Zeitschrift:	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins			
Herausgeber:	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke			
Band:	53 (1962)			
Heft:	14			
Artikel:	Graphische Darstellung der durchschnittlichen Preise für elektrische Energie im verzerrten Koordinatennetz			
Autor:	Nussbaumer, M.			
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-916957			

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. <u>Mehr erfahren</u>

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. <u>En savoir plus</u>

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. <u>Find out more</u>

Download PDF: 09.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Seiten des VSE

Graphische Darstellung der durchschnittlichen Preise für elektrische Energie im verzerrten Koordinatennetz

von M. Nussbaumer, Basel

516.5.621.311.003.13 : 658.8.035

Im ersten Teil dieses Berichtes wird die Darstellung von Kurven im verzerrten Koordinatensystem zwecks Umwandlung in Geraden erörtert. Im Speziellen wird gezeigt, wie hyperbolisch verlaufende Kurven vorteilhaft in einem Koordinatensystem mit verzerrter Abszissenteilung dargestellt werden können, so dass sie darin als Geraden erscheinen. Da sich der unendlich ferne Hyperbelpunkt des kartesischen Koordinatensystems nunmehr auf der Ordinatenachse befindet, ist es bei der Darstellung von Tarifen möglich, die spezifischen Preise (bezogen auf Arbeit, Leistung und Gesamtbezug) in einen fest bleibenden Grundpreis und in einen veränderlichen Teilpreis aufzuspalten.

Es folgen im zweiten Teil einige Beispiele auf Grund welcher die Vorteile dieser Darstellungsmethode hervorgehoben werden sollen.

1. Kurze theoretische Betrachtungen

1.1 Allgemeines

Ganz allgemein kann eine von einer Variablen x abhängige Grösse y [y = f(x)] in Diagrammform, d. h. graphisch in einer Ebene dargestellt werden. Wählt man als Koordinatensystem zwei senkrechte Achsen x und y mit linearen Maßstäben, so erhält man je nach Art der darzustellenden Funktion eine mehr oder weniger komplizierte Kurve als Bild dieser Funktion. Bekanntlich erscheinen lineare Funktionen als Geraden, quadratische Funktionen als Kegelschnitte usw. Da die gerade Linie aber durch zwei Punkte bestimmt ist und mit grosser Genauigkeit gezeichnet werden kann, sobald diese Punkte bekannt sind, wird sie im allgemeinen bevorzugt, insbesondere auch dann, wenn Kurvenscharen darzustellen sind. Nun ist es in gewissen Fällen möglich, durch Kunstgriffe eine Kurve in eine Gerade umzuwandeln. Für Kurven, bei welchen jedem x nur ein y entspricht [die Gleichung y = f(x) hat für jedes x nur eine Lösung], geschieht das, indem die Teilung der einen Koordinatenachse, gewöhnlich der Abszisse, entsprechend verzerrt wird, was in der Folge dargelegt werden soll.

1.2 Graphische Streckung des Funktionsbildes

Der mathematische Ausdruck einer Funktion y = f(x) sei nicht bekannt. Die Funktion kann als Gerade dargestellt werden, wie das in Fig. 1 dargestellte Beispiel zeigt.

Die Funktion f wird als Kurve k in einem Koordinatennetz mit regelmässigen Achsteilungen x und y (links und oben) gezeichnet. Im System x', y (rechts und unten) wird eine beliebige aber zweckmässige Gerade g gezogen. Nun soll die Teilung von x' so vorgenommen werden, dass der Kurve k im System (x, y)die Gerade g im System (x', y) entspricht. Dabei geht z. B. der Punkt P(2,5) von k durch eine Verschiebung parallel zur Abszissenachse in den Punkt P' von g über. Die Ordinate bleibt also dabei unverändert. Der Schnittpunkt der Senkrechten durch P' mit der x'-

Dans la première partie de ce rapport l'auteur explique comment on peut transformer graphiquement des courbes en droites, grâce à un système de coordonnées déformé. Il montre en particulier comment les branches hyperboliques peuvent être représentées avantageusement par des droites, dans un système de coordonnées à graduation déformée des abscisses. Comme le point de l'hyperbole, qui est à l'infini dans un système cartésien se trouve ainsi ramené sur l'axe des ordonnées, il est possible, pour la représentation de tarifs, de partager les prix spécifiques (du travail, de la puissance et de la consommation totale) en un prix de base fixe et un prix partiel variable.

La deuxième partie contient quelques exemples qui montrent les avantages de ce mode de représentation.

Achse gibt den gesuchten Punkt 2 auf der verzerrten Skala. Auf diese Weise kann die verzerrte Skala beliebig fein unterteilt werden.



Gerade

1.3 Doppelleiter und Spezialpapiere

Ist der mathematische Ausdruck einer Funktion y = f(x) bekannt, so kann diese direkt als Gerade gezeichnet werden, wenn man ein System mit passend verzerrter Abszisse zur Verfügung hat. Für häufig auftretende Funktionen ist bekanntlich Spezialpapier im Handel (einfachlogarithmisches, doppellogarithmisches, Exponential-, Potenzpapier).

Für andere Funktionen muss die verzerrte Skala von Fall zu Fall neu erstellt werden. Man kann die



Skala konstruieren, indem man für $x = x_1...x_n$ die Werte $y_1...y_n$ der Funktion ausrechnet und auf die x-Achse aufträgt, wobei die sich so ergebenden Punkte mit dem entsprechenden x-Wert bezeichnet werden.

Es soll hier noch eine graphische Methode erwähnt werden, welche die Graduierung einer verzerrten Skala für die Funktion y = 1/x erlaubt. Diese Funktion tritt bei der Darstellung von Energietarifen häufig auf (s. praktische Beispiele im zweiten Teil). Die Funktion y = 1/x, die im linearen Koordinatensystem eine Hyperbel darstellt, soll im verzerrten System als Gerade y = cx' erscheinen. Die lineare Teilung der x-Achse soll in eine verzerrte Teilung (Achse x') umgewandelt werden. Dafür wählt man zwei beliebige, sich schneidende Achsen x und x' und einen Punkt P (Pol) (s. Fig. 2). Die Schnittpunkte der zu x und x' parallelen Geraden durch P mit den Achsen x und x' selber seien die Nullpunkte der Achsen x und x'. Ein beliebiger Strahl g durch P schneidet die Achsen in den Punkten X und X'. Es ist dann:

Höchstlast in Stunden (h) bei der Darstellung eines Zweigliedtarifes bedeuten]. Es werden zwei Geraden gezeichnet und auf der einen die Zahl der Benützungsstunden auf der andern ihr reziproker Wert linear aufgetragen. Als gemeinsamen Punkt kann man zwei beliebige, einander zugeordnete Punkte wählen, in unserem Beispiel 1000 h und 100.10⁻⁵ 1/h. Die zu den beiden Achsen parallelen Geraden durch die Nullpunkte ergeben P als Schnittpunkt. Die Strahlen durch P (in der Zeichnung gestrichelt) gestatten nun die Skala t' zu graduieren, indem man den Schnittpunkt mit derjenigen Zahl bezeichnet, die man auf t abliest.

2. Praktische Beispiele

2.1 Allgemeines

Es werden in der Folge einige Beispiele aufgeführt, in welchen verzerrte Systeme für die Darstellung von Energietarifen angewendet wurden. Einleitend sei erwähnt, dass der Durchschnittspreis pro kWh beim Pauschal- und beim Zweigliedtarif mit zunehmendem Energiebezug hyperbolisch abnimmt. In einem Koordinatensystem mit linearer Ordinate und verzerrter Abzisse können diese Hyperbeln als Geraden dargestellt werden. Wenn die Hyperbel bzw. die Gerade nicht bekannt ist, sondern durch eine Anzahl gegebener Punkte gelegt werden soll, so kann man diese Punkte in einem verzerrten System einzeichnen und dann, nach der Methode der kleinsten Quadrate, eine Gerade dazwischen legen, die in der mathematischen Statistik als Regressionsgerade bezeichnet wird. Für die Bestimmung der Regressionsgeraden sei auf die Fachliteratur und auf frühere Veröffentlichungen in den «Seiten des VSE» und im SEV-Bulletin hingewie- sen^{1}).



Es soll bemerkt werden, dass

für
$$x = 0$$
 $x' = \infty$
für $x = \infty$ $x' = 0$

Diese Darstellung zeigt also, dass, wenn P mit X verbunden wird, auf der Achse x' eine Strecke x' proportional 1/x bestimmt wird.

Fig. 3 zeigt eine praktische Anwendung der erläuterten graphischen Methode. Es sei die verzerrte Skala t' der linearen Skala t zu zeichnen, wobei t' = 1/t[t könnte z. B. die jährliche Benützungsdauer der

2.2 Beispiel 1: Bestimmung des Energiepreises für einen neuen Abonnenten

Liegt ein Punkthaufen vor, wo jeder Punkt Merkmalsangaben eines Kunden bedeutet, d. h. z. B. den erzielten Jahresmittelpreis k sowie den zugehörigen Energiebezug, so kann man sich fragen, welchen Tarif man einem neuen Abonnenten gewähren soll, sofern

678 (B 150)

¹⁾ Linder, A.: Statistische Methoden. Basel, Birkhäuser Verlag, 1951. Morel, Ch.: Mathematische Statistik und Tarifwesen I. Bull. SEV Bd. 38(1947), Nr. 6, S. 141...149. Morel, Ch.: Die modernen statistischen Methoden im Dienste der Elektrizität. Bull. SEV Bd. 45 (1954), Nr. 16, S. 667...677 und Nr. 17, S. 710...714.



W ist in GWh und k in Rp. pro kWh ausgerdückt. Aus Fig. 4 geht hervor, dass sich die Gerade 1 für die Ausgleichung nicht gut eignet: der Preis von 4,5 Rp./kWh bei ca. 5 GWh Bezug wäre nämlich weit über den «Durchschnitt». Hingegen ergibt sich aus der Hyperbel 2 eine offensichtlich bessere An-



- W Energiebezug
- Regressionsgerade 1

Ausgleichshyperbel 2

man beabsichtigt, ihn in das bestehende Preissystem einzugliedern. Dieser Preis sollte grösser oder mindestens gleich der Preisordinate der Ausgleichskurve für den betreffenden Abszissenwert sein. Zur Aufzeichnung dieser Kurve bestehen praktisch drei Möglichkeiten:

- 1. Mittlere Gerade durch den Punkthaufen im rechtwinkligen, linear geteilten Koordinatensystem k = f(W) (Fig. 4, Kurve 1).
- 2. Mittlere Linie wie unter 1., jedoch im Netz mit verzerrter Achsteilung W' (Fig. 5).
- 3. Ausgleichskurve 2 in Fig. 4 als Transformation der unter 2. erwähnten Geraden (Fig. 4).

Die Auswertung der Figuren 4 und 5 ergeben

$$k = 9,60 - 1,47 \cdot W$$
, (Fig. 4, Kurve 1)

$$k = 7,42 + 0,29 \cdot \frac{1}{W}$$
, (Fig. 4, Kurve 2)
 $k = 7,42 + 0,29 \cdot \left(\frac{1}{W}\right)$ (Fig. 5)



gleichung an die Verhältnisse. In diesem Falle erscheint der genannte Preis als ungenügend, was er tatsächlich auch ist. Bei 4 GWh ergibt sich nach Kurve 1 ein Mittelpreis von nur ca. 3,75, jedoch nach Kurve 2 ein solcher von ca. 7,49 Rp./kWh.

2.3 Beispiel 2: Energiebezug eines städtischen Werkes von einem Überlandwerk

A. Durchschnittliche Kosten

Es sollen im folgenden in Funktion der umgesetzten elektrischen Arbeit W, bzw. deren Kehrwert 1/W = W'für einen gemischten Zweigliedtarif berechnet werden:

- Der Verlauf der Leistungskosten $k_P = f(W')$. $(\mathbf{Rp./kWh}).$
- Verlauf der Arbeitskosten $k_W = f(W')$ Der (Rp./kWh).
- Der Verlauf der gesamten spezifischen Kosten $k_d = f(W')$ (Rp./kWh).
- Ob bei steigendem Energiekonsum die spezifischen Leistungskosten k_P stärker oder weniger stark abnehmen als die spezifischen Arbeitskosten k_W .

Gegeben: Die Strombezugsrechnungen 1951...1958 eines städtischen Elektrizitätswerkes; bemerkenswert ist, dass die Tarifbedingungen im Verlaufe dieser Periode stets gleich geblieben sind: nämlich:

Fig. 5

Durch die Jahres-Durchschnittspreise einer Anzahl Grossverbraucher gelegte Regressionsgerade im verzerrten Koordinatensystem

Jahres-Durchschnittspreise

w' Bezogene Energiemenge

Bull. ASE 53(1962)14, 14 juillet

							Tabelle
Jahr	Total			Grundtaxe		Arbeitskosten	
	kWh	K_d Fr.	k _d Rp./kWh	K_P Fr.	k _P Rp./kWh	K_W Fr.	$k_W { m Rp./kWh}$
1951	53 325 283	1 769 100.65	3,3176	441 890.80	0,8287	1 327 209.85	2,4889
1952	59 544 433	1 964 777.70	3,2997	486 915.30	0,8177	1 477 862.40	2,4819
1953	62 937 983	2 057 537.85	3,2691	501 846.70	0,7974	1 555 691.15	2,4718
1954	67 419 866	2 186 431.75	3,2430	529 681.85	0,7856	1 656 083.25	2,4563
1955	74 150 260	2 398 327	3,2344	577 586.10	0,7789	1 820 740.90	2,4555
1956	81 149 060	2 625 337.80	3,2352	636 926.70	0,7849	$1\ 988\ 411.10$	2,4503
1957	90 688 438	2 905 802.90	3,2041	694 878.50	0,7662	2 210 924.40	2,4379
1958	97 114 215	3 122 340.35	3,2151	755 229.70	0,7777	2 367 110.65	2,4374

Arbeitspreise

- 1. und 4. Quartal: Tagesenergie je 1 Million kWh zu 4,5 bzw. 3,5, Rest zu 3 Rp./ kWh Nachtenergie zu 2,5 Rp./kWh
- 2. und 3. Quartal: Tagesenergie je 1 Million kWh zu 3 bzw. 2,5, Rest zu 2 Rp./
 - kWh Nachtenergie zu 1,5 Rp./kWh

In allen Quartalen eine Grundtaxe von Fr. 16.—/ kW.

Es handelt sich somit um einen Zweigliedtarif mit 3 Blöcken für die Tagesenergie. In der Tabelle $({\rm I})$ sind die Berechnungsunterlagen einge-

tragen, welche die Bestimmung Rp./kWh

chungen der Geraden k_P , k_W und k_d nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet und in einem verzerrten Koordinatensystem (Fig. 6) graphisch dargestellt. Die Gleichungen der Geraden lauten:

$$k_P = 0,70 + 6,65 \cdot \left(rac{1}{W}
ight); ext{Leistungsgerade} \quad (1)$$

$$k_W = 2,37 + 6,42 \cdot \left(\frac{1}{W}\right); ext{ Arbeitsgerade}$$
 (2)

$$k_d = 3,07 + 13,07 \cdot \left(\frac{1}{W}\right); \text{Gesamtkosten}$$
 (3)

wobei k in Rp./kWh und W in GWh ausgedrückt sind.





veränderliche Anteil an den Gesamtkosten $13,07 \cdot (1/W)$ Rp./kWh. Daraus ergibt sich:

und für W = 100 GWh nur noch 0,1307 Rp./kWh, während der feste Anteil an den Gesamtkosten sich auf 3,07 Rp./kWh beläuft. Der veränderliche Anteil an den Gesamtkosten wird somit bei zunehmendem Energieverbrauch gegenüber dem festen Anteil immer unbedeutender.

Werden die Geraden der Fig. 6 in einem Koordinatensystem mit linearer Teilung der Abszisse und der Ordinate dargestellt, so erhält man die Hyperbeln der Fig. 7.

In den Fig. 6 und 7 ist der Bereich (1) angegeben, der (s. Tab. I) der Berechnung der Geraden zugrunde gelegt wurde.

2.4 Beispiel 3: Energieabgabe an sämtliche Verbraucher

A. Der Durchschnittspreis k_v der verkauften Energie weist infolge der Uneinheitlichkeit der Bezüger-



gruppen und der Tarife sowie der Konjunktureinflüsse einen unruhigeren Verlauf auf als die Einkaufskosten k_d (Fig. 8). Wenn die Verkaufpreise nach der gleichen Methode dargestellt werden wie die Kosten im Beispiel 2, so ergibt sich eine Gerade, für welche auf Grund der Daten der Jahre 1946... 1958 folgende Gleichung ermittelt wurde:

	FIG. 0	
Verlauf de	r spezifischen	Verkaufspreise
W bzw. W'	bezogene Ene	rgiemenge
k_v	spezifische Ve	erkaufspreise
1	tatsächliche V	/erkaufspreise
	19451958	
2	Auf Grund de	er unter 1 ange-
	gebenen Dat	en errechnete
	Regressionsge	rade

$$k_v = 8,75 + 60,84 \cdot \left(\frac{1}{W}\right), \text{Rp./kWh}$$
 (4)

Ein Vergleich mit Gleichung (3) lässt deutlich ein stärkeres Abfallen der durchschnittlichen Verkaufspreise gegenüber den mittleren Bezugskosten [60,8 > 13,07] erkennen.

Dieser Vergleich ist jedoch nur bedingt zulässig, weil die beiden verglichenen Regressionsgleichungen nicht auf der gleichen Beobachtungsperiode beruhen.

B. Verminderung des Preises bei Steigerung des Energieabsatzes

Geht man von einer bestimmten Verkaufsmenge aus und nimmt eine Steigerung des Energieabsatzes um einen gewissen Prozentsatz an, so stellt sich die Frage, wie gross die Verminderung des Energiepreises sei. Wenn z. B. der Verkauf 100 GWh beträgt und die Steigerung 10 %, so würde sich auf Grund der Gleichung (7) eine Reduktion des mittleren Energiepreises von 9,359 auf 9,304 Rp./kWh ergeben oder von 0,055 Rp./ kWh gleich 0,59 %. Ausgehend von 150 GWh und 10 %

Steigerung des Energieabsatzes wäre die Abnahme 0,037 Rp./kWh oder gleich 0,4 %. Der Steigerung des Absatzes steht hier eine an sich sehr kleine Verminderung des Energiepreises gegenüber, die entsprechend dem hyperbolischen Charakter der Kurve mit zunehmender Abgabe immer kleiner wird.

Fig. 9

Verlauf der spezifischen Verkaufspreise

W bezogene Energiemenge

3

- k, spezifischer Verkaufspreis
 tatsächliche Verkaufspreise
 1920...1958
- 2 Auf Grund der im Bereich 3 angegebenen Daten errechnete Ausgleichshyperbel
 - Zeitraum, dessen Daten für die Berechnung der Ausgleichshyperbel verwendet wurden

Bull. ASE 53(1962)14, 14 juillet



1946...1958. In Fig. 9 würde sie als Teil einer neuen Hyperbel erscheinen. Extrapolationen über den Beobachtungszeitabschnitt hinaus sind also nur dann zulässig, wenn die Lieferungsbedingungen im Extrapolationsbereich keine wesentlichen Änderungen erfahren haben oder voraussichtlich erfahren werden.

2.5 Beispiel 4: Graphische Darstellung eines Zweigliedtarifes

Alle Tarife, welche eine Degression aufweisen, können grundsätzlich als Zweigliedtarif dargestellt werden und als solcher in einem verzerrten Koordinatensystem durch Geradenscharen wiedergegeben werden.

Als konkretes Zahlenbeispiel sei ein Zweigliedtarif mit folgenden Charakteristiken darzustellen:

Grundtaxe 10.80 Fr./Grundeinheit und Jahr

Arbeitspreis 9 Rp./kWh

Maximaler Durchschnittspreis 50 Rp./kWh

	Fig.	10	
Graphische	Darstellung	eines	Zweigliedtarifes

W bzw. W'Bezogene Energiemengekspezifischer EnergiepreisGEGrundeinheiten

C. Anmerkung zum Verlauf der durchschnittlichen Verkaufspreise

In Fig. 9 sind die spezifischen Einnahmen vom Jahr 1920 bis zum Jahre 1958 angegeben. Die in Fig. 8 dargestellte Regressionsgerade 2 wurde dagegen auf Grund der Daten des Zeitabschnittes 1946...1958 bestimmt. Sie erscheint in Fig. 9 als Hyperbel und man kann feststellen, dass sie bis ca. 1940 dem Verlauf der tatsächlichen Einnahmen gut entspricht. Eine Extrapolation über einen grösseren Zeitabschnitt ist in diesem speziellen Fall nicht statthaft, weil in den Jahren 1946...1948 Tarifänderungen vorgenommen wurden. Für die Periode 1920...1946 müsste eine andere Regressionsgerade bestimmt werden; sie würde eine etwas grössere Neigung aufweisen als diejenige für die Jahre Der Tarif gelte für Abonnemente ohne Nachtbezug. In Fig. 10 ist der für diesen Tarif errechnete Durchschnittspreis k in Funktion der bezogenen Energiemenge W (bzw. W') in Diagrammform angegeben. In einem Koordinatensystem mit linearer Teilung der Achsen würde man eine Hyperbelschar mit der Anzahl der Grundeinheiten als Parameter erhalten. Durch Verzerrung der Abszissen kann derselbe Tarif durch eine Geradenschar wiedergegeben werden: Fig. 10. Um die Ablesegenauigkeit zu erhöhen, wurde die Abszisse in zwei Bereiche unterteilt, nämlich 100...1000 kWh und 1000...10 000 kWh, so dass in der Figur zwei Strahlenbüschel erscheinen.

Adresse des Autors:

M. Nussbaumer, Dipl. Ing. ETH, Hardrain 15, Basel.