Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 54 (1963)

Heft: 14

Artikel: Das elektromagnetische Feld als kinematische Erscheinung

Autor: Boveri, Th.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-916498

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Gemeinsames Publikationsorgan des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (SEV)
und des Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke (VSE)

Das elektromagnetische Feld als kinematische Erscheinung

Von *Th. Boveri,* Baden

538.311

1.

Die Theorie der Elektrizität von *Maxwell* stützt sich, besonders in ihrer modernen Form, auf die Theorie der Vektorfelder. Die elektrische Ladung als skalare Grösse tritt dabei notgedrungen etwas in den Hintergrund. Das stört nicht, solange man den elektrischen Leitungsstrom und seine Ergänzung in rasch wechselnden Feldern, den elektrischen Verschiebungsstrom als das für die Erregung des elektromagnetischen Feldes primär Gegebene annimmt. Aber gebührt diese Rolle nicht eher der elektrischen Ladung, dem stets vorhandenen Bestandteil aller Materie? Ihre Bewegung erst ergibt den elektrischen Leitungsstrom und ihr An- und Abschwellen ist die Quelle des elektrischen Verschiebungsstromes. Die stets quellenfreie Summe dieser beiden Ströme, die eine von irgendeiner geschlossenen Kurve berandete Fläche durchstösst, ist gleich dem Linienintegral der magnetischen Feldstärke längs dieser Kurve. Es entsteht nun aber sofort die Frage, warum bewegte Ladung ein elektromagnetisches Feld erzeugt, ruhende aber nicht. Es scheint doch fast unvermeidlich, hier nichts als einen reinen Bewegungseffekt zu sehen. Neuere theoretische Arbeiten bestätigen diese Auffassung, z. B. diejenigen von *Page* [1][1]) und *Dacos* [2]. Sie führen das Auftreten des elektromagnetischen Feldes auf die sog. Lorentz-Kontraktion des Raumes zurück. Die Tatsache, dass eine ziemlich abstrakte Begriffsbildung der theoretischen Physik eine so enge Beziehung zur praktischen Elektrotechnik, die unser ganzes Leben aufs stärkste beeinflusst, aufweist, scheint dem Verfasser einer kurzen Darstellung im Bulletin des SEV würdig, wobei er sich stark auf *Dacos* stützt.

2.

Die Lorentz-Kontraktion des Raumes ist eine Folge der an sich unserem Gefühl etwas widerstrebenden Tatsache, dass die kugelförmige Ausbreitung des Lichtes mit der in allen Richtungen konstanten Geschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s erhalten bleibt, wenn wir von einem beispielsweise rechtwinkligen Koordinatensystem S mit dem Nullpunkt 0, in dem die Lichtquelle ruht, zu einem relativ dazu mit der konstanten Geschwindigkeit v bewegten S' übergehen. Die Konstanz von c wurde durch sehr genaue Versuche endgültig erhärtet und von *Einstein* als Postulat an die Spitze seiner Überlegungen, die zur speziellen Relativitätstheorie führten, gestellt. Man kann sich sogar fragen, ob sie nicht eine notwendige Bedingung unserer Erkenntnis ist. *Milne* [3] und Page [1] leiten die Lorentz-Transformation, die man benützen muss, um bei der Berechnung der Koordinaten in S' aus denen von S die kugelförmige Ausbreitung des Lichtes nicht zu zerstören, unter minimalen Voraussetzungen ab. Sie betrachten zwei punktförmige Beobachter P und P', die im Stande sind, Lichtsignale auszusenden, zu reflektieren und zu empfangen. Misst P mit seiner Uhr die Zeit zwischen der Aussendung und dem Wiederempfang eines von P' reflektierten Signals, so kann er daraus nicht nur der Reflexion an P' einen bestimmten Zeitpunkt auf seiner eigenen Uhr zuschreiben, sondern auch die Distanz PP' berechnen, sofern er eine bestimmte Signalgeschwindigkeit c zu Grunde legt. Diese ist notwendigerweise konstant, da Variable, von denen sie abhängen könnte, fehlen. Ihr Zahlwert muss dann allerdings noch durch Messung bestimmt werden.

Eine Ableitung der Formeln der Lorentz-Transformation findet man in vielen Büchern. Wenn wir an dieser Stelle eine solche wiederholen, geschieht es nicht nur wegen ihrer ausschlaggebenden Bedeutung für die ganze vorliegende Betrachtung, sondern weil nach Ansicht des Verfassers in den meisten Darstellungen zu wenig betont wird, dass die Koordinate x' in S' nicht nur in S' gemessen werden kann, sondern auch in S, wobei sich ein von x' verschiedener Wert x_1 ergibt. Hierin liegt gerade das Wesentliche des ganzen Gedankenganges (Fig. 1).

Es mögen also S und S' parallele Achsen haben, v in die Richtung von x und x' zeigen und die Nullpunkte 0 und 0' zur Zeit $t = 0$ zusammenfallen. In diesem Moment werde ein Lichtsignal von 0 ausgesandt. Nach der Zeit t erreiche es den Punkt A auf der x-Achse mit der Abszisse x in S und x' in S'. Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit liefert die erste physikalische Bedingung:

$$c = \frac{x}{t} = \frac{x'}{t'} \tag{1}$$

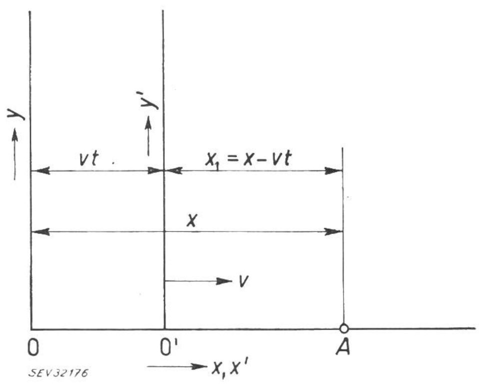

Fig. 1

[1]) Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

Hier muss man mit *Einstein* dem System S' eine besondere Zeit t' zuschreiben, wiederum unserem natürlichen Gefühl nicht entsprechend. Doch könnte ja hinterher die Rechnung immer noch $t = t'$ ergeben.

Versetzen wir uns nun in das System S. Nach Ablauf der Zeit t ist der Nullpunkt $0'$ um vt auf der x-Achse vorgerückt und der Punkt A hat daher von S aus gesehen in S' die Abszisse $x_1 = x - vt$, die ihm bei der klassischen Galilei-Transformation auch von S' aus gesehen zugeschrieben wird. Damit kann man aber Gl. (1) nicht befriedigen; man setzt daher etwas allgemeiner:

$$x' = \alpha\, x_1 = \alpha\,(x - vt) \tag{2}$$

wo α einen nur von c und v abhängigen Maßstabfaktor bedeutet. Hier kann die Möglichkeit, dass hinterher $\alpha = 1$ herauskommen könnte, mit dem Ansatz versöhnen.

Gl. (2) stellt schon die erste Formel der Lorentz-Transformation dar; die zweite ergibt die Zeit t'. Man gewinnt sie leicht aus Gl. (1) und (2):

$$t' = \frac{x'}{c} = \frac{\alpha\,(x - vt)}{c} = \alpha\left(\frac{tc}{c} - \frac{vx}{c^2}\right) = \alpha\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \tag{3}$$

Es fehlt nun nur noch der Wert von α. Um ihn zu erhalten, muss man eine weitere physikalische Überlegung anstellen, die nämlich, dass alles, was für S gilt, auch für S' zutreffen muss. Versetzen wir uns also in das System S', in dem wir x' und t' messen. Der Nullpunkt 0 hat nach der Zeit t' die Abszisse $-vt'$, so dass wir von S' aus gesehen dem Punkt A in S die Abszisse $x'_1 = x' + vt'$ in S zuschreiben würden. Soll aber für die Messung in S selbst wieder derselbe Maßstabsfaktor α gültig sein, so müssen wir in S für die Abszisse von A setzen:

$$x = \alpha\,(x' + vt') \tag{4}$$

Man beachte, dass dieser Ausdruck nicht aus Gl. (2) folgt, sondern eine neue Beziehung darstellt, aus der sich nun eben α ergibt. Setzt man nämlich in Gl. (4) x' aus Gl. (2) und t' aus Gl. (3) und (1) ein, so bleibt als einzige Variable x übrig, die sich in allen Gliedern weghebt und die Beziehung:

$$\left.\begin{aligned} 1 &= \alpha^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \alpha^2\,(1 - \beta^2) \\ \beta &= \frac{v}{c} \\ \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

übrig lässt. Geht v von Null nach c, β also von Null nach eins, so überstreicht β den Bereich von eins bis unendlich, steigt allerdings zu Beginn nur sehr langsam an. Es muss z. B. β schon ungefähr 0,45 sein, damit α auch nur etwa 1,1 wird. Gl. (4) gibt die inverse Beziehung zu Gl. (2). Die inverse zu Gl. (3) finden wir leicht aus Gl. (1):

$$t = \frac{x}{c} = \frac{\alpha\,(x' + vt')}{c} = \alpha\left(\frac{t'c}{c} + \frac{vx'}{c^2}\right) = \alpha\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) \tag{6}$$

Es ist nun von ausschlaggebender Bedeutung, sich die Erscheinung der Lorentz-Kontraktion ganz klar zu machen, denn alles Weitere folgt dann leicht aus ihr.

Erinnern wir uns also daran, dass wir in S eine Abszisse $x_1 = x - vt$ feststellten, die im System S' αmal grösser war. Ebenso massen wir in S' eine Abszisse $x_1' = x' + vt'$, der in S eine αmal grössere entsprach. Allgemein gesprochen misst man also in irgendeinem System Distanzen in der relativen Bewegungsrichtung eines zweiten Systems αmal kleiner, als sie in diesem bewegten System selbst gemessen würden, wenn wir uns in dieses begeben würden bzw. könnten und nicht umgekehrt, wie man aus oberflächlicher Betrachtung der Gl. (2) und (4) schliessen möchte.

Wir benötigen auch noch das Additionstheorem der Geschwindigkeiten. Es sei in S: $x = 0$ für $t = 0$ und die konstante Geschwindigkeit eines Punktes auf der x-Achse mit der Abszisse x:

$$u = \frac{x}{t} \tag{7}$$

Im System S' erscheint diese Geschwindigkeit als die Differenz zwischen u und v, oder transformiert geschrieben:

$$u' = \frac{x'}{t'} = \frac{\alpha(x - vt)}{\alpha\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)} = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}} \tag{8}$$

Diese beinahe magisch zu nennende Formel ergibt für u und kleines v wie es sein muss:

$$u' = u - v \tag{8a}$$

für $u = c$ oder $v = c$ aber:

$$u' = c \quad \text{bzw.} \quad u' = -c.$$

Natürlich hätte man in Gl. (8) im Zähler statt einer Differenz auch eine Summe erhalten können, wenn man statt von S von S' ausgegangen wäre.

3.

Das elektrische Feld einer ruhenden Ladung Q ist allgemein bekannt. Die Verschiebungslinien strahlen nach allen Richtungen gleichmässig aus. Man setzt ihre Zahl gleich Q, so dass ihre Dichte im Abstand r:

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} \tag{9}$$

wird und die Feldstärke in einem homogenen isotropen Medium von der Dielektrizitätskonstante ε:

$$E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \tag{10}$$

Wir müssen nun annehmen, dass diese Feldlinien die Lorentz-Kontraktion mitmachen. Dann erhalten wir etwa für die Feldstärke die Transformations-Formeln:

$$\left.\begin{aligned} E_x' &= E_x \\ E_y' &= \alpha E_y \\ E_z' &= \alpha E_z \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Halten wir fest, dass E' die Feldstärke von einem bewegten System aus gesehen ist, wenn wir im ruhenden E messen, oder was auf dasselbe hinauskommt, die von einer in x-Richtung bewegten Ladung Q erzeugte.

Um nun die Verhältnisse zwischen zwei je in x-Richtung bewegten Ladungen Q_1 und Q_2 abzuklären, brauchen wir drei Koordinatensysteme mit parallelen Achsen S, S' und S'', die sich gegeneinander in x-Richtung bewegen. Die Ladung Q_1 ruhe in S′ und habe die Geschwindigkeit v_1 gegen S, die Ladung Q_2 ruhe in S'' und habe die Geschwindigkeit v_2 in S. Wir definieren zweckmässig die Verhältniszahlen:

$$\left.\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{v_1}{c} \\ \beta_2 &= \frac{v_2}{c} \\ \alpha_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} \\ \alpha_2 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_2^2}} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

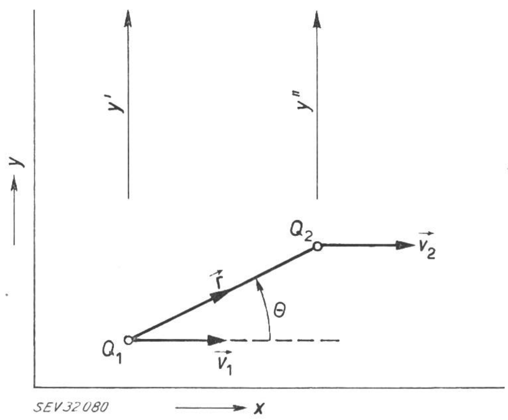

Fig. 2

Aus Fig. 2 kann man auch noch die Bedeutung von θ und $\vec{r}$ entnehmen. $\vec{v}_r$ ist der Einheitsvektor in Richtung $\vec{r}$. Wir wollen die Verhältnisse im leeren Raum von der Dielektrizitätskonstante ε_0 und der magnetischen Permeabilität μ_0 betrachten. Es ist:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{10^1}{4\pi c^2}\left[\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right] \\ \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-1}\left[\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}\right] \\ \mu_0\, \varepsilon_0\, c^2 &= 1 \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Es sei nun $\vec{E}$ die von der Ladung Q_1 erzeugte Feldstärke, d. h.:

$$\vec{E}' = \frac{Q_1}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \tag{14}$$

In Fig. 2 geht die Papierebene durch die beiden Ladungen Q_1 und Q_2; die z-Achse steht senkrecht darauf. Wir benötigen E_z nicht. Für E_y, die uns interessierende, von der Lorentz-Kontraktion betroffene Komponente erhalten wir auf Grund unserer Annahmen im System S' den statischen Wert, also:

$$E_y' = \frac{Q_1}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \sin \Theta \tag{15}$$

Um nun die Wirkung von E_y' auf Q_2 festzustellen, müssen wir E_y' nach S'' transformieren, weil ja Q_2 in diesem System ruht und wir zunächst nur die auf ruhende Ladungen wirkenden Kräfte kennen. Die in der Gl. (12) ausgedrückte Geschwindigkeit von S'' gegenüber S' ist:

$$\beta_{12} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{1 - \beta_1\, \beta_2} \tag{16}$$

auf Grund der relativistischen Zusammensetzung der Geschwindigkeiten nach Gl. (8). Daher ist die gesuchte Beziehung:

$$E_y'' = \frac{E_y'}{\sqrt{1 - \beta_{12}^2}} \tag{17}$$

Man überlege, dass die Wurzel im Nenner stehen muss, weil:

$$E_y'' > E_y' \tag{17a}$$

sein soll.

Was wir aber letzten Endes brauchen ist E_y, denn nur im System S bewegen sich beide Ladungen, sind also elektrodynamische Wirkungen zu erwarten. Wir hätten an sich schreiben können:

$$E_y = \frac{E_y'}{\sqrt{1 - \beta_1^2}} = \alpha_1\, E_y' \tag{18}$$

doch wäre dies nichts anderes gewesen als die Lorentz-transformierte y-Komponente E_y' der elektrostatischen Feldstärke $\vec{E}'$, die sich von E_y' selbst kaum unterschieden hätte, da α_1, wie auch α_2 sehr nahe an 1 liegen. Interessanterweise bewegen sich die Elektronen in unseren technischen Stromleitern wegen ihrer dichten Packung nämlich nur mit Geschwindigkeiten von der Grössenordnung Hundertstel Zentimeter pro Sekunde. Deswegen und auch weil die Geschwindigkeit β_2 auf diese Weise gar nicht in den Ausdruck eingegangen wäre, hätte Gl. (18) die gesuchte elektrodynamische Kraft nicht ergeben können. Anders wird die Lage, wenn wir E_y aus E_y'' transformieren:

$$E_y = E_y'' \sqrt{1 - \beta_2^2} = E_y' \frac{\sqrt{1 - \beta_2^2}}{\sqrt{1 - \beta_{12}^2}} \tag{19}$$

Um diesen Ausdruck völlig zu verstehen, muss man sich klar machen, dass E_y'' die Komponente E_y in S bedeutet, so wie sie von S'' aus gesehen wird, nicht umgekehrt. Denn es ist ja dasselbe E_y'' auch das Bild in S'' von E_y'. Die zweckmässige Behandlung des Ausdruckes Gl. (19) besteht darin, dass man die statische Feldstärke nach Gl. (18) einführt und den übrig bleibenden Rest als dynamische interpretiert, gemäss

$$E_y = E_{ys} + E_{yd} = \alpha_1\, E_y' + E_{yd} \tag{20}$$

Einige leichte Zwischenrechnungen liefern aus Gl. (19) und Gl. (16):

$$E_y = E_y' \alpha_1 \,(1 - \beta_1\, \beta_2) \tag{21}$$

und somit nach Gl. (20):

$$E_{yd} = -\, E_y'\, \alpha_1 \beta_1 \beta_2 \approx -\, E_y'\, \beta_1\, \beta_2 \tag{21a}$$

Auf Grund der weiter oben angestellten Überlegung haben wir in Gl. (21a) $\alpha_1 = 1$ gesetzt, was uns keineswegs zwingt, die β zu vernachlässigen, sondern lediglich ihre Quadrate. Die Vernachlässigung der β selbst würde trotz ihrer Kleinheit die ganze Elektrodynamik zum Verschwinden bringen, ist also offensichtlich physikalisch nicht zulässig. Das kommt daher, dass der elektrische Strom ausserordentlich grosse elektrische Ladungen transportiert, die aber elektrostatisch nicht in Erscheinung treten, da jedes negative Elektron, welches sein Stammatom verlässt, sofort durch ein nachfliessendes ersetzt wird. Die sog. Raumladung ist daher Null. In der Elektrodynamik kommt es aber, wie wir gleich sehen werden, nicht auf die Raumladung, sondern auf das Produkt jeder einzelnen Ladung, sei sie negativ oder positiv, mit ihrer Geschwindigkeit an. Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens kompensieren sich nicht, wenn sie entgegengesetzte Geschwindigkeiten haben und die Raumladung spielt keine Rolle.

4.

Berechnen wir als erstes und grundlegendes Beispiel die Anziehungskraft zwischen zwei parallelen Leitern der sehr grossen Länge l im Abstande a. Das negative Vorzeichen in Gl. (21a) deutet schon an, dass es sich bei übereinstimmender Stromrichtung um Anziehung handeln wird. Die Kraft zwischen den beiden Ladungen Q_1 und Q_2 ist nach Fig. 2:

$$\begin{aligned} F_{yd} = Q_2\, E_{yd} &= -\frac{Q_1\, Q_2}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\, \beta_1\, \beta_2 \sin \Theta = \\ &= -\, \mu_0 \frac{Q_1\, Q_2\, v_1 v_2 \sin \Theta}{4\pi r^2} \end{aligned} \tag{22}$$

Man beachte die dritte der Gleichungen (13). Es treten in Gl. (22) die eben erwähnten Produkte der einzelnen Ladungen und ihrer betreffenden Geschwindigkeiten, die wir als ausschlaggebend erkannten, im Zähler in Erscheinung.

Um nun die Stromstärken einzuführen, bezeichnen wir mit dl_1 und dl_2 Längenelemente der beiden Leiter und mit Q_1' und Q'_2 die Ladungen pro Längeneinheit (Ladungsbeläge). Dann können wir mit den Stromstärken i_1 und i_2 schreiben:

$$\left.\begin{aligned} Q_1' v_1 &= i_1 \\ Q_2' v_2 &= i_2 \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Die Kraft des ganzen Leiters 1 auf ein Element dl_2 wird

$$dF_y = -\mu_0 \frac{i_1\, i_2\, dl_2}{4\pi} \int_{\Theta=\pi}^{\Theta=0} \frac{\sin\Theta}{r^2}\, dl_1$$

woraus man mittels $a = r \cdot \sin\Theta$ findet:

$$dF_y = -\mu_0 \frac{i_1\, i_2}{2\pi a}\, dl_2$$

Die Integration nach dl_2 besteht wegen der grossen Leiterlänge in nichts anderem als dem Ersatz von dl_2 durch l, also:

$$F_y = -\mu_0 \frac{i_1\, i_2\, l}{2\pi a} \quad (24)$$

ein allgemein bekannter Ausdruck der Fernwirkungstheorie. *Faraday* und *Maxwell* haben die Nahewirkungstheorie bevorzugt. In ihrem Sinne und in Anlehnung an die Verhältnisse in einer elektrischen Maschine können wir F_y auch schreiben etwa als Produkt von $l\, i_2$, und einem Vektor der magnetischen Induktion vom Betrage B wirkend am Orte von i_2 und erzeugt von i_1. Es wäre dann:

$$\left.\begin{aligned} B &= \mu_0 H = -\mu_0 \frac{i_1}{2\pi a} \\ H &= -\frac{i_1}{2\pi a} \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

H ist die magnetische Feldstärke, die B erzeugt. Das Linienintegral von $\vec{H}$ längs eines Kreises vom Radius a ist, sofern $\vec{B}$ und $\vec{H}$ senkrecht auf der Ebene der beiden Stromleiter stehen, der Grösse nach:

$$2\pi a \frac{i_1}{2\pi a} = i_1 \quad (26)$$

In Anbetracht der definitionsgemäss angenommenen Richtung von $\vec{B}$ und $\vec{H}$ können wir die Kraft zwischen den beiden Leitern als Vektorprodukt schreiben:

$$\vec{F_d} = i_2\, \vec{\Delta l} \times \vec{B} \quad (27)$$

Δl ist der Vektor vom Betrage Δl in Richtung der beiden Stromleiter. Sein Betrag braucht hier nicht mehr als sehr gross, sondern darf sogar beliebig klein angenommen werden, da sich Gl. (27) im Sinne der Nahewirkungstheorie auf eine bestimmte Stelle des Feldes bezieht. Diese Gleichung berücksichtigt automatisch das Vorzeichen in Gl. (24), wenn der positive Umlaufssinn von $\vec{H}$ in Rechtsschraubenbeziehung zur Durchflutung nach Gl. (26) steht. Dasselbe gilt für die vektorielle Schreibweise von Gl. (22):

$$\vec{F_d} = \mu_0 \frac{Q_1 Q_2}{4\pi r^2}\, \vec{v_2} \times \left[\vec{v_1} \times \vec{v_r}\right] \quad (22a)$$

denn es zeigt $\vec{v_1} \times \vec{v_r}$ in die Richtung der positiven z-Achse und daher $\vec{v_2} \times \left[\vec{v_1} \times \vec{v_r}\right]$ in die Richtung der negativen y-Achse, entsprechend der anziehenden Kraft zwischen den beiden gleichsinnig bewegten Ladungen.

Wir können in den letzten Ausdruck auch den durch Q_1 elektrostatisch erzeugten Verschiebungsvektor $\vec{D}$ einführen, für den Gl. (14) ergibt:

$$\vec{D} = \frac{Q_1}{4\pi r^2}\, \vec{v_r} \quad (14a)$$

Damit schreibt sich Gl. (22a):

$$\vec{F_d} = \mu_0\, Q_2\, \vec{v_2} \times \left[\vec{v_1} \times \vec{D}\right] \quad (22b)$$

und hierin dürfen wir nun mit:

$$H = \vec{v_1} \times \vec{D} \quad (28)$$

setzen:

$$\vec{F_d} = \mu_0\, Q_2\, \vec{v_2} \times \vec{H} = Q_2\, \vec{v_2} \times \vec{B} \quad (22c)$$

denn für Gl. (27) kann man ja nach Gl. (23) auch schreiben:

$$\vec{F_d} = Q_2'\, v_2\, \vec{\Delta l} \times \vec{B} = Q_2\, \vec{v_2} \times \vec{B} \quad (22d)$$

wenn Q_2 die Ladung eines Leitungsstückes von der kurzen Länge Δl ist. Da in Gl. (22c) die Ladung Q_2 als Faktor vorkommt, können wir mittels Division durch Q_2 auch eine entsprechende Feldstärke einführen:

$$\vec{E_d} = \vec{v_2} \times \vec{B} \quad (29)$$

und haben damit diejenige Form des Induktionsgesetzes gewonnen, mit der man in elektrischen Maschinen die EMK eines einzelnen Wicklungsstabes berechnen kann. Hieraus ermittelt man dann leicht die für eine geschlossene Leiterschleife geltende Form, indem man sich durch Hinzufügung eines zweiten Stabes, eine vollständige Spule gebildet denkt und etwa den ersten Stab mit der Geschwindigkeit $\vec{v_2}$ senkrecht zu den Induktionslinien bewegt, die ihrerseits auf ihm senkrecht stehen mögen, während die zweite Spulenseite festgehalten werden möge. Man findet dann das Linienintegral von $\vec{E_d}$ entlang der ganzen Spule gleich der zeitlichen Abnahme des durch sie hindurchtretenden Induktionsflusses. Ganz analog folgt dann aus Gl. (28) die gleichlautende Beziehung bei Ersatz von $\vec{E_d}$ durch $\vec{H}$ und von $\vec{B}$ durch $\vec{D}$. Zur Änderung des Flusses von $\vec{D}$ tritt lediglich noch gemäss Gl. (26) der eventuelle Leitungsstrom hinzu. Aufklärung bedarf nur noch die Frage des Vorzeichens, indem das Linienintegral von $\vec{H}$ gleich der Zunahme, nicht der Abnahme des durch die Kurve tretenden Flusses von $\vec{D}$ ist. Diese Diskrepanz erledigt sich durch folgende Überlegung:

In Gl. (29) bedeutet $\vec{v_2}$ die Geschwindigkeit des betrachteten Feldpunktes, des sog. Aufpunktes, in einem in S feststehenden Feld. Mit dieser Geschwindigkeit wäre im Modell der Wicklungsstab durch das Magnetfeld hindurch zu bewegen. In Gl. (28) hingegen tritt statt $\vec{v_2}$ die Geschwindigkeit $\vec{v_1}$ auf. Diese bedeutet die Geschwindigkeit der $\vec{D}$ erzeugenden Ladung, des sog. Quellpunktes. Im Modell wäre unser Stab, der nun als Magnetstab vorzustellen wäre, festzuhalten und das Feld von $\vec{D}$ würde über ihn mit der Geschwindigkeit $\vec{v_1}$ hinweggleiten. Bei gleichem Vorzeichen von $\vec{v_1}$ und $\vec{v_2}$ haben also die Relativ bewegungen in den beiden Fällen entgegengesetzten Sinn.

Die Gl. (28) und (29) sind nichts anderes als Integralformen der Maxwellschen Differentialgleichungen, die damit als Folge der Lorentz-Kontraktion nachgewiesen sind.

Literatur

[1] *Page, L.:* Electrodynamics. New York: Van Nostrand, 2. Abdruck 1945.

[2] *Dacos, F.:* Conception actelle de l'électricité theorique. Paris: Dunod 1957.

[3] *Milne, E. A.:* Gravitation Without Relativity, «Einstein». Evanstan Ill., 1949.
Milne, E. A.: Kinematic Relativity. Oxford: Clarendon Press 1948.

Adresse des Autors:
Dr. h. c. *Th. Boveri,* Delegierter des Verwaltungsrates der AG Brown, Boveri & Cie., Baden (AG).