega^2 + \Omega^4}{1 + v^2\Omega^2} \tag{19}$$

Auch hier sei nur der Fall $\alpha = 1$ behandelt:

$$K'^2_{\alpha=1} = \frac{1}{\left(1 - \frac{v}{2}\right)^2}\,\Omega^2 \frac{v\left(2 - 2v + v^2 - \frac{3v^3}{16}\right) + \frac{v^2}{2}\Omega^2 + \Omega^4}{1 + v^2\Omega^2} \tag{20}$$

Für $v = 0{,}2$ wird aus Gl. (20):

$$K'^2_{\alpha=1} = \frac{1}{0{,}81}\,\frac{0{,}328 + 0{,}02\,\Omega^2 + \Omega^4}{1 + 0{,}04\,\Omega^2} \tag{21}$$

Die dazugehörige Dämpfungskurve *3* liegt in Fig. 2B zwischen den Kurven *1* und *2*. Die Einbeziehung der zu den Ab-

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

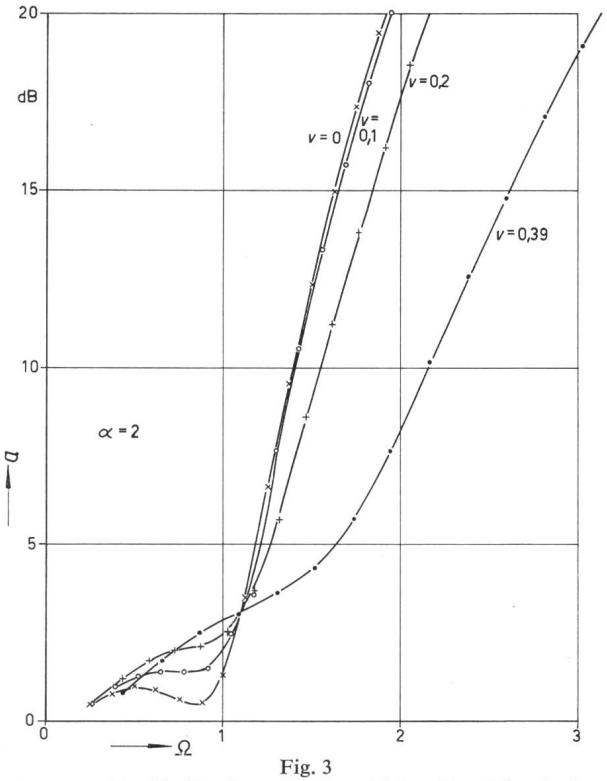

Fig. 3
Gemessene Betriebsdämpfungen für verschiedene Parallelwerte ohne Kompensation mit $\alpha = 2$
Bezeichnungen siehe Fig. 2

schlusswiderständen parallel liegenden Widerstände — im vorliegenden Fall $2w$ — in die Abschlusswiderstände selbst [nach Gl. (16)] ist, soweit sie möglich gemacht werden kann, zu empfehlen.

Einen Überblick über die starke Verschlechterung durch den Parallelwiderstand — auch bei Kompensierung bei den Abschlusswiderständen — zeigen die Messkurven von Fig. 3 für verschiedene v-Werte ($\alpha = 2$). Als Bezugspunkt wurde hier der 3-dB-Punkt des entsprechenden verlustfreien Filters gewählt ($\Omega_g = 1{,}1$, $a = 3$ dB). Die Werte sind $v = 0$; 0,1; 0,2 und 0,39. Der Ohmsche Widerstand der Spule, der einen Serienverlustwiderstand darstellt, ist nicht berücksichtigt.

3. Kompensation der Längsverluste durch einen Widerstand

Bekanntlich ist nach Fig. 4A eine Kompensation des Widerstandes $2w$ durch einen Widerstand $r/2$ möglich. Durch Verwandlung der Schaltung von Fig. 4A in eine Brücke lässt sich die Kompensation am besten übersehen. Für die Brückenzweige mit den Leitwerten $\underline{Y}_1$ und $\underline{Y}_2$ ergeben sich die in Fig. 5 gezeigten Schaltungen und die Formeln:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{w} + \frac{1}{\underline{S}_1} + \frac{1}{\underline{S}_2} \qquad \underline{Y}_2 = \frac{1}{r + \underline{S}_2} \tag{22}$$

Zum Vergleich muss der Serienwiderstand r in einen Parallelwiderstand verwandelt werden. Unter der Voraussetzung kleiner Verluste, also grosser Werte w und entsprechend kleiner Werte r, lässt sich $\underline{Y}_2$ leicht umwandeln:

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{r + \mathrm{j}\,S_2} \cdot \frac{r - \mathrm{j}\,S_2}{r - \mathrm{j}\,S_2} = \frac{r}{S_2^2} + \frac{1}{S_2} \qquad r^2 \ll S_2^2 \tag{23}$$

Aus den Brückenleitwerten erhält man die Grössen der Matrix (2) nach den Formeln:

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{2}(\underline{Y}_2 + \underline{Y}_1) \qquad \underline{Y}_{12} = \frac{1}{2}(\underline{Y}_2 - \underline{Y}_1) \tag{24}$$

zu:

$$\underline{Y}_{11} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{w} + \frac{r}{S_2^2} + \frac{1}{\underline{S}_1} + \frac{2}{\underline{S}_2}\right) \qquad \underline{Y}_{12} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{w} - \frac{r}{S_2^2} + \frac{1}{\underline{S}_1}\right) \tag{25}$$

Die Verluste in den Nebendiagonalen der Y-Matrix verschwinden für:

$$\frac{1}{w} = \frac{r}{S_2^2} \tag{26}$$

Da S_2 eine Reaktanz ist, so ist die Kompensation nur für eine einzige Frequenz möglich. Die Verluste in der Hauptdiagonale bleiben und können nach Gl. (16) und dem dazu Gesagten behandelt werden.

Bei dem vorliegenden Tiefpass ergibt sich mit den Gl. (6), (7), (8) und (9):

$$r = \frac{R_0^2}{w} \cdot \frac{1}{\Omega^2} = v\,R_0 \cdot \frac{1}{\Omega^2} \qquad \frac{r}{R_0} = \frac{v}{\Omega^2} \tag{27}$$

und damit die Unmöglichkeit, einen Tiefpass in seinem ganzen Frequenzbereich zu kompensieren.

Mit der Abkürzung

$$\frac{r}{R_0} = v' \tag{28}$$

folgt aus Gl. (27) die Kompensationsbedingung:

$$v' = \frac{v}{\Omega^2} \tag{29}$$

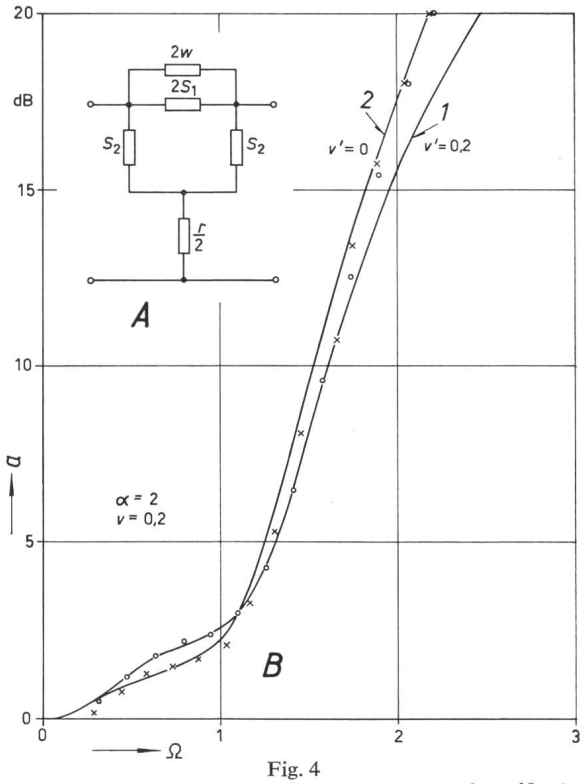

Fig. 4
Π-Glied mit längsliegenden Verlusten und Kompensationswiderstand
A Schaltschema; *B* bei nach *A* kompensierten Verlusten (*1*), sowie unkompensiert (*2*) mit Messpunkten
r Kompensationswiderstand
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 2

Für das Betriebsübertragungsmass, ausgedrückt durch die Leitwerte der Brückenzweige $\underline{Y}_1$ und $\underline{Y}_2$ gilt:

$$\mathrm{e}^{\underline{g}} = \frac{(1 + \underline{Y}_1 R)(1 + \underline{Y}_2 R)}{R(\underline{Y}_1 - \underline{Y}_2)} \tag{30}$$

Für die Zweige folgt aus den Gl. (6), (7), (8), (22), (23) und (28):

$$\begin{aligned} R\,\underline{Y}_1 &= \alpha\left[v + \mathrm{j}\left(\Omega - \frac{1}{\Omega}\right)\right] \\ R\,\underline{Y}_2 &= \alpha\,(v'\,\Omega^2 + \mathrm{j}\,\Omega) \end{aligned} \tag{31}$$

Einsetzen in Gl. (30) und Betragsbildung ergibt:

$$e^a = \sqrt{\frac{\left[\left(\frac{1}{\alpha} + v\right)^2 \Omega^2 + (\Omega^2 - 1)^2\right]\left[(1 + \alpha\,v'\,\Omega^2)^2 + \alpha^2\,\Omega^2\right]}{1 + (v - v'\,\Omega^2)^2\,\Omega^2}} \tag{32}$$

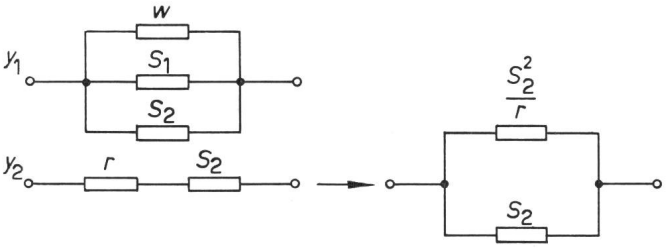

Fig. 5
Brückenzweige aus der Schaltung Fig. 4A
r Kompensationswiderstand
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 1

Die Kompensation sei für die normierte Frequenz $\Omega = 1$ durchgeführt, so dass aus Gl. (29) wird:

$$v' = v; \qquad \Omega = 1 \tag{33}$$

Mit den Zahlenwerten

$$\alpha = 2; \quad v = v' = 0{,}2 \tag{34}$$

liefert Gl. (32) für die charakteristische Funktion K':

$$K'^2 = \Omega^2\,\frac{3{,}25 - 6{,}01\,\Omega^2 + 4{,}52\,\Omega^4 + 0{,}16\,\Omega^6}{1 + 0{,}04\,\Omega^2\,(1 - \Omega^2)^2} \tag{35}$$

Die Dämpfungskurve zeigt Fig. 4B, Kurve *1*. Die Messpunkte liegen bei den tiefen Frequenzen gut auf der berechneten Kurve.

Zum Vergleich sei die nichtkompensierte Kurve gebracht *2*. Sie lässt sich aus Gl. (11) oder (12) entnehmen, kann aber auch für $v' = 0$ aus Gl. (32) erhalten werden. Mit den Werten:

$$\alpha = 2; \qquad v = 0{,}2 \tag{36}$$

ergibt sich:

$$K^2 = \Omega^2\,\frac{2{,}45 - 5{,}04\,\Omega^2 + 4\,\Omega^4}{1 + 0{,}04\,\Omega^2} \tag{37}$$

Auch hier liegen die Messpunkte gut. Beide Kurven sind so behandelt, dass sie durch den Punkt $\Omega_g = 1{,}1/a = 3$ dB gehen. Die Kompensation bringt eine geringe Verschlechterung, ist also sinnlos.

4. Kompensation der Längsverluste durch eine Röhre

Zu einer Elektronenröhre mit der Steilheit *S* gehört die Matrix:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ S & 0 \end{pmatrix} \tag{38}$$

wenn der Innenwiderstand gross genug ist, um vernachlässigt werden zu können. Bei den Versuchen wurden Röhreninnenwiderstand und der Widerstand für die Zuführung der Gleichspannung in die Abschlusswiderstände einbezogen. Schaltet man eine Elektronenröhre, wie Fig. 6A zeigt, parallel zu dem

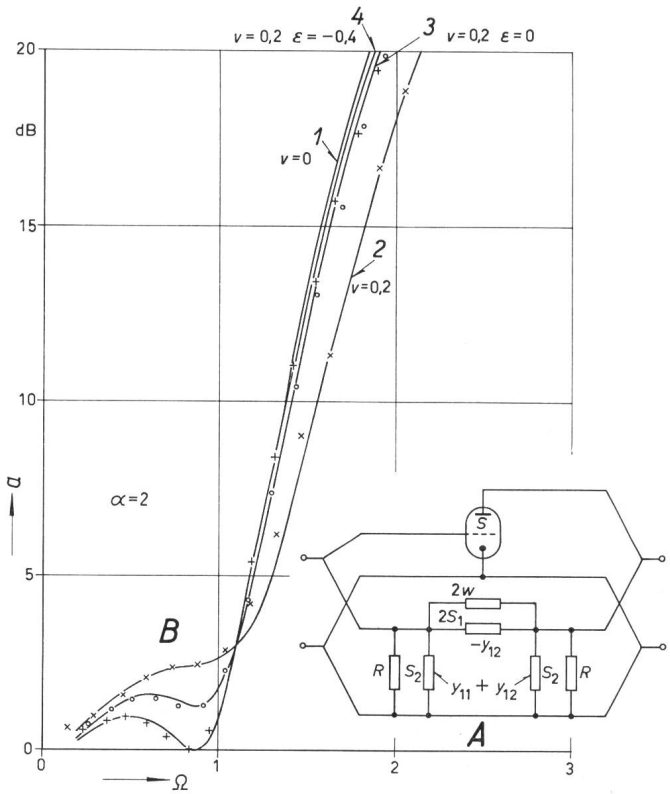

Fig. 6
Π-Glied mit längsliegenden Verlusten und parallel liegender Röhre
A Schaltschema; *B* berechnete Betriebsdämpfung ohne Verluste (*1*), mit Verlusten (*2*), mit durch eine Röhre kompensierten (*3*) und mit überkompensierten Verlusten (*4*)
Alle Kurven mit Messpunkten
ε Abweichung von der Kompensation; *S* Röhrensteilheit
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 2 und 4

Π-Glied, so lässt sich ein Element der Nebendiagonale kompensieren, wie die Matrix für diese Anordnung wiedergibt:

$$\begin{pmatrix} \underline{\overline{Y}}_{11} & \underline{\overline{Y}}_{12} \\ \underline{\overline{Y}}_{21} & \underline{\overline{Y}}_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} + \frac{1}{2w} & \underline{Y}_{12} - \frac{1}{2w} \\ \underline{Y}_{12} - \frac{1}{2w} + \mathrm{S} & \underline{\overline{Y}}_{11} + \frac{1}{2w} \end{pmatrix} \tag{39}$$

Hiebei seien nur die Fälle behandelt, bei denen ein Abschlusswiderstand R' durch die Verluste ($2w$) zu R ergänzt wird [Gl. (16)]. Der Vierpol ist jetzt unsymmetrisch. Für sein Übertragungsmass $\underline{g}$ gilt:

$$\mathrm{e}^{\underline{g}} = \frac{(1 + R'\,\underline{\overline{Y}}_{11})^2 - R'^2\,\underline{\overline{Y}}_{12}\,\underline{\overline{Y}}_{21}}{-2\,R'\,\underline{\overline{Y}}_{21}} \tag{40}$$

Mit der Abkürzung

$$R\,S = 2\,\beta \tag{41}$$

ergeben die Gl. (6), (7), (8), (16) und (40):

$$\mathrm{e}^{\underline{g}} = \frac{1 - \frac{\alpha^2 v^2}{4} + \alpha^2 + \alpha v \beta - \alpha^2\,\Omega^2 + \mathrm{j}\left[2\,\alpha\,\Omega - \frac{\alpha}{\Omega}\left(1 - \frac{\alpha v}{2}\right) - \frac{\alpha\beta}{\Omega}\right]}{\left(1 - \frac{\alpha v}{2}\right)\left(\alpha v - 4\,\beta + \frac{\alpha}{\mathrm{j}\,\Omega}\right)} \tag{42}$$

Kompensation des Realteils des unteren Elementes der Nebendiagonale geschieht für:

$$S - \frac{1}{2w} = 0\,; \qquad \alpha v - 4\beta = 0 \tag{43}$$

Um die Abweichungen vom Kompensationsfall zu erfassen, sei die Abkürzung ε:

$$\varepsilon = \alpha v - 4\beta \tag{44}$$

eingeführt. Hier ändert sich Gl. (42) in:

$$e^{\underline{g}} = \frac{1 - \frac{\alpha v \varepsilon}{4} + \alpha^2 - \alpha^2 \Omega^2 + j\alpha\left[2\Omega - \frac{1}{\Omega}\left(1 - \frac{\alpha v + \varepsilon}{4}\right)\right]}{\left(1 - \frac{\alpha v}{2}\right)\left(\varepsilon + \frac{\alpha}{j\Omega}\right)} \tag{45}$$

Zur Berechnung der Betriebsdämpfung ergibt sich nach einiger Umformung aus Gl. (45) eine Grunddämpfung a_0:

$$e^{a_0} = \frac{1 - \frac{\alpha v + \varepsilon}{4}}{1 - \frac{\alpha v}{2}} \tag{46}$$

und für die charakteristische Grösse K:

$$K^2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha v + \varepsilon}{4}\right)^2}\,\Omega^2\,\frac{\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{v\varepsilon}{4} + 2\right)^2 - 4\left(1 - \frac{\alpha v + \varepsilon}{4}\right) - \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\left(1 - \frac{\alpha v + \varepsilon}{4}\right)^2 + 2\left(1 - \alpha^2 + \frac{\alpha v \varepsilon}{4}\right)\Omega^2 + \alpha^2\Omega^4}{1 + \frac{\varepsilon^2}{\alpha^2}\Omega^2} \tag{47}$$

Im Kompensationsfall

$$\varepsilon = 0 \tag{48}$$

wird aus den Gl. (46) und (47):

$$e^{a_0} = \frac{1 - \frac{\alpha v}{4}}{1 - \frac{\alpha v}{2}} \tag{49}$$

$$K^2 = \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha v}{4}\right)^2}\,\Omega^2\left[\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)^2 + \alpha v + 2(1 - \alpha^2)\Omega^2 + \alpha^2\Omega^4\right] \tag{50}$$

In Fig. 6B sind folgende Kurven eingezeichnet:

1 ohne Verluste Gl. (12):

$$\alpha = 2; \quad v = 0$$
$$K^2 = \Omega^2(2\Omega^2 - 1{,}5)^2 \tag{51}$$

2 mit Verlusten Gl. (19):

$$\alpha = 2; \quad v = 0{,}2$$
$$K^2 = 6{,}25\,\Omega^2\,\frac{0{,}73 - 1{,}48\,\Omega^2 + \Omega^4}{1 + 0{,}04\,\Omega^2} \tag{52}$$

3 mit Verlusten und durch eine Röhre kompensiert Gl. (50):

$$\alpha = 2; \quad v = 0{,}2; \quad \varepsilon = 0$$
$$K^2 = \frac{\Omega^2}{0{,}81}\left[(2\Omega^2 - 1{,}5)^2 + 0{,}4\right] \tag{53}$$

4 mit Verlusten und durch eine Röhre überkompensiert Gl. (47):

$$\alpha = 2; \quad v = 0{,}2; \quad \varepsilon = -0{,}4$$
$$K^2 = \frac{\Omega^2(2\Omega^2 - 1{,}52)^2}{1 + 0{,}04\,\Omega^2} \tag{54}$$

Der Vergleich der Formeln (51) und (54) wie der der entsprechenden Kurven in Fig. 6B zeigt, dass durch Überkompensation die verlustfreie Kurve nahezu erreicht werden kann. Die in Fig. 6B eingezeichneten Messpunkte zeigen eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Kurven.

Erwähnt sei, dass die umgekehrt geschaltete Röhre mit der Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & S \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{55}$$

zu der der Gl. (45) entsprechenden Gleichung:

$$e^{\underline{g}} = \frac{1 - \frac{\alpha v \varepsilon}{4} + \alpha^2 - \alpha^2\Omega^2 + j\alpha\left[2\Omega - \frac{1}{\Omega}\left(1 - \frac{\alpha v + \varepsilon}{4}\right)\right]}{\left(1 - \frac{\alpha v}{2}\right)\left(\alpha v + \frac{1}{j\Omega}\right)} \tag{56}$$

führt, die αv im 2. Faktor des Nenners nicht kompensieren kann. Hiedurch tritt keine wesentliche Verschlechterung ein, so dass beide Möglichkeiten als gleichwertig angesehen werden können.

5. Kompensation der Längsverluste durch zwei Röhren

Schaltet man zwei Röhren wie Fig. 7 zeigt, so addieren sich ihre Leitwertmatrizen (38) und (55):

$$\begin{pmatrix} 0 & S \\ S & 0 \end{pmatrix} \tag{57}$$

Damit sind die Realteile der beiden Elemente der Nebendiagonale kompensierbar. Lassen sich ausserdem die Abschlusswiderstände so einrichten, dass sie die Verluste aufnehmen und und sich so zu R ergänzen [s. Gl. (16)], so ist das Filter völlig verlustlos, wenn von einer geringen Erhöhung der Grunddämpfung abgesehen wird.

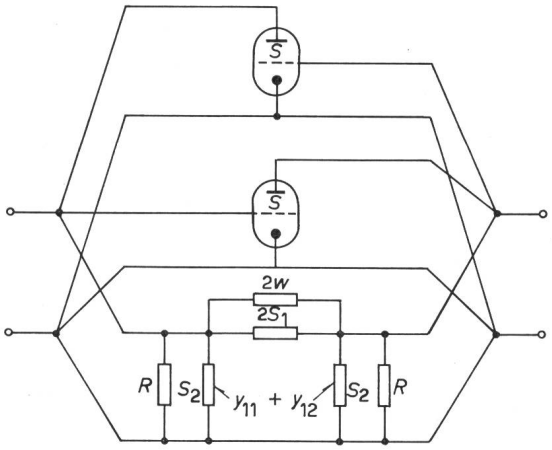

Fig. 7
Π-Glied mit längsliegenden Verlusten und mit zwei entgegengesetzt parallel liegenden Röhren
S Röhrensteilheit
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 1

Für die Grunddämpfung gilt die Formel:

$$e^{a_0} = \frac{1}{1 - \frac{R}{2w}} = \frac{1}{1 - \frac{\alpha v}{2}} \tag{58}$$

Die durchgeführte Berechnung mit Überkompensation und die aufgezeichneten Kurven ergaben keine Vorteile, so dass auf die Wiedergabe verzichtet wird.

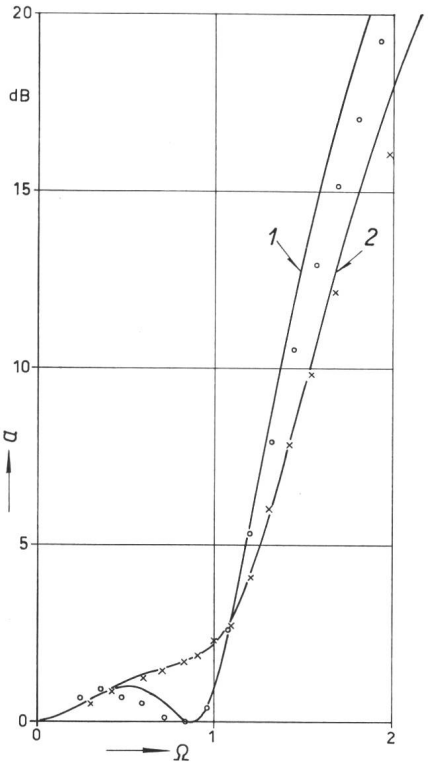

Fig. 8
Berechnete Betriebsdämpfung ohne Verluste (*1*) und Messpunkte der Verlustkompensation mit zwei Röhren
Zum Vergleich verlustbehaftete Kurve (*2*), mit Messpunkten
Bezeichnungen siehe Fig. 2

Fig. 8 zeigt die berechnete verlustfreie Betriebsdämpfungskurve mit durch Kompensation mit zwei Röhren entstandenen Messpunkten *1*. Zum Vergleich ist die nicht kompensierte verlustbehaftete Kurve *2* von Fig. 4B, [Gl. (37)], eingezeichnet. Auch diese Kurven sind so berechnet, dass sie durch den Punkt $\Omega_g = 1{,}1$, $a = 3$ dB gehen. Die Messpunkte zeigen, dass sich mit zwei Röhren eine sehr gute Kompensation durchführen lässt.

6. Längsverluste in Serie zur Längsreaktanz

Die parallel liegenden Verluste, wie sie Fig. 1 zeigt, treffen bei keiner Reaktanz genau zu. Im allgemeinen besitzt jede Reaktanz parallelliegende Verluste und Serieverluste. Bei einer Induktivität, wie sie in der Anordnung Fig. 2A benützt wurde, überwiegen die Serieverluste. Die in Fig. 9A gezeigte Anordnung muss daher noch untersucht werden.

Eine der Fig. 5 entsprechende Umwandlung der Verluste zeigt Fig. 10. Für kleine Verluste, entsprechend Gl. (23) ist:

$$\frac{1}{r' + \mathrm{j}\,\omega L} = \frac{r'}{\omega^2 L^2} - \frac{\mathrm{j}}{\omega L} \qquad (59)$$

$$r'^2 \ll \omega^2 L^2$$

Im Vergleich mit Fig. 2A lässt sich Gl. (59) die Beziehung entnehmen:

$$\frac{1}{w} = \frac{r'}{\omega^2 L^2} = \frac{r'}{R_0{}^2\,\Omega^2} \qquad (60)$$

Mit der Abkürzung

$$\frac{r'}{R_0} = v'; \qquad \frac{\alpha r'}{R} = v' \qquad (61)$$

sowie den Gl. (8), (7) und (9) folgt aus Gl. (60):

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{R_0} \cdot \frac{v'}{\Omega^2} \qquad (62)$$

$$v = \frac{v'}{\Omega^2}$$

Die Betriebsdämpfung für die Anordnung in Fig. 9A lässt sich daher nach Gl. (12) berechnen, wenn dort v nach Gl. (62) ersetzt wird. Nach geringer Umformung ist:

$$K^2 = \Omega^2 \cdot \frac{\alpha v'(2+\alpha^3 v') + [(1-\alpha^2)^2 + 2\alpha^3 v']\,\Omega^2 + 2\alpha^2(1-\alpha^2)\,\Omega^4 + \alpha^4\,\Omega^6}{\alpha^2(v'^2 + \Omega^2)} \qquad (63)$$

Eine Kurve nach Gl. (63) für $\alpha = 2$; $v' = 0{,}24$ findet sich in Fig. 9B, Kurve 1.

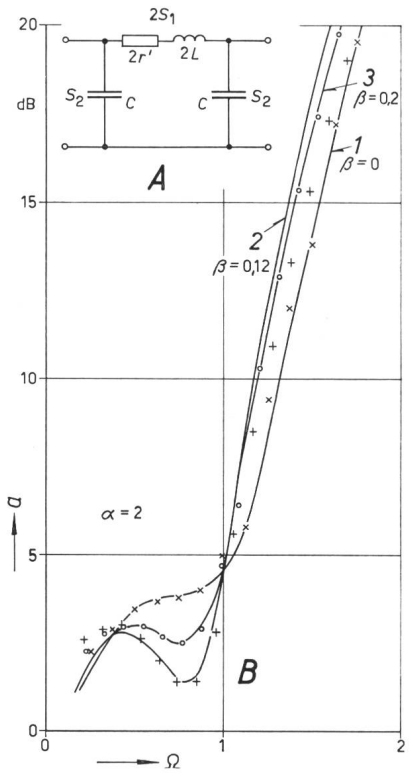

Fig. 9
Π-Glied mit Reihenverlust der Induktivität
A Schaltschema; *B* Betriebsdämpfung ohne Kompensation (*1*), mit Kompensation durch eine Röhre (*2*) und mit Überkompensation (*3*), mit Messpunkten
β normierte Steilheit der Elektronenröhre
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 1 und 2

7. Kompensation der Längsverluste in Serie zur Induktivität durch einen Widerstand

Entsprechend Fig. 4A kann der Widerstand r' durch einen Widerstand r'' kompensiert werden. Mit der Abkürzung:

$$\frac{r''}{R_0} = v'' \qquad (64)$$

und den Gl. (27) und (62) folgt unter Eliminierung der Grösse v, die als Rechenhilfsgrösse betrachtet werden kann:

$$v'' = \frac{v}{\Omega^2} = \frac{v'}{\Omega^4} \qquad (65)$$

$$r'' = \frac{r'}{\Omega^4}$$

Nach Gl. (65) ist die Kompensation im Falle von Fig. 9A noch viel ungünstiger als im Falle nach Fig. 4A und nach Gl. (27). Sie ist damit völlig unbrauchbar, wenn sich dieselbe über einen grösseren Frequenzbereich erstrecken soll.

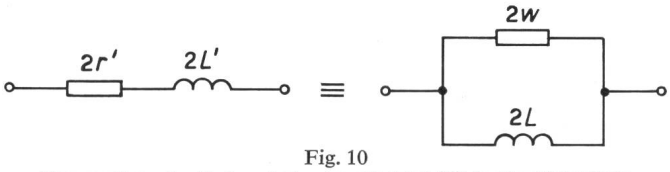

Fig. 10
Umwandlung der Serieverluste einer Induktivität in Parallelverluste
L, L' Induktivität im Serien- bzw. Parallelersatzschaltbild; w Parallelverluste; r' Serienverluste

8. Kompensation der Längsverluste in Serie zur Induktivität durch eine Röhre

Die Anordnung in Fig. 9A sei mit einer Röhre entsprechend Fig. 6A kombiniert. Wenn die Abschlusswiderstände wieder R' gewählt werden und durch den Verlustwiderstand w zu R [s. Gl. (16)] ergänzt werden sollen, so besteht jetzt die Schwierigkeit, dass der w entsprechende Ergänzungswiderstand, der aus r' gebildet wird, frequenzabhängig ist, wie Gl. (60) aussagt. Die Wahl des Ergänzungswiderstandes R' ist somit nur für eine Frequenz möglich, z. B. für $\Omega = 1$. Dadurch entsteht in der Umgebung von $\Omega = 1$ ein mit der Entfernung wachsender Anpassungsfehler.

Zur Bestimmung von R' gilt mit den Gl. (60) und (61):

$$\frac{1}{R'} + \frac{v'}{2R_0} = \frac{1}{R} \tag{66}$$

Damit erhält man die resultierenden Abschlusswiderstände R'' zu:

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R'} + \frac{v'}{2R_0\,\Omega^2} = \frac{1}{R} - \frac{v'}{2\,R_0} + \frac{v'}{2\,R_0\,\Omega^2} \tag{67}$$

Die Gl. (39) und (40) ergeben mit den Gl. (62) und (66):

$$\underline{e}^g = \frac{\left(\frac{1}{R} - \frac{\alpha v'}{2R} + \frac{\alpha v'}{2\,R\,\Omega^2} + \mathrm{j}\,\frac{\alpha\,\Omega}{R} + \frac{\alpha}{2\,\mathrm{j}\,\Omega\,R}\right)^2 - \left(\frac{\alpha}{2\,\mathrm{j}\,\Omega\,R} + \frac{\alpha\,v'}{2\,R\,\Omega^2}\right)\left(\frac{\alpha}{2\,\mathrm{j}\,\Omega\,R} + \frac{\alpha\,v'}{2\,R\,\Omega^2} - S\right)}{2\left(\frac{1}{R} - \frac{\alpha\,v'}{2\mathrm{R}}\right)\left(\frac{\alpha}{2\,\mathrm{j}\,\Omega\,R} + \frac{\alpha\,v'}{2\,R\,\Omega^2} - S\right)} \tag{68}$$

Mit der Abkürzung (41) folgt nach einigen Umformungen:

$$\underline{e}^g = \frac{1 - \frac{\alpha\,v'}{2} + \beta}{1 - \frac{\alpha\,v'}{2}} \sqrt{1 + \Omega^2\,\frac{A - E + (B - F)\,\Omega^2 + C\,\Omega^4 + D\,\Omega^6}{1 + E\,\Omega^2 + F\,\Omega^4}} \tag{69}$$

wobei die grossen Buchstaben die folgenden Ausdrücke bedeuten:

$$A = \frac{2\,\alpha\,v'\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2} + \beta\right)\left[\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2}\right)^2 + \alpha^2\right] + \alpha^2\left(\frac{3\,\alpha\,v'}{2} - 1 - \beta\right)^2}{\alpha^2 v'^2\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2} + \beta\right)^2}$$

$$B = \frac{\left[\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2}\right)^2 + \alpha^2\right]^2 - 2\,\alpha^3\,v'\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2} + \beta\right) + 4\,\alpha^2\left(\frac{3\,\alpha\,v'}{2} - 1 - \beta\right)\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2}\right)}{\alpha^2\,v'^2\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2} + \beta\right)^2} \tag{70}$$

$$C = \frac{\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2}\right)^2 - \alpha^2}{v'^2\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2} + \beta\right)^2}$$

$$D = \frac{\alpha^2}{v'^2\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2} + \beta\right)^2}$$

$$E = \frac{\alpha^2 - 8\,\alpha\,v'\beta}{\alpha^2\,v'^2}$$

$$F = \frac{16\,\beta^2}{\alpha^2\,v'^2}$$

Für die Werte

$$\alpha = 2;\quad v' = 0{,}24;\quad \beta_1 = 0;\quad \beta_2 = 0{,}12;\quad \beta_3 = 0{,}2 \tag{71}$$

werden aus den Gl. (69) und (70) die charakteristischen Grössen K berechnet:

$$K_1^2 = \Omega^2\,\frac{10{,}09 + 109{,}94\,\Omega^2 - 205{,}74\,\Omega^4 + 120{,}23\,\Omega^6}{1 + 17{,}36\,\Omega^2} \tag{72}$$

$$K_2^2 = \Omega^2\,\frac{9{,}90 + 70{,}24\,\Omega^2 - 153{,}45\,\Omega^4 + 89{,}675\,\Omega^6}{1 + 15{,}361\,\Omega^2 + \Omega^4} \tag{73}$$

$$K_3^2 = \Omega^2\,\frac{10{,}18 + 51{,}06\,\Omega^2 - 128{,}94\,\Omega^4 + 75{,}35\,\Omega^6}{1 + 14{,}03\,\Omega^2 + 2{,}78\,\Omega^4} \tag{74}$$

Kurve *1* ist ohne Kompensation, Kurve *2* ist bei der normierten Frequenz $\Omega = 1$ kompensiert, während Kurve *3* bei $\Omega = 1$ überkompensiert ist, jedoch in Analogie zum Parallelverlust bei der normierten Frequenz $\Omega = 0{,}775$ kompensiert. Fig. 9B zeigt die Verbesserung durch die Kompensation. Die Messpunkte liegen gut auf den theoretischen Kurven. Die Verbesserung durch die Kompensation gegenüber der praktisch unbrauchbaren Kurve *1* ist deutlich.

Der Ω-Meßstab für die kompensierte und die überkompensierte Kurve wurde hier so gewählt, dass wie für die nicht kompensierte Kurve $a = 4{,}6$ dB für $\Omega = 1$ angenommen wird. Genau so wurde bei der Kompensation mit zwei Röhren verfahren.

9. Kompensation der Längsverluste in Serie zur Induktivität durch zwei Röhren

Mit zwei entgegengesetzt geschalteten Röhren, entsprechend Fig. 7, lautet die Gl. (68) entsprechende Formel mit der Benützung von Gl. (66):

$$\underline{e}^g = \frac{\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2} + 2\beta + \mathrm{j}\,\alpha\,\Omega\right)\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2} - 2\beta + \frac{\alpha\,v'}{\Omega^2} + \mathrm{j}\,\alpha\,\Omega + \frac{\alpha}{\mathrm{j}\,\Omega}\right)}{\left(1 - \frac{\alpha\,v'}{2}\right)\left(\frac{\alpha\,v'}{\Omega^2} - 4\beta + \frac{\alpha}{\mathrm{j}\,\Omega}\right)} \tag{75}$$

Hieraus ergibt sich für die Betriebsdämpfung:

$$e^a = \frac{1 - \frac{\alpha v'}{2} + 2\beta}{1 - \frac{\alpha v'}{2}} \sqrt{1 + \Omega^2 \frac{A' - E' + (B' - F')\Omega^2 + C'\Omega^4 + D'\Omega^6}{1 + E'\Omega^2 + F'\Omega^4}} \tag{76}$$

mit den Abkürzungen

$$A' = \frac{2\alpha v'\left(1 - \frac{\alpha v'}{\alpha} + 2\beta\right)\left[\left(1 - \frac{\alpha v'}{2}\right)^2 - 4\beta^2 + \alpha^2\right] + \alpha^2\left(1 - \frac{3\alpha v'}{2} + 2\beta\right)^2}{\alpha^2 v'^2\left(1 - \frac{\alpha v'}{2} + 2\beta\right)^2}$$

$$B' = \frac{-2\alpha^3 v'\left(1 - \frac{\alpha v'}{2} + 2\beta\right) + \left[\left(1 - \frac{\alpha v'}{2}\right)^2 - 4\beta^2 + \alpha^2\right]^2 - 4\alpha^2\left(1 - \frac{\alpha v'}{2}\right)\left(1 - \frac{3\alpha v'}{2} + 2\beta\right)}{\alpha^2 v'^2\left(1 - \frac{\alpha v'}{2} + 2\beta\right)^2} \tag{77}$$

$$C' = 2\frac{\left(1 - \frac{\alpha v'}{2}\right)^2 - \alpha^2 + 4\beta^2}{v'^2\left(1 - \frac{\alpha v'}{2} + 2\beta\right)^2}$$

$$D' = \frac{\alpha^2}{v'^2\left(1 - \frac{\alpha v'}{2} + 2\beta\right)^2}$$

$$E' = \frac{\alpha^2 - 8\alpha v'\beta}{\alpha^2 v'^2}$$

$$F' = \frac{16\beta^2}{\alpha^2 v'^2}$$

Berechnet werden die charakteristischen Grössen für die Werte

$$\alpha = 2; \quad v = 0{,}24; \quad \beta_1 = 0; \quad \beta_2 = 0{,}12 \tag{78}$$

aus den Gl. (76) und (77) zu:

$$K_1^2 = \Omega^2 \frac{10{,}09 + 109{,}94\,\Omega^2 - 205{,}74\,\Omega^4 + 120{,}23\,\Omega^6}{1 + 17{,}36\,\Omega^2} \tag{79}$$

$$K_2^2 = \Omega^2 \frac{8{,}167 + 43{,}56\,\Omega^2 - 116{,}83\,\Omega^4 + 69{,}44\,\Omega^6}{1 + 15{,}36\,\Omega^2 + \Omega^4} \tag{80}$$

Kurve *1* ist ohne Kompensation, während Kurve *2* bei der normierten Frequenz $\Omega = 1$ kompensiert ist. Fig. 11 zeigt die beiden berechneten Kurven mit den gut daraufliegenden Messpunkten. Die theoretische Kurve *2* ist besser als die entsprechende Kurve *2* (mit einer Röhre) in Fig. 9B.

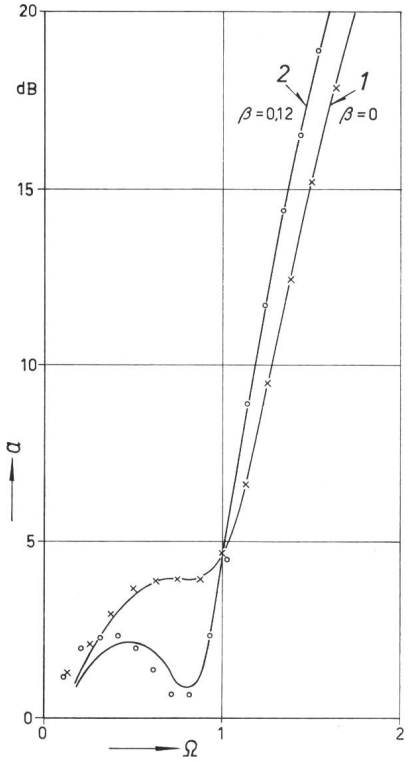

Fig. 11
Betriebsdämpfung ohne Kompensation (*1*) und mit Kompensation durch zwei Röhren (*2*), mit Messpunkten
Bezeichnungen siehe Fig. 2 und 9

Literatur

[1] *W. Herzog:* Zur Bandbreite von Filtern. Scientia electr. 10(1964)2, S. 65...68.

Adresse der Autoren:

W. Herzog, Prof. Dr. phil., Dr.-Ing., Direktor des Instituts für Elektrotechnik der Universität Mainz, Joh.-Joachim-Becher-Weg 14, D-65 Mainz.
H.-G. Giloi, Diplom-Physiker, Institut für Elektrotechnik der Universität Mainz, Joh.-Joachim-Becher-Weg 14, D-65 Mainz (Deutschland).