

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 53 (1962)  
**Heft:** 19

**Artikel:** Anwendung der Methode der mehrfachen Regression für die Analyse von Belastungskurven  
**Autor:** Védère, Elie  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-916975>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 20.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

### Anwendung der Methode der mehrfachen Regression für die Analyse von Belastungskurven \*)

Bericht des Arbeitsausschusses für die mathematischen Methoden der Analyse

Von Elie Védère, Paris

Die Analyse der Belastungskurven oder des Stromverbrauchs mit seinen verschiedenen Komponenten geht entweder von der sogenannten experimentellen oder den sogenannten mathematischen Methoden aus. Diese letzteren bedienen sich eines klassischen Forschungsmittels der mathematischen Statistik: der Untersuchung der multiplen Regression.

Der Bericht der Arbeitsgruppe will diese Methode der multiplen Regression in ihrer Anwendung auf die Belastungskurven möglichst erschöpfend darstellen und ihre ausserordentliche Nützlichkeit deutlich machen, die dazu geführt hat, dass sie in mehreren Ländern weitgehend angewandt wird.

Nach Darlegung des Prinzips gibt der Bericht im ersten Teil die verschiedenen Arten von Analysen an, die nach dieser Methode durchgeführt wurden, und schlägt eine Einteilung dieser Analysen vor.

In einem zweiten Teil werden Regeln und Grenzen der Anwendung untersucht, die für die Gültigkeit der so gefundenen Ergebnisse ausschlaggebend sind. Diese Gültigkeit ergibt sich durch die Wahl des Parameters aus der Vielzahl der möglichen: seine Bestimmung ist unstreitig ein sehr wichtiges Element in den so geführten Untersuchungen.

In Anhang I werden die wesentlichen Merkmale einer Anzahl von Untersuchungen tabellarisch angegeben, die in verschiedenen Ländern nach dieser Methode durchgeführt wurden.

Am Schluss des Berichtes finden sich zwei Anmerkungen:

- eine von Herrn Franck (Anhang II) bezüglich der Unabhängigkeit der Variablen;
- eine zweite von Herrn Ott (Anhang III), die ein mathematisches Beispiel für die Richtigkeit der Ergebnisse gibt.

L'analyse des courbes de charge ou des consommations d'énergie électrique en leurs divers éléments composants procède soit de méthodes dites « expérimentales », soit de méthodes dites « mathématiques », ces dernières mettant en œuvre une recherche classique en matière de statistiques mathématiques: l'étude de la régression multiple.

Le Rapport du Groupe de Travail a pour objet de faire un exposé aussi complet que possible de cette méthode de régression multiple appliquée à l'analyse des courbes de charge, et de souligner l'intérêt majeur qu'elle présente et qui l'a fait appliquer de façon extensive dans plusieurs pays.

Après en avoir posé le principe, le Rapport précise, dans une première partie, les divers genres d'analyses effectuées selon cette méthode et en propose un classement.

Dans une deuxième partie, sont étudiées les règles et les limites d'application qui conditionnent la validité des résultats ainsi acquis. Cette validité résulte de la façon dont le choix est fait quant aux nombreux paramètres qui interviennent; sa détermination constitue incontestablement un élément très important des études ainsi menées.

Un tableau donne, en Annexe I, les caractéristiques essentielles d'un certain nombre d'études faites dans divers pays, suivant cette méthode.

Enfin le Rapport comprend deux notes:

- l'une de M. Franck (Annexe II) relative au choix des variables;
- l'autre de M. Ott (Annexe III) donnant un exemple d'étude mathématique de la validité des résultats.

## Einleitung

### 0.0. Vorwort

Diesen Aufsatz unter das Motto «Verfahrensforschung» zu stellen, mag eitel oder mindestens vermessen erscheinen.

Unter dem Ausdruck «Verfahrensforschung» (operational research) stellt sich der Laie allgemein ein geheimnisvolles und unverständliches Verfahren vor. Ihrerseits sehen die verantwortlichen Werkleiter allzu oft in diesem Verfahren nichts anderes als eine mathematische Spielerei, deren Ergebnisse nur Skepsis begegnen und die auch kein Gewicht haben gegenüber den Überlegungen auf Grund des gesunden Menschenverstandes.

Für den Betriebsingenieur bedeutet dagegen dieser Ausdruck ein mathematisch mächtiges, fruchtbares, aber schwer zugängliches Werkzeug.

Trotz der vielen Argumente, die bald eine moderne Geheimlehre, bald eine überflüssige intellektuelle Spielerei daraus machen möchten, befürworten wir die Verfahrensforschung, und es liegt uns daran, nicht nur eine Methode zu erklären, sondern vielmehr die Gültigkeit und die Wirksamkeit dieses Forschungsgeistes, der der «operational research» eigen ist, am Beispiel dieser Methode aufzuzeigen.

Zudem muss das gewählte Thema ein solches Vorgehen gestatten; wir hoffen, dass der vorliegende Bericht dieses Vorhaben rechtfertigen wird.

Wir wünschen, dass dieser Bericht die Betriebsingenieure veranlassen wird, die mathematische Methode gerade dort anzuwenden, wo a priori andere, direktere, vielleicht natürlichere Methoden geeigneter erscheinen.

Wir hoffen auch, dass diese Zeilen davon überzeugen werden, dass die mathematische Methode oft und mit viel kleinerem Aufwand die üblichen Verfahren ersetzen kann, denen hin und wieder vorgeworfen wird, sie seien schwerfällig und demnach auch kostspielig in der Anwendung.

### 0.1. Die «Verfahrensforschung» und das zu lösende Problem

0.1.1. «Die Belastung eines Netzes kann als komplexe Funktion von einer Anzahl Variablen betrachtet werden... die Aufgabe der Analyse der Belastungskurven ist die Ermittlung dieser Beziehungen und der sie beherrschenden Gesetze.» (Allgemeiner Bericht des Studienunterkomitees der Analyse der Belastungskurven, von Ch. Morel; UNIPED-Kongress 1958; Bericht VIII A.)

\*) Kongress UNIPED Baden-Baden 1961, Bericht VIII a. 1.

0.12. Auf die Klassifikation der verschiedenen Methoden, welche diesem Zweck dienen, werden wir nicht besonders eingehen (vergl. insbesondere den zitierten Bericht). Wir möchten einfach betonen, dass jede Methode — gleich welcher Art — einer experimentellen Grundlage (Messungen) und hierauf einer mathematischen Studie (aus dem Gebiet der statistischen Mathematik) zur Festlegung oder Auslegung der Ergebnisse bedarf.

0.13. Je nachdem der experimentelle oder der mathematische Teil überwiegt wird die Methode als «experimentell» oder als «mathematisch» bezeichnet werden. So wird z. B. eine Methode bei der eine direkte Messung der Belastung bei einzelnen Abnehmern oder bei Gruppen von Abnehmern, die zusammen eine Stichprobe aus der zu untersuchenden Gesamtheit bilden, als experimentelle Methode betrachtet, obwohl die Übertragung der Resultate auf die Gesamtheit auf der mathematischen Statistik beruht. Im Gegenteil wird man, wenn die Messungen nicht *direkt* durch einfache Extrapolation aus einer Stichprobe verwendbar sind, und man auf augenscheinlich kompliziertere mathematisch-statistische Methoden greifen muss, von mathematischen Methoden sprechen.

0.14. Letzere beruhen alle, im Prinzip, auf der Anwendung der mehrfachen Korrelation; wie wir es sehen werden, wird dann im allgemeinen das Problem darin bestehen, die optimale Lösung eines überbestimmten Systems von linearen Gleichungen zu ermitteln: wenn die Verfahrensforschung, wie es behauptet worden ist, vor allem eine Methode ist, so können wir sie hier anwenden.

0.15. Noch mehr: wie gesagt, müssen wir mit Hilfe eines mathematischen Verfahrens eine optimale Lösung suchen. Ob es darum geht, durch diese Methode Werte zu bestimmen, die sich unmittelbar unserem Verstand entziehen (z. B. den Anteil einer bestimmten Abnehmerkategorie an einem Leistungsbezug) oder Meinungen für die Beschlussfassung zu bilden, wie es bei der klassischen Verfahrensforschung der Fall ist, auf jeden Fall gilt es, auf Grund von Zahlenelementen unsere Kenntnisse zu vervollständigen und auf längere oder kürzere Frist Entschlüsse vorzubereiten.

0.16. Diese Seite der Verfahrensforschung entspringt einer zwingenden Notwendigkeit, die hier nicht unerwähnt bleiben darf: die Notwendigkeit einer maximalen Ausnützung der Zahlenunterlagen, gleich aus welchem Gebiet, die dem Ingenieur zur Verfügung stehen.

## 0.2. Anwendung der Methode der mehrfachen Regression zur Analyse von Belastungskurven

**0.21. Die Methode definieren wir wie folgt:**

Statistische Methode zur Zerlegung einer bestimmten, messbaren elektrischen Grösse  $Y$  in ihre Komponenten  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ .

**Y:** Belastung oder Energieverbrauch.

$Y_1, Y_2 \dots Y_n$ : Komponenten nach Anwendungen oder nach Tarifkategorien usw., oder Komponenten nach Kriterien, die je mit verschiedenen Faktoren in Beziehung stehen: z. B. wirtschaftlichen (Anzahl Räume, Einkommen der Haushaltung usw.), oder meteorologischen (Temperatur, Beleuchtungsstärke usw.).

0.22. Diese Analyse besteht darin, mit Hilfe der mehrfachen Regression die statistische Abhängigkeit

der Grösse  $Y$  (in der Folge als «*abhängige Variable*» bezeichnet) von bekannten «*unabhängigen Variablen*»  $X_1, X_2, \dots, X_n$  zu bestimmen. Letztere werden so gewählt, dass sie mit den gesuchten Komponenten  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  durch ebenfalls zu bestimmende Koeffizienten  $K_1, K_2, \dots, K_n$  verbunden sind.

Man wird dann  $N$  Beobachtungen über die Variablen  $Y, X_1, X_2 \dots X_n$  durchführen, wobei  $N > n + 1$  sein muss. Von einer Hypothese über die Form der genannten mathematischen Beziehungen ausgehend, schreibt man für jede Beobachtung  $p$  unter den  $N$  Beobachtungen eine *Regressionsgleichung*:

$$Y_p = f(X_{1p}, X_{2p} \dots X_{np}, K_0, K_1, K_2 \dots K_n) \quad (1)$$

in welcher  $Y$  durch die unbekannten Parameter  $K$  zu  $X$  in Beziehung gebracht wird, wobei  $p$  alle Werte zwischen 1 und  $N$  einnehmen kann.

0.23. Man nimmt gewöhnlich an, dass die Gleichung (1) eine lineare Funktion der Form:

$$Y_p = a + b_1 X_{1p} + b_2 X_{2p} + \dots + b_n X_{np} \quad (2)$$

darstellt, worin  $a_1, b_1, b_2 \dots b_n$  die zu bestimmenden Konstanten oder Koeffizienten [Koeffizienten  $K$  der Gleichung (1)] sind.<sup>1)</sup>

0.24. Da die Werte  $a, b_1, b_2 \dots b_n$  nicht für jede Gleichung (2) die Lösung darstellen können (weil  $N > n + 1$ , d. h. mehr Gleichungen als Unbekannte), müssen die Gleichungen (2) durch einen Korrekturfaktor  $\varepsilon_p$  ergänzt werden:

$$Y_p = a + b_1 X_{1p} + b_2 X_{2p} + \dots + b_n X_{np} + \varepsilon_p \quad (3)$$

Die unbekannten Parameter  $a, b_1, b_2 \dots b_n$  werden alsdann so ermittelt, dass die Korrekturfaktoren  $\varepsilon_p$  den kleinsten Wert annehmen, was mit Hilfe der «Methode der kleinsten Quadrate» erfolgt. Die zur Lösung führenden Parameterwerte sind diejenigen für welche der Ausdruck:

$$\sum_{p=1}^{p=N} \varepsilon_p^2.$$

ein Minimum wird.

0.25. Ohne auf den an sich klassischen Rechnungsgang näher eintreten zu wollen, sei erwähnt, dass die gesuchten Werte die Wurzeln eines Systems von  $n + 1$  Gleichungen, den «normalen Gleichungen»

$$\left. \begin{array}{l} Na + b_1\Sigma X_1 + b_2\Sigma X_2 + \dots = \Sigma Y \\ a\Sigma X_1 + b_1\Sigma X_1^2 + b_2\Sigma X_1X_2 + \dots = \Sigma X_1Y \\ a\Sigma X_2 + b_1\Sigma X_1X_2 + b_2\Sigma X_2^2 + \dots = \Sigma X_2Y \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} \quad (4)$$

sind, worin  $b_1, b_2 \dots$  als *Regressionskoeffizienten* bezeichnet werden.

0.26. Um diese Wurzeln zu schreiben ist bequemer, sich der Elemente  $C_{ij}$  (Zeile  $i$  und Kolonne  $j$ ) der inversen Matrix (mit  $n + 1$  Zeilen und  $n + 1$  Kolonnen)

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} N & \Sigma X_1 & \Sigma X_2 & \dots & \Sigma X_n \\ \Sigma X_1 \Sigma X_1^2 & \Sigma X_1 X_2 & \dots & \Sigma X_1 X_n \\ \Sigma X_2 \Sigma X_1 X_2 & \Sigma X_2^2 & \dots & \Sigma X_2 X_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma X_n \Sigma X_1 X_n & \Sigma X_n \Sigma X_2 X_n & \dots & \Sigma X_n^2 \end{bmatrix}^{-1}.$$

<sup>1)</sup> Die Beilage I enthält zahlreiche Beispiele solcher Analysen (s. auch 1.15).

zu bedienen. Mit Hilfe dieser Elemente  $C_{ij}$  (für welche übrigens  $C_{ij} = C_{ji}$ ) können die gesuchten Koeffizienten wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} a &= \Sigma(C_{1.1} + C_{1.2}X_1 + C_{1.3}X_2 + \dots + C_{1.n+1}X_n)Y \\ b_1 &= \Sigma(C_{2.1} + C_{2.2}X_1 + C_{2.3}X_2 + \dots + C_{2.n+1}X_n)Y \\ b_2 &= \Sigma(C_{3.1} + C_{3.2}X_1 + C_{3.3}X_2 + \dots + C_{3.n+1}X_n)Y \\ &\dots\dots\dots \\ b_n &= \Sigma(C_{n+1.1} + \dots\dots\dots + C_{n+1.n+1}X_n)Y \end{aligned}$$

0.27. Die Kenntnis der Koeffizienten  $a, b_1, \dots, b_n$  ermöglicht es, die gesuchte Unterteilung der Belastung durchzuführen:

$$\left. \begin{aligned} Y &= Y_0 + Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n \\ \text{wobei } Y_0 &= Na \\ Y_1 &= b_1 \Sigma X_{1p} \\ Y_2 &= b_2 \Sigma X_{2p} \\ &\dots\dots\dots \\ Y_n &= b_n \Sigma X_{np} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Wir werden in der Folge (2.15) auf die Bedeutung des konstanten Gliedes  $Y_0$  zurückkommen. Die anderen Glieder  $Y_1 \dots Y_n$  sind die gesuchten Komponenten.

### 0.3. Aufbau des Berichtes

In einem ersten Teil sollen die Arten von Analysen angegeben werden, welche mit Hilfe dieser Methode auf dem Gebiete der Belastungskurven und des Energieverbrauches durchgeführt wurden.

In einem zweiten Teil werden die Modalitäten und die Grenzen der Anwendung der Methode untersucht, die auf dem gleichen Gebiete für die Gültigkeit der Resultate massgebend sind.

## 1. Die Arten von Analysen die in Bezug auf Belastungskurven und Verbrauch mit Hilfe der mehrfachen Regression durchgeführt werden können

1.0. Eine solche Darstellung<sup>2)</sup> bedingt natürlich eine Einteilung. Jede Klassifizierung hat aber bekanntlich etwas Künstliches an sich, das schwer zu vermeiden ist, so dass sie oft nur einen unvollständigen Einblick in die behandelte Materie ermöglicht.

Es seien zunächst die verschiedenen möglichen Klasseneinteilungen kurz erwähnt, was erlauben wird, den Stoff vor seiner Behandlung zu umreissen.

1.01. Wir haben weiter oben gesehen, dass eine Analyse die *Belastung* als solche oder den *Energieverbrauch* zum Gegenstand haben kann.

1. In der Wahl von  $Y$  liegt eine massgebende Entscheidung, die sich auf die Methode auswirken könnte. Abgesehen davon, dass die Analyse einer Belastungskurve aus einer Wiederholung der Untersuchung zu verschiedenen Tageszeiten besteht, während eine Zerlegung des Energieverbrauches (der eigentlich einer mittleren Belastung entspricht) nicht wiederholt werden muss, wird sich die Unterscheidung in der Methode wesentlich aus der Wahl der unabhängigen Variablen  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ergeben. Der Umstand, dass bei der

Analyse des Verbrauches die Wahl der  $X$ , im allgemeinen nur auf dem Vorhandensein oder Nichtvorhandensein von Verbrauchsapparaten bei den Abonnenten beruht, führt zu einem besonderen Analysetyp, der vor allem in der englischen Literatur unter dem Namen «Methode der simultanen Gleichungen» bekannt ist.

1.02. Die Wahl der unabhängigen Variablen  $X$  scheint schlussendlich ein besseres Kriterium für die Klassifizierung zu bilden, als die Wahl der  $Y$ . Dieses Kriterium genügt aber nicht, um alle auftretenden Analysetypen vollständig zu beschreiben.

Wir haben bereits gesagt, dass für jede Beobachtung  $p$  aus der Gesamtheit der  $N$  Beobachtungen eine Gleichung (1) aufzustellen ist. Diese  $N$  Beobachtungen stellen die Grundlage des Problems dar. Die Festlegung der entsprechenden Elementargleichungen ist also von grundlegender Bedeutung.

1.03. Sehr oft ist die Gleichung ersten Grades, so dass man es mit einem linearen Problem zu tun hat. Liegt a priori keine Linearität vor, so ist es durch einen Kunstgriff möglich, das Problem in ein lineares zurückzuführen; in dieser Hinsicht werden wir also keine Unterscheidungen machen.

Jeder Gleichung können aber verschiedene physikalische Konzepte zugrunde gelegt werden. Zwei dieser Konzepte lassen sich vorteilhaft anwenden, die mit dem Wesen der unabhängigen Variablen verknüpft sind, die *Zeit* und der *Raum*.

1.04. Von Zerlegung im *Raume* wird gesprochen, wenn die zu untersuchende Belastungskurve oder der Energieverbrauch örtlich verschieden zusammengesetzt ist, so dass für jede geographische Zone  $p$  für die Variablen  $Y$  und  $X$  bekannt wird ( $Y_p X_{1p} \dots X_{np}$ ) eine der  $N$  Gleichungen geschrieben werden kann. Die abhängige Variable  $Y$  wird dann im Prinzip die Summe aller örtlichen Beobachtungen  $Y_p$  sein.

$$Y = \sum_{p=1}^{p=N} Y_p \quad (6)$$

Von Zerlegung *in der Zeit* wird gesprochen, wenn die zu unterteilende Belastung oder der Energieverbrauch in Funktion der Variablen  $X$  zeitlich variiert. Eine Gleichung wie (6) wird es in diesem Falle nicht geben.

1.05. Die Darstellung der Methoden wird im folgenden Rahmen erfolgen:

A. – Die unabhängigen Variablen führen zu einer Analyse nach geographischen Zonen oder im Raume.

B. – Die unabhängigen Variablen führen zu einer Analyse in der Zeit.

### 1.1. A – Untersuchungen nach geographischen Zonen, oder im Raume

1.10. Die Problemstellung lautet: eine Belastung oder einen Verbrauch  $Y$  nach verschiedenen Anwendungen unterteilen, wobei jede Teilbelastung bzw. jeder Teilverbrauch einer zweckmässig gewählten, als unabhängige Variable  $X$  einzusetzenden Grösse proportional ist und demnach für jede der  $N$  geographischen Zonen des Beobachtungsfeldes eine Gleichung (3) geschrieben werden kann.

1.11. Auf Grund eines bewusst einfach gewählten Beispiels, das aber auf einer tatsächlich ausgeführten

<sup>2)</sup> Es wurde in diesem Exposé versucht, den behandelten Stoff möglichst erschöpfend zu erfassen und alle bis heute ausgeführten Arten von Analysen zu erwähnen. Die Charakteristiken der Studien sind unter dem Titel «Beispiele von Untersuchungen mit Hilfe der mehrfachen Regression auf dem Gebiet der Belastungskurven und des Energieverbrauches zusammengefasst und in Tab. I am Schluss des Berichtes wiedergegeben.

Studie beruht (s. Tabelle, Beilage I: Studie Nr. 8) soll das Gesagte noch verdeutlicht werden.

1.111. Im vorliegenden Fall ging es darum, die totale Belastungskurve der Hochspannungs-Abonnenten einer grossen Stadt in die zwei Komponenten «Beleuchtung» und «übrige Anwendungen» zu zerlegen.<sup>3)</sup>

Bekannt waren:

- Einerseits die geographischen Komponenten ( $N = 19$ ) der totalen Belastungskurve in der Form von Belastungskurven dieser Abonnenten in jedem Unterwerk;
- andererseits, für jede dieser geographischen Zonen (von je einem dieser Unterwerke versorgt) die betreffenden abonnierten Leistungen<sup>4)</sup> für die Beleuchtung ( $X_1$ ) und für alle übrigen Anwendungen ( $X_2$ ).

Zum Zweck der Analyse der Belastung  $Y$  in einem bestimmten Zeitpunkt waren für jedes der 19 Unterwerke (bzw. geographischen Zonen) bekannt:

- Die entsprechende totale Belastung  $Y_p$ .
- Die abonnierten Leistungen  $X_{1p}$  und  $X_{2p}$  für die Beleuchtung und für die übrigen Anwendungen.

Von der Annahme ausgehend, dass in einem gegebenen Zeitpunkt in jeder Zone die bezogene Leistung zur abonnierten Leistung proportional ist, konnten  $N$  Gleichungen vom Typ der Gleichung (2) aufgestellt werden.

$$Y_p = a + b_1 X_{1p} + b_2 X_{2p}$$

Den Übergang zu den «normalen Gleichungen» und ihre Lösung in  $a$ ,  $b$ ,  $b_2$  ist dann eine rechnerische Angelegenheit,

$$\begin{cases} Na + b_1 \sum X_1 + b_2 \sum X_2 = \sum Y \\ a \sum X_1 + b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1 X_2 = \sum X_1 Y \\ a \sum X_2 + b_1 \sum X_1 X_2 + b_2 \sum X_2^2 = \sum X_2 Y \end{cases}$$

wobei  $a = 0$  oder  $\neq 0$  angenommen werden kann (was später erörtert werden soll),  $b_1$  und  $b_2$  die Regressionskoeffizienten sind und die erste Gleichung im betrachteten Zeitpunkt die gesuchte Zerlegung (unter Umständen bis auf das konstante Glied  $Na$ ) liefert.

1.112. Die Berechnung ist leicht durchzuführen; sie besteht im wesentlichen darin, für jede Zone die Summen  $\sum X_1^2$ ,  $\sum X_1 X_2$  und  $\sum X_2^2$  zu bilden. Diese Rechnung kann alsdann für jede gewünschte Tageszeit wiederholt werden. Wenn  $N$  grösser wird und mehr als zwei unabhängige Variable auftreten, so rechtfertigt sich die Anwendung von elektronischen Rechnern.

Viele Untersuchungen können durch entsprechende Wahl der Variablen auf eine doppelte Regression der beschriebenen Art zurückgeführt werden. In diesem Falle ist die Berechnung von Hand (mit einfachen Hilfsmitteln) immer noch am zweckmässigsten und am wirtschaftlichsten, so dass auch kleinere Werke sie anwenden können, ohne die Auswertung spezialisierten Firmen anvertrauen zu müssen.

Es sei noch bemerkt, dass im Falle von zwei unabhängigen Variablen  $X_1$ ,  $X_2$  eine graphische Methode

<sup>3)</sup> Diese Studie, die sich auf die Bestimmung des Spitzenanteils dieser zwei Anwendungskategorien beschränkte, war unseres Wissens die erste die nach der Regressionsmethode vorgenommen wurde (in Paris, im Jahre 1933, durch die Herren Bissieux und Conte).

<sup>4)</sup> Mangels der «abonnierten Leistung», die nicht überall bekannt ist, kann man sich der «installierten Leistung» (Anschlusswert) bedienen, die durch eine Umfrage leicht zu ermitteln ist.

angewendet werden kann, die die Arbeit stark erleichtert.<sup>5)</sup>

Denkt man an das umfangreiche Material, das nötig wäre, um von einer Stichprobe ausgehend eine solche Analyse nach der experimentellen Methode durchzuführen und an all die provisorischen Installationen, die diese Methode erfordert, so treten die grossen Vorteile der hier beschriebenen Methode ganz besonders hervor.

1.12. Das angegebene Schema wird auf jeden Fall für alle Analysen passen, die nach geographischen Zonen erfolgen und sich nur in folgenden Punkten von einander unterscheiden:

- a) In der Beschaffenheit der geographischen Zonen, für die die Gleichungen aufgestellt werden.
- b) In der Wahl und der Anzahl der Variablen.

Die Elemente a) und b) sind übrigens miteinander verknüpft.

1.13. a) *Die verschiedenen Arten von Analysen nach der Beschaffenheit der geographischen Zone; Einfluss auf die Variablen*

1.131. Wie im vorhergehenden Beispiel kann die geographische Zone ein Netz sein, d. h. sie umfasst eine Gesamtheit von Abonnenten. In diesem Falle werden nur quantitative und unabhängige Variable auftreten. In der Tat wird sich jede Gesamtheit von Abonnenten, die in einem Glied der Gleichung auftritt, als eine messbare Grösse erweisen, die einen beliebigen positiven Wert annehmen kann. Diese Variablen werden im allgemeinen folgende sein:

- Installierte Leistung (Anschlusswert);
- Abonnierte Leistung;
- Anzahl der Abonnenten, die einen bestimmten Verbrauchsapparat besitzen;
- Energieverbrauch.

Ausserdem wird in diesem Falle die Untersuchung mit Hilfe der mehrfachen Regression die Gesamtheit der Abonnenten betreffen, ohne dass es nötig wäre, eine Stichprobe vorzunehmen.

Wenn die Gesamtheit zu umfangreich ist, so wird man zu einer Stichprobe greifen. Infolge der Notwendigkeit, Messungen zu bekommen, die das Ganze erfassen, wird es eine «Haufen-»Stichprobe sein.

1.132. Es steht aber nichts im Wege, die «geographische Zone» so zu verkleinern, bis sie nur noch einen *einzigsten Abonnenten* enthält.

In diesem Falle wird es so viele Gleichungen wie Abonnenten geben, und es wird sich *praktisch immer um eine Stichprobe* handeln, weil die Zahl der Gleichungen sonst zu hoch wäre.

Die Stichprobe wird von beliebiger Beschaffenheit sein können (gehäuft oder geschichtet).

Die abhängige Variable wird dann der Gesamtverbrauch des Abonnenten oder seine Belastung in einem bestimmten Zeitpunkt sein.

Die unabhängigen Variablen können, wie unter 1.131 gesagt, *quantitative* Variablen sein, wie:

- Installierte Leistung jeder Kategorie von Verbrauchsapparaten;
- Ökonomische oder demographische Bezugsgrössen.

Hier knüpft ein erfolgreiches Analyseverfahren an, das zum Ziele hat, den Verbrauch der einzelnen Apparate zu erfassen.

<sup>5)</sup> Ein Beispiel dieses graphischen Verfahrens wurde von E. Védère dem Unipede-Kongress 1958 vorgelegt (Bericht VIII A, Beilage C; von M. Criton, Centre de Distribution «Paris-Electricité», ausgearbeitetes Verfahren).



Als abhängige Variable  $Y$  wird in diesem Falle der Verbrauch jedes Abonnenten gewählt. Die unabhängigen Variablen  $X_1, X_2, \dots$  sind *qualitativer* Art; sie werden mit 1 oder 0 bewertet, je nachdem der betrachtete Abonnent den betreffenden Apparat besitzt oder nicht. Die Regressionskoeffizienten haben dann die Dimension eines Verbrauches (sie entsprechen dem Verbrauch der Abonnenten für die verschiedenen in Betracht gezogenen Anwendungen). Selbstverständlich kann jede Kategorie von Apparaten weiter nach der Leistung der Apparate unterteilt werden.

Was die rein mathematische Seite des Problems betrifft, wird diese Methode oft als «*Methode der simultanen Gleichungen*» bezeichnet; sie gehört aber streng genommen zur Methode der mehrfachen Regression. Sie unterliegt den gleichen Gültigkeitskriterien, die weiter unten erörtert werden sollen (2.212).

Übrigens ist es ohne weiteres zulässig, in der gleichen Gleichung qualitative und quantitative Variablen nebeneinander auftreten zu lassen.

#### 1.14. b) Wahl der unabhängigen Variablen

Die bisherigen Ausführungen zeigen, dass diese Wahl sehr verschieden sein kann und dass sie sich natürlich nach der durchzuführenden Untersuchung richten wird.

Sehr oft werden die gewählten Variablen  $X_1, X_2 \dots$  die gleichen Dimensionen haben (z. B. Anschlusswerte nach Anwendungen oder Anzahl Abonnenten mit einem bestimmten Apparat). Es ist aber auch möglich, Variablen verschiedener Dimensionen zu wählen (z. B. Anzahl Abonnenten für einige Elemente der Zerlegung und Anschlusswert für die anderen). Diese Wahl der Varianten hat selbstverständlich eine grosse Bedeutung in bezug auf die Resultate der Analyse. Wir werden noch darauf zurückkommen (2.12).

#### 1.15. Versuch einer Einteilung der Untersuchungen «nach geographischen Zonen»

Zusammenfassend und abschliessend sei nachfolgend eine Tabelle aufgestellt, in welcher die Nummern auf die Studien hinweisen, deren Merkmale in der Beilage I unter dem Titel: Beispiele von Studien, die

nach der Methode der mehrfachen Regression durchgeführt wurden und die die Analyse von Belastungskurven oder Energieverbrauchsdaten betreffen<sup>6)</sup>, aufgeführt sind.

(Die in Klammern angegebenen Abkürzungen geben das Land an, in welchem die Studie durchgeführt wurde.)

### 1.2. B – Untersuchungen in der Zeit

Bei dieser Art von Analysen gibt es keine Zerlegung nach geographischen Zonen. Jede der  $N$  Gleichungen entspricht einem Teilbild der untersuchten Erscheinung in der Zeit, wie es sich aus den verschiedenen Werten, die die unabhängigen Variablen annehmen, ergibt, wobei alle übrigen Bedingungen unverändert bleiben.

Es gibt wohl nur einen Typ von Analysen dieser Art: die Untersuchung der Belastung (oder des Verbrauches) an einer Reihe von Werktagen als Funktion der Tageshelle, der Aussentemperatur und anderer meteorologischer Grössen.

Man wird die Belastung in eine Grundbelastung (konstantes Glied, das hier eine physikalische Bedeutung hat, s. unter 2.15) und in Komponenten, die je von einem meteorologischen Faktor abhängen, zerlegen, wobei die Grösse dieses Faktors jeweils als Wert der unabhängigen Variablen eingesetzt wird.

Diese Analyse gehört zur mehrfachen Regression; die Beziehung kann aber nicht für alle Variablen, insbesondere für die Tageshelle, als linear angenommen werden. Aus diesem Grunde sind solche Untersuchungen oft mit Hilfe graphischer Methoden durchgeführt worden.<sup>7)</sup> (Berichte UNIPED VI-VIII-3 und VI-VIII-4 Kongress Rom 1952, VII-2 und VII-4 Kongress London 1955.)

Mathematisch-statistisch kann diese Schwierigkeit durch Änderung des Variablen umgangen werden. Das Problem wird auf ein lineares Problem zurückgeführt, indem z. B. statt des Wertes der Tageshelle dessen Logarithmus eingesetzt wird (s. die Merkmale

<sup>6)</sup> Die Studien sind dort nach Ländern geordnet und durch eine Nummer in der zweiten Kolonne von links gekennzeichnet.

<sup>7)</sup> Diese darf mit dem unter 1.112, Fussnote <sup>1)</sup> angegebenen graphischen Verfahren nicht verwechselt werden.

Art der elementaren geographischen Zone	Belastungsanalysen	Verbrauchsanalysen	Art der unabhängigen Variablen $X_1 X_2 \dots$	
Abonentengruppen	8 (Fr) 17 (I) 18 (S)		Installierte oder abonnierte Leistung	Quantitative unabhängige Variablen
	12 (G – B)		Verbrauch	
			Anzahl Abonnenten	
	6 (Fi) 7 (Fi)		Variablen verschiedener Dimensionen	
einzelne Abonnenten	2 (A) 13 (G – B)	3 (A) 15 (G – B)	Installierte Leistung	Quantitative unabhängige Variablen
	1 (A)		Verbrauch	
		4 (A) 5 (A)	Variablen verschiedener Dimensionen (z. B. Anzahl Personen pro Haushalt, Anzahl Räume)	
	14 (G – B)	16 (G – B)	$X_n = 1$ oder 0 je nach dem der Abonnent den Verbrauchapparat der Kategorie $n$ besitzt oder nicht	Qualitative unabhängige Variablen
		9 (Fr)		Quantitative und qualitative Variablen

von solchen Untersuchungen in der schon erwähnten Tabelle der Beilage I: Untersuchungen Nr. 10 und 11 aus England).

1.3. Zusammenfassend möchten wir, was die Methoden betrifft, folgendes hervorheben:

1.31. Die grosse Mannigfaltigkeit der Untersuchungen, die vorgenommen werden können:

Trotzdem versucht wurde, eine Tabelle aufzustellen, die es gestattet, möglichst viele Varianten zu erfassen, ist es klar, dass die Zahl der tauglichen Parameter oder unabhängigen Variablen unendlich gross ist; zudem haben wir unsere Ausführungen auf eine einzige abhängige Variable beschränkt: die Belastung (oder den Verbrauch, was im Grunde dasselbe ist, da dieser einer mittleren Belastung während längerer Zeit entspricht);

die Statistiker und die Volkswirtschaftler verwenden aber die gleiche Methode für die Untersuchung vieler anderer Grössen des Elektrizitätswerksbetriebes.<sup>8)</sup>

1.32. Die grosse Ähnlichkeit aller bisher begegneten Analyse-Typen:

Sie ist derart, dass die Erörterung der Gültigkeit der Resultate, die im nächsten Abschnitt behandelt werden soll, von physikalischen Betrachtungen absehen und sich ganz auf Überlegungen mathematisch-statistischer Art beschränken kann, die für alle Variablen Geltung haben.

*Fortsetzung folgt*

<sup>8)</sup> S. insbesondere die Untersuchungen von G. Ott (Berlin) Gebiet der thermischen Produktion.

## Aus dem Kraftwerkbau

### Inbetriebnahme einer Maschinengruppe in der Zentrale Bärenburg der Kraftwerke Hinterrhein AG

Am 3. August 1962 ist in der Zentrale Bärenburg der Kraftwerke Hinterrhein AG mit der ersten Maschinengruppe von 64 MVA die Energieproduktion aufgenommen worden. Zusammen

mit den bereits früher in Betrieb gesetzten Zentralen Ferrera und Sils i. D. sowie der programmgemäss zu erwartenden, totalen Inbetriebsetzung des Kraftwerkes Bärenburg, werden die Kraftwerke Hinterrhein im Betriebsjahr 1962/63 in der Lage sein, die volle Energieerzeugung, von durchschnittlich 1,325 Milliarden kWh pro Jahr, aufzunehmen.

## Verbandsmitteilungen

### Bericht und Antrag der Rechnungsrevisoren des VSE an die Generalversammlung 1962

In Ausübung des uns übertragenen Mandates haben wir heute die Jahresrechnung und Bilanz des VSE und der Einkaufsabteilung des VSE (EA) per 31. Dezember 1961 geprüft.

Die Betriebsrechnung des VSE ergibt bei Fr. 616 924.07 Einnahmen einen Einnahmenüberschuss von Fr. 11 805.79. Die Aktiven und Passiven der Bilanz sind mit Fr. 748 206.88 ausgeglichen. Die EA erzielte bei Fr. 94 830.06 Gesamteinnahmen einen Überschuss von Fr. 4826.28.

Wir haben die Übereinstimmung der Rechnungen mit den Abschlusszahlen der ordnungsgemäss geführten Buchhaltung festgestellt. Auch haben wir stichprobenweise die Führung einzelner Konten überprüft. Das Vorhandensein der Wertschriften ist uns

anhand der vorgelegten Bankausweise nachgewiesen worden. Die Vermögenslage ist richtig dargestellt.

Die Berichte der Schweizerischen Treuhandgesellschaft über die Prüfung der Rechnungsabschlüsse des VSE und der EA per 31. Dezember 1961 haben wir eingesehen. Sie geben uns zu keinen Bemerkungen Anlass.

Auf Grund unserer Prüfung beantragen wir, die Rechnungen und Bilanzen zu genehmigen und dem Vorstand und dem Sekretariat unter bester Verdankung Entlastung zu erteilen.

Zürich, den 22. August 1962

Die Rechnungsrevisoren:  
A. Strehler O. Sommerer

### 103. Meisterprüfung

Vom 10. bis 13. Juli 1962 fand in der Ecole secondaire Professionnelle in Fribourg die 103. Meisterprüfung für Elektroinstallateure statt. Von insgesamt 46 Kandidaten aus der deutsch- und französischsprachigen Schweiz haben folgende die Prüfung mit Erfolg bestanden:

Agosti Donat, Wetzikon (ZH)  
Amaudruz Roger, Emmenbrücke (LU)  
Berger Mario, Croix-de-Rozon (GE)  
Bosshard René, Massagno (TI)  
Bracher Walter, Rothenfluh (BL)  
Burgener Pius, Visp (VS)  
Burkhardt Alfons, Ennetbaden (AG)  
Cattin Michel, Le Locle (NE)  
Chautems Gilbert, Peseux (NE)  
Dunkel Jean-François, Montreux (VD)  
Eggenberger Joh. Ulrich, Grabs (SG)  
Grossenbacher Roger, Sonceboz (BE)

Groux Bernard, Hauterive (NE)  
Hitz Peter, Zürich 11  
Hofer Hans, Safenwil (AG)  
Hofmann Robert, Bévillard (BE)  
Longchamp Pierre, Chêne-Bougeries (GE)  
Mischler Kurt, Grenchen (SO)  
Moulin François-Régis, Orsières (VS)  
Neiger Hans, Meiringen (BE)  
Oggier Maurice, Sion-Ouest (VS)  
Sandoz René, Lausanne (VD)  
Schlatter Edwin, Zollikon (ZH)  
Schmucki Leopold, Lachen (SZ)  
Schneider Bernard, La Chaux-de-Fonds (NE)  
Stäheli Paul, Arbón (TG)  
Stalder Andreas, Wattwil (SG)  
Steinger Robert, Aesch (BL)  
Thorens Auguste, Vézenaz (GE)  
Tuffli Richard, Zürich 11

Meisterprüfungskommission VSEI/VSE.