

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 56 (1965)

**Heft:** 10

**Artikel:** Über Negativ-Impedanz-Konverter

**Autor:** Bitzer, W.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-916364>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

D E S S C H W E I Z E R I S C H E N E L E K T R O T E C H N I S C H E N V E R E I N S

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)  
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

## Über Negativ-Impedanz-Konverter

Von W. Bitzer, Backnang

621.372.57

Nach einer kurzen Erörterung der Nachteile einiger bekannter Schaltungen von Negativ-Impedanz-Konvertern (NIK) werden Schaltungsprinzipien angegeben, die diese Nachteile vermeiden. Weiter werden einige Gesichtspunkte angegeben, die dazu dienen, NIK-Schaltungen nach diesen Prinzipien zu entwerfen. Dann wird auch untersucht, wie sich ihre Eigenschaften berechnen lassen. Besondere Aufmerksamkeit wird dem Stabilitätsproblem gewidmet.

Après un bref exposé des inconvénients de quelques montages connus de convertisseurs d'impédance négative, l'auteur indique des principes de montages qui évitent ces inconvénients. Il donne ensuite quelques renseignements sur la façon dont ces principes peuvent être appliqués à l'établissement de tels montages et montre comment les propriétés de ces convertisseurs peuvent être calculées. Pour terminer, il s'occupe plus particulièrement du problème de la stabilité.

### 1. Einleitung

Unter einem Negativ-Impedanz-Konverter (NIK) versteht man einen Vierpol, der den Abschlusswiderstand  $R_1$  bzw.  $R_2$  mit dem Konvertierungsfaktor  $K$  (der negativen Realteil besitzt) bzw. mit  $1/K$  multipliziert auf die andere Seite transformiert; ( $W_1 = KR_2$ ,  $W_2 = (1/K)R_1$ ) (Fig. 1). In der vorliegenden Arbeit werden nur NIK-Schaltungen untersucht, bei denen der Konvertierungsfaktor  $K$  eine negative, reelle Zahl ist. Derartige NIK gewinnen in der letzten Zeit in einigen Spezialzweigen der Elektrotechnik wachsende Bedeutung. Besonders für die Synthese von  $RC$ -Filtern ist der NIK ein wichtiges Element. Die folgende Untersuchung gibt einige Gesichtspunkte zur Realisierung von Negativ-Impedanz-Konvertern unter Berücksichtigung der an sie zu stellenden Forderungen.

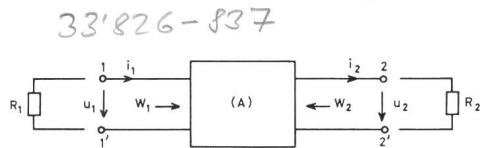


Fig. 1

#### Zur Definition der Kettenmatrix

$i_1$ ,  $i_2$  Eingangs- und Ausgangstrom;  $u_1$ ,  $u_2$  Eingangs- und Ausgangsspannung;  $W_1$ ,  $W_2$  Betriebswiderstände des Vierpols bei Abschluss mit  $R_2$  bzw.  $R_1$

### 2. Die Kettenmatrix des Negativ-Impedanz-Konverters

Die Eigenschaften eines NIK werden zweckmässigerweise durch seine Kettenmatrix (A) beschrieben, wie sie durch Gl. (1) in Verbindung mit Fig. 1 definiert ist.

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Damit beträgt der Betriebsscheinwiderstand zwischen den Klemmen 11', wenn die Klemmen 22' mit dem Scheinwiderstand  $R_2$  abgeschlossen sind:

$$W_1 = \frac{A_{12} + A_{11} R_2}{A_{22} + A_{21} R_2} \quad (2)$$

und derjenige zwischen den Klemmen 22', wenn die Klemmen 11' mit dem Scheinwiderstand  $R_1$  abgeschlossen sind:

$$W_2 = \frac{A_{12} + A_{22} R_1}{A_{11} + A_{21} R_1} \quad (3)$$

Verlangt man, dass der Scheinwiderstand  $W_1$  proportional zum Scheinwiderstand  $R_2$  und der Scheinwiderstand  $W_2$  proportional zum Scheinwiderstand  $R_1$  werden soll, so ist dies, wie aus den Gl. (2) und (3) ersichtlich ist, nur möglich, wenn

$$A_{12} = 0 \quad (4)$$

und

$$A_{21} = 0 \quad (5)$$

werden.

Man bekommt dann unter diesen Voraussetzungen:

$$W_1 = \frac{A_{11}}{A_{22}} R_2 = KR_2 \quad (6)$$

und

$$W_2 = \frac{A_{11}}{A_{22}} R_1 = \frac{1}{K} R_1 \quad (7)$$

und damit ist  $K = A_{11}/A_{22}$  der schon eingangs erwähnte Konvertierungsfaktor.

Die Abschlusswiderstände des NIK sollen mit einem negativen Faktor multipliziert auf der anderen Seite erscheinen. Das ist der Fall, wenn die Vierpolkenngroßen  $A_{11}$  und  $A_{22}$  reell sind und verschiedene Vorzeichen haben. Man erhält so die beiden Möglichkeiten gemäss den Abschnitten 2.1 und 2.2. (Es werden hier nur NIK-Schaltungen betrachtet, die eine durchgehende Leitung zwischen Eingang und Ausgang aufweisen.)

#### 2.1 Der strominvertierende NIK

Man erhält einen strominvertierenden NIK für den Fall, dass:

$$A_{11} > 0$$

und

$$A_{22} < 0 \quad (8)$$

gewählt werden. Denn, wenn z. B.

$$A_{11} = +1$$

und

$$A_{22} = -1 \quad (9)$$

sind, wird gemäss Gl. (1):

$$u_1 = u_2$$

und

$$i_1 = -i_2 \quad (9a)$$

## 2.2 Der spannungsinvertierende NIK

Für den Fall, dass:

$$A_{11} < 0$$

und

$$A_{22} > 0 \quad (10)$$

gewählt werden, erhält man einen spannungsinvertierenden NIK; es wird nämlich z. B. für:

$$A_{11} = -1$$

$$A_{22} = 1 \quad (11)$$

$$u_1 = -u_2$$

und

$$i_1 = i_2 \quad (11a)$$

## 3. Verschiedene Schaltungsprinzipien

Schaltungen, die NIK darstellen, sind in grosser Anzahl bekannt. Ein positiv rückgekoppelter Verstärker kann beispielsweise an einem oder an beiden Klemmenpaaren negative Widerstände zeigen, deren Grösse von einem anderen Widerstand abhängt. Viele in der Literatur [1; 2; 3; 5]<sup>1)</sup> angegebene und auch praktisch verwendete [4] NIK sind nach diesem Prinzip aufgebaut. Man hat dabei jedoch den grossen Nachteil, dass die Eigenschaften der im Verstärker verwendeten aktiven Bauelemente (hauptsächlich Transistoren) die Grösse des resultierenden negativen Widerstandes sehr stark beeinflussen, insbesondere wird dieser von der Versorgungsspannung, von der Temperatur, der Frequenz und anderen Einflüssen abhängig. Außerdem geht der (frequenzabhängige) Phasenwinkel des Verstärkers voll in den Phasenwinkel des erzeugten negativen Widerstandes ein.

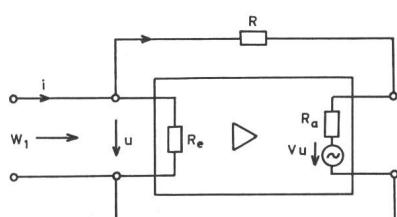


Fig. 2

### Einfach positiv rückgekoppelter Verstärker

i Eingangsstrom; u Eingangsspannung;  $W_1$  Eingangswiderstand; R Rückkopplungswiderstand, zugleich Abschlusswiderstand des NIK;  $R_e$  Eingangswiderstand des Verstärkers;  $R_a$  Ausgangswiderstand des Verstärkers; V Leerlaufspannungsverstärkung

Ein Beispiel möge dies illustrieren: Solche Schaltungen sind nach dem in Fig. 2 dargestellten Prinzip aufgebaut. Der Ausgang eines Verstärkers mit dem Eingangsscheinwiderstand  $R_e$ , dem Ausgangsscheinwiderstand  $R_a$  und der Leerlauf-Spannungsverstärkung  $V$  ist über den Widerstand  $R$ , der den Abschlusswiderstand des NIK darstellen soll, mit seinem Eingang verbunden.

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Der Eingangsscheinwiderstand  $W_1$  dieser Schaltung beträgt:

$$W_1 = \frac{\frac{R + R_a}{V - 1} R_e}{\frac{R + R_a}{V - 1} - R_e} \quad (12)$$

Dieser Scheinwiderstand  $W_1$  bekommt einen negativen Realteil, wenn sowohl die Verstärkung

$$V > 1 \quad (13)$$

als auch

$$\frac{R + R_a}{V - 1} < R_e \quad (14)$$

sind. Soll der Scheinwiderstand  $W_1$  proportional zum Widerstand  $R$  werden, so muss sein:

$$R \gg R_a \quad (15)$$

und

$$\frac{R + R_a}{V - 1} \ll R_e \quad (16)$$

Die Beziehungen (15) und (16) sind nicht ohne weiteres beliebig gut zu erfüllen. Eine befriedigende Proportionalität zwischen dem Scheinwiderstand  $W_1$  und dem Widerstand  $R$  ist deshalb nicht leicht über grosse Widerstandsbereiche zu erreichen. Mit den Beziehungen (15) und (16) ergibt sich der Scheinwiderstand  $W_1$  aus Gl. (12) zu:

$$W_1 \approx -\frac{R}{V - 1} \quad (17)$$

Selbst wenn die Ungleichungen (15) und (16) sehr gut erfüllt sind, bleibt somit immer noch der Mangel, dass sowohl der Phasenwinkel als auch (z. B. zeitliche) Änderungen der Verstärkung  $V$  direkt in den (negativen) Eingangsscheinwiderstand  $W_1$  eingehen. Die im folgenden betrachteten, zuerst von Merrill [4] und von Larky [5] angegebenen NIK-Schaltungen des «Brücken-Typs» zeigen Möglichkeiten auf, die angegebenen Nachteile weitgehend zu vermeiden.

Im folgenden werden die Forderungen angegeben, die an die hier betrachteten NIK gestellt werden sollen:

a) Der Konvertierungsfaktor des NIK soll (insbesondere zeitlich) konstant sein. Er muss deshalb möglichst unabhängig von Eigenschaften der verwendeten aktiven Bauelemente sein, d. h. er darf praktisch nur durch passive Schaltelemente bestimmt werden.

b) Der Konvertierungsfaktor  $K$  soll eine möglichst rein reelle Zahl sein, d. h. der NIK soll auf der einen Seite den Phasenwinkel des Widerstandes, mit dem er auf der anderen Seite abgeschlossen ist, möglichst genau wiedergeben.

c) Die nichtlinearen Verzerrungen sollen möglichst klein sein.

d) Der Eingang und der Ausgang sollen eine Klemme gemeinsam haben, d. h. die Klemmen 1' und 2' sollen direkte Verbindung miteinander aufweisen (vgl. Fig. 1 und 3).

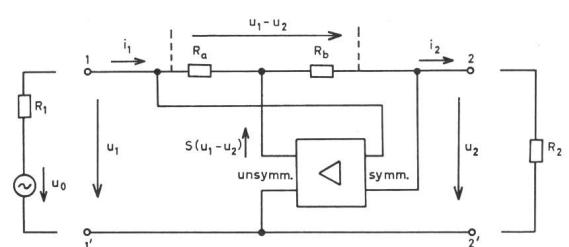


Fig. 3

**Schaltprinzip für den strominvertierenden NIK**  
 $u_0$  von aussen angelegte Spannungsquelle mit innerem Widerstand  $R_1$ ; S «Steilheit»-Ausgangsstrom/Eingangsspannung des im NIK enthaltenen Verstärkers;  $R_a$ ,  $R_b$  Ohmsche Widerstände  
Weitere Bezeichnungen siehe Fig. 1

e) Der NIK soll keine Übertrager und keine Induktivitäten enthalten, denn der interessierende Einsatzbereich erstreckt sich einmal auf Anwendungen bei sehr tiefen Frequenzen, bei denen die Spulen sehr gross werden müssten und zum anderen auf Schaltungen in integrierter Technik, bei denen zeitlich konstante Induktivitäten kaum herstellbar sein dürften.

f) Zur Energieversorgung soll eine einzige Spannungsquelle ausreichen.

Diese Forderungen können durch die im folgenden angegebenen Schaltungsprinzipien erfüllt werden.

### 3.1 Schaltungsprinzip für einen strominvertierenden NIK

Ein strominvertierender NIK lässt sich durch das in Fig. 3 dargestellte Schaltungsprinzip realisieren [5].

Zur Vereinfachung der Erklärung der Wirkungsweise wird angenommen, dass der Widerstand  $R_a = R_b$  ist und die beiden Abschlusswiderstände  $R_1$  und  $R_2$  rein Ohmisch seien. An das Klemmenpaar 1,1' sei eine Spannungsquelle mit dem inneren Widerstand  $R_1$  angelegt, das Klemmenpaar 2,2' sei mit dem Widerstand  $R_2$  abgeschlossen. Die Quelle  $u_0$  hat nun die Spannungsdifferenz  $u_1 - u_2$  zur Folge, die über einen Verstärker die Einströmung  $S(u_1 - u_2)$  bewirkt. ( $S$  ist das Verhältnis von Ausgangstrom zur Eingangsspannung des Verstärkers, also seine Steilheit.) Sofern der Widerstandswert  $R_2$  grösser ist als derjenige von  $R_1$ , wird mit grösser werdender Einströmung  $S(u_1 - u_2)$  der Spannungsabfall am Widerstand  $R_2$  stärker ansteigen als derjenige an  $R_1$  und damit die Spannung  $u_1 - u_2$  immer kleiner. Solange also  $R_2 > R_1$  ist, gibt es eine Einströmung  $S(u_1 - u_2)$ , die so gross ist, dass  $u_1 - u_2 \rightarrow 0$  geht. Dieser Wert wird für  $S \rightarrow \infty$  asymptotisch mit beliebiger Genauigkeit erreicht. Wenn aber die Spannung  $u_1 - u_2 = 0$  ist, so ist, wegen  $R_a = R_b$ , der Strom  $i_2 = -i_1$  und damit die Impedanz:

$$W_1 = \frac{u_1}{i_1} = \frac{u^2}{-i_2} = -R_2$$

Genau so lässt sich die Wirkungsweise erklären, wenn an die Seite 2,2' eine Spannungsquelle mit dem Innenwiderstand  $R_2$  gelegt wird. Man erhält:

$$W_2 = \frac{u_2}{i_2} = \frac{u_1}{-i_1} = -R_1$$

Auch hier kann die Schaltung nur stabil sein, wenn der Abschlusswiderstand  $R_2$  auf der Seite 2,2', der ja jetzt durch den Innenwiderstand der Spannungsquelle dargestellt ist, genau wie vorher grösser ist als der Widerstand  $R_1$ . Wird diese Bedingung verletzt, also  $R_1 > R_2$ , so wird mit grösser werdender Einströmung  $S(u_1 - u_2)$  die Spannungsdifferenz  $u_1 - u_2$  immer grösser, was zur Folge hat, dass die Einströmung weiter vergrössert wird usw. und es keine Einströmung mehr gibt, bei der die Spannungsdifferenz verschwindet. Die Schaltung wird demnach instabil; falls der Verstärker gleichstromgekoppelt ist, zeigt sich die Instabilität durch eine Verschiebung des Arbeitspunktes bis zur Aussteuerungsgrenze, andernfalls durch unkontrollierte Schwingungen. Wenn die Schaltung aber für  $R_1 < R_2$  stabil ist, so ist sie unabhängig von der Grösse des Abschlusswiderstandes auf der anderen Seite stabil für  $R_1 = 0$  und ebenso für  $R_2 = \infty$ . Man bezeichnet deshalb die durch das Klemmenpaar 1,1' gekennzeichnete Seite als «kurzschlußstabil» und die durch das Klemmenpaar 2,2' gekennzeichnete Seite als «leerlaufstabil». Ein Umkehren der Richtung der Einströmung bzw. des Vorzeichens der Grösse  $S$  hat eine Vertauschung von leerlauf- und kurzschlußstabiler Seite zur Folge.

### 3.2 Schaltprinzip für einen spannungsinvertierenden NIK

Für den spannungsinvertierenden NIK wird das in Fig. 4 dargestellte Schaltprinzip betrachtet. Auch hier soll der Einfachheit halber für die Erklärung der Wirkungsweise angenommen werden, dass der Widerstand  $R_a = R_b$  und die Abschlusswiderstände  $R_1$  und  $R_2$  rein Ohmisch seien. Die

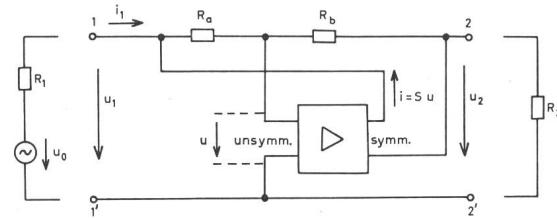


Fig. 4  
Schaltprinzip für den spannungsinvertierenden NIK  
Bezeichnungen siehe Fig. 1 und 3

Spannungsquelle  $u_0$  auf der Seite 1,1' hat an den Klemmen des Vierpols die Spannungen  $u_1$  und  $u_2$  zur Folge und damit eine Spannung

$$u = \frac{u_1 + u_2}{2}$$

Aus dieser Spannung wird mittels eines Verstärkers die Einströmung  $i = Su$  erzeugt. Wenn nun  $R_1 > R_2$  ist, so wird mit grösser werdender Einströmung der Spannungsabfall an  $R_1$  rascher ansteigen als derjenige an  $R_2$ . Es gibt also eine Einströmung  $i = Su$ , bei der  $u_2 \rightarrow -u_1$  und damit  $u \rightarrow 0$  geht. Für  $S \rightarrow \infty$  wird, wie beim strominvertierenden NIK, dieser Wert asymptotisch erreicht. Da der Vierpol keine Querableitung enthält, wird  $i_1 = i_2$ . Man erhält also, da  $R_a = R_b$  angenommen wurde:

$$W_1 = \frac{u_1}{i_1} = \frac{-u_2}{i_2} = -R_2$$

Wenn  $R_1 < R_2$  ist, wird  $u$  mit grösser werdender Einströmung  $i = Su$  immer grösser, die Schaltung wird demnach instabil. Das Klemmenpaar 1,1' stellt also die leerlaufstabile, das Klemmenpaar 2,2' die kurzschlußstabile Seite des spannungsinvertierenden NIK dar. Ein Umkehren der Richtung der Einströmung bzw. des Vorzeichens der Grösse  $S$  hat auch hier eine Vertauschung von leerlauf- und kurzschlußstabiler Seite zur Folge.

### 4. Gesichtspunkte zur praktischen Realisierung (Eigenschaften der praktisch realisierbaren NIK)

Die in den Fig. 3 und 4 eingezeichneten Verstärkervierpole waren zwecks übersichtlicherer Darstellung des Prinzips und der Wirkungsweise der NIK mit unendlich grossen Eingangs- und Ausgangsscheinwiderständen angenommen worden. Bei

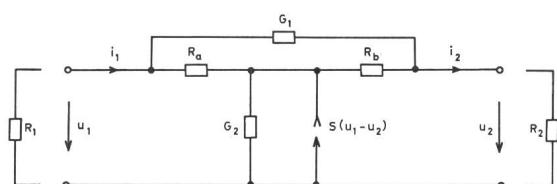


Fig. 5  
Strominvertierender NIK nach Fig. 3  
mit Eingangsleitwert  $G_1$  und Ausgangsleitwert  $G_2$  des Verstärkers

praktisch realisierbaren Schaltungen haben diese jedoch endliche Werte. Sie lassen in den Prinzipschaltbildern dadurch berücksichtigen, dass dem Eingang des Verstärkers ein Leitwert  $G_1$  und dem Ausgang bzw. der Einströmung ein weiterer Leitwert  $G_2$  parallel gelegt wird. Beide können selbstverständlich komplex sein.

#### 4.1 Zur Realisierung des strominvertierenden NIK

Aus der Prinzipschaltung von Fig. 3 erhält man durch Ergänzen dieser beiden erwähnten Leitwerte  $G_1$  und  $G_2$  die in Fig. 5 dargestellte Schaltung. Für sie erhält man die Elemente der Kettenmatrix zu:

$$A_{11} = \frac{SR_a + 1 + R_a G_2 + G_1 (R_a + R_b + R_a R_b G_2)}{N_1} = 1 + \frac{R_a G_2}{N_1} \quad (18)$$

$$A_{12} = \frac{R_a + R_b + R_a R_b G_2}{N_1} \quad (19)$$

$$A_{21} = G_2 \frac{1 + G_1 (R_a + R_b)}{N_1} \quad (20)$$

$$A_{22} = \frac{-SR_b + 1 + R_b G_2 + G_1 (R_a + R_b + R_a R_b G_2)}{N_1} \quad (21)$$

wobei

$$N_1 = SR_a + 1 + G_1 (R_a + R_b + G_2 R_a R_b) \quad (22)$$

ist.

Aus den Gl. (18) bis (21) in Verbindung mit Gl. (22) wird für grosse Steilheit des Verstärkers, d. h. für  $S \rightarrow \infty$ : (23)

$$A_{11} \rightarrow 1 + 0 \quad (18a)$$

$$A_{12} \rightarrow +0 \quad (19a)$$

$$A_{21} \rightarrow +0 \quad (20a)$$

$$A_{22} \rightarrow -\frac{R_b}{R_a} + 0 \quad (21a)$$

genau wie es in Abschnitt 2 und 2.1 gemäss den Beziehungen (4), (5) und (8) für den strominvertierenden NIK gefordert worden war.

Somit wird jetzt gemäss Gleichung (6):

$$\lim W_1 \Big|_{S \rightarrow \infty} = -\frac{R_a}{R_b} R_2 = K R_2 \quad (24)$$

und gemäss Gl. (7):

$$\lim W_2 \Big|_{S \rightarrow \infty} = -\frac{R_b}{R_a} R_1 = \frac{1}{K} R_1 \quad (25)$$

wobei  $K$  wieder der «Konvertierungsfaktor» ist.

Für endliche Werte der Steilheit  $S$  sind die Abweichungen der Elemente der Kettenmatrix von diesen idealen Werten mittels der Gl. (18) bis (21) zu berechnen. Im allgemeinen kann die Verstärkerschaltung ohne Schwierigkeiten so ausgelegt werden, dass gilt:

$$|G_1| \ll \left| \frac{1}{R_a} \right| \quad (26)$$

$$|G_2| \ll \left| \frac{1}{R_b} \right| \quad (26)$$

und

$$|G_2| \leqq \left| \frac{1}{R_a} \right| \quad (27)$$

$$|G_2| \leqq \left| \frac{1}{R_b} \right| \quad (27)$$

Unter diesen Voraussetzungen können in den Gl. (18) bis (22) die Summanden, die  $G_1$  als Faktor enthalten, vernachlässigt werden, und man erhält so eine wesentliche Vereinfachung dieser Ausdrücke.

#### 4.2 Zur Realisierung des spannungsinvertierenden NIK

Aus der Prinzipschaltung von Fig. 4 erhält man durch Hinzufügen der beiden Scheinleitwerte  $G_1$  und  $G_2$ , die den Eingangs- bzw. Ausgangsscheinleitwert des Verstärkers darstellen, die in Fig. 6 dargestellte Schaltung. Für diese ergeben sich die Elemente der Kettenmatrix zu:

$$A_{11} = \frac{-SR_a + R_a R_b G_1 G_2 + R_a G_1 + (R_a + R_b) G_2 + 1}{N_2} \quad (28)$$

$$A_{12} = \frac{R_a R_b G_1 + R_a + R_b + (R_a - R_b) R_a G_2}{N_2} \quad (29)$$

$$A_{21} = \frac{G_1 [1 + G_2 (R_a + R_b)]}{N_2} \quad (30)$$

$$A_{22} = 1 + \frac{R_b G_1}{N_2} \quad (31)$$

wobei

$$N_2 = +SR_b + 1 + G_2 (R_a + R_b + G_1 R_a R_b) \quad (32)$$

ist.

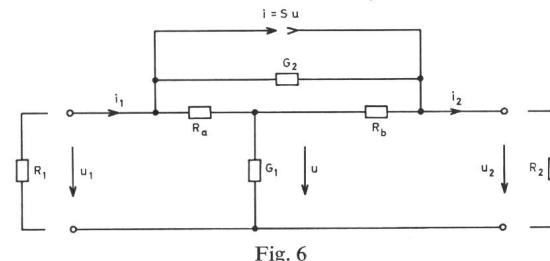


Fig. 6  
Spannungsinvertierender NIK nach Fig. 4  
mit Eingangsleitwert  $G_1$  und Ausgangsleitwert  $G_2$  des Verstärkers

Aus den Gl. (28) bis (32) wird für sehr grosse Steilheit des Verstärkers, d. h. für  $S \rightarrow \infty$ :

$$A_{11} \rightarrow -\frac{R_a}{R_b} + 0 \quad (28a)$$

$$A_{12} \rightarrow +0 \quad (29a)$$

$$A_{21} \rightarrow +0 \quad (30a)$$

$$A_{22} \rightarrow 1 + 0 \quad (31a)$$

genau, wie es in Abschnitt 2 und 2.2 gemäss den Beziehungen (4), (5) und (10) für den spannungsinvertierenden NIK gefordert worden war.

Es wird gemäss Gleichung (6):

$$\lim W_1 \Big|_{S \rightarrow \infty} = -\frac{R_a}{R_b} R_2 \quad (33)$$

und

$$\lim W_2 \Big|_{S \rightarrow \infty} = -\frac{R_b}{R_a} R_1 \quad (34)$$

#### 4.3 Erfüllbarkeit der in Abschnitt 3 aufgestellten Forderungen

Die in Abschnitt 3 aufgestellten Forderungen *a* bis *c* werden durch die gewählten Prinzipschaltungen für grosse Werte der Steilheit  $S$  des Verstärkers gut erfüllt, da gemäss der Gleichungen (18a) bis (21a) bzw. (24) und (25) für den strominvertierenden NIK und gemäss der Gleichungen (28a) bis (31a)

bzw. (33) und (34) für den spannungsinvertierenden NIK die Grösse  $S$  der Verstärkung und damit ihre Änderungen (Forderung  $a$ ), ihr Phasenwinkel ( $b$ ) und ihr Klarfaktor ( $c$ ) nicht in den Vierpolkenngrossen des NIK und damit auch nicht im Konvertierungsfaktor  $K$  des NIK enthalten sind. Es ist dabei jedoch sicherzustellen, dass die in Abschnitt 5 aufgestellten Stabilitätsbedingungen eingehalten werden.

Forderung  $d$  ist durch das Schaltprinzip (Fig. 3 bzw. 4) erfüllt. (Sie wird, genau genommen, an den Verstärker weitergegeben, der beim strominvertierenden NIK einen symmetrischen Eingang und beim spannungsinvertierenden NIK einen symmetrischen Ausgang haben muss. Beides ist aber technisch gut realisierbar.)

Die Forderungen  $e$  und  $f$  sind durch entsprechenden Entwurf des Verstärkers zu erfüllen.

## 5. Stabilitätsbetrachtungen

Die bisherigen Betrachtungen haben gezeigt, dass es, um die in Abschnitt 3 aufgestellten Forderungen möglichst gut zu erfüllen, erforderlich ist, die die Verstärkung des Verstärkers bestimmende Steilheit  $S$  möglichst gross zu machen. Es zeigt sich aber, dass einer beliebigen Vergrösserung der Steilheit  $S$  durch das Stabilitätsverhalten der Schaltung sehr rasch Grenzen gesetzt sind. Der Verstärker (in Fig. 3 bzw. 4) wird, um genügend grosse Werte für  $S$  zu bekommen, aus mindestens zwei Verstärkerstufen bestehen und die Ortskurve der Verstärkung bzw. der Steilheit  $S(f)$  als Funktion der Frequenz

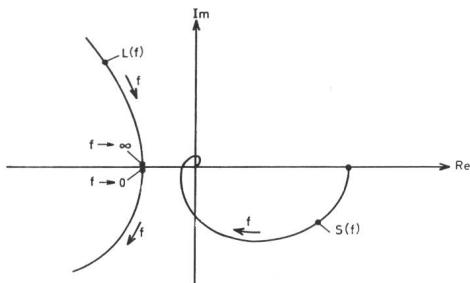


Fig. 7

**Beispiel für die Ortskurven  $S(f)$  und  $L(f)$  eines unbedingt stabilen NIK**  
f Richtung, in der die Kurve bei steigender Frequenz durchlaufen wird;  $L(f)$  nach den angegebenen Formeln berechnete Ortskurve;  $S(f)$  Ortskurve der Steilheit des Verstärkers (gemessen oder berechnet)

$$L(f) = \frac{R_1 + R_2 + R_a + R_b + G_1(R_a + R_b)(R_1 + R_2) + G_2(R_1 + R_a)(R_2 + R_b)}{R_1 R_b - R_2 R_a} + \\ + \frac{G_1 G_2 [R_1 R_2 (R_a + R_b) + R_a R_b (R_1 + R_2)]}{R_1 R_b - R_2 R_a} \quad (36)$$

und für den betrachteten spannungsinvertierenden NIK:

$$L(f) = \frac{R_1 + R_2 + R_a + R_b + G_1(R_1 + R_a)(R_2 + R_b) + G_2(R_a + R_b)(R_1 + R_2)}{R_2 R_a - R_1 R_b} + \\ + \frac{G_1 G_2 [R_1 R_2 (R_a + R_b) + R_a R_b (R_1 + R_2)]}{R_2 R_a - R_1 R_b} \quad (37)$$

$f$  wird deshalb einen prinzipiellen Verlauf aufweisen, wie er in Fig. 7 und 8 schematisch dargestellt ist. Es gibt demnach mindestens eine Frequenz, bei der sich das Vorzeichen der Steilheit  $S(f)$  gegenüber dem im Betriebsfrequenzbereich umgekehrt hat. Eine Umkehrung des Vorzeichens von  $S(f)$  hat aber, wie schon in Abschnitt 3.1 bzw. 3.2 angedeutet, eine Vertauschung von leerlauf- und kurzschlußstabiler Seite zur Folge. Bei allen Frequenzen, bei denen sich das Vorzeichen der Steilheit  $S$  umgekehrt hat, würde der NIK instabil werden, sofern der

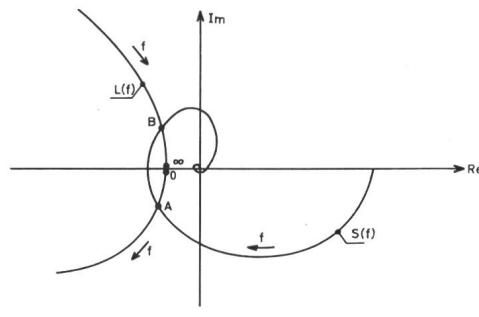


Fig. 8

**Beispiel für die Ortskurven  $S(f)$  und  $L(f)$  eines NIK, der instabil wird, wenn sich deren Frequenzbereiche zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  überschneiden**  
Bezeichnungen siehe Fig. 7

Betrag der Steilheit  $S$  bei diesen Frequenzen nicht einen bestimmten Maximalwert unterschritten hat [siehe Gl. (35) und (36) bzw. (37)].

Bei den bisherigen Vorüberlegungen zum Stabilitätsverhalten wurden reelle Abschlusswiderstände  $R_1$  und  $R_2$  sowie reelle Werte für die Steilheit  $S$  angenommen. Ein Stabilitätskriterium für beliebige Abschlusswiderstände und komplexe Steilheit  $S(f)$  wird im folgenden angegeben. Es wurde aus dem Stabilitätskriterium nach Nyquist ([6] oder z. B. [7]) abgeleitet, indem die Schleifenverstärkung aufgespalten wurde in einen Anteil  $S(f)$ , der nur die schon früher verwendete Steilheit des Verstärkers darstellt, und in einen Anteil  $L(f)$ , der nur das übrige (passive) Netzwerk einschliesslich der Verstärkerimpedanzen enthält. Dabei wurde die Rückwirkung des Verstärkers vernachlässigt.  $L(f)$  ist das Verhältnis des Ausgangstromes des Verstärkers zu dessen Eingangsspannung, die durch diesen Ausgangstrom über das passive Netzwerk des NIK nach Fig. 5 bzw. 6, einschliesslich seiner Abschlusswiderstände, erzeugt wird. Die Ortskurve der Grösse  $S(f)$  (Steilheit des Verstärkers) ist aus den in der Verstärkertechnik bekannten Verfahren leicht anzugeben.

Man erhält so ein Stabilitätskriterium, das lautet:

Bei jeder Frequenz, bei der  $\text{arc}[S(f)] = \text{arc}[L(f)]$  wird, muss gelten:

$$|S(f)| < |L(f)| \quad (35)$$

Dabei ist für den hier behandelten strominvertierenden NIK:

Die Leitwerte  $G_1$  und  $G_2$  sind normalerweise sehr klein, deshalb sind in den Gl. (36) und (37) die Summanden, die  $G_1 G_2$  als Faktor enthalten, meistens, die Summanden, die  $G_1$  oder  $G_2$  enthalten, oft vernachlässigbar.

Nimmt man die Abschlusswiderstände noch einmal als reell an, so wird in Gl. (36) die Grösse  $L$  negativ, wenn  $R_2 \gg R_1$  ist. Deshalb stellt das Klemmenpaar 1,1' beim strominvertierenden NIK die kurzschlußstabile<sup>2)</sup> Seite dar. (Vgl. Abschnitt 3.1) In Gl. (37) wird  $L < 0$ , wenn  $R_1 \gg R_2$  ist. Des-

halb ist das Klemmenpaar 1,1' die leerlaufstabile<sup>2)</sup> Seite beim spannungsinvertierenden NIK (vgl. Abschnitt 3.2).

Ein Beispiel für die Ortskurven von  $S(f)$  und  $L(f)$  eines NIK, der entsprechend Gl. (35) unbedingt stabil ist, zeigt Fig. 7. Der NIK, für den die Ortskurven von  $S(f)$  und  $L(f)$  in Fig. 8 dargestellt sind, wird gemäss Gl. (35) instabil, wenn sich der Frequenzbereich, in dem die Ortskurve der Steilheit  $S(f)$  die Strecke zwischen den beiden Schnittpunkten  $A$  und  $B$  durchläuft, überschneidet mit demjenigen, in dem die Ortskurve der Grösse  $L(f)$  die Frequenzbereiche  $B-A$  bzw.  $B-\infty$  und  $O-A$  durchläuft. Der NIK wird ungefähr mit der Frequenz schwingen, bei welcher  $\text{arc } [S(f)] = \text{arc } [L(f)]$  wird.

Wenn beide Abschlusswiderstände  $R_1$  und  $R_2$  komplex sind, bleibt nichts anderes übrig, als die Ortskurve  $L$  von Fall zu Fall punktweise zu berechnen.

Für den Fall, dass die Eingangs- und Ausgangsleitwerte des Verstärkers  $G_1$  bzw.  $G_2$  vernachlässigt werden können, was sehr oft der Fall ist, erhält man für einen festen (reellen oder komplexen) Wert von  $R_1$  (bzw.  $R_2$ ) eine kreisverwandte Abbildung der  $R_2$ - (bzw.  $R_1$ -) Ebene in die  $L$ -Ebene nach der Gleichung:

$$L = \pm \frac{R_1 + R_2 + R_a + R_b}{R_1 R_b - R_2 R_a}$$

wobei das positive Vorzeichen für den strominvertierenden, das negative für den spannungsinvertierenden NIK gilt.

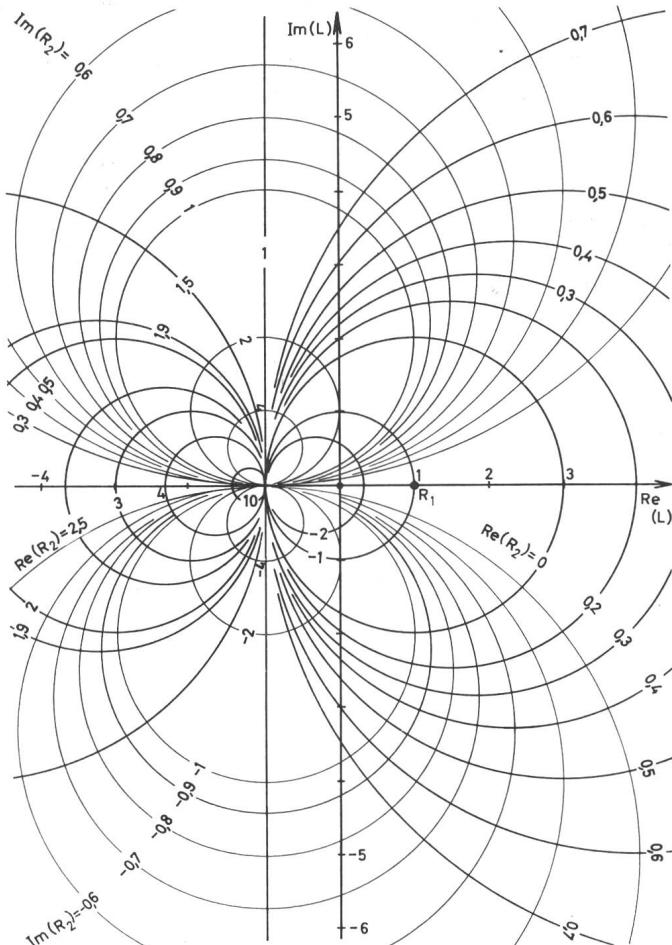


Fig. 9

Transformation der normierten  $R_2$ -Ebene in die  $L$ -Ebene für  $R_a = R_b = 1, R_1 = 1$

<sup>2)</sup> für  $S > 0$ . Für  $S < 0$  ist es genau umgekehrt.

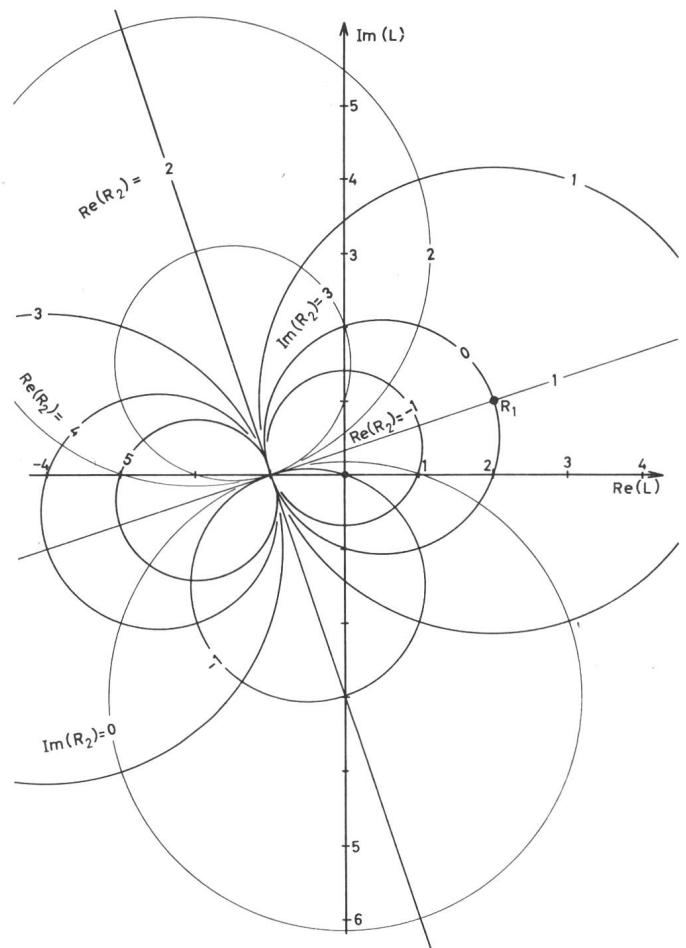


Fig. 10  
Transformation der normierten  $R_2$ -Ebene in die  $L$ -Ebene für  
 $\text{Re}(R_1) = 2; \text{Im}(R_1) = 1; R_a = R_b = 1$

Für  $R_a = R_b = 1$  lässt sich die Transformation der (normierten)  $R_2$ -Ebene in die  $L$ -Ebene (mit festem  $R_1$ ) nach folgenden Bestimmungen ermitteln:

1. Die Gerade durch  $L = -1$  und  $L = R_1$  ist die Ortskurve für  $\text{Im}(R_2) = \text{Im}(R_1)$ .
2. Die hierauf senkrecht stehende Gerade durch den Punkt  $L = -1$  ist die Ortskurve für  $\text{Re}(R_2) = \text{Re}(R_1)$ .
3. Der Kreis durch  $L = -1$  mit dem Mittelpunkt auf der unter Ziff. 1. beschriebenen Geraden und dem Realteil  $\text{Re}(L) = \frac{1}{\text{Re}(R_1)}$  stellt die Ortskurve für  $\text{Re}(R_2) = 0$  dar.
4. Der Kreis um den Schnittpunkt der unter Ziff. 2. beschriebenen Geraden mit der imaginären Achse durch die Punkte  $L = 1$  bzw.  $L = -1$  stellt die Ortskurve für  $\text{Im}(R_2) = 0$  dar.
5. Konzentrische Kreise um den Punkt  $R_1$  in der  $R_2$ -Ebene werden zu Kreisen um den Punkt  $-1$  in der  $L$ -Ebene.
6. Alle Ortskurven, die konstanten Realteil von  $R_2$  darstellen, haben ihren Mittelpunkt auf der unter Ziff. 1. beschriebenen Geraden.
7. Alle Ortskurven, die konstanten Imaginärteil von  $R_2$  darstellen, haben ihren Mittelpunkt auf der unter Ziff. 2. beschriebenen Geraden.

Die Fig. 9 und 10 zeigen zwei Beispiele von Kurvenscharen, die nach diesen Bestimmungen konstruiert wurden. Die angegebenen Widerstandswerte sind auf 1 normiert.

## 6. Erweiterung des Abschlusswiderstandsbereiches des technisch realisierbaren NIK

Wie aus Abschnitt 5 hervorgeht, ist es nicht möglich, die Steilheit  $S$  und damit die Verstärkung des Verstärkers beliebig gross zu wählen. Entsprechend der Gl. (19) und (20) bzw. (29) und (30) werden deshalb die Vierpolkenngroßen  $A_{12}$  und  $A_{21}$

des NIK nicht, wie es in den Gl. (4) und (5) gefordert wurde, exakt zu Null und die beiderseitigen Leerlauf- und Kurzschluss-scheinwiderstände  $W_l$  und  $W_k$  deshalb auch nicht genau  $\infty$  bzw. 0. Gemäss Gl. (2) und (3) erhält man:

für die Eingangsseite

$$W_{1l} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \quad W_{1k} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (38)$$

für die Ausgangsseite

$$W_{2l} = \frac{A_{22}}{A_{21}} \quad W_{2k} = \frac{A_{12}}{A_{11}} \quad (39)$$

Aus den Gl. (18) bis (21), (38) und (39) ergibt sich für den strominvertierenden NIK für  $\text{Re}[S(f)] > 0$ :

$$\text{Re}(W_{1l}) > 0 \quad \text{Re}(W_{1k}) \leq 0 \quad (40)$$

$$\text{Re}(W_{2l}) < 0 \quad \text{Re}(W_{2k}) \geq 0 \quad (41)$$

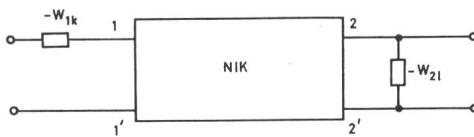


Fig. 11

**Erweiterung des Bereichs von Abschlusswiderständen, in dem die Konvertierung mit einer bestimmten Genauigkeit erfolgt, durch zusätzliche Widerstände**

für  $\text{Re}[S(f)] > 0$  beim strominvertierenden NIK; für  $\text{Re}[S(f)] < 0$  beim spannungsinvertierenden NIK;  $A_{11}, A_{12}, A_{21}$  und  $A_{22}$  sind die Elemente der Kettenmatrix des NIK ohne diese zusätzlichen Widerstände

Die verbleibenden negativen Widerstände lassen sich durch zusätzlich eingefügte positive Widerstände derselben Grösse in der in Fig. 11 dargestellten Weise kompensieren. Die Elemente der Kettenmatrix sind aus den Gl. (18) bis (21) zu be-

rechnen. Statt dessen können auch die betreffenden Leerlauf- und Kurzschluss-scheinwiderstände  $W_l$  und  $W_k$  an der ausgeführten Schaltung direkt gemessen werden. Für den Fall, dass  $\text{Re}[S(f)] < 0$  ist, erhält man aus den Gl. (18) bis (21) mit den Gl. (38) und (39):

$$\text{Re}(W_{1l}) < 0 \quad \text{Re}(W_{1k}) \geq 0 \quad (42)$$

$$\text{Re}(W_{2l}) > 0 \quad \text{Re}(W_{2k}) \leq 0 \quad (43)$$

weil  $A_{12}$  und  $A_{21}$  ihre Vorzeichen wechseln.

Man kommt so auf die in Fig. 12 dargestellte Kompensationsschaltung.

Der spannungsinvertierende NIK führt, ausgehend von den Gl. (28) bis (31) mit den Gl. (38) und (39) auf dieselben Beziehungen (40) und (41) für  $S < 0$ , und auf die Gl. (42) und (43), für  $S > 0$ . Die Fig. 11 und 12 gelten somit für beide Arten von NIK.

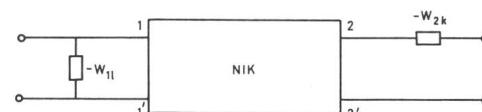


Fig. 12  
Kompensationsschaltung

für  $\text{Re}[S(f)] < 0$  beim strominvertierenden NIK, für  $\text{Re}[S(f)] > 0$  beim spannungsinvertierenden NIK

Durch die Ausführung dieser Kompensation der Leerlauf- und Kurzschluss-scheinwiderstände erhält man eine wesentliche Erweiterung des Bereichs von Abschlusswiderständen, in dem die Konvertierung mit einer bestimmten Genauigkeit erfolgt.

#### Adresse des Autors:

W. Bitzer, Dipl.-Ing., Telefunken AG, Gerberstr. 34, D-715 Backnang.

## Fahrleitungen und Schnellverkehr

Von H. Merz, Bern

621.332.31 : 656.052.432

*Einleitend wird die Entwicklung der elektrischen Traktion für Schnellverkehr erwähnt; anschliessend folgt ein Hinweis auf die Probleme der Energieübertragung und eine Erläuterung des Verhaltens von Stromabnehmer und Fahrleitung bei hohen Geschwindigkeiten. Es werden die theoretischen Grundlagen besprochen und nachfolgend einige Fahrleitungsbauarten beschrieben.*

### 1. Schnellverkehr

Bahnverwaltungen verschiedener Länder befassen sich neuestens intensiv mit der Frage der Erhöhung der Reisegeschwindigkeit. Die wichtigsten Verkehrsträger, Auto, Flugzeug und Eisenbahn stehen in einem Wettbewerb miteinander. Der Transportbedarf hat in den letzten Jahren gewaltig zugenommen. Der Reiseverkehr ist wesentlich grösser geworden und der Warenumsatz hat sich vervielfacht. «Auch die Eisenbahn muss schneller werden» [1]<sup>1)</sup>, will sie mit der Entwicklung der Zeit Schritt halten. Die Eisenbahn ist privilegiert als Massenverkehrsmittel viele Reisende und grosse Mengen zu günstigen Bedingungen zu befördern. Die zwangsläufige Führung der Räder mit Spurkranz auf einem eigenen, unabhängigen Schienenstrang ermöglicht ihr ein sicheres, rationelles und rasches Fahren. Diese Vorteile müssen besonders bei elektrischer Traktion durch Leistungssteigerung und Erhöhung der Fahrgeschwindigkeit ausgenützt werden [2; 3; 5...7].

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Das Flugzeug fliegt mit Überschallgeschwindigkeit über die erdgebundenen Schwierigkeiten hinweg, das Auto rast auf neu erstellten, modernen Strassen dahin. Und die Eisenbahn? — Sie besitzt in den meisten Fällen ihre vorhandenen, alten Linien, die in einer früheren Zeit erstellt wurden, wo noch niemand daran dachte und es für möglich und notwendig hielt, dass einmal regelmässig schwere Eisenbahnzüge mit über 200 km/h darauf fahren werden. Die bestehenden, nicht für hohe Geschwindigkeiten ausgebauten Linien bilden ein Haupthindernis für die Einführung des Schnellverkehrs. Länder mit günstigen topographischen Verhältnissen, langen, geraden Strecken mit grossen Stationsabständen haben es leichter, ihre Züge mit hoher Geschwindigkeit fahren zu lassen.

In der Schweiz wird nicht in erster Linie an eine Erhöhung der Spitzengeschwindigkeit gedacht. Auf dem bestehenden Eisenbahnnetz mit den vielen Kurven und Bergstrecken könnte eine höhere Fahrgeschwindigkeit nur auf einigen wenigen, geraden, flachen Streckenabschnitten, ein kleiner Prozentsatz, ausgenutzt werden. Es sind vorerst betriebliche und organi-