Die Blindenergie beim Wechselstrom

Ein Beitrag zu ihrer physikalischen Deutung

von *E. Schindler,* Zürich

1. Einleitung

Die Übertragung elektrischer Energie geschieht heutzutage fast ausschliesslich mit Wechselstrom. Seine Vorteile gegenüber dem Gleichstrom sind bekannt; er bringt aber doch auch einige Erschwerungen mit sich. Mit der Spannung U, der Stromstärke I, der Leistung $U \cdot I$ und der Arbeit $UI \cdot t$ sind die wesentlichen Grössen bei Gleichstrom gegeben. Anders bei Wechselstrom. Hier kommen weitere, das Vorstellungsvermögen belastende Begriffe, wie Leistungsfaktor, Blindstrom, Blindenergie usw., hinzu.

Jedes Verteilwerk ist daran interessiert, die Energie mit möglichst gutem Leistungsfaktor, d. h. mit möglichst geringem Blindanteil zu übertragen. Vielfach werden durch zusätzliche Tarifanordnungen die hiefür notwendigen Massnahmen vorgeschrieben. Werkvertreter kommen daher recht häufig in die Lage, mit Energiekunden über Leistungsfaktorfragen zu sprechen, wobei es nicht einfach ist, sie leichtverständlich zu beantworten.

In diesem Aufsatz wird versucht, einen kleinen Beitrag in diesem Sinne zu leisten.

2. Der Gleichstromkreis als Vergleichsbasis

Es genügt, die Vorgänge über die Dauer einer Wechselstromperiode zu untersuchen, weil sich ja anschliessend stets das gleiche Geschehen wiederholt. Sie misst bei der üblichen Frequenz von 50 Hz 1/50 s bzw. 20 ms. (Fig. 1)

Wir wählen als Vergleichsbasis eine vorerst rein ohm'sche Impedanz von 1 Ω, an die eine konstante Gleichspannung von $U = 10$ V gelegt wird. Sie erzeugt eine ebenfalls konstante Stromstärke von 10 A.

In Fig. 1 sind vier Grössen graphisch dargestellt:

Die Spannung U, die Stromstärke I, die Leistung $U \cdot I$ von 100 Watt, — alles zur Abszisse parallele Geraden —, ferner die im Zeitabschnitt von 20 ms an die Impedanz abgegebene Energiemenge von 2000 mWs (die schraffierte Fläche ist ein Mass dafür). Der Maßstab in Originalgrösse beträgt 20 mWs/cm².

3. Der Energiefluss bei Wechselstrom

3.1 Allgemeines

Anstelle der konstanten Gleichspannung wirke nun eine sinusförmige Wechselspannung von 50 Hz mit einem Effektivwert von 10 Volt (Fig. 2). Ihr Momentanwert ist gegeben durch die Beziehung

$$u = U_{max} \sin(\omega t) \tag{1}$$

wobei

$$U_{max} = 10\sqrt{2} = 14{,}14 \text{ V beträgt.}$$

Die Impedanz soll weiterhin 1 Ω betragen; ihr ohm'scher und induktiver (bzw. kapazitiver) Anteil lasse sich aber derart regulieren, dass die Phasenlage des Stromes zwischen 0° und ± 90° stetig verändert werden kann. Der durch die Impedanz fliessende Strom erreicht eine Stärke von 10 A (Effektivwert), wobei der Momentanwert mit

$$i = I_{max} \sin(\omega t \pm \varphi) \tag{2}$$

zu errechnen ist.

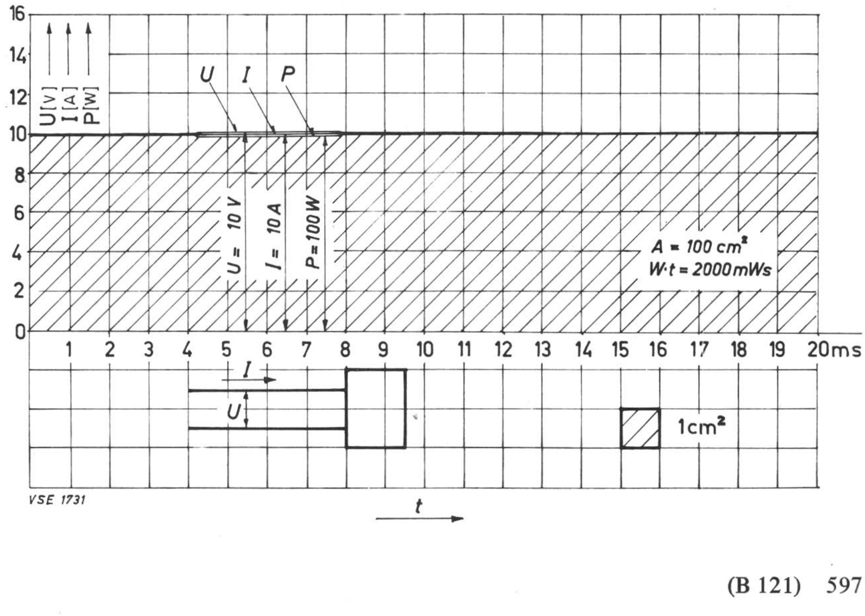


Fig. 1

Verlauf der Spannung, der Stromstärke und der Leistung bei U = 10 V Gleichspannung und R = 1 Ω über t = 20 ms (1 Periode dauert bei 50 Hz: 20 ms)

U Spannung: Skalenwert · 1
I Stromstärke: Skalenwert · 1
P Leistung: Skalenwert · 10
t Zeit
w Energie
Energiemaßstab: 1 cm² ≙ 20 mWs
unten links: Verbraucher, Impedanz Z = 1 Ω

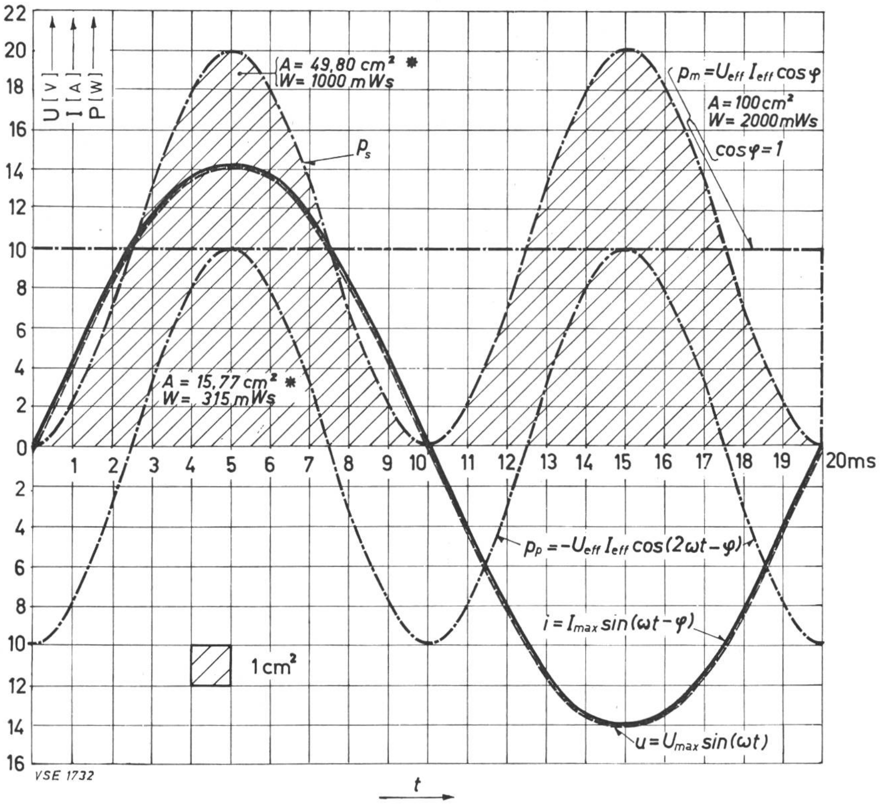


Fig. 2

Verlauf der Spannung, der Stromstärke und der Leistung in einer Periode bei $U = 10$ V, $R = 1\ \Omega$, $f = 50$ Hz und cos. $\varphi = 1$

U	Spannung:	Skalenwert · 1
I	Stromstärke:	Skalenwert · 1
P	Leistung:	Skalenwert · 10
u	Momentanwert der Spannung	
i	Momentanwert des Stromes	
p_p	Pendelleistung	
p_m	Mittelwertleistung	
p_s	Summenleistung	
t	Zeit	
w	Energie	

Energiemaßstab: 1 cm² ≙ 20 mWs

* Planimetrierter Flächenwert

Dabei sind:

$$I_{max} = 10\sqrt{2} = 14{,}14\,\text{A}$$

φ = Phasenwinkel des Stromes zur Spannung, wobei das − Zeichen für zeitliche Nacheilung, das + Zeichen für Voreilung gegenüber der Spannung gilt.

Der momentane Leistungswert ist das Produkt aus u und i

$$p = u \cdot i = U_{max} \sin(\omega t) \cdot I_{max} \sin(\omega t \pm \varphi)$$

Diese Formel lässt sich entwickeln zu:

$$p = U_{eff}\, I_{eff} [\cos(\pm\varphi) - \cos(2\,\omega t \pm \varphi)] \tag{3}$$

Die über eine Periodendauer abgegebene Energie beträgt:

$$w = U_{eff}\, I_{eff} \int_0^T [\cos(\pm\varphi) - \cos(2\,\omega t \pm \varphi)]\, dt$$

oder ausgewertet: Wenn t_2 das Ende und t_1 den Anfang der Zeitmessung bedeuten:

$$w = U_{eff}\, I_{eff} \left[t \cos(\pm\varphi) - \frac{1}{2\omega} \sin(2\,\omega t \pm \varphi) \right]_{t_1}^{t_2} \tag{4}$$

Viel anschaulicher lassen sich die Dinge anhand einiger Diagramme darstellen und erläutern. Diese Diagramme zeigen den Strom in verschiedenen willkürlich gewählten Phasen-

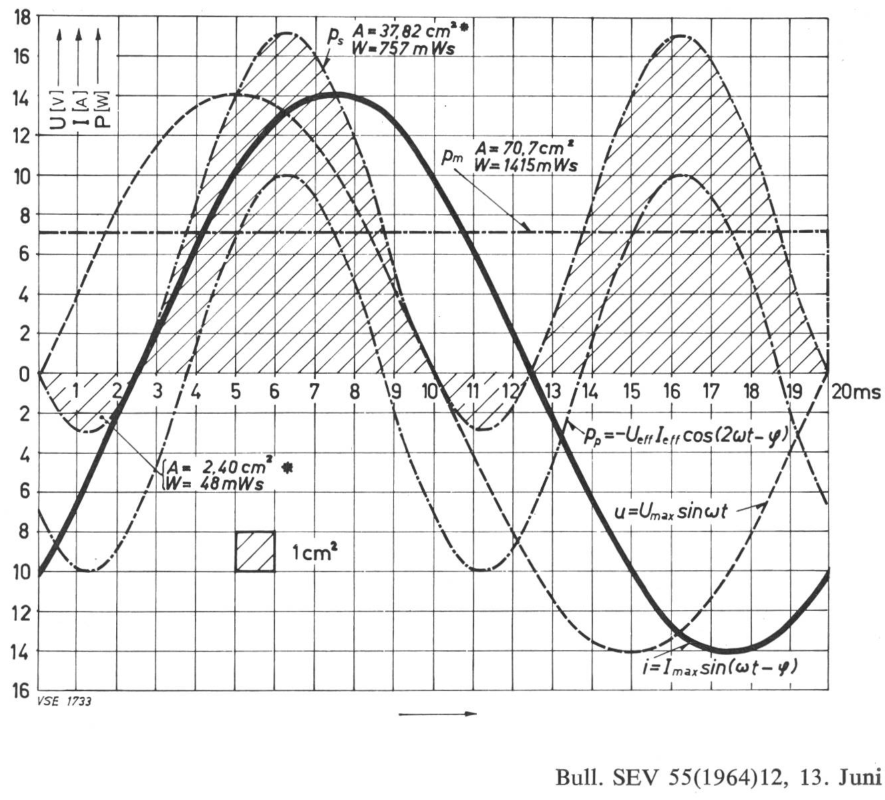


Fig. 3

Verlauf der Spannung, des Stromes und der Leistung in einer Periode bei $U_{eff} = 10$ V, $Z = 1\ \Omega$, $f = 50$ Hz, $\varphi = +45°$, cos. $\varphi = 0{,}707$

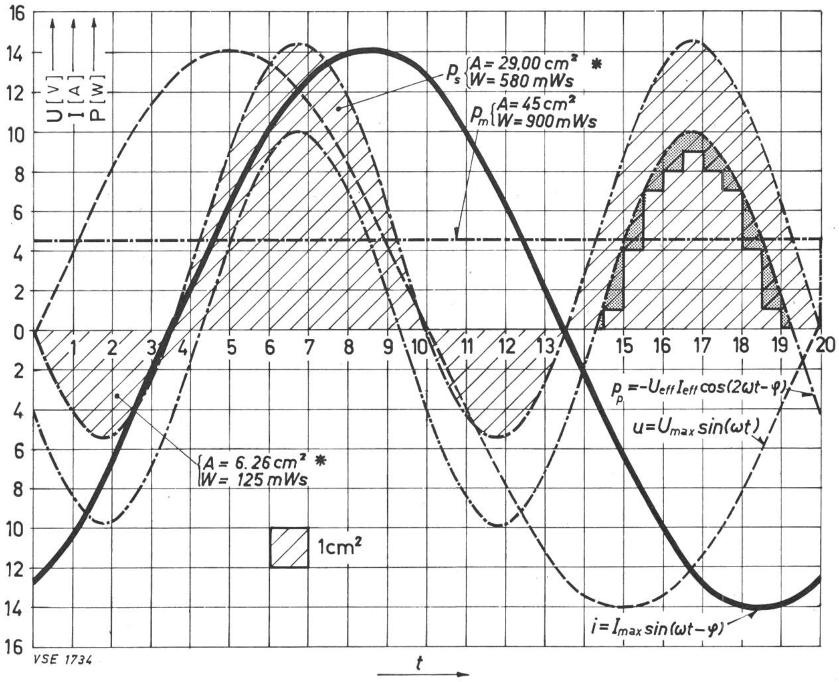
übrige Bezeichnungen wie in Fig. 2

Fig. 4

Verlauf der Spannung, des Stromes und der Leistung in einer Periode bei $U_{eff} = 10$ V, $Z = 1\ \Omega$, $f = 50$ Hz, $\varphi = +63°$, $\cos\varphi = 0{,}454$

übrige Bezeichnungen wie in Fig. 2

Punktierte Fläche: Hilfsmittel zur Bestimmung des Flächeninhalts mittels Abzählen der Quadrate



lagen und zwar:

	Phasenwinkel φ	Leistungsfaktor $\cos\varphi$
Fig. 2:	0°	1
Fig. 3:	+ 45°	0,707
Fig. 4:	+ 63°	0,454
Fig. 5:	+ 90°	0
Fig. 6:	− 63°	0,454

3.2 Verlauf der Leistungskurve

Die Leistungskurve p kann mit Hilfe der Formel *(3)* errechnet werden. Man kann aber auch auf vereinfachte Weise Schritt für Schritt das Produkt aus Momentanwert der Spannung und dem dazugehörigen Momentanwert des Stromes bilden.

Die Formel *(3)* zeigt, dass sich die Leistungskurve aus 2 Komponenten zusammensetzt:

Das erste Glied: $U_{eff}\, I_{eff} \cos(\pm\varphi)$ ist der allgemein bekannte Ausdruck für die Wirkleistung. In den Figuren 2 ... 4 und 6 ist sie mit «*Mittelwertleistung*» p_m benannt. Das Vorzeichen von φ hat keinen Einfluss auf die Energierichtung, da der cosinus in beiden Fällen positiv ausfällt.

Das zweite Glied: $-\ U_{eff}\ I_{eff} \cos\ (2\ \omega t \pm \varphi)$ wird in der Praxis einfach weggelassen. Es stellt einen mit doppelter Netzfrequenz hin und her schwingenden Leistungsanteil *ohne energietransportierende Wirkung* dar; natürlich belastet er aber zusätzlich die Verteilnetze.

Er ist in allen Figuren mit «*Pendelleistung*» p_p bezeichnet. Beim Leistungsfaktor 0 ist er allein wirksam.

Die «*Summenleistungskurve*» p_s stellt, wie man sich leicht überzeugen kann, eine mit doppelter Netzfrequenz schwingende Sinuskurve dar, deren Nullinie im Abstand $U_{eff}\ I_{eff} \cos\varphi$ parallel zur Abszissenachse verläuft.

3.3 Die abgegebene Energiemenge in Funktion des Leistungsfaktors

Genau wie in Fig. 1 ist auch hier die von der Leistungskurve p und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche ein Mass für die Energieabgabe an der Impedanz. Sie lässt sich mit Formel *(4)* errechnen, oder aber durch Planimetrieren graphisch ermitteln.

Es ist von Interesse, drei Fälle hervorzuheben:

3.3.1 Situation bei Phasenwinkel $\varphi = 0°$; Leistungsfaktor $\cos\varphi = 1$; (Fig. 2)

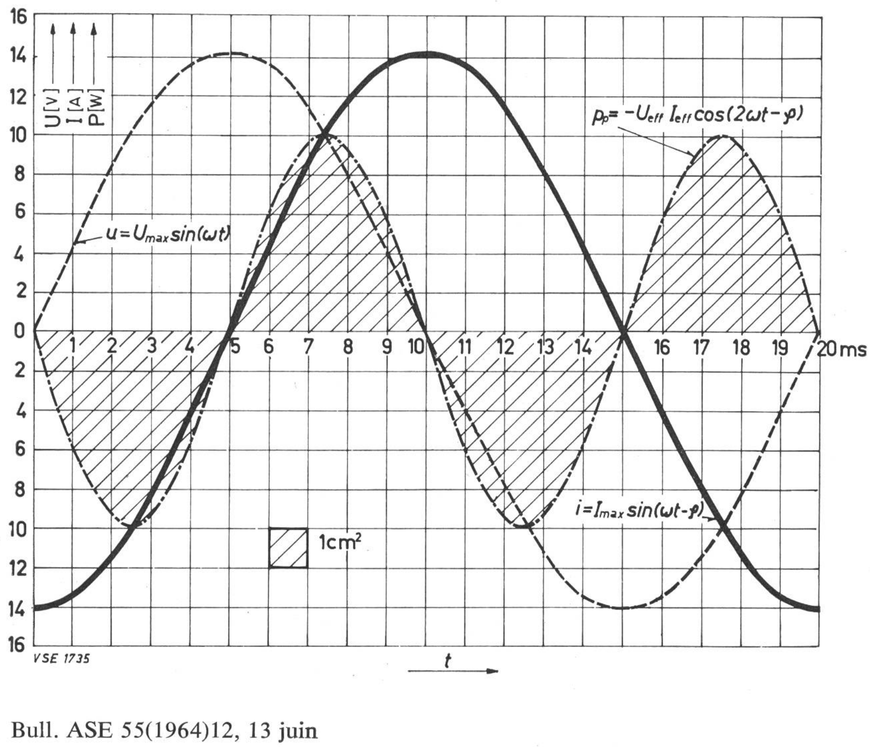


Fig. 5

Verlauf der Spannung, des Stromes und der Leistung in einer Periode bei $U_{eff} = 10$ V, $Z = 1\ \Omega$, $\varphi = +90°$, $\cos\varphi = 0$

übrige Bezeichnungen wie in Fig. 2

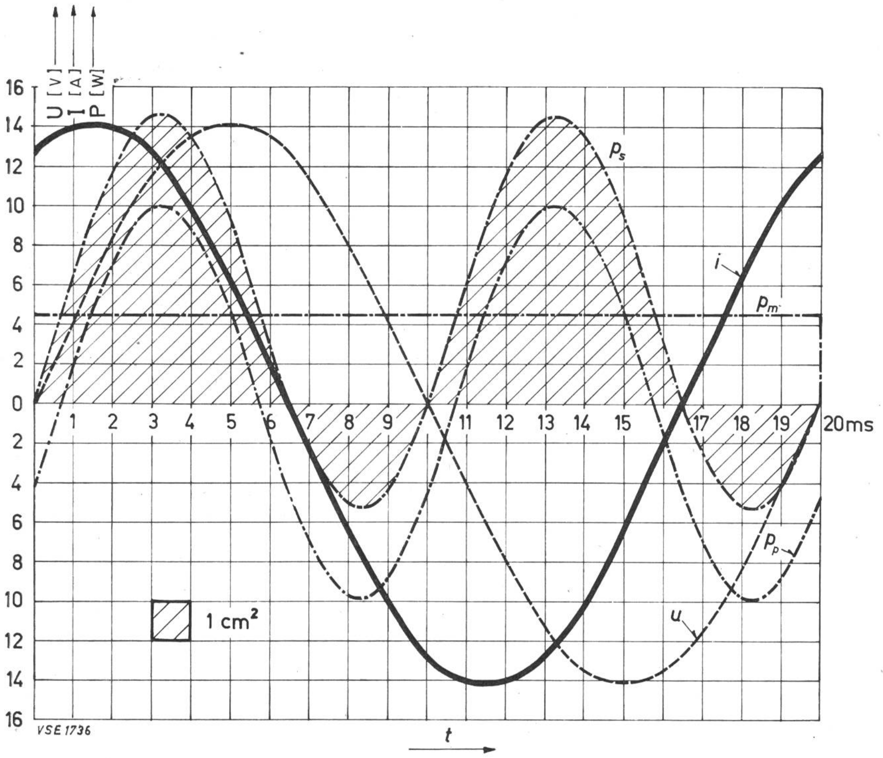


Fig. 6

Verlauf der Spannung, des Stromes und der Leistung in einer Periode bei U_{eff} = 10 V, Z = 1 Ω, f = 50 Hz, φ = —63°, cos φ = 0,454

übrige Bezeichnungen wie in Fig. 2

Die Leistungskurve schwingt ausschliesslich oberhalb der Abszissenachse. Die beiden von der Kurve eingeschlossenen Flächen messen zusammen 2000 cm^2; sie sind also gleich gross wie die in Fig. 1 ermittelte Rechtecksfläche. Der nicht phasenverschobene Wechselstrom gibt also, über die Periodendauer gemessen, die gleiche Energiemenge ab wie der Gleichstrom in Fig. 1, mit dem Unterschied, dass die Abgabe beim Wechselstrom impulsartig erfolgt.

3.3.2 Situation bei Phasenwinkeln $\varphi > 0°$, jedoch $\neq \pm 90°$;
Leistungsfaktor cos $\varphi < 1 > 0$; (Fig. 3, 4, 6)

Mit kleiner werdendem Leistungsfaktor verschiebt sich die Mittellinie der Leistungskurve bei gleichgrossbleibendem «Pendelleistungs»-Anteil in Richtung zur Abszissenachse. Dadurch wird ein zunehmend grösser werdender Anteil der Energiefläche negativ.

Ein Teil der an die Impedanz abgegebenen Energiemenge wird demzufolge nach jedem Impuls sofort wieder an das speisende Netz zurückgegeben. Die Impedanz behält lediglich die Differenzen zwischen positivem und negativem Energiebetrag.

3.3.3 Situation bei Phasenwinkel $\varphi = \pm 90°$;
Leistungsfaktor cos $\varphi = 0$; (Fig. 5)

Der Wirkleistungsanteil $U_{eff}\ I_{eff}$ cos φ verschwindet ganz. Zurück bleibt der Pendelleistungsanteil $- U_{eff}\ I_{eff} \cos(2\,\omega t \pm \varphi)$.

Das Vorzeichen von φ beeinflusst lediglich dessen Phasenlage. Bei negativem Vorzeichen muss man sich den Verlauf um 5 ms früher beginnend vorstellen.

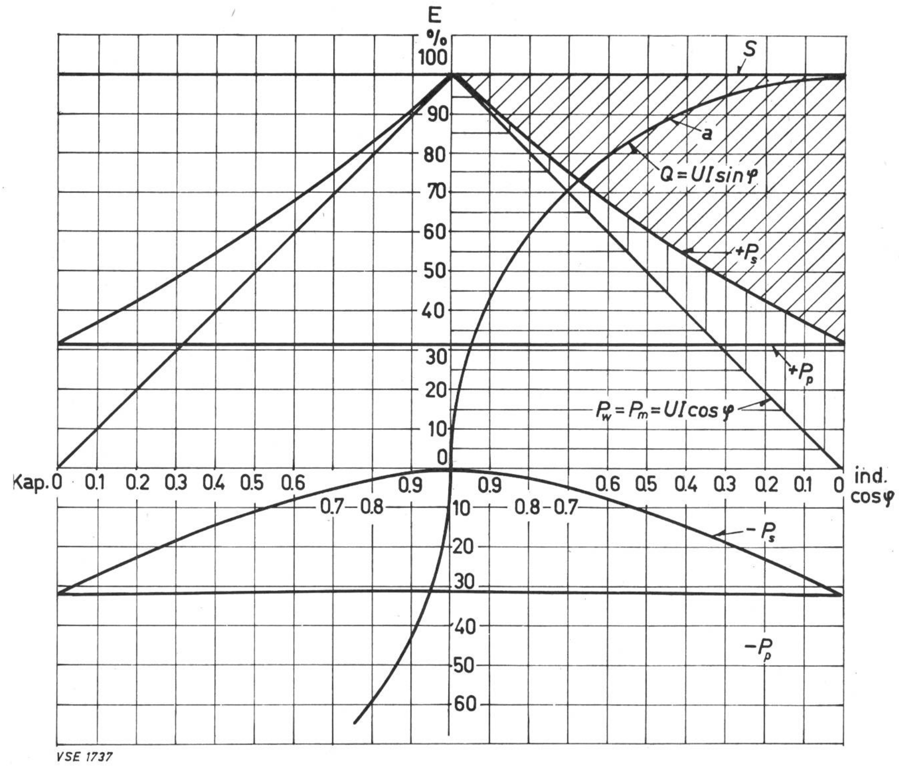


Fig. 7

Energiebilanz innerhalb einer Wechselstromperiode in Funktion des Leistungsfaktors

E	Energiebetrag
S	Scheinleistung
Q	Blindleistung
P_w	Wirkleistung
P_m	Mittelwertleistung = Wirkleistung
P_s	Summenleistung

Fig. 8

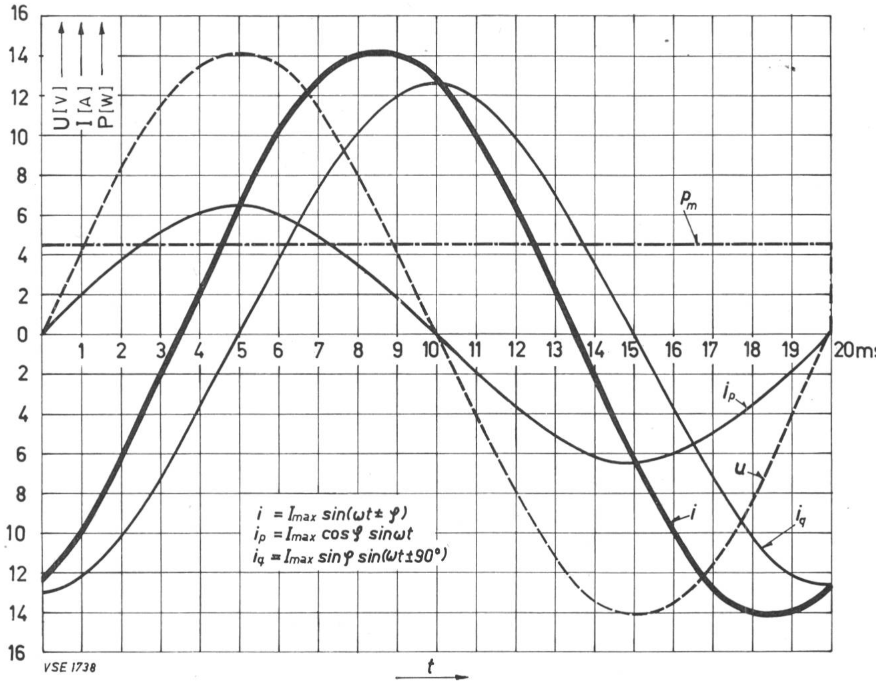
Verlauf der Spannung, des Stromes und der Leistung in einer Periode bei U_{eff} = 10 V, Z = 1 Ω, φ = +63°, cos φ = 0,454

Zerlegung des Stromes in Wirk- und Blindstrom: Erweiterung zu Fig. 5

i_p Wirkstrom

i_q Blindstrom

übrige Bezeichnungen wie in Fig. 2



Es findet also auch bei cosφ = 0 eine Verschiebung elektrischer Energie statt, allerdings wird der in einer Viertelsperiode abgegebene Betrag im nächsten Viertel wieder vollständig an das speisende Netz zurückgegeben. In der Impedanz verbleibt nichts.

3.4 Die Energiebilanz bei Wechselstrom

Der phasenverschobene Verlauf zwischen Spannung und Strom hat, wie die Bilder zeigen, zwei Folgen:

1. Es wird weniger Energie übertragen, was durch die kleiner werdenden Plusflächen verdeutlicht wird. Die Erklärung hierfür ist einfach, gibt es doch genügend analoge Beispiele, die zeigen, dass zwei Kräfte weniger Effekt entwickeln, sobald sie zeitlich nicht mehr koordiniert wirken.

2. Von der der Impedanz zugeführten Energie wird ein Teil (Minusflächen) gleich wieder an das speisende Netz zurückgegeben.

Fig. 7 vermittelt eine Übersicht über die im Spiele stehenden Energieanteile. Bei Leistungsfaktor 0,5 beispielsweise werden noch rund 61% des bei cos φ = 1 möglichen Energiebetrages dem Verbraucher zugeführt. Davon gibt dieser laufend 11% wieder an die Energiequelle zurück. Ihm verbleiben 50%, was dem durch den Leistungsfaktor gegebenen Wirkbetrag entspricht. Bei cosφ = 0 pendeln dauernd 31,8% des Vollbetrages zwischen Energiequelle und Verbraucher hin und her.

Für die voreilenden Phasenlagen wäre der links von der Ordinate liegende Quadrant massgebend.

3.5 Die Definition der Blindgrössen

Bekanntlich lässt sich jede Sinuskurve von der Form: $i = I_{max} \sin(\omega t \pm \varphi)$ beliebig in zwei oder mehrere Kurven gleicher Frequenz, aber unterschiedlicher Amplitude und Phasenlage zerlegen.

Üblich ist die Zerlegung in die 2 Komponenten:

$$i_p = I_{p\ max} \sin \omega t$$

in Phase mit der Spannung

und $$i_q = I_{q\ max} \sin(\omega t \pm 90°)$$

mit ± 90° Phasenverschiebung zur Spannung.

In Fig. 8 ist der in Fig. 4 um 63° phasenverschobene Strom in diese 2 Komponenten zerlegt.

Es ist leicht nachweisbar, dass

$$I_{p\ max} = I_{max} \cdot \cos\varphi$$

und

$$I_{q\ max} = I_{max} \cdot \sin\varphi$$

ist.

Somit wird dann:

$$i_p = I_{max} \cos\varphi \cdot \sin \omega t$$

$$i_q = I_{max} \sin\varphi \sin(\omega t \pm 90°)$$

Da der Strom i_p in Phase mit u verläuft, erzeugt er in Analogie zu Fig. 2 eine Wirkleistung von

$$P = U_{eff} I_{p\ eff} = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi$$

Wir finden hier den gleichen Ausdruck wieder wie im ersten Glied in Formel (3). Im gleichen Sinne wird nun $I_{q\ eff} = I_{eff} \sin\varphi$ als *Blindstrom* und das Produkt $U_{eff}\ I_{eff} \sin\varphi$ als *Blindleistung* Q definiert.

Der so definierte Begriff in Funktion des Leistungsfaktors aufgetragen, ergibt die Kurve a in Fig. 7. Die Leistungskurve $p = U_{eff}\ I_{eff}\ [\cos\varphi - \cos(2\ \omega t \pm \varphi)]$ (Formel 3) und der Ausdruck $U_{eff}\ I_{eff} \cos\varphi$ für die Wirkleistung sind abgeleitet aus der Grundformel $p = u \cdot i$, wobei u und i *gleichzeitig* auftretende Momentanwerte sind.

Das Produkt $u \cdot i$ stellt somit Leistung im physikalischen Sinne dar, ebenso die daraus abgeleiteten Beziehungen. Der Ausdruck $U_{eff}\ I_{eff} \sin\varphi$ hingegen hat seinen Ursprung nicht in der Grundformel $u \cdot$ i. Er stellt vielmehr das Produkt einer Spannung und einer zeitlich *nicht* mit ihr korrespondierenden Stromstärke dar. Blindleistung bzw. Blindenergie sind somit reine Definitionsgrössen, jedoch keine Begriffe im physikalischen Sinne.

Adresse des Autors:

E. Schindler, Ing., Oberbetriebsleiter der Elektrizitätswerke des Kantons Zürich (EKZ), Zürich.