

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 56 (1965)
Heft: 19

Artikel: Graphische Darstellung von Strom-, Spannungs- und Leistungsverstärkung sowie von Ein- und Ausgangsimpedanzen eines Vierpols
Autor: Ow, H.-P. von
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-916403>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Verhältnis von zwei Grössen gleicher Art, «Koeffizient» für das Verhältnis von zwei Grössen verschiedener Art.

Bei der Abfassung dieser Vorschriften konnte sich die Arbeitsgruppe auf die bei der ersten und zweiten Auflage benützten Richtlinien und die damit gemachten Erfahrungen stützen; darüber hinaus standen ihr wertvolle Entwürfe zur Verfügung, welche das technische Komitee 37 «Terminologie» der International Standardization Organization (ISO) ausgearbeitet hat, so z. B. auf deren Benennungsgrundsätze (Principes de dénomination). Diese soll man beachten, wenn man in einem technisch-wissenschaftlichen Gebiet an einem Wörterbuch arbeitet. Wie eingehend diese insgesamt 31 Benennungsgrundsätze ausgearbeitet worden sind, mögen zwei Beispiele zeigen:

a) Grundsatz 2 (Sprachliche Ökonomie): Wenn man einen Ausdruck schafft oder benützt, soll man nicht vergessen, dass das Suchen nach grösserer Genauigkeit sehr oft dazu führt, dass man weniger Leichtigkeit hat, sich auszudrücken, und dass man weniger leicht verstanden wird.

b) Grundsatz 9 (In einer Definition gebrauchte Ausdrücke): Alle Fachausdrücke, die in einer Definition vorkommen, müssen

definiert sein, und zwar in derselben oder in einer andern, massgebenden Veröffentlichung. Dabei soll die Bedeutung eines Fachausdrucks a nicht mit Hilfe eines Fachausdrucks b definiert werden, dessen eigene Bedeutung mit Hilfe des Fachausdrucks a definiert worden ist; das heisst, man muss Zirkelschlüsse vermeiden.

Der Preis der einzelnen Hefte des VEI mag als hoch erscheinen im Vergleich zu den Preisen allgemeiner Wörterbücher, die in sehr hohen Auflagen hergestellt werden; in Wirklichkeit deckt er aber nur die Kosten des Druckes und des Papiers. Die grossen Auslagen, welche die vielen Schreibarbeiten, die Vervielfältigungsarbeiten und die Reisespesen der vielen mitarbeitenden Fachleute verursachen, tragen die Nationalkomitees beziehungsweise deren Geldgeber. Die geistige Arbeit der Abfassung, Kritik und Bereinigung der Texte erscheint in keiner Rechnung. Der Käufer der Hefte des VEI bezahlt also nur einen kleinen Teil des tatsächlich geleisteten Aufwandes.

Adresse des Autors:

M. K. Landolt, dipl. Elektroingenieur, Spyrsteig 35, 8044 Zürich.

Graphische Darstellung von Strom-, Spannungs- und Leistungsverstärkung sowie von Ein- und Ausgangsimpedanzen eines Vierpoles

Von H.-P. von Ow

624.191.97

1. Einleitung

Bei linearen Vierpolen wird der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsgrössen durch Vierpolparameter gegeben. Es ist aber schwierig, an Hand dieser Parameter schnell zu überblicken, wie sich die Ein- und Ausgangsimpedanz sowie die Strom- und Spannungsverstärkung bei variabler Last- bzw. Quellimpedanz verändern. Es wird hier daher eine Methode angegeben, mit welcher bei Vierpolen mit reellen Parametern und Ohmschem Quell- und Lastwiderstand (z. B. Transistorverstärker) die Strom- und Spannungsverstärkung (v_i , v_u) und der Ein- bzw. Ausgangswiderstand (R_1 , R_2) aufgezeichnet werden können. Die Formeln des 2. und 3. Abschnittes gelten auch für Impedanzen (Z) und komplexe Parameter, wobei ein Widerstand R jeweils durch eine Impedanz Z zu ersetzen ist.

2. Vierpoltheorie

Im Vierpol von Fig. 1 sei der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgang durch Vierpolparameter gegeben.

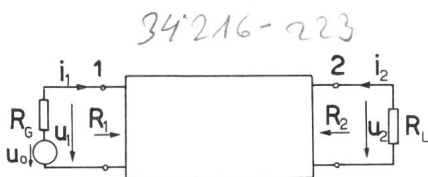


Fig. 1

Vierpolersatzschema mit Quellen- und Abschlusswiderstand

1 Eingang; 2 Ausgang; u_0 Ursprungspannung; u_1 , u_2 Eingangs- bzw. Ausgangsspannung; i_1 , i_2 Eingangs- bzw. Ausgangsstrom; R_1 , R_2 Eingangs- bzw. Ausgangswiderstand; R_G Quellenwiderstand; R_L Lastwiderstand

Z. B. mit h -Parametern:

$$u_1 = h_{11} i_1 + h_{12} u_2$$

$$i_2 = h_{21} i_1 + h_{22} u_2$$

$$u_2 = R_L i_2$$

Aus den beiden Vierpolgleichungen sowie der Strom-Spannungsverknüpfung über den Abschlusswiderständen können Strom- und Spannungsverstärkung sowie Ein- und Ausgangswiderstand abgeleitet werden.

Z. B. für h -Parameter:

$$v_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22} R_L}$$

$$v_u = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-h_{21} R_L}{h_{11} + \Delta h R_L}$$

$$R_1 = \frac{h_{11} + \Delta h R_L}{1 + h_{22} R_L}$$

$$R_2 = \frac{h_{11} + R_G}{\Delta h + h_{22} R_G}$$

worin:

v_i Stromverstärkung

v_u Spannungsverstärkung

R_1 Eingangswiderstand = $\frac{u_1}{i_1}$

R_2 Ausgangswiderstand

R_G Innenwiderstand der Quelle

R_L Lastwiderstand = $-\frac{u_2}{i_2}$

$\Delta h = h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21}$

Unabhängig von der Art der gewählten Vierpolparameter können diese Formeln in folgende Form gebracht werden:

$$v_i = v_{ic} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{R_{20}}}$$

$$v_{u0} = v_{u0} \frac{R_L}{R_{2c} \left(1 + \frac{R_L}{R_{2c}}\right)}$$

$$R_1 = R_{1c} \frac{1 + \frac{R_L}{R_{2c}}}{1 + \frac{R_L}{R_{20}}}$$

$$R_2 = R_{2c} \frac{1 + \frac{R_G}{R_{1c}}}{1 + \frac{R_G}{R_{10}}}$$

worin:

- v_{ic} Kurzschlußstromverstärkung ($R_L = 0$)
- v_{u0} Leerlaufspannungsverstärkung ($R_L = \infty$)
- R_{1c} Eingangswiderstand für $R_L = 0$ (Kurzschluss)
- R_{10} Eingangswiderstand für $R_L = \infty$ (Leerlauf)
- R_{2c} Ausgangswiderstand für $R_G = 0$ (Spannungsquelle)
- R_{20} Ausgangswiderstand für $R_G = \infty$ (Stromquelle)

Tabelle I gibt den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Vierpolparametern und v_{ic} , v_{u0} , R_{1c} , R_{10} , R_{2c} und R_{20} .

Zusammenhang zwischen Verstärkungen, Widerständen und Vierpolparametern

Tabelle I

	$ h $	$ z $	$ y $	$ a $
v_{ic}	h_{21}	$-\frac{z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{1}{a_{22}}$
v_{u0}	$-\frac{h_{21}}{\Delta h}$	$-\frac{z_{21}}{z_{11}}$	$-\frac{y_{21}}{y_{22}}$	$\frac{1}{a_{11}}$
R_{20}	$\frac{1}{h_{22}}$	z_{22}	$\frac{y_{11}}{\Delta y}$	$\frac{a_{22}}{a_{21}}$
R_{2c}	$\frac{h_{11}}{\Delta h}$	$\frac{\Delta z}{z_{11}}$	$\frac{1}{y_{22}}$	$\frac{a_{12}}{a_{11}}$
R_{10}	$\frac{\Delta h}{h_{22}}$	z_{11}	$\frac{y_{22}}{\Delta y}$	$\frac{a_{11}}{a_{21}}$
R_{1c}	h_{11}	$\frac{\Delta z}{z_{22}}$	$\frac{1}{y_{11}}$	$\frac{a_{12}}{a_{22}}$

3. Verhältnis der Leerlauf-Kurzschlusswiderstände

$$\frac{R_{10}}{R_{1c}} = \frac{R_{20}}{R_{2c}} = \frac{\Delta h}{h_{11} h_{22}} = \frac{y_{11} y_{22}}{\Delta y} = \frac{z_{11} z_{22}}{\Delta z} = \frac{a_{11} a_{22}}{a_{12} a_{21}} = \text{konst.}$$

d. h. das Verhältnis von Eingangsleerlauf- zum Kurzschlusswiderstand ist gleich dem Verhältnis von Ausgangsleerlauf- zum Kurzschlusswiderstand. Es müssen also nur drei Widerstände aus den Parametern berechnet werden; mit obigen Beziehungen ist der vierte bestimmt. Falls man bei der Para-

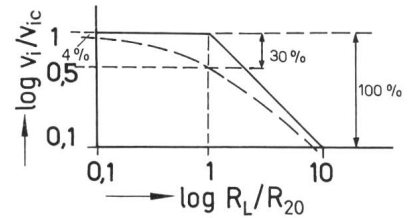


Fig. 2
Notwendige Korrekturen zur Zeichnung des genauen Verlaufes der Stromverstärkung
 v_i Stromverstärkung; v_{ic} Kurzschlußstromverstärkung; R_L Lastwiderstand; R_{20} Ausgangswiderstand für $R_G = \infty$

meterberechnung gewisse Vernachlässigungen trifft (z. B. bei gegengekoppelten Verstärkern), so berechnet man mit Vorteil alle vier Widerstände. Obige Beziehung bietet eine Kontroll-

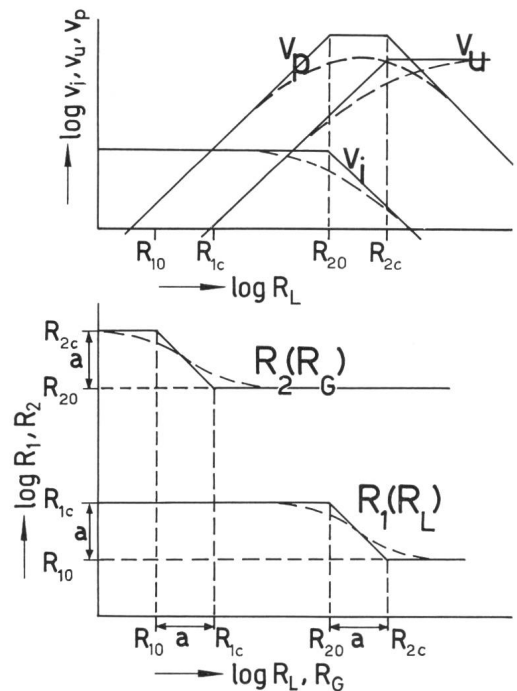


Fig. 3
Verlauf von v_i , v_u , v_p , R_1 und R_2
 v_i Stromverstärkung; v_u Spannungsverstärkung; v_p Leistungsverstärkung; R_1 Eingangswiderstand; R_2 Ausgangswiderstand; R_{1c} , R_{2c} Eingangs- bzw. Ausgangswiderstand für R_L bzw. für $R_G = 0$; R_{10} , R_{20} Eingangs- bzw. Ausgangswiderstand für R_L bzw. $R_G = \infty$; R_G Quellenwiderstand; R_L Lastwiderstand; $a = \log R_{10} - \log R_{1c} = \log R_{20} - \log R_{2c}$

möglichkeit zur Entdeckung unzulässiger Vereinfachungen (falls sich diese nicht gegenseitig kompensieren).

Aus obiger Beziehung folgt:

Falls $R_{10} > R_{1c}$, so muss auch $R_{20} > R_{2c}$, bzw. falls $R_{10} < R_{1c}$ so muss auch $R_{20} < R_{2c}$ sein. Das bedeutet, dass bei einem gegebenen Vierpol R_1 und R_2 in Funktion von R_L bzw. R_G entweder beide steigen oder beide fallen müssen. Es ist nicht möglich, dass R_1 steigt und R_2 fällt.

4. Aufzeichnung im doppeltlogarithmischen Maßstab

Analog zum Bodediagramm werden die Funktionen im doppeltlogarithmischen Maßstab aufgezeichnet. Sie können in Abschnitten durch Streckenzüge approximiert werden (Fig. 3).

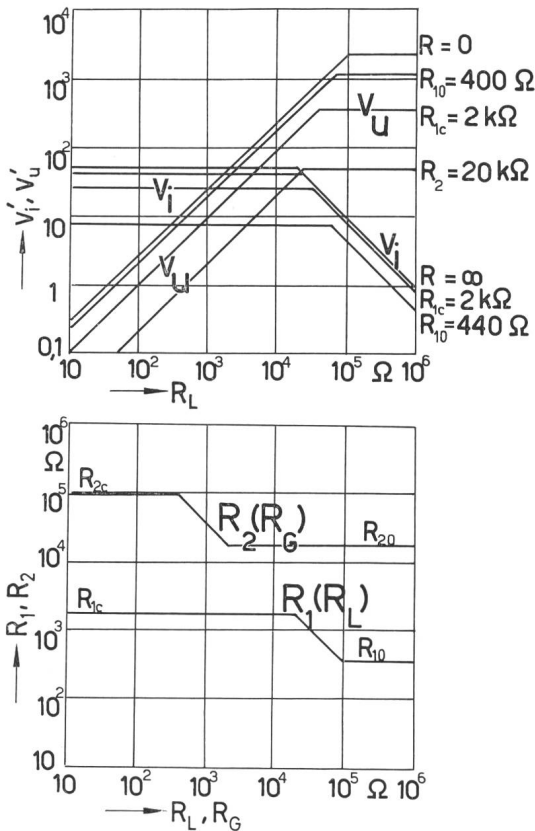


Fig. 4

Verhalten eines NF-Transistors in Emitterschaltung (Parameter = R_G)
 v_i' Stromverstärkung; v_u' Spannungsverstärkung
 Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 3

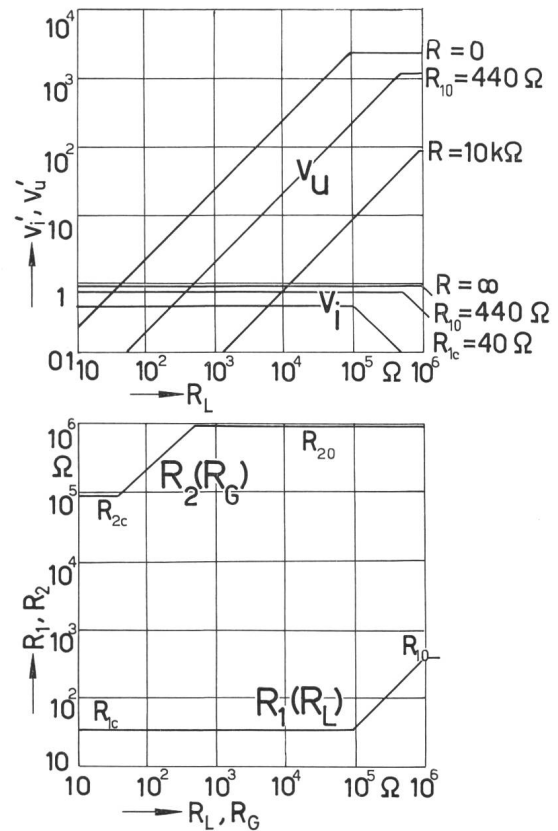


Fig. 5

Wie Fig. 4, aber in Basisschaltung
 Parameter = R_G
 Bezeichnungen siehe Fig. 3

$$v_i: R_L < R_{20} \rightarrow v_i = v_{ic}; \quad R_L > R_{20} \rightarrow v_i = v_{ic} \frac{R_{20}}{R_L}$$

$$v_u: R_L < R_{2c} \rightarrow v_u = v_{u0} \frac{R_L}{R_{2c}}; \quad R_L > R_{2c} \rightarrow v_u = v_{u0}$$

$$R_1: R_L < R_{20} \rightarrow R_1 = R_{1c}; \quad R_L > R_{2c} \rightarrow R_1 = R_{10}$$

$$R_2: R_G < R_{10} \rightarrow R_2 = R_{2c}; \quad R_G > R_{1c} \rightarrow R_2 = R_{20}$$

R_{1c} , R_{10} , R_{2c} und R_{20} sind die Knickpunkte. Durch Logarithmieren der Formel in Abschnitt 3. findet man:

$$\log R_{10} - \log R_{1c} = \log R_{20} - \log R_{2c} = a$$

d. h. im Diagramm müssen die Knickpunkte den gleichen Abstand a haben.

Will man die genaue Kurve zeichnen, so muss man in der Nähe der Knickpunkte (± 1 Dekade) korrigieren (Fig. 2). Da bei Transistorschaltungen die Parameter nicht genau bekannt sind und sich zudem mit verschiedener Last ändern, genügt im allgemeinen die Approximation durch Streckenzüge, vor allem wenn man sich nur über das grundsätzliche Verhalten orientieren will.

Bei bekannter Strom- und Spannungsverstärkung lässt sich auch die Leistungsverstärkung v_p in Funktion von R_L einzeichnen.

$$v_p = v_i v_u$$

$$\log v_p = \log v_i + \log v_u$$

Die Leistungsverstärkung erreicht ein Maximum bei $R_{L \text{ opt.}}$. Aus Symmetriegründen liegt $\log R_{L \text{ opt.}}$ genau in der Mitte zwischen $\log R_{20}$ und $\log R_{2c}$.

$$\log R_{L \text{ opt.}} = \frac{1}{2} (\log R_{20} + \log R_{2c})$$

$$R_{L \text{ opt.}} = \sqrt{R_{20} R_{2c}}$$

Grösstmögliche Leistungsverstärkung erhält man, wenn auch am Eingang angepasst wird ($R_{G \text{ opt.}} = R_1$). Zu $R_{L \text{ opt.}}$ gehöriges R_1 (analog zu oben):

$$R_1 = R_{G \text{ opt.}} = \sqrt{R_{10} R_{1c}}$$

5. Einfluss des Quellenwiderstandes auf v_i und v_u

Wenn man die Verstärkung nicht auf die Eingangsspannung (bzw. Eingangsstrom) sondern auf die Urspannung (bzw. Urstrom) der Quelle beziehen will, so muss man obige Beziehungen etwas modifizieren.

$$v_u' = \frac{u_2}{u_0} = v_u \frac{R_1}{R_1 + R_G}$$

(Bezeichnungen s. Fig. 1)

v_u und R_1 eingesetzt und umgeformt führt auf die gleiche Form wie im Abschnitt 2:

$$v_u' = v_{u0} \frac{R_L}{R_{2c} \left(1 + \frac{R_L}{R_{2c}} \right)}$$

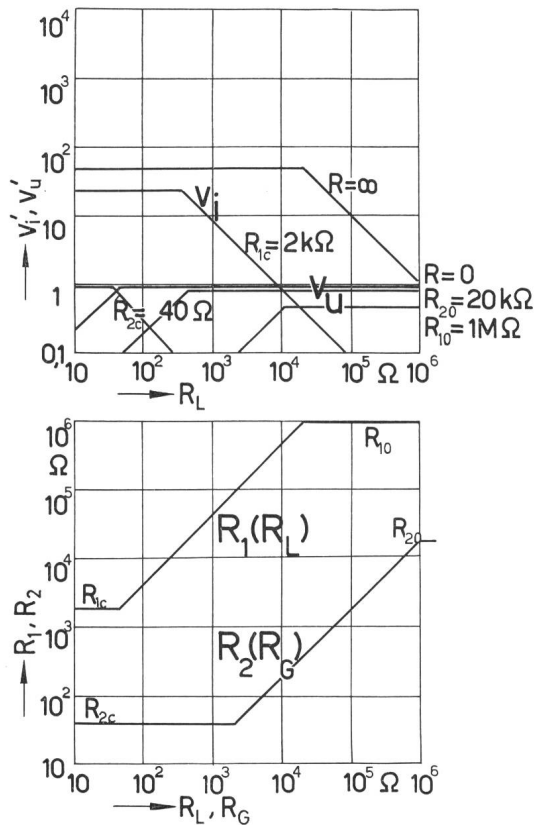


Fig. 6
Wie Fig. 4, aber in Kollektorschaltung
Parameter = R_G
Bezeichnungen siehe Fig. 3

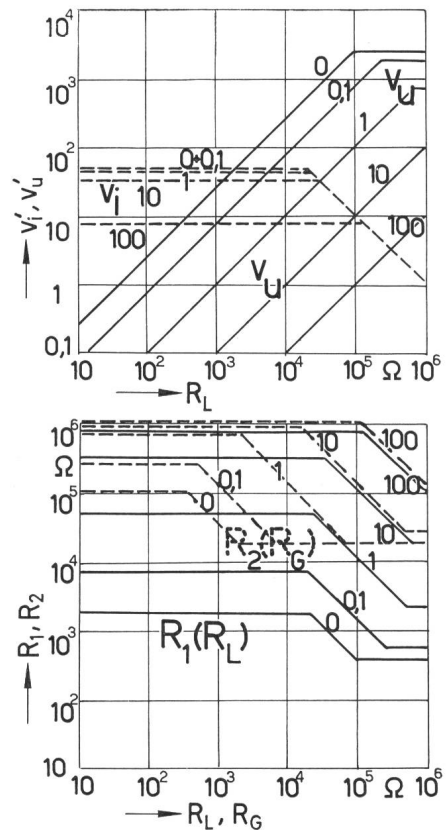


Fig. 8
Verhalten der Transistorschaltung in Fig. 7 mit dem Gegenkopplungs-
widerstand R_f als Parameter [kOhm]
Bezeichnungen siehe Fig. 3

In den Abkürzungen v'_{u0} und R'_{2c} kommt der Parameter R_G vor:

$$v'_{u0} = \frac{v_{u0}}{1 + \frac{R_G}{R_{10}}}$$

$$R'_{2c} = R_{2c} \frac{1 + \frac{R_G}{R_{1c}}}{1 + \frac{R_G}{R_{10}}}$$

Mit wachsendem R_G nimmt v'_u ab, R'_{2c} wird kleiner und strebt im Grenzfalle ($R_G \rightarrow \infty$) nach R_{20} .

Die Stromverstärkung wird bezogen auf den Urstrom $i_0 = u_0/R_G$:

$$v'_i = \frac{i_2}{i_0} = v_i \frac{R_G}{R_1 + R_G}$$

v_i und R_1 eingesetzt wird:

$$v'_i = v'_{ic} \frac{1}{1 + \frac{R_L}{R_{20}}}$$

Die Abkürzungen v'_{ic} und R'_{20} bedeuten:

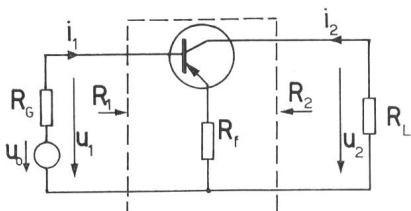


Fig. 7
Transistorverstärker mit
Serie-Serie-Gegenkopplung
 R_f Gegenkopplungs-
widerstand
Weitere Bezeichnungen
siehe Fig. 1

$$v'_{ic} = \frac{v_{ic}}{1 + \frac{R_{1c}}{R_G}}$$

$$R'_{20} = R_{20} \frac{1 + \frac{R_{1c}}{R_G}}{1 + \frac{R_{10}}{R_G}}$$

Durch Umformung findet man, dass $R'_{2c} = R'_{20}$ ist.

$$R'_{20} = R_{20} \frac{1 + \frac{R_{1c}}{R_G}}{1 + \frac{R_{10}}{R_G}} = R_{20} \frac{R_G + R_{1c}}{R_G + R_{10}} = \frac{R_{20} R_{1c}}{\frac{R_{10}}{R_{2c}}} \frac{1 + \frac{R_G}{R_{1c}}}{1 + \frac{R_G}{R_{10}}} = R'_{2c}$$

R_{20} und R_{2c} sind Grenzfälle, wenn $R_G = \infty$ bzw. 0 ist.

6. Beispiele

Als Anwendung der dargestellten Methode wird das Verhalten eines durchschnittlichen NF-Transistors in den drei Grundschaltungen aufgezeichnet. v'_i und v'_u sind dargestellt für $R_G = 0, R_{10}, R_{1c}, R_{20}$ und ∞ (Fig. 4, 5, 6).

Fig. 7 und 8 zeigen eine Anwendung auf Serie-Serie-Gegenkopplung mit dem Gegenkopplungswiderstand R_f als Parameter.

Adresse des Autors:

H.-P. von Ow, dipl. Elektroingenieur ETH, Institut für Fernmeldetechnik der ETH, Sternwartstrasse 7, 8006 Zürich.