Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 51 (1960)

Heft: 22

Artikel: Sur l'écart quadratique moyen des fluctations de puissance d'un réseau

Autor: Juillard, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-917085

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

GEMEINSAMES PUBLIKATIONSORGAN
DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS (SEV) UND
DES VERBANDES SCHWEIZERISCHER ELEKTRIZITÄTSWERKE (VSE)

Sur l'écart quadratique moyen des fluctuations de puissance d'un réseau

Communication de la Commission d'études de l'ASE pour le réglage des grands réseaux, rédigée par *E. Juillard*, Lausanne

621.316.1 : 621.3.016.33

Reprenant une formule avancée par MM. F. Cahen et A. Dejou, selon laquelle l'écart-quadratique moyen ou écart-type des fluctuations de puissance d'un réseau serait $\Delta P_q = \sqrt{m P}$, l'auteur essaie de justifier cette formule par le calcul des probabilités. Il détermine les constituants du facteur m, que les auteurs précités appellent «degré d'industrialisation».

Der Autor erbringt auf Grund der Wahrscheinlichkeitsrechnung den Nachweis, dass die von F. Cahen und A. Dejou für die mittlere quadratische Abweichung (Standardabweichung) der Leistungsschwankungen in einem elektrischen Energie-Verteilnetz gegebene Formel $\Delta P_q = \sqrt{m P}$ richtig ist. Er ermittelt die Elemente, welche den von Cahen und Dejou als «Industrialisierungsgrad» bezeichneten Faktor m bestimmen.

1. Introduction

Une donnée particulièrement intéressante pour l'ingénieur chargé de l'étude du réglage de groupes électrogènes alimentant un réseau est l'importance des fluctuations de puissance causées par les consommateurs. Ainsi que l'a montré M. le professeur *D. Gaden* [1][1]), l'importance, c'est-à-dire les amplitudes de ces fluctuations autour de la puissance moyenne peuvent être caractérisées par leur moyenne quadratique calculée sur un laps de temps quelconque (1 heure par exemple). Cette valeur, appelée aussi *écart-type*, varie au cours de la journée, selon la nature des consommateurs. Quant à la rapidité avec laquelle ces fluctuations varient, elle est caractérisée par le spectre de leurs fréquences. A ce sujet, nous renvoyons à l'article précité [1].

Dans leur étude intitulée «Le contrôle automatique de la marche en parallèle, de très vastes ensembles d'interconnexion», MM. *F. Cahen* et *A. Dejou* indiquent que l'écart-type (en valeur absolue) est proportionnel à la racine carrée de la puissance moyenne consommée. Ils posent [2]:

$$\Delta P_s = \sqrt{mP}$$

ΔP_s écart-type en kW
P puissance moyenne en kW
m facteur homogène à une puissance en kW

La puissance m dépend du genre et du nombre de consommateurs. Pour cette raison, Cahen et Dejou lui ont donné le nom de *degré d'industrialisation.*

A la réflexion, l'expression ci-dessus paraît logique; l'amplitude des fluctuations croît certainement plus lentement que la puissance consommée, le genre d'utilisateurs restant grossomodo le même dans les petits réseaux comme dans les grands. Les grands réseaux comportent sans doute aussi de plus gros consommateurs, mais surtout un plus grand nombre de petits utilisateurs.

Quant au facteur m il est à priori assez difficile de se faire une idée de sa valeur. Cahen et Dejou avancent sur la base de mesures faites dans plusieurs pays (France, Allemagne, Belgique, Grande-Bretagne et Pays-Bas) pour m:

$m = 30$ kW les jours ouvrables
$m = 10$ kW les dimanches et jours fériés

D'autre part, notre Commission a constaté, lors des essais effectués à Chamoson (réseaux suisses) le 12 mars 1959, des valeurs

$$m = 1{,}5 \ldots 7{,}5 \text{ kW}$$

2. Essai d'estimation du degré d'industrialisation m

Nous nous sommes demandé s'il n'était pas possible de se rendre compte des éléments entrant dans la valeur de m par des considérations basées sur le calcul des probabilités. Les considérations qui suivent n'ont pas la prétention de fournir une formule rigoureuse pour le calcul de m, mais seulement de justifier l'expression $\Delta P_s = \sqrt{m P}$ et de faire entrevoir quelle importance ont la puissance unitaire des utilisateurs et leur nombre dans le facteur m.

Qu'on nous permette d'abord un petit rappel dans le calcul des probabilités [4].

Si l'on jette une pièce de monnaie en l'air, il y a autant de chance pour que le côté qui apparaîtra soit pile ou face. Nous disons que la probabilité d'amener pile est de 1/2. Si on répète cette opération $2n$ fois, ce nombre $2n$ représentant une partie, la probabilité p d'amener K fois pile et par conséquent $(2n - K)$ fois face, sans se soucier de la succession avec laquelle apparaîtra pile, est donnée par l'expression:

[1]) Voir la bibliographie à la fin de l'article.

$$p = \frac{(2n)!}{2^{2n} K!\,(2n - K)!}$$

On sait aussi que si l'on répète les parties à l'infini, ou si l'on réalise une partie d'un nombre infini de jets, le nombre de fois où apparaîtra pile tend à devenir égal à celui des apparitions de face: c'est la loi dite «des grands nombres». La moitié n du nombre de parties représente donc la moyenne des apparitions de pile ou de face. Nous pouvons donc représenter le nombre de fois pile par $(n + \mu)$ et celui de face par $(n - \mu)$. Le nombre μ représente *l'écart* d'avec la moyenne. Et nous dirons que la probabilité d'un écart de μ fois pile (ce qui signifie la probabilité d'amener $(n + \mu)$ fois pile) est donc:

$$p = \frac{(2n)!}{2^{2n} (n + \mu)!\,(n - \mu)!}$$

Le calcul des factorielles étant fastidieux, transformons cette formule par le développement de *Stirling* (qu'on trouverait dans n'importe quel ouvrage d'analyse), transformation purement mathématique sans nouvelle hypothèse autre que celle de $2n$ grand par rapport à 1 ce qui donne:

$$p = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} e^{-\frac{\mu^2}{n}}$$

La formule ci-dessus donne la probabilité d'un écart égal exactement à μ. Si on demande la probabilité d'un écart égal à μ_1 ou $(\mu_1 + 1)$ ou $(\mu_1 + 2)$ ou . . . μ_2, c'est-à-dire compris entre μ_1 et μ_2, ces probabilités s'additionnent et donnent:

$$p = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \sum_{\mu_1}^{\mu_2} e^{-\frac{\mu^2}{n}}$$

Et si μ_2 ne diffère que très peu de μ_1 en posant $\mu_2 = (\mu + d\mu)$ la probabilité d'un écart compris entre μ et $(\mu + d\mu)$ sera:

$$dP = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} e^{-\frac{\mu^2}{n}} \cdot d\mu$$

En d'autres termes, cette expression nous donne la probabilité d'un écart infiniment voisin de μ.

3. Ecart quadratique moyen ou écart-type

On est en droit d'admettre, dans une partie d'un grand nombre de jets, que tous les écarts se produisent, et qu'ils le font proportionnellement à la probabilité qu'ils ont de se produire. Si donc la partie comporte «$2n$ jets», la probabilité d'un écart μ étant dp ci-dessus, on constatera $2n\,dp$ fois l'écart μ.

Or, le carré de l'écart-type étant la moyenne de la somme des carrés de tous les écarts, cette somme n'est autre chose que $2n \int \mu^2\,dp$ prise dans les limites de tous les écarts possibles, c'est-à-dire de $-n$ à $+n$. Et nous obtenons la moyenne en divisant par le nombre total des jets, c'est-à-dire $2n$. Cet écart-type est donc:

$$E^2 = \frac{\frac{2n}{\sqrt{\pi n}} \int_{-n}^{+n} \mu^2 e^{-\frac{\mu^2}{n}} \cdot d\mu}{2n} = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \int_{-n}^{+n} \mu^2 e^{-\frac{\mu^2}{n}} \cdot d\mu$$

Comme $2n$ est supposé grand par rapport à 1, on voit que l'exponentielle devient excessivement petite pour les valeurs de μ voisines de n. On ne commettra pas d'erreur appréciable en remplaçant les limites de l'intégrale par $-\infty$ et $+\infty$. Et l'écart-type devient en effectuant le calcul:

$$E^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu^2 e^{-\frac{\mu^2}{n}} \cdot d\mu = \frac{n}{2}$$

Donc, dans le jeu de pile ou face, dans une partie de «$2n$ jets», l'écart quadratique moyen ou écart-type est

$$E = \sqrt{\frac{n}{2}}$$

Nous avons rappelé ce résultat en supposant que le joueur lançait $2n$ fois sa pièce de monnaie, et qu'il comptait le nombre de fois qu'elle présentait le côté pile. Mais on peut aussi bien supposer que $2n$ joueurs tiennent chacun une pièce, et la lancent une seule fois. Le nombre total de pile eut été le même et l'écart quadratique moyen également. Ceci nous ramène aux fluctuations de réseau.

4. Application au réseau

Supposons qu'un réseau ne comporte que des moteurs, et soit $2n$ leur nombre. Supposons qu'à côté de chaque moteur se trouve son machiniste, avec une pièce de monnaie dans la main. A un moment donné, tous les machinistes au nombre de $2n$ lanceront leur pièce de monnaie.

Ceux qui constateront pile mettront ou laisseront leur moteur en marche, les autres feront le contraire. Le résultat sera donc $(n + \mu)$ moteurs en service. n étant la moyenne (loi des grands nombres) et μ l'écart, en nombre de moteurs, d'avec cette moyenne. Puis l'opération sera répétée, continuellement, et chaque fois on constatera un nouvel écart. Tous ces écarts successifs constituent les fluctuations de puissance.

L'écart-type exprimé en nombre de moteurs, sera donc

$$E = \sqrt{\frac{n}{2}}$$

Multiplions cette équation par la puissance moyenne d'un moteur, soit P_1:

$$EP_1 = \sqrt{\frac{nP_1^2}{2}}$$

Or EP_1 donne l'écart-type exprimé en puissance. Le produit nP_1 n'est pas autre chose que la puissance moyenne consommée par les moteurs en service. Nous écrivons donc:

$$\Delta P_s = \sqrt{\frac{P_1 P_M}{2}}$$

avec

ΔP_s écart-type dû à la force motrice, en kW
P_M puissance moyenne consommée par les moteurs, en kW
P_1 puissance unitaire moyenne des moteurs, en kW

Pour rendre le raisonnement plus familier, nous avons supposé que chaque moteur avait autant de chance de fonctionner que d'être arrêté; autrement dit, que la probabilité de fonctionner était de $p = 1/2$. Or, ce n'est évidemment pas le cas. Sans répéter tout le développement précédent, contentons-nous de remarquer que si p est la probabilité de fonctionnement d'un moteur, et $q = (1 - p)$ la probabilité du contraire (moteur arrêté) le nombre moyen de moteurs en service (au sens de la loi des grands nombres) sera pM, M étant le nombre total de moteurs installés. La probabilité pour que K moteurs soient en service, et $(M - K)$ moteurs arrêtés est:

$$p = p^K q^{(M-K)} \frac{M!}{K!\,(M-K)!}$$

Et par une transformation analogue à la précédente (dont on trouverait le détail dans l'ouvrage de M. *E. Borel*, voir [4]) on arrive à l'écart-type exprimé en nombre de moteurs

$$E = \sqrt{p\,q\,M}$$

formule qui ramène à celle du début de ce chapitre si on fait

$$p = q = \frac{1}{2} \text{ et } M = 2n.$$

Multiplions par P_1, la puissance unitaire moyenne d'un moteur

$$EP_1 = \sqrt{p\,q\,M\,P_1^2}$$

donne l'écart-type en puissance. Or $pMP_1 = P_M$ est la puissance moyenne consommée par les moteurs. D'où

$$\Delta P_s = \sqrt{q\,P_1\,P_M}$$

La probabilité de fonctionnement peut se déduire de la puissance installée en moteurs P_i. Celle-ci n'est autre chose que P_1M et la puissance moyenne motrice $P_M = pP_1M$. D'où

$$p = \frac{P_M}{P_i}$$

De sorte que

$$\Delta P_s = \sqrt{\left[\left(1 - \frac{P_M}{P_i}\right) P_1\right] P_M}$$

On retrouve ainsi la forme de l'expression $\Delta P_s = \sqrt{mP}$ et le degré d'industrialisation

$$m = \left(1 - \frac{P_M}{P_i}\right) P_1$$

traduit bien le fait que le réseau est d'autant plus «industrialisé» que la puissance P_1 des unités est plus élevée et que la puissance installée P_i dépasse davantage la puissance moyenne consommée.

Nous pourrions nous en tenir à ce résultat, obtenu dans l'hypothèse que le réseau ne comportait que des moteurs de puissance unitaire moyenne P_1 pas très différente de l'un à l'autre. Et nous pourrions étendre cette formule en considérant P_M comme la puissance moyenne fournie à un réseau comportant plusieurs genres d'utilisateurs, et P_1 comme la puissance moyenne de *tous* les utilisateurs. Le résultat général serait ainsi démontré; mais l'évaluation de P_1 est dans ce cas extrêmement vague, et l'on peut tout de même serrer le résultat de plus près de la façon suivante:

Considérons un groupe de moteurs, dont

P_{iM} soit la puissance installée
P_M soit la puissance moyenne consommée
P_{1M} soit la puissance moyenne d'un moteur

L'écart-type produit par ce groupe, s'il existait seul, serait

$$\Delta P_{sM} = \sqrt{\left(1 - \frac{P_M}{P_{iM}}\right) P_{1M}\,P_M}$$

Soit une autre catégorie de consommateurs, ne comportant par exemple que des cuisinières. En désignant par l'index C les puissances correspondantes à ce nouveau groupe, l'écart-type serait, s'il existait seul:

$$\Delta P_{sC} = \sqrt{\left(1 - \frac{P_C}{P_{iC}}\right) P_{1C}\,P_C}$$

Et ainsi de suite pour les différentes catégories de consommateurs.

Si tous ces groupes sont alimentés simultanément par le même réseau, dont la puissance moyenne totale soit P, on démontre par le calcul des probabilités, que l'écart-type résultant est

$$\Delta P_s^2 = \Delta P_{sM}^2 + \Delta P_{sC}^2 + \ldots$$

ce qui s'écrit

$$\Delta P_s^2 = \left[\left(1 - \frac{P_M}{P_{iM}}\right) \frac{P_M}{P} P_{1M} + \left(1 - \frac{P_C}{P_{iC}}\right) \frac{P_C}{P} P_{1C} + \ldots\right] P$$

ou

$$\Delta P_s = \sqrt{\left[\Sigma \left(1 - \frac{P_K}{P_{iK}}\right) \frac{P_K}{P} P_{1K}\right] P}$$

avec

P_{iK} puissance installée en utilisateurs de catégorie K
P_K puissance moyenne prise par les utilisateurs K
P_{1K} puissance unitaire (moyenne) des utilisateurs K
P puissance totale fournie au réseau.

Le degré d'industrialisation est dans ce cas plus facile à évaluer. La forme de l'expression avancée par Cahen et Dejou serait ainsi justifiée, et les constituants du degré d'industrialisation mis en lumière.

5. Exemple numérique

Des mesures effectuées sur un réseau urbain en Suisse, en décembre 1959, à 11 heures du matin ont donné:

Consommation totale du réseau	$= 11$ MW $= P$
Consommation de force motrice	$= 7$ MW $= P_M$
Puissance installée	$= 15$ MW $= P_{iM}$

Consommation de cuisinières	= 4 MW =	P_C
Puissance installée	= 8 MW =	P_{iC}
Puissance moyenne unitaire des moteurs (industrie, trams, ascenseurs)	= 10 kW =	P_{1M}
Puissance unitaire des charges ohmiques (plaques chauffantes de cuisinières, radiateurs)	= 1,5 kW =	P_{1C}
Eclairage		insignifiant

Ecart-type:

$$\Delta P_s = \sqrt{\left[\left(1-\frac{7}{15}\right)\frac{7}{11}10+\left(1-\frac{4}{8}\right)\frac{4}{11}1{,}5\right]11\,000} = 202\text{ kW}$$

L'enregistrement direct de la puissance a donné environ 210 kW.

Le degré d'industrialisation est de $m = 3{,}7$ kW qui rentre bien dans l'ordre de grandeur cité au début de cette étude.

Bibliographie

[1] *Gaden, D.:* Essai d'un procédé pour caractériser la clientèle d'un réseau selon la variabilité de sa consommation. Son application à l'tablissement de prévisions sur la tenue de la fréquence. Bull. ASE t. 46(1955), n° 2, p 45...56.

[2] *Cahen, F.* et *A. Dejou:* Le contrôle automatique de la marche en parallèle de très vastes ensembles d'interconnexion. Bull. Soc. franç. Electr. 7e sér., t. 8(1958), n° 92, p. 463...478.

[3] Discussion de la communication de *F. Cahen* et *A. Dejou:* Le contrôle automatique de la marche en parallèle de très vastes ensembles d'interconnexion. Bull. Soc. franç. Electr. 7e sér., t. 9(1959), n° 100, p. 214...219.

[4] *Borel, E.:* Eléments de la théorie des probabilités. Paris: Hermann & fils 1910.

Adresse de l'auteur:

E. Juillard, ancien professeur à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, 51, avenue Béthusy, Lausanne.

Anforderungen an Schaltgeräte für Schnellwiedereinschaltung in Hochspannungsnetzen bis 150 kV

Vortrag, gehalten an der Diskussionsversammlung des SEV vom 1. Juni 1960 in Zürich,
von *G. Marty,* Zürich

621.316.54.064.22 : 621.316.13.027.815

Von einem modernen Hochspannungsschalter wird heute mit Selbstverständlichkeit erwartet, dass er den Fall der Schnellwiedereinschaltung beherrscht, das heisst, dass er imstande ist, unmittelbar nach einer ersten Kurzschlussabschaltung noch eine weitere mit Erfolg durchzuführen; dabei soll das Ausschaltvermögen des Schalters bei der zweiten Ausschaltung nicht kleiner sein als bei der ersten. Diese Fähigkeit weisen heute moderne Schalter aller Bauarten auf.

Im folgenden werden die spezifischen Anforderungen der Schnellwiedereinschaltung, wie sie sich für den Konstrukteur von Hochspannungsschaltern der ölarmen Bauart ergeben, aus den übrigen Anforderungen, die an Hochspannungs-Schaltgeräte gestellt werden, herausgehoben, und an Hand von konstruktiven Ausführungen wird gezeigt, wie diesen Anforderungen Rechnung getragen werden kann.

Allgemein kann unterschieden werden zwischen phasenweiser und allpoliger Schnellwiedereinschaltung. Die Forderung nach phasenweiser Schnellwiedereinschaltung setzt voraus, dass jeder Phase des Netzes ein selbständiger Pol komplett mit eigenem Antrieb, oder zumindest polweise steuerbarem Kontaktsystem zugeordnet wird. Die Grenze der Anwendungsgebiete für einpolige und dreipolige Schnellwiedereinschaltung dürfte bei uns bei 150 kV liegen, indem für die tieferen Spannungen praktisch nur die dreipolige Schnellwiedereinschaltung zur Anwendung gelangt, während bei 150 kV beide Ausführungsarten Verwendung finden können.

Im folgenden ersten Teil werden zuerst die Antriebsprobleme behandelt und im zweiten Teil kurz die Probleme der Lichtbogenlöschung bei der zweiten Ausschaltung gestreift.

In Fig. 1 ist der prinzipielle Bewegungsverlauf des beweglichen Kontaktes des Schalters für die Fälle ohne und mit Schnellwiedereinschaltung dargestellt. Von einem nicht für Schnellwiedereinschaltung vorgesehenen Antrieb verlangt man, dass er den Schalter ein-, und wenn notwendig, sofort wieder ausschalten kann. Anschliessend an diesen Zyklus lässt man ihm eine gewisse Zeit, um sich für den nächsten Zyklus vorzubereiten. Für die Schnell-

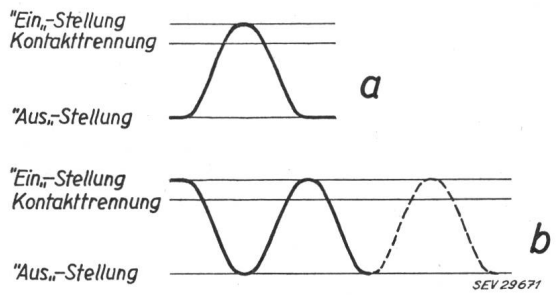

Fig. 1
Weg—Zeit-Diagramm des beweglichen Schaltkontaktes
a ohne Schnellwiedereinschaltung
b mit Schnellwiedereinschaltung

wiedereinschaltung fordert man vom Antrieb zusätzlich, dass er imstande ist, ausgehend von der Einschaltstellung auszuschalten und anschliessend einen oder auch mehrere Ein-Aus-Zyklen durchzuführen.

Die erste Forderung der Schnellwiedereinschaltung ist die, dass der Einschaltenergiespeicher immer und unmittelbar nach jeder Entladung wieder in seinen Ausgangszustand zurückversetzt wird, und zwar ganz unabhängig davon, ob der Schalter in der Einschaltstellung verbleibt oder auch bereits innerhalb der Aufladezeit des Speichers wieder ausgelöst wird.

Die zweite Forderung ist durch die Bedingung nach völliger Verzögerungsfreiheit der Schnellwiedereinschaltung gegeben und lautet dahin, dass die erforderlichen Umsteuerungen auf der Antriebseite