

|                     |   |
|---------------------|---|
| <b>Zeitschrift:</b> | Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins   |
| <b>Herausgeber:</b> | Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  |
| <b>Band:</b>        | 51 (1960)   |
| <b>Heft:</b>        | 16  |
| <b>Artikel:</b>     | Neue Erkenntnisse über das Verhalten und die Prüfung von Spannungsteilern zur Messung sehr hoher, rasch veränderlicher Stoßspannungen |
| <b>Autor:</b>       | Berger, K. / Ašner, A.  |
| <b>DOI:</b>         | <a href="https://doi.org/10.5169/seals-917049">https://doi.org/10.5169/seals-917049</a>   |

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEM VEREINS

GEMEINSAMES PUBLIKATIONSORGAN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEM VEREINS (SEV) UND  
DES VERBANDES SCHWEIZERISCHER ELEKTRIZITÄTSWERKE (VSE)

## Neue Erkenntnisse über das Verhalten und die Prüfung von Spannungsteilern zur Messung sehr hoher, rasch veränderlicher Stoßspannungen

Von K. Berger, Zürich, und A. Ašner, Genf

621.317.727.1 : 621.317.333.82

In der vorliegenden Arbeit wird das Problem der Messung sehr hoher, rasch veränderlicher Stoßspannungen — sog. Steilstöße — mit Hilfe von Spannungsteilern mit ihrer Anschlussleitung theoretisch und experimentell untersucht. Im theoretischen Teil der Arbeit wird vorerst das bereits bekannte Verfahren zur Bestimmung des Übertragungsfehlers einer Messanordnung für Stoß aus ihrer Rechteckstossantwort kurz wiedergegeben. Anschliessend wird über ein neuartiges Verfahren zur Bestimmung des Übertragungsfehlers eines Teilers bei Steilstoss aus dem Frequenzgang (Amplitudengang und Phasenverschiebung) der Messanordnung berichtet, wobei der Fehler im Abschneidemoment  $t'$  durch die Zerlegung nach Fourier einer periodischen Zeitfunktion  $f(t)$ , die den Steilstoss im Intervall von  $0 \dots t'$  enthält, bestimmt wird. Als Abschluss des theoretischen Teiles wird die gegenseitige Beziehung zwischen dem Rechteckstoss- und dem Frequenzgang-Eichverfahren auf Grund des Umkehrintegrals von Bromwich-Wagner abgeleitet und ein Verfahren zur Bestimmung der Rechteckstossantwort aus dem Frequenzgang einer Messanordnung für Stoß gegeben.

Im experimentellen Teil der Arbeit wird gezeigt, dass durch die Eichung einer Messanordnung für Stoß nach den beiden Verfahren die gleichen Übertragungsfehler erhalten werden, womit die Richtigkeit der im theoretischen Teil durchgeföhrten Überlegungen bestätigt wird. Anschliessend wird anhand des gleichen Beispiels gezeigt, dass die aus dem Frequenzgang der Messanordnung abgeleitete Rechteckstossantwort mit der unmittelbar aufgenommenen Antwort sehr gut übereinstimmt.

### 1. Theoretischer Teil

#### 1.1 Bestimmung des Übertragungsfehlers einer Messanordnung für Stoßspannungen aus ihrer Rechteckstossantwort

Eine Messanordnung für Stoßspannungen besteht allgemein aus einem Spannungsteiler mit Zuleitung zum Prüfling, einem Verbindungskabel zum Registrierinstrument, meistens zu einem Kathodenstrahlzosillographen und aus diesem selbst. Da nur der Spannungsverlauf am Prüfling und nicht auch der Spannungsabfall in der Verbindungsleitung Stoßgenerator—Prüfling gemessen werden soll, ist die Messanordnung vom Stoßgenerator aus betrachtet hinter dem Prüfling angeordnet (Fig. 1). Während bei früheren Untersuchungen hauptsächlich der Spannungsteiler ohne seine Zuleitung als mögliche Fehlerquelle betrachtet wurde, und dementsprechend auch die Anstrengungen im Spannungsteilerbau auf die Herstellung eines möglichst fehlerfrei übertragenden Spannungsteilers gerichtet waren, ist

Les auteurs examinent, des points de vue théorique et expérimental, le problème de la mesure de très hautes et très raides tensions de choc à l'aide de diviseurs de tension et de leur ligne de raccordement. Dans la partie théorique, ils rappellent brièvement les procédés connus de détermination de l'erreur de transmission d'un équipement de mesure du choc, d'après sa réponse pour un choc rectangulaire. Ils donnent ensuite des renseignements sur un nouveau procédé de détermination de l'erreur de transmission d'un diviseur, dans le cas d'un choc à front raide, d'après la réponse harmonique (amplitude et déphasage) de l'équipement de mesure, l'erreur étant déterminée à l'instant de coupure  $t'$ , par développement en série de Fourier d'une fonction temporelle périodique  $f(t)$ , qui comprend le choc dans l'intervalle de  $0$  à  $t'$ . Pour terminer la partie théorique, les auteurs établissent la relation entre les procédés d'étalonnage selon le choc rectangulaire et selon la réponse harmonique, en se basant sur l'intégrale d'inversion de Bromwich-Wagner, et indiquent un procédé pour la détermination de la réponse pour un choc rectangulaire d'après la réponse harmonique de l'équipement de mesure du choc.

Dans la partie expérimentale de cet article, les auteurs montrent que l'étalonnage d'un équipement de mesure du choc selon les deux procédés donne les mêmes erreurs de transmission, ce qui confirme l'exactitude des considérations théoriques. A l'aide du même exemple, ils montrent, pour terminer, que la réponse pour un choc rectangulaire tirée de la réponse harmonique de l'équipement de mesure concorde très bien avec la réponse relevée directement.

insbesondere bei der Messung von sehr rasch veränderlichen Spannungen, sog. Steilstößen, eine andere Konzeption am Platze. Die gesamte Messanordnung, d. h. der Spannungsteiler samt seiner Zuleitung, wird als ein Vierpol betrachtet, dessen Eingangsspannung  $U_1(t)$  zwischen Zuleitung und Erde (1 und 2 in Fig. 1) und Ausgangsspannung  $U_2(t)$  am Niederspannungsabgriff des Spannungsteilers (3 und 4 in Fig. 1), oder sogar am Kathodenstrahlzosillographen (5 und 6 in Fig. 1) liegt. Parallel zu dieser Entwicklung verlaufen auch die Tendenzen im Spannungsteilerbau: Solange ein Spannungsteiler allein (ohne Zuleitung) als Fehlerquelle betrachtet wurde, galt der rein kapazitive Spannungsteiler wegen der Unabhängigkeit seiner Frequenzübertragung als der ideale Spannungsteiler für Stoßspannungsmessungen. In diesem Sinne sind auch die Bemühungen, den Einfluss der Erdkapazität bei Ohmschen Spannungsteilern durch der Widerstandssäule parallelgeschaltete Kapazitäten zu kompensieren und dem Namen nach einen gemischten, im Verhalten jedoch praktisch kapazitiven Spannungsteiler herzu-

stellen, zu verstehen [1]<sup>1)</sup>. Durch die Berücksichtigung der Zuleitung ergab sich für den Spannungssteiler die Anforderung nach geringer Kapazität und möglichst einfacher Bestimmung seiner Nenn-(Gleichspannungs-)Übertragung. Dies führte zur Entwicklung von geschirmten [2] und gesteuerten

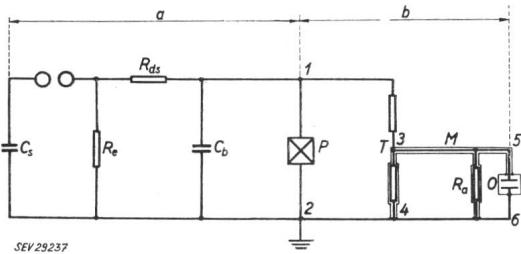


Fig. 1  
Ersatzschema eines allgemeinen Stoßkreises

a Stossgenerator; b Messanordnung;  $C_s$  Stosskapazität;  $R_{ds}$  Dämpfungswiderstand des Stossgenerators;  $C_b$  Belastungskapazität;  $R_e$  Entladewiderstand; P Prüfling; T Spannungssteiler; M Messkabel;  $R_a$  Abschlusswiderstand des Messkabels; O Oszilloskop

Weitere Bezeichnungen siehe im Text

[3], oder zu sehr niederohmigen Ohmschen Spannungsteilern [4]. Um nun den Übertragungsfehler einer Messanordnung nach Fig. 1 bei der Messung von Stoßspannungen zu ermitteln, muss vorerst ein geeignetes elektrisches Ersatzschema für den Spannungssteiler selbst, der bekanntlich als Kettenleiter vieler, unter sich gleicher Elemente dargestellt werden kann, abgeleitet werden. Der durch den Niederspannungsteil der Messanordnung hervorgerufene Anteil des Übertragungsfehlers kann bei richtigem Abschluss des Messkabels und bei der hohen Güte der für Stoßspannungsmessungen verwendeten Kathodenstrahlzoszillographen und Messkabel bei den raschesten Vorgängen gegenüber dem Übertragungsfehler im Hochspannungsteil der Messanordnung vernachlässigt werden [5; 6]. Indem durch Anwendung der LaplaceTransformation die Spannung  $U_n(t)$  am Niederspannungsabgriff des Teilers bei angelegtem Rechteckstoß am Teileingang bestimmt wird, kann ein entsprechendes, die gleiche übertragene Spannung  $U_n(t)$  ergebendes Ersatzschema aus konzentrierten Elementen für sämtliche Spannungssteiler abgeleitet werden [2]. Die Induktivität der Widerstände bei Ohmschen, und der Kondensatoren bei kapazitiven Spannungsteilern darf dabei wegen der besonders induktionsarmen Ausführung vernachlässigt werden.

Stellt man die Zuleitung als konzentrierte Induktivität  $L$  [ $\mu\text{H}$ ] dar und berücksichtigt den evtl. noch vorhandenen Dämpfungswiderstand  $R_d$  [ $\Omega$ ], so ergeben sich für Messanordnungen mit Ohmschem, gesteuerten Ohmschem und gemischem oder kapazitivem Spannungssteiler die Ersatzschemata nach Fig. 2a...2d. Dabei wird beim gesteuerten Ohmschen Spannungssteiler eine völlige Anpassung der Widerstandsbewicklung an die kapazitive Spannungsverteilung zwischen den Steuerelektroden in der Widerstandsachse — die durch entsprechende Feldmessungen im elektrolytischen Trog vorausbestimmt werden kann — und beim gemischten Spannungssteiler eine gegenüber der Erdkapazität des Span-

nungsteilers  $C_e$  sehr grosse Parallelkapazitäten  $C_{01}$  und  $C_{02}$  vorausgesetzt, so dass  $C_e$  vernachlässigt werden kann.

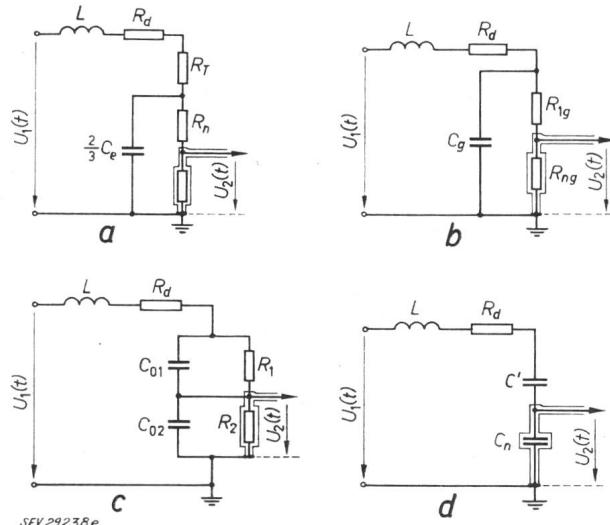
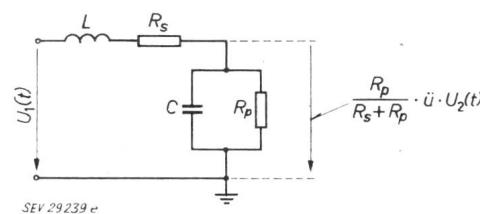


Fig. 2  
Ersatzschema einer Messanordnung mit Spannungssteiler  
U<sub>1(t)</sub> Eingangsstoß; U<sub>2(t)</sub> übertragener Stoß

- a Spannungsteiler Ohmisch  
 $L$  Induktivität der Zuleitung;  $R_d$  Dämpfungswiderstand;  $R_T$  Widerstand des Hochspannungsarmes des Spannungssteilers;  $R_n$  Niederspannungswiderstand;  $C_e$  Erdkapazität des Spannungssteilers
- b Spannungsteiler gesteuert  
 $R_{1g}$  Widerstand des Hochspannungsarmes des Spannungssteilers;  $R_{ng}$  Niederspannungswiderstand;  $C_g$  Steuerkapazität des Spannungssteilers
- c Spannungsteiler gemischt  
 $C_{01}$  Kapazität des Hochspannungsarmes;  $R_1$  Widerstand des Hochspannungsarmes des Spannungssteilers;  $C_{02}$  Niederspannungskapazität;  $R_2$  Niederspannungswiderstand
- d Spannungsteiler kapazitiv  
 $C_K$  Kapazität des Hochspannungsarmes des Spannungssteilers;  $C_e$  Erdkapazität des Spannungssteilers;  $C_n$  Niederspannungskapazität

$$C' = C_K \left( 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{C_e}{C_K} \right)$$

Die Annahme der Zuleitung als konzentrierte Induktivität gilt dabei nur annähernd, indem ihre Erdkapazität und Gegenkapazität zu Prüfling und Spannungsteiler vernachlässigt worden sind. Eine eingehende Untersuchung, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll, bei der die Zuleitung als homogene Leitung betrachtet wird, ergibt jedoch, dass die Annahme der Zuleitung als konzentrierte Induktivität selbst bei nach  $t' = 0,5 \mu\text{s}$  abgeschnittenen Steilstößen noch zulässig ist [7].



Allgemeines Ersatzschema einer Messanordnung für Stoß  
L Induktivität;  $R_s$  Seriowiderstand;  $R_p$  Parallelwiderstand; C Kapazität; U<sub>1(t)</sub> Eingangsstoß; U<sub>2(t)</sub> mit dem Nennübersetzungsverhältnis  $\ddot{u}_0$  multiplizierter übertragener Stoß

Durch Einführung eines allgemeinen, die Messanordnungen 2a...2d umfassenden Ersatzschemas nach Fig. 3 kann die Bestimmung der Übertragungs-

<sup>1)</sup> Siehe Literatur am Schluss des Aufsatzes.

fehler weiter vereinfacht werden. Wird noch die übertragene Spannung der Messanordnung reduziert, indem sie mit dem Nenn-Übertragungsverhältnis  $\ddot{u}_0$  multipliziert wird,

$$U_{20}(t) = U_2(t) \ddot{u}_0 \quad (1)$$

so kann der Niederspannungsteil der Messanordnungen in Fig. 2a...2d ( $R_n$ ,  $C_n$ ,  $R_2$  und  $R_{ng}$ ) im allgemeinen Ersatzschema weggelassen werden. In Tabelle I sind für jede Messanordnung mit und ohne Dämpfungswiderstand  $R_d$  die in das allgemeine Ersatzschema einzusetzenden Größen angegeben.

In das allgemeine Ersatzschema nach Fig. 3 einzusetzende Werte für Messanordnungen mit verschiedenen Spannungsteilern  
Tabelle I

| Nr. | Messanordnung   | Nenn-Übertragungsverhältnis $\ddot{u}_0$ | Induktivität der Zuleitung $L$ | Serrie-widerstand $R_s$ | Parallel-widerstand $R_p$ | Steuerkapazitäten des Spannungsteilers $C$                    |
|-----|---|--|--------------------------------|-------------------------|---------------------------|---|
| 1   | mit Ohmschem Spannungsteiler und Dämpfungswiderstand $R_d$              | $\frac{R_r + R_d}{R_n}$                  | $L$                            | $\frac{R_r}{2} + R_d$   | $\frac{R_r}{2}$           | $\frac{2}{3} C_e$   |
| 2   | mit Ohmschem Spannungsteiler ohne Dämpfungswiderstand $R_d$             | $\frac{R_r}{R_n}$                        | $L$                            | $\frac{R_r}{2}$         | $\frac{R_r}{2}$           | $\frac{2}{3} C_e$   |
| 3   | mit gesteuertem Ohmschem Spannungsteiler und Dämpfungswiderstand $R_d$  | $\frac{R_{1g} + R_d}{R_{ng}}$            | $L$                            | $R_d$                   | $R_{1g}$                  | $C_g$   |
| 4   | mit gesteuertem Ohmschem Spannungsteiler ohne Dämpfungswiderstand $R_d$ | $\frac{R_{1g}}{R_{ng}}$                  | $L$                            | 0                       | $R_{1g}$                  | $C_g$   |
| 5   | mit gemischemtem Spannungsteiler und Dämpfungswiderstand $R_d$          | $\frac{R_1 + R_d}{R_2}$                  | $L$                            | $R_d$                   | $R_1$                     | $C_{01}$  |
| 6   | mit gemischemtem Spannungsteiler ohne Dämpfungswiderstand $R_d$         | $\frac{R_1}{R_2}$                        | $L$                            | 0                       | $R_1$                     | $C_{01}$  |
| 7   | mit kapazitivem Spannungsteiler und Dämpfungswiderstand $R_d$           | $\frac{C_n}{C'}$                         | $L$                            | $R_d$                   | $\infty$                  | $C' = C_K \left(1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{C_e}{C_K}\right)$ |
| 8   | mit kapazitivem Spannungsteiler ohne Dämpfungswiderstand $R_d$          | $\frac{C_n}{C'}$                         | $L$                            | 0                       | $\infty$                  | $C'$  |

In der Tabelle ist ein grosses Übertragungsverhältnis der Spannungsteiler vorausgesetzt, so dass die Widerstände und Kapazitäten des Niederspannungsabgriffes gegenüber den entsprechenden Parametern des Hochspannungsarmes vernachlässigt werden können.

$R_r$ ,  $R_n$ ,  $C_e$ ,  $R_{1g}$ ,  $R_{ng}$ ,  $C_g$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_{01}$ ,  $C_n$ ,  $C$ , und  $C_k$  entsprechen den auf Fig. 2a...2d angegebenen Parametern der einzelnen Spannungsteiler.

Um den Übertragungsfehler der allgemeinen Messanordnung nach Fig. 3 bei einer Stoßspannung zu bestimmen, muss vorerst die Spannung bei angelegtem Rechteckstoss  $U_1(t) = U \cdot 1$  — die sog. ge normte Rechteckstossantwort  $\ddot{u}_0 \cdot \psi(t)$  — bestimmt werden.

Durch Anwendung der Laplace-Transformation erhält man für die Übergangsfunktion im Bildbereich:

$$\ddot{u}_0 \psi(p) = U_1(p) \cdot G(p) \quad (2)$$

mit

$$U_1(p) = U \frac{1}{p} \quad (3)$$

für den angelegten Rechteckstoss im Bildbereich und

$$G(p) = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{p^2 + p \left[ \frac{R_s}{L} + \frac{1}{CR_p} \right] + \left(1 + \frac{R_s}{R_p}\right) \frac{1}{LC}} \quad (4)$$

für die Übertragungsfunktion der Messanordnung. Nach Einsetzen von Gl. (3) und (4) in Gl. (2) und Rücktransformation in den Originalbereich erhält man für die Rechteckstossantwort  $\ddot{u}_0 \psi(t)$ :

a) Für den Fall einer positiven Diskriminante:

$$D^2 = \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{R_s}{L} + \frac{1}{CR_p} \right)^2 - \left( 1 + \frac{R_s}{R_p} \right) \frac{1}{LC} \right] > 0 \quad (5)$$

$$\ddot{u}_0 \psi(t) = U \left[ 1 - \frac{k}{k-l} \cdot e^{-lt} - \frac{l}{k-l} e^{-kt} \right] \quad (6)$$

mit

$$k = l = \frac{1}{2} \left[ \frac{R_s}{L} + \frac{1}{R_p C} \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{R_s}{L} + \frac{1}{R_p C} \right)^2 - \left( 1 + \frac{R_s}{R_p} \right) \frac{1}{LC}} \quad (7)$$

Für Stoßspannungsmessanordnungen ist immer  $k \gg l$ ;

$$\frac{l}{k-l} e^{-kt} \approx 0$$

so dass Gl. (6) vereinfacht werden kann:

$$\ddot{u}_0 \psi(t) \approx U [1 - e^{-lt}] \quad (8)$$

b) Für den Fall einer negativen Diskriminante  $D^2 < 0$  ist:

$$\ddot{u}_0 \psi(t) = U \left[ 1 - \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\frac{\alpha_0}{2} t} \cos(\omega t - \varphi) \right] \quad (9)$$

mit

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_s + R_p}{R_p} \cdot \frac{1}{LC}} \quad (10)$$

$$a_0 = \left[ \frac{R_s}{L} + \frac{1}{C R_p} \right] \quad (11)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{a_0^2}{4}} \quad (12)$$

$$\varphi = \arctg \frac{a_0}{2\omega} \quad (12a)$$

Für  $R_s = 0$ ,  $R_p = \infty$  (Messenordnung mit rein kapazitivem Spannungsteiler ohne Dämpfungswiderstand) geht Gl. (9) über in:

$$\ddot{u}_0 \psi(t) = U [1 - \cos \omega_0' t] \quad (13)$$

mit

$$\omega_0' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (14)$$

c) Für den Fall einer Diskriminante  $D^2 = 0$  wird:

$$\ddot{u}_0 \psi(t) = U \left[ 1 - \left( 1 + \frac{a_0}{2} t \right) e^{-\frac{a_0}{2} t} \right] \quad (15)$$

wobei sofort gesagt sei, dass dem aperiodischen Grenzfall in der Stoßspannungs-Messtechnik keine Bedeutung zukommt und er deshalb nicht mehr weiter verfolgt werden muss.

Die Rechteckstossantworten nach den Gl. (8), (9) und (13) zeigt Fig. 4a...4c.

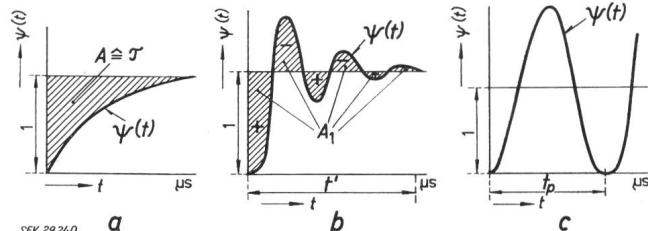


Fig. 4

Rechteckstossantworten verschiedener Messanordnungen

$\psi(t)$  Rechteckstossantwort;  $t$  Zeit

a überkritisch gedämpfte Rechteckstossantwort bei positiver Diskriminante  $D^2 > 0$

A Fläche zwischen Rechteckstoss und Antwort, der Zeitkonstante  $\tau$  der Messanordnung entsprechend

b gedämpft schwingende Rechteckstossantwort bei negativer Diskriminante  $D^2 < 0$

$A_1$  resultierende Fläche zwischen Rechteckstoss und der bis zum Abschneidemoment  $t'$  abgeklungenen Schwingung

c ungedämpft schwingende Rechteckstossantwort bei negativer Diskriminante  $D^2 < 0$

$f_r = 1/t_p$  Resonanzfrequenz

Messenordnungen mit Ohmschem und gesteuertem Ohmschem Spannungsteiler werden insbesondere bei vorhandenem Dämpfungswiderstand  $R_d$  Rechteckstossantworten nach Fig. 4a aufweisen, während Anordnungen mit gemischem oder kapazitivem Spannungsteiler Antworten nach Fig. 4b ergeben werden. Rechteckstossantworten nach Fig. 4c werden selbst bei «rein» kapazitiven Spannungsteilern infolge der durch dielektrische Verluste in den Kondensatoren und Ohmsche Verluste in der Zuleitung hervorgerufenen Dämpfung nicht erhalten.

Bei Messanordnungen mit sehr niederohmigen ( $R_{r1} \ll 2000 \Omega$ ) Ohmschen Spannungsteilern können Antworten nach Fig. 4b erhalten werden. Messanordnungen mit kapazitivem oder gemischem Spannungsteiler und grossem Dämpfungswiderstand ergeben dagegen Rechteckstossantworten nach Fig. 4a.

Es soll nun der Übertragungsfehler der allgemeinen Messanordnung nach Fig. 3 bei Normalstoss 1|50 und bei einem linearen nach  $t' [\mu s]$  in der Front abgeschnittenen Steilstoss ermittelt werden. Der Normalstoss 1|50 kann bekanntlich als

$$U_1(t) = U k_0 [e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}] \quad (16)$$

dargestellt werden, wobei

$$K_0 = 1,067$$

$$\alpha = 0,0142 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\beta = 6,03 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

Die Gleichung für den linearen Steilstoss bis zum Abschneidemoment  $t = t' [\mu s]$  ist einfach:

$$U_1(t) = U \frac{t}{t'} \quad (17)$$

In der Literatur [8; 9] wird zumeist ein Steilstoss mit unendlich kurzer Zusammenbruchsdauer nach dem Abschneiden gemäss Fig. 5a angenommen. In den praktischen Fällen ist jedoch eine endliche Zusammenbruchsdauer des Steilstosses  $t_1' - t' [\mu s]$  vorhanden. Wird der Steilstoss an einer Elektrodenanordnung in Luft bei normalen atmosphärischen Verhältnissen abgeschnitten, was zumeist der Fall ist, so können für  $t_1' - t'$  etwa 30 ns eingesetzt werden. Ein nach Fig. 5b angenommener Verlauf des Steilstosses wird somit den praktischen Verhältnissen besser entsprechen. Auf den am meisten interessierenden Übertragungsfehler im Abschneidemoment wird der angenommene Zusammenbruch nach Fig. 5a bzw. 5b keinen, oder einen nur geringen Einfluss haben, indem für sehr kurze Abschneidezeiten ( $t' < 0,5 \mu s$ ) und Messanordnungen mit Rechteckstossantworten nach Fig. 4c bei angenommener unendlich kurzer Zusammenbruchsdauer ein etwas zu hoher Übertragungsfehler erhalten wird.

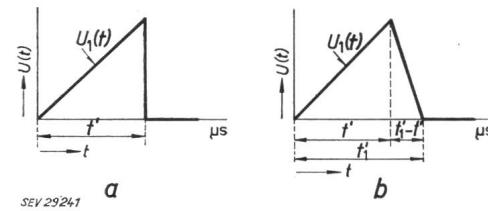


Fig. 5

Linearer Steilstoss und sein Zusammenbruch  
a mit unendlich steilem Spannungszusammenbruch  
b mit endlicher Spannungszusammenbruchsdauer  
 $U_1(t) = U \cdot t/t'$  linearer Steilstoss;  $t'$  Abschneidezeit;  
 $t_1' - t'$  Zusammenbruchsdauer

Der Übertragungsfehler bei Normalstoss oder Steilstoss kann entweder nach Gl. (2) oder durch Anwendung des Integrals von Duhamel ermittelt werden:

$$U_{20}(t) = \int_{v=0}^{v=t} \ddot{U}_0 U_1(v) \cdot \frac{d}{d(t-v)} [\psi(t-v)] dv \quad (18)$$

bzw.

$$U_{20}(t) = \int_{v=0}^{v=t} \ddot{U}_0 \psi(t-v) \frac{d}{dv} [U_1(v)] dv \quad (19)$$

Die Ausrechnung für den Normalstoss 1|50 ergibt:

a) Für eine Rechteckstossantwort der Messanordnung nach Gl. (8), ( $D^2 > 0$ ):

$$U_{20}(t) = UK_0 \left[ \frac{e^{-\alpha t} - e^{-lt}}{1 - \frac{\alpha}{l}} - \frac{e^{-\beta t} - e^{-lt}}{1 - \frac{\beta}{l}} \right] \quad (20)$$

b) Für eine Rechteckstossantwort nach Gl. (9), ( $D^2 < 0$ ):

$$U_{20}(t) = K_0 \left[ e^{-\alpha t} - e^{-\beta t} - \frac{\beta - \alpha}{\omega} e^{-\frac{a_0}{2} t} \sin \omega t \right] \quad (21)$$

c) Für eine Rechteckstossantwort nach Gl. (13), ( $D^2 < 0, R_s = 0, R_p = \infty$ ):

$$U_{20}(t) = UK_0 \left[ e^{-\alpha t} - e^{-\beta t} + \frac{\alpha - \beta}{\omega_0' t} \sin \omega_0' t \right] \quad (22)$$

Der Übertragungsfehler bei Normstoss ist nach Gl. (20) durch eine Verringerung des Scheitelwertes bzw. durch eine dem Eingangsstoss überlagerte gedämpfte (Gl. 21) bzw. ungedämpfte hochfrequente Schwingung (Gl. 22) gekennzeichnet.

Für einen nach  $t'$  µs abgeschnittenen Steilstoss nach Gl. (17) erhält man:

a) Für eine Rechteckstossantwort der Messanordnung nach Gl. (8), ( $D^2 > 0$ ):

$$U_{20}(t) = U \left[ \frac{t}{t'} - \frac{\tau}{t'} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right] \quad (23)$$

mit  $\tau = 1/l$  der Zeitkonstante der Rechteckstossantwort. Der prozentuale Übertragungsfehler im Abschneidemoment  $t = t'$  beträgt:

$$\Delta \ddot{U}_{t=t'} = \frac{\tau}{t'} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) 100 \approx \frac{\tau}{t'} 100 \quad [\%] \quad (24)$$

indem die Zeitkonstante  $\tau$  einer Messanordnung für Steilstoss um eine Größenordnung geringer als die Abschneidezeit  $t'$  sein soll und entsprechend

$$e^{-\frac{t}{\tau}} \approx 0$$

Der Übertragungsfehler ist in diesem Fall unabhängig vom angenommenen Spannungszusammenbruch nach Fig. 5a oder 5b.

b) Für eine Rechteckstossantwort der Messanordnung nach Gl. (9), ( $D^2 < 0$ ) ist:

$$U_{20}(t) = U \frac{t}{t'} \left[ \left( 1 - e^{-\frac{a_0}{2} t} \cdot \frac{\sin \omega t}{\omega t} \right) - \frac{a_0}{\omega_0^2 t} \left[ 1 - e^{-\frac{a_0}{2} t} \left( \cos \omega t - \frac{a_0}{2 \omega} \sin \omega t \right) \right] + \frac{1}{2 \omega^2 t'^2} \right] \quad (25)$$

das wegen  $a_0 \ll \omega_0^2$  zu

$$U_{20}(t) \approx U \frac{t}{t'} \left[ 1 - e^{-\frac{a_0}{2} t} \cdot \frac{\sin \omega t}{\omega t} + \frac{1}{2 \omega^2 t'^2} \right] \quad (25a)$$

reduziert werden kann.

Der maximal mögliche Übertragungsfehler beim Abschneiden zur Zeit  $t = t'$  µs:

$$\Delta \ddot{U} = \left[ \pm \frac{1}{2 \omega^2 t'^2} + e^{-\frac{a_0}{2} t'} \cdot \frac{1}{\omega t'} \right] \cdot 100 \quad [\%] \quad (26)$$

Der erste Teil von Gl. (26) ist der vom unendlich steilen Spannungszusammenbruch nach Fig. 5a herverursachte zusätzliche Übertragungsfehler. Für Steilstöße mit Abschneidezeiten  $t' > 0,5 \mu s$  und insbesondere bei berücksichtigter endlicher Zusammenbruchsdauer  $t_1 - t'$  nach Fig. 5b kann  $1/\omega^2 t'^2$  gegenüber  $e^{-\frac{a_0}{2} t'} \cdot \frac{1}{\omega t'}$  vernachlässigt werden.

Ist die Dämpfung  $a_0/2$  derart wirksam, dass im Abschneidemoment  $t'$  die Schwingung der Rechteckstossantwort (Fig. 4b) praktisch abgeklungen ist, so ergibt sich der übertragene Stoss [Gl. (25)] zu:

$$U_{20}(t) \approx U \frac{t}{t'} \left[ 1 - \frac{a_0}{\omega_0^2 t} \right] \quad (27)$$

und der prozentuale Übertragungsfehler im Abschneidemoment zu:

$$\Delta \ddot{U}_{t=t'} = \frac{a_0}{\omega_0^2 t'} 100 \quad [\%] \quad (28)$$

c) Für eine Rechteckstossantwort der Messanordnung nach Gl. (13), ( $D^2 < 0$ ) ist:

$$U_{20}(t) = U \frac{t}{t'} \left[ 1 - \frac{\sin \omega_0' t}{\omega_0' t} + \frac{1}{2 \omega_0'^2 t'^2} \right] \quad (29)$$

und der höchstmögliche prozentuale Übertragungsfehler beim Abschneiden:

$$\Delta \ddot{U}_{t=t'} = \left[ + \frac{1}{\omega_0' t'} \mp \frac{1}{2 \omega_0'^2 t'^2} \right] 100 \quad [\%] \quad (30)$$

Auf Fig. 6a, b und c sind die übertragenen Steilstöße nach den Gl. (23), (27) und (29) gegeben. Fig. 7 gibt die prozentualen Übertragungsfehler einer Messanordnung bei Steilstoss in Abhängigkeit von der Zeitkonstante  $\tau$  der Rechteckstossantwort nach Gl. (24) bzw. in Abhängigkeit von  $a_0/\omega_0^2$  nach Gl. (28) an.

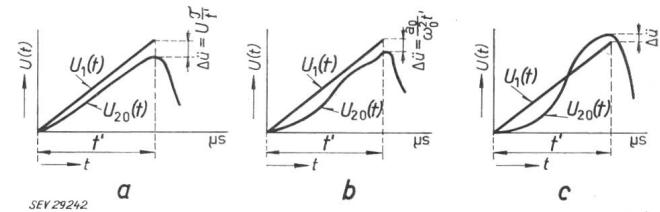


Fig. 6  
Übertragung eines linearen Steilstosses durch verschiedene Messanordnungen

a) Messanordnung überkritisch gedämpft; b) Messanordnung mit gedämpft schwingender Rechteckstossantwort; c) Messanordnung mit ungedämpft schwingender Rechteckstossantwort  $U_1(t) = U \cdot t/t'$  Eingangs-Steilstoss;  $U_{20}(t)$  genormter übertragerter Steilstoss;  $\tau$  Zeitkonstante der Messanordnung;  $t'$  Abschneidezeit;  $\Delta \ddot{U}$  Übertragungsfehler;  $a_0$  Dämpfungsfaktor;  $\omega_0$  Kreis-Resonanzfrequenz der Rechteckstossantwort

Es soll nun die Fläche  $A$  zwischen Rechteckstoss der Grösse 1 und Antwort der Messanordnung nach den Gl. (8) und (9) ermittelt werden:

Im ersten Fall ist:

$$A_{\text{Gl.}(8)} = \int_0^\infty 1 - \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] dt = \tau \quad (31)$$

und im zweiten Fall:

$$A_{\text{Gl.}(9)} = \int_0^\infty \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\frac{a_0}{2} t} \cos(\omega t - \varphi) \right] \right\} dt = \frac{a_0}{\omega_0^2} \quad (32)$$

Ein Vergleich mit Gl. (24) und (28) ergibt, dass die errechneten Flächen  $A$  ein direktes Mass für den Übertragungsfehler einer Messanordnung bei linearer Steilstoss ergeben. Bei Messanordnungen mit gedämpft schwingender Rechteckstossantwort ist dabei vorausgesetzt, dass die Schwingung im Abschneidemoment  $t'$  praktisch abgeklungen ist — eine Voraussetzung, die von jeder Messanordnung für Steilstoss erfüllt sein sollte.

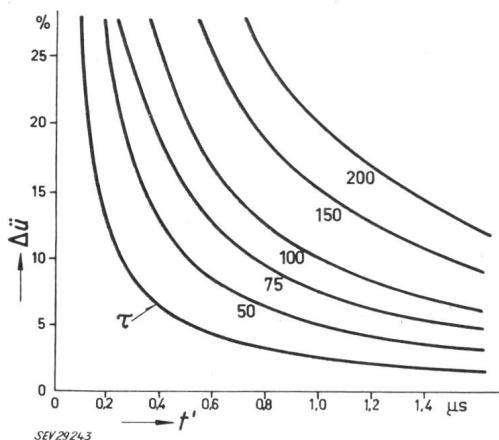


Fig. 7

Prozentualer Übertragungsfehler einer Messanordnung mit überkritisch gedämpfter oder gedämpft schwingender Rechteckstossantwort

$\tau$  Zeitkonstante der überkritisch gedämpften Rechteckstossantwort;  $a_0$  Dämpfungsfaktor und  $\omega_0$  Kreis-Resonanzfrequenz der gedämpft schwingenden Rechteckstossantwort;  $t'$  Abschneidezeit;  $\Delta\ddot{u}$  prozentualer Übertragungsfehler

$$\frac{a_0}{\omega_0^2} = 25 \text{ ns}$$

Die Gl. (31) und (32) geben somit den Weg für die Eichung mit Rechteckstoss einer Messanordnung für Steilstoss. Die Messanordnung wird am Eingang (zwischen 1 und 2 auf Fig. 1) mit einem Rechteckstoss beansprucht und die übertragene Rechteckstossantwort bei bekannter Zeitablaufgeschwindigkeit des Oszillographen aufgenommen. Nach Fig. 4a und 4b wird dann die Fläche  $A$  in  $\mu\text{s}$  bestimmt und nach Gl. (24) oder (28) der relative Übertragungsfehler durch Division mit der Abschneidezeit  $t'$  ermittelt.

In gleicher Weise können einer schwingenden Rechteckstossantwort die für die Bestimmung des Übertragungsfehlers nach Gl. (30) notwendigen Größen  $a_0/2$  und  $\omega$  entnommen werden. Mit den aus der Rechteckstossantwort erhaltenen Werten für  $\tau$ , bzw. für  $a_0/2$ ,  $\omega$  und  $\omega_0$  können auch die Übertragungsfehler bei Normstoss nach den Gl. (20)...(22) bestimmt werden.

## 1.2 Bestimmung des Übertragungsfehlers bei Steilstoss aus dem Frequenzgang (Amplitudengang und Phasenverschiebung) der Messanordnung

### 1.2.1 Bestimmung des Übertragungsfehlers einer Messanordnung bei Steilstoss durch Anwendung des Fourier-Integrals

Eine einmalige, im Zeitintervall  $0 \dots t'$  [ $\mu\text{s}$ ] definierte Funktion  $y(t)$  kann nach dem Integral von Fourier als

$$y(t) = \int_0^\infty [a(\omega) \cos \omega t + b(\omega) \sin \omega t] d\omega \quad (33)$$

dargestellt werden, wobei  $a(\omega)$  und  $b(\omega)$  die Fournierschen Koeffizienten sind:

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{t'} y(\xi) \cos \omega \xi d\xi \quad (34)$$

$$b(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{t'} y(\xi) \sin \omega \xi d\xi \quad (35)$$

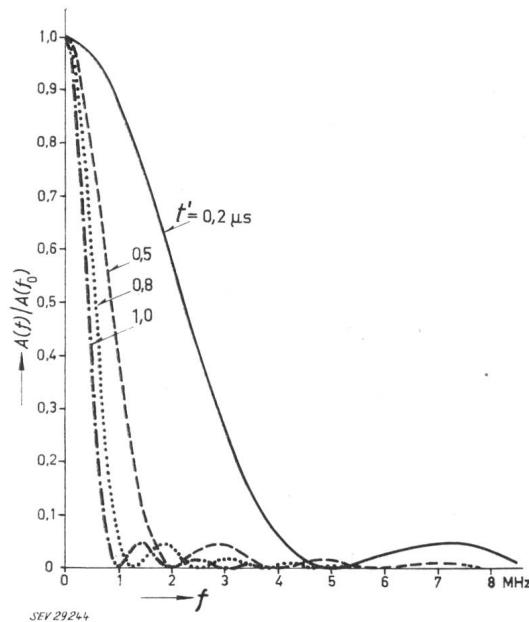
Führt man die Gl. (34) und (35) in Gl. (33) ein, so wird:

$$y(t) = \int_0^\infty \frac{1}{\pi} d\omega \int_0^{t'} y(\xi) \cos [\omega(t - \xi)] d\xi \quad (36)$$

Für einen linearen Steilstoss der Form  $U_1(t) = U \frac{t}{t'}$  wird:

$$U_1(t) = \frac{1}{\pi} U \int_0^\infty d\omega \int_0^{t'} \frac{\xi}{t'} \cos \omega [(t - \xi)] d\xi = \int_0^\infty U \frac{1 - \cos \omega t'}{t' \pi \omega^2} d\omega \quad (37)$$

Gl. (37) stellt das kontinuierliche Frequenzspektrum eines linearen Steilstosses mit dem Abschneidezeit



Frequenzspektren nach  $t'$   $\mu\text{s}$  abgeschnittener linearer Steilstosse  $t'$  Abschneidezeit;  $f$  Frequenz;  $A(f_0)$  Amplitude bei Gleichspannung ( $f_0$ );  $A(f)$  Amplitude bei Spannung der Frequenz  $f$

demonstriert  $t = t'$  dar. Frequenzspektren eines nach  $t' = 0,2, 0,5, 0,8$  und  $1,0 \mu\text{s}$  abgeschnittenen Steilstosses sind in Fig. 8 gezeigt.

Ist nun der bei stationärer Wechselspannung ermittelte Amplitudengang  $A(\omega)$  und die Phasenverschiebung  $\Phi(\omega)$  des Teilers in Abhängigkeit der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  durch Messung bekannt, so wird der übertragene Steilstoss:

$$U_{20}(t) = \int_{t=t'}^{\infty} U \cdot A(\omega) \frac{1 - \cos[\omega t' - \Phi(\omega)]}{t' \pi \omega^2} d\omega \quad (38)$$

Numerische Auswertung der Fourierschen Integrale nach den Gl. (37) und (38) für  $t' = 0,5 \mu\text{s}$

Tabelle II

| Frequenz<br>$f \cdot 10^{-6}$ | $\omega \cdot 10^{-6}$ | $y_1 = \frac{1 - \cos \omega t'}{t' \pi \omega^2}$ | reduziert<br>$\frac{y_1}{7,96} \cdot 10^8$ | $A(\omega)$ | $\Phi(\omega)$<br>°el | $y_2 = A(\omega) \frac{1 - \cos(\omega t' - \Phi)}{t' \pi \omega^2}$ | reduziert<br>$\frac{y_2}{7,96} \cdot 10^8$ |
|-------------------------------|------------------------|--|--|-------------|-----------------------|--|--|
| 0                             | 0                      | $7,96 \cdot 10^{-8}$                               | 1,0  | 1,0         | 0                     | $7,96 \cdot 10^{-8}$   | 1,0  |
| 0,1                           | 0,628                  | $7,94 \cdot 10^{-8}$                               | 0,995                                      | 1,0         | 1,0                   | $6,93 \cdot 10^{-8}$   | 0,87                                       |
| 0,3                           | 1,89                   | $7,08 \cdot 10^{-8}$                               | 0,915                                      | 1,002       | 3,2                   | $6,56 \cdot 10^{-8}$   | 0,828                                      |
| 0,5                           | 3,14                   | $6,45 \cdot 10^{-8}$                               | 0,808                                      | 1,005       | 5,5                   | $5,83 \cdot 10^{-8}$   | 0,731                                      |
| 0,7                           | 4,40                   | $5,21 \cdot 10^{-8}$                               | 0,655                                      | 1,01        | 7,75                  | $4,84 \cdot 10^{-8}$   | 0,606                                      |
| 1,0                           | 6,28                   | $3,235 \cdot 10^{-8}$                              | 0,406                                      | 1,032       | 11,25                 | $3,315 \cdot 10^{-8}$  | 0,414                                      |
| 1,5                           | 9,41                   | $0,72 \cdot 10^{-8}$                               | 0,092                                      | 1,075       | 17,65                 | $1,008 \cdot 10^{-8}$  | 0,126                                      |
| 2,0                           | 12,56                  | 0  | 0  | 1,125       | 25,2                  | $0,0423 \cdot 10^{-8}$   | 0,0053                                     |
| 3,0                           | 18,85                  | $0,357 \cdot 10^{-8}$                              | 0,0449                                     | 1,262       | 45,5                  | $0,385 \cdot 10^{-8}$  | 0,0483                                     |
| 4,0                           | 25,12                  | 0  | 0  | 1,28        | 74,2                  | $0,0942 \cdot 10^{-8}$   | 0,01182                                    |
| 5,0                           | 31,40                  | $0,128 \cdot 10^{-8}$                              | 0,0161                                     | 1,027       | 104,0                 | $0,05 \cdot 10^{-8}$   | 0,00628                                    |
| 6,0                           | 37,70                  | 0  | 0  | 0,729       | 124,8                 | $0,053 \cdot 10^{-8}$  | 0,00629                                    |
| 7,0                           | 44,0                   | $0,0659 \cdot 10^{-8}$                             | 0,00825                                    | 0,515       | 137,2                 | $0,0124 \cdot 10^{-8}$   | 0,00155                                    |
| 8,0                           | 50,24                  | 0  | 0  |             |                       |  |  |

Gl. (37) und (38) werden am zweckmäßigsten graphisch gelöst, indem  $U_1(t)$  und  $U_{20}(t)$  durch entsprechende Flächen  $A_1$  und  $A_2$  dargestellt werden. Der prozentuale Übertragungsfehler im Abschneidemoment ist dann durch

$$\Delta \ddot{u} = \frac{A_1 - A_2}{A_1} 100 \quad [\%] \quad (39)$$

gegeben.

An einem numerischen Beispiel soll die Richtigkeit der Gl. (37) und (39) bewiesen werden. Es sei eine Messanordnung nach Fig. 3 mit folgenden Parametern angenommen:

|   |                        |
|---|------------------------|
| Induktivität der Zuleitung                  | $L = 12,5 \mu\text{H}$ |
| Dämpfungswiderstand                         | $R_s = 300 \Omega$     |
| Widerstand des Spannungsteilers             | $R_p = 10000 \Omega$   |
| Steuerkapazitäten des Spannungs-<br>teilers | $C = 100 \text{ pF}$   |

Nach Einsetzen dieser Werte in die Gl. (10)...(12) wird:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{30000 + 300}{30000}} \cdot \frac{1}{12,5 \cdot 100} \cdot 10^{18} = 28,25 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{300}{12,5} \cdot 10^6 + \frac{10^{12}}{3 \cdot 10^4 \cdot 100} \right] = 12,0 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega = \sqrt{(28,25^2 - 12,0^2) \cdot 10^6} = 25,6 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

Für einen nach  $t' = 0,5 \mu\text{s}$  abgeschnittenen Steilstoss ist:

$$e^{-\frac{a_0}{2} t'} = e^{-12,0 \cdot 10^6 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 0,0025$$

Die Schwingung der Rechteckstossantwort ist somit bis auf 2,5% abgeklungen, so dass der Übertragungsfehler nach Gl. (28) berechnet werden kann:

$$\Delta \ddot{u}_{t'=0,5 \mu\text{s}} = \frac{a_0}{\omega_0^2 t'} = \frac{24 \cdot 10^6}{798 \cdot 10^{12} \cdot 0,5 \cdot 10^6} = 0,06 \text{ oder } 6\%$$

Die Auswertung der Fourierschen Integrale nach den Gl. (37) und (38) ist anderseits in Tabelle II für dieses Beispiel durchgeführt.

Numerische Auswertung der Fourierschen Integrale nach den Gl. (37) und (38) für  $t' = 0,5 \mu\text{s}$

Tabelle II

Die Frequenzspektren der beiden Steilstöße zeigt Fig. 9. Dem Eingangsstoss  $U_1(t')$  entspricht die Fläche  $A_1 = 3935 \text{ mm}^2$ , dem übertragenen Stoss  $U_{20}(t')$  die Fläche  $A_2 = 3700 \text{ mm}^2$ , so dass sich der Übertragungsfehler zu

$$\Delta \ddot{u}_{t'=0,5 \mu\text{s}} = \frac{3935 - 3700}{3935} = 0,06 \text{ oder } 6\%$$

beläuft.

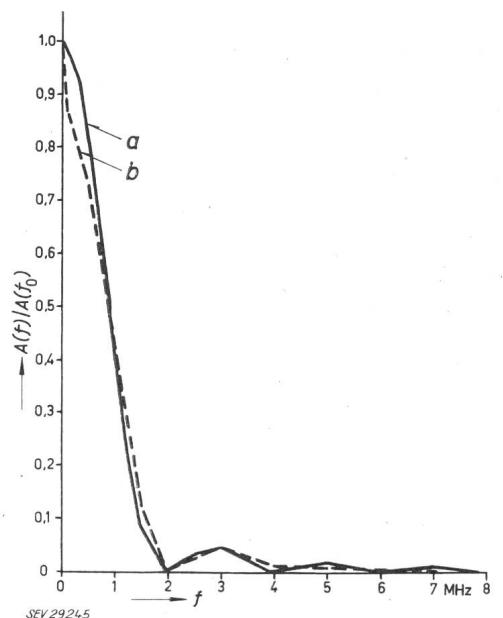


Fig. 9  
Numerisches Beispiel der Bestimmung des Übertragungsfehlers einer Messanordnung bei Steilstoss durch das Integral von Fourier

a nach  $t' = 0,5 \mu\text{s}$  abgeschnittener Eingangs-Steilstoss; b übertragener Steilstoss; f Frequenz;  $A(f_0)$  Amplitude bei Gleichspannung ( $f_0$ );  $A(f)$  Amplitude bei Spannung der Frequenz  $f$

Die Übereinstimmung des Fourierintegrals mit dem Rechteckstoss-Eichverfahren ist damit für dieses Beispiel bewiesen.

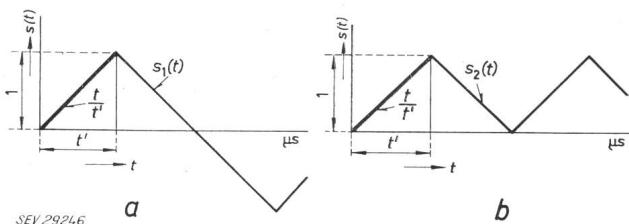
Für eine praktische Anwendung wird die hier abgeleitete Methode infolge der umfangreichen numerischen Ausrechnung und Planimetrierung der Flächen  $A_1$  und  $A_2$  nur wenig geeignet sein. Ihr praktischer Wert liegt vielmehr in den erhaltenen Frequenzspektren linearer Steilstöße nach Fig. 8, die einen sehr guten Einblick in den Frequenzbereich und den Anteil einzelner Frequenzen am Steilstoss ermöglichen. Es soll nun ein zweites Verfahren zur Bestimmung des Übertragungsfehlers bei Steilstoss ebenfalls aus dem Frequenzgang abgeleitet werden, wobei aber nur einige diskrete harmonische Frequenzen und eine elegant zu ermittelnde Korrektur notwendig sein werden.

### 1.2.2 Bestimmung des Übertragungsfehlers bei Steilstoss aus dem Frequenzgang der Messanordnung mittels einer periodischen Zeitfunktion $s(t)$ , die den Steilstoss $U_1(t)$ im Intervall $0...t'$ enthält

Den Ausgangspunkt des Verfahrens bilden folgende Feststellungen:

- Ist eine periodische Zeitfunktion  $s(t)$  gegeben, die nach Fourier in harmonische Sinus- oder Cosinusschwingungen zerlegt werden kann, und die den linearen Steilstoss im Intervall von  $0...t'$  enthält, so ist der einmalige Steilstoss mit der Summe aller harmonischer Sinus- oder Cosinusstöße identisch. Als Sinus- bzw. Cosinusstoss wird eine nur im Zeitintervall  $0...t'$  vorhandene harmonische Sinus- bzw. Cosinusfunktion verstanden. Als Sinus- bzw. Cosinus-Schwingung gilt dagegen die zeitlich unbegrenzt vorhandene Schwingungsfunktion.
- Ein Übergang von harmonischen Sinus- oder Cosinusstößen zu permanenten Sinus- oder Cosinusschwingungen zwecks Bestimmung des Übertragungsfehlers ist erlaubt, wenn die Rechteckstossantwort der Messanordnung im Moment  $t'$  praktisch ihren stationären Endwert angenommen hat — eine Forderung, die von jeder guten Messanordnung für Steilstoss erfüllt sein sollte.

Auf den umfangreichen analytischen Beweis der Feststellung a), der über die Identität der Fourierschen Koeffizienten  $a(\omega)$  und  $b(\omega)$  [Gl. (34) und (35)] des linearen Steilstosses und der Summe harmonischer Sinus- oder Cosinusstöße führt und auf den Beweis für b) sei an dieser Stelle verzichtet. Die Ableitung ist in [7] durchgeführt.



Zur Bestimmung des Übertragungsfehlers bei Steilstoss aus dem Frequenzgang der Messanordnung

$t'$  Abschneidezeit

- $s_1(t)$  periodische Zeitfunktion, die den linearen Steilstoss  $U_1(t)/U = t/t'$  im Intervall von  $0...t'$  enthält
- $s_2(t)$  periodische Zeitfunktion, die den linearen Steilstoss  $U_1(t)/U = t/t'$  im Intervall von  $0...t'$  enthält

Auf Fig. 10a und 10b sind die periodischen Funktionen  $s_1(t)$  und  $s_2(t)$  gegeben, die beide den — hier mit  $U$  reduzierten — linearen Steilstoss  $U_1/U = t/t'$  im Intervall  $0...t'$  enthalten.

Die entsprechenden Fourier-Zerlegungen sind:

$$s_1(t) = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} (-1)^n \sin \left[ (2n+1)\pi \frac{t}{2t'} \right] \quad (40)$$

$$s_2(t) = 0,5 - \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{4}{(2n+1)^2 \pi^2} \cos \left[ (2n+1)\pi \frac{t}{t'} \right] \quad (41)$$

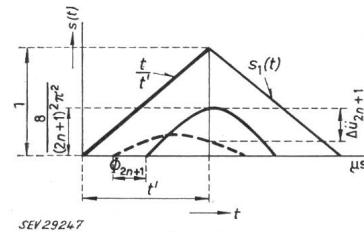
Die harmonischen Frequenzen sind durch die gewählte Zerlegung und die Abschneidezeit  $t'$  gegeben. Für  $s_1(t)$  ist:

$$f_1 = \frac{1}{4t'}, f_3 = \frac{3}{4t'} \dots f_{2n+1} = \frac{2n+1}{4t'} \quad (42)$$

und für  $s_2(t)$ :

$$f_1 = \frac{1}{2t'}, f_3 = \frac{3}{2t'} \dots f_{2n+1} = \frac{2n+1}{2t'} \quad (43)$$

Wie aus Fig. 10a und 10b hervorgeht, sind die gewählten Zerlegungen besonders günstig, indem die Amplituden sämtlicher Harmonischen des Eingangsstosses mit dem Abschneidemoment  $t'$  zusammenfallen. Dies ermöglicht die Ableitung eines eleganten und einfachen Verfahrens zur Bestimmung des Übertragungsfehlers. In Fig. 11 sei nochmals



Bestimmung des Anteils der  $(2n+1)$ -ten Harmonischen am Übertragungsfehler eines linearen Steilstoßes im Abschneidemoment

$s_1(t)$  periodische Zeitfunktion;  $\Delta \hat{u}_{2n+1}$  Übertragungsfehler der  $(2n+1)$ -ten Harmonischen;  $A'(f_{2n+1})$  Amplitudenehler;  $\phi_{2n+1}$  Phasenverschiebung der  $(2n+1)$ -ten Harmonischen

$$\Delta \hat{u}_{2n+1} = \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} [1 - A'(f_{2n+1}) \cos \phi_{2n+1}]$$

die Funktion  $s_1(t)$  mit der  $(2n+1)$ -ten Harmonischen dargestellt. Die Messanordnung bewirke einen Amplitudengang  $A'(f_{2n+1})$  und eine Phasenverschiebung  $\phi_{2n+1}$ , so dass der durch die  $(2n+1)$ -te Harmonische hervorgerufene Übertragungsfehler im Abschneidemoment  $t'$ :

$$\Delta \hat{u}_{(2n+1)t'} = \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} [1 - A'(f_{2n+1}) \cos (\phi_{2n+1})] \quad (44)$$

und der Gesamtübertragungsfehler

$$\Delta \hat{u}(t') =$$

$$= \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} [1 - A'(f_{2n+1}) \cos (\phi_{2n+1})] \quad (45)$$

beträgt. Für die Zerlegung nach Fig. 10b ist entsprechend:

$$\Delta \ddot{u}(t') =$$

$$= \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{4}{(2n+1)^2 \pi^2} \{1 - A'(f_{2n+1}) \cos [\Phi(f_{2n+1})]\} \quad (46)$$

Nach den Gl. (45) und (46) ist somit der Übertragungsfehler bei Steilstoss durch eine unendliche Reihe harmonischer Komponenten gegeben. Für eine praktische Bestimmung des Übertragungsfehlers sind diese Gleichungen kaum geeignet. Hier schafft die Eigenschaft von Stoßspannungs-Messanordnungen, Wechselspannungen nur bis zu einer bestimmten Grenzfrequenz  $f_g$  zu übertragen, willkommene Abhilfe. In Fig. 12 ist der Amplitudengang  $A'(f)$  einer Messanordnung für Stoss gegeben.

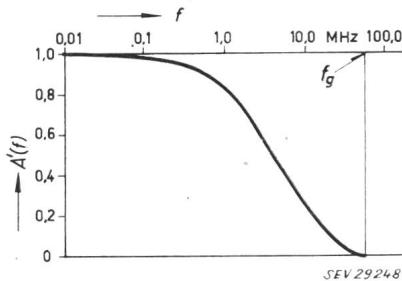


Fig. 12  
Amplitudengang einer Messanordnung für Stoss

$A'(f)$  Amplitudengang;  $f$  Frequenz;  $f_g$  Grenzfrequenz, bei welcher  $A'(f) = 0$  wird;  $U_1(f)$  angelegte Wechselspannung der Frequenz  $f$ ;  $U_2(f)$  übertragene Wechselspannung;  $\ddot{u}_0$  Nennübertragungsverhältnis

$$A'(f) = \ddot{u}_0 \cdot \frac{U_2(f)}{U_1(f)}$$

Für die Grenzfrequenz ist  $A'(f_g) = 0$ ; der Übertragungsfehler für alle höheren Frequenzen  $f_g < f < \infty$  wird nach Gl. (44):

$$\Delta \ddot{u}_{kor.} = K = \sum_{n=n_g}^{n=\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} \quad (47)$$

Sämtliche, von der Messanordnung nicht mehr übertragenen Harmonischen ergeben einen Fehler, der gleich der Summe ihrer Amplituden ist. Diese Summe kann jedoch elegant aus der Differenz der Summe aller Harmonischen, die im Abschneidemoment den (reduzierten) Wert 1 ergeben, und der Summe der bis zu  $f_g$  berücksichtigten Harmonischen ermittelt werden. Es ist dann:

$$K = 1 - \sum_{n=0}^{n=n_g} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} \quad (48)$$

Für praktische Fälle wird es genügen, die Messung bei einer Frequenz  $f_g' < f_g$  abzubrechen.  $f_g'$  kann z. B. als die Frequenz, bei welcher  $A'(f) = 0,1 \dots 0,2$  wird, angenommen werden. Unter Einführung von

$$x = A'(f_g') \cos [\Phi(f_g')] \quad (49)$$

wird die Korrektur unter Annahme, dass für alle  $f_g' < f < \infty$ ,  $A'$  und  $\Phi$  gleich  $A'(f_g')$  bzw.  $\Phi(f_g')$  sind:

$$K' = (1 - x) K \quad (50)$$

Der Unterschied zwischen  $K$  und  $K'$  wird dabei vernachlässigbar sein.

Für eine Zerlegung nach Fig. 10b beträgt die Korrektur:

$$K = 0,5 - \sum_{n=0}^{n=n_g} \frac{4}{(2n+1)^2 \pi^2} \quad (51)$$

Es soll nun am numerischen Beispiel der Messanordnung mit den angegebenen Werten für  $R_s$ ,  $R_p$ ,  $L$  und  $C$  der Übertragungsfehler für einen nach  $t' = 0,5 \mu\text{s}$  abgeschnittenen Steilstoss ermittelt werden. Es sei die Fouriersche Zerlegung der Funktion  $s_2(t)$  nach Fig. 10b gewählt und der Übertragungsfehler bzw. Korrektur nach Gl. (46) bzw. (51) bestimmt. Die Berechnung ist in Tabelle III gegeben.

Übertragungsfehler einer Messanordnung nach Fig. 3 für einen nach  $t' = 0,5 \mu\text{s}$  abgeschnittenen linearen Steilstoss; Zerlegung nach Fig. 10b.

Tabelle III

| Harmo-nische<br>( $2n+1$ )                   | Fre-quenz<br>$f$ (MHz) | $A'(f)$ | $\cos [\Phi(f)]$ | $\Delta \ddot{u} = \frac{4}{(2n+1)^2 \pi^2} [1 - A'(f) \cos \Phi]$       |
|--|------------------------|---------|------------------|--|
| 1  | 1,0                    | 1,03    | 0,979            | - 0,003 4  |
| 3  | 3,0                    | 1,262   | 0,701            | 0,005 18   |
| 5  | 5,0                    | 1,029   | - 0,241          | 0,020 3  |
| 7  | 7,0                    | 0,515   | - 0,735          | 0,011 36   |
| 9  | 9,0                    | 0,291   | - 0,868          | 0,006 26   |
| 11   | 11,0                   | 0,196   | - 0,914          | 0,003 95   |
| 13   | 13,0                   | 0,129   | - 0,95           | 0,002 7  |
| Korrektur <sup>1)</sup> $K$ [nach Gl. (51)]  |                        |         |                  | 0,0148   |
| Korrektur <sup>2)</sup> $K'$ [nach Gl. (50)] |                        |         |                  | 0,0165   |
| Gesamtübertragungsfehler                     |                        |         |                  | $0,061 < \Delta \ddot{u} < 0,0628$<br>$6,1\% < \Delta \ddot{u} < 6,28\%$ |

Die Übereinstimmung mit dem früher erhaltenen Wert von  $\Delta \ddot{u}_{t=0,5 \mu\text{s}} = 6\%$  ist sehr befriedigend.

### 1.2.3 Das Integral von Bromwich-Wagner als gemeinsamer Ausgangspunkt des Rechteckstoss- und Frequenzgang-Eichverfahrens einer Messanordnung bei Steilstoss

In den Abschnitten 1.2.1 und 1.2.2 sind die beiden Methoden zur Bestimmung des Übertragungsfehlers bei Steilstoss aus der Rechteckstossantwort und aus dem Frequenzgang der Messanordnung abgeleitet worden. Es soll nun gezeigt werden, dass durch das Umkehrintegral von Bromwich-Wagner der gemeinsame Ausgangspunkt der beiden Verfahren gegeben ist und es somit möglich sein wird, eine Methode zur Bestimmung der Rechteckstossantwort aus dem Frequenzgang abzuleiten. Dadurch wird es einerseits möglich sein, die unmittelbar aufgenommene Rechteckstossantwort mit der aus dem Frequenzgang abgeleiteten zu vergleichen, anderseits wird man aus der so abgeleiteten Antwort die Zeit des erreichten stationären Endwertes bestimmen können, die für die Anwendbarkeit der Frequenzgangmethode von grosser Wichtigkeit ist, aus ihr jedoch nicht unmittelbar bestimmt werden kann.

Die Beziehung zwischen Frequenzgang [Amplitudengang  $A'(2\pi f)$  und Phasenverschiebung  $\Phi(2\pi f)$ ] und Rechteckstossantwort  $\psi(t)$  einer Messanordnung für Stoss ergibt sich aus dem Umkehrintegral von Bromwich-Wagner zu

<sup>1)</sup> Unter Annahme, dass  $f = f_g = 13 \text{ MHz}$  der Grenzfrequenz entspricht.

<sup>2)</sup> Unter Annahme, dass für sämtliche Frequenzen im Bereich  $13 \text{ MHz} < f < \infty$   $A'(f)$  und  $\Phi(f)$  gleich  $A'(f_{13})$  und  $\Phi(f_{13})$  sind.

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S(p) \cdot e^{pt}}{p} dp \quad (52)$$

wobei  $S(p)$  die sog. Spektralfunktion ist, die durch

$$S(p) = S(j\omega) = \operatorname{Re}(2\pi f) + j \operatorname{Im}(2\pi f) \quad (53)$$

$\operatorname{Re}(2\pi f)$  und  $\operatorname{Im}(2\pi f)$  sind die reelle und imaginäre Komponente von  $S(j\omega)$ , die sich aus dem Amplitudengang und der Phasenverschiebung zu

$$\operatorname{Re}(2\pi f) = A'(2\pi f) \cos[\Phi(2\pi f)] \quad (54)$$

$$\operatorname{Im}(2\pi f) = -A'(2\pi f) \sin[\Phi(2\pi f)] \quad (55)$$

ergeben.

Die Auswertung von Gl. (52) ergibt [9] folgende Gleichungen für die Rechteckstossantwort  $\psi(t)$ :

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \operatorname{Re}(0) + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[ \frac{\operatorname{Re}(2\pi f) - \operatorname{Re}(0)}{2\pi f} \sin 2\pi ft + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\operatorname{Im}(2\pi f)}{2\pi f} \cos 2\pi ft \right] d(2\pi f) \quad (56) \end{aligned}$$

$$\psi(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{Re}(2\pi f)}{2\pi f} \sin 2\pi ft \cdot d(2\pi f) \quad (57)$$

$$\psi(t) = \operatorname{Re}(0) + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{Im}(2\pi f)}{2\pi f} \cos 2\pi ft \cdot d(2\pi f) \quad (58)$$

Die Rechteckstossantwort  $\psi(t)$  kann somit aus der reellen Komponente  $\operatorname{Re}(2\pi f)$  der Spektralfunktion (Gl. 57), aus der imaginären Komponente  $\operatorname{Im}(2\pi f)$  bei bekanntem Wert von  $\operatorname{Re}(0)$  [Gl. 58], oder aus dem Verlauf der beiden Komponenten nach Gl. (56) bestimmt werden. Für eine praktische Bestimmung von  $\psi(t)$  ist Gl. (57) am besten geeignet.

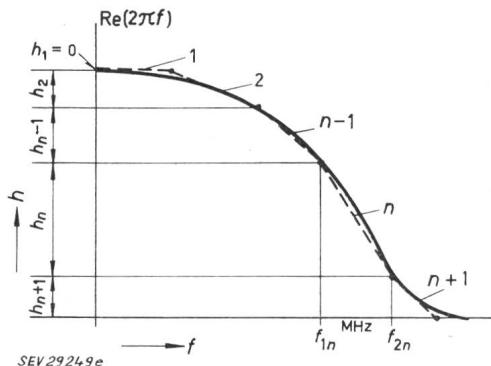


Fig. 13

Ableitung der Rechteckstossantwort aus dem Frequenzgang einer Messanordnung für Stoss

Approximierung des Verlaufes des reellen Teiles der Spektralfunktion durch Gerade

$\operatorname{Re}(2\pi f)$  reelle Komponente der Spektralfunktion;  $h_1 \dots h_{n+1}$  Höhe des einzelnen approximierten Teiles  $1 \dots n$ ;  $f_{1n}, f_{2n}$  Anfangs- und Endfrequenz der  $n$ -ten Gerade

Ist nun der Amplitudengang  $A'(2\pi f)$  und die Phasenverschiebung  $\Phi(2\pi f)$  einer Messanordnung bekannt, so wird der Verlauf von  $\operatorname{Re}(2\pi f)$  nach Gl. (54) berechnet und aufgezeichnet. Die erhaltene Kurve wird durch  $n$  Geraden möglichst genau approximiert (Fig. 13), wobei jede Gerade durch die Frequenzen  $f_{1n}$  und  $f_{2n}$  sowie durch die Höhe  $h_n$

gekennzeichnet ist. Für jede dieser Geraden kann mittels der Umkehrfunktion

$$\begin{aligned} \eta(f_2 t) &= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{1 - \frac{f_1}{f_2}} \left[ \operatorname{Si}\left(\frac{f_1}{f_2} 2\pi f_2 t\right) - \frac{1 - \cos 2\pi f_2 t}{2\pi f_2 t} \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{f_1}{f_2} \left[ \operatorname{Si}\left(\frac{f_1}{f_2} 2\pi f_2 t\right) - \frac{1 - \cos \frac{f_1}{f_2} 2\pi f_2 t}{\frac{f_1}{f_2} 2\pi f_2 t} \right] \right\} \quad (59) \end{aligned}$$

ihrer Teil-Rechteckstossantwort

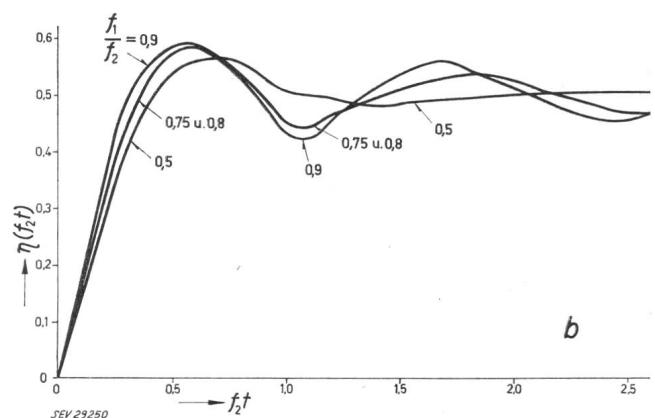
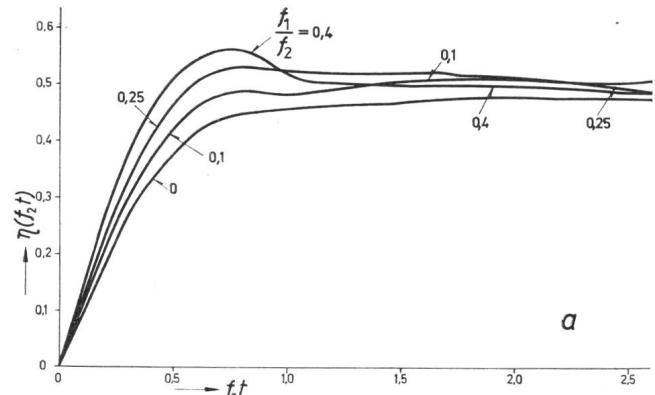
$$\psi_n(f_2 t) = h_n \cdot 2 \eta(f_2 t) \quad (60)$$

bestimmt werden und die resultierende Rechteckstossantwort durch Summieren aller Teilantworten zu

$$\psi(t) = \sum_1^n h_n \cdot 2 \eta(f_2 t) \quad (61)$$

erhalten werden. Abfallende Geraden nach Fig. 13 ergeben positive, ansteigende negative Teil-Rechteckstossantworten, während horizontale Geraden ( $h_n = 0$ ) keinen Beitrag zur Rechteckstossantwort ergeben.

Die genaue Ableitung der Umkehrfunktion  $\eta(f_2 t)$  ist in [7] gegeben. Auf Fig. 14a und 14b ist  $\eta(f_2 t)$  für verschiedene Parameter  $f_1/f_2$  angegeben.



Umkehrfunktion zur Ableitung der Rechteckstossantwort aus dem Frequenzgang einer Messanordnung für Stoss  
a Umkehrfunktion  $\eta(f_2 t)$  für die Parameter  $f_1/f_2 = 0; 0,1; 0,25$  und  $0,4$ ;  
b Umkehrfunktion  $\eta(f_2 t)$  für die Parameter  $f_1/f_2 = 0,5; 0,75; 0,8$  und  $0,9$

## 2. Experimenteller Teil

### 2.1 Das Rechteckstoss-Eichverfahren

Wie unter 1.1 gezeigt wurde, kann der Übertragungsfehler einer Messanordnung bei Steilstoss und Normalstoss aus der Antwort bei angelegtem Rechteckstoss erhalten werden. Die Voraussetzung für eine erfolgreiche Eichung der Messanordnung liegt in der Herstellung eines «Quasi-Rechteckstosses» mit sehr steilem Spannungsanstieg oder -zusammenbruch, der im Verhältnis zur Antwort der Messanordnung als ein physikalischer Rechteckstoss angesehen werden kann. Für eine einwandfreie Eichung genügen Rechteckstösse, die innert 5 ns ihren Scheitelwert erreichen.

Derartige Rechteckstösse können bekanntlich durch Anwendung besonderer Quecksilberrelais, die eine Gleichspannung von einigen 100 V momentan kurzschliessen, erzeugt werden. Wird ein derartiger Rechteckstoss an eine Messanordnung mit einem Übertragungsverhältnis von etwa  $\dot{u}_0 = 1000 \dots 2000$  gelegt, so beträgt die übertragene Spannung nur noch einige mV. Für ihre Aufnahme sind Breitbandverstärker notwendig, die eine Verzerrung der oszillographierten Rechteckstossantwort hervorrufen. Der Einfluss des Verstärkers kann durch eine Korrektur nach Gl. (62) wie folgt berücksichtigt werden:

Es ist

$$t_{korr.} = \sqrt{t_a^2 - t_V^2} \quad (62)$$

mit

$t_a$  [s]

der gemessenen Anstiegszeit der Rechteckstossantwort zwischen 10 und 90% des Scheitelwertes;

$t_V$  [s]

der Anstiegszeit des Verstärkers zwischen 10 und 90% des Scheitelwertes;

$t_{korr.}$  [s]

der korrigierten Anstiegszeit der Rechteckstossantwort zwischen 10 und 90% des Scheitelwertes.

Auf Fig. 15 ist das Oszillogramm eines Niederspannungs-Quecksilberrelais-Rechteckstosses gezeigt, dass durch direkten Anschluss an die Ablenkkästen des Oszillographen aufgenommen wurde. Bei der Zeitablaufgeschwindigkeit des Oszillographen von 20 ns/cm beträgt die Anstiegszeit des Rechteckstosses etwa 1 ns. Auf Fig. 16 ist das über den Verstärker aufgenommene Oszillogramm des gleichen Stosses gezeigt. Die Anstiegszeit des Verstärkers ergibt sich zu  $t_V = 10$  ns.

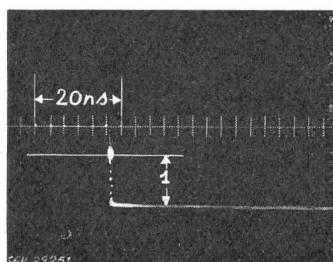


Fig. 15  
Oszillogramm des Niederspannungs-Rechteckstosses  
Zeitablaufgeschwindigkeit 20 ns/cm (linear); Anstiegszeit des Stosses  $\approx 1$  ns  
SEV 29251

Durch Anwendung eines Hochspannungs-Rechteckstosses von etwa 100 kV Scheitelwert und Aufnahme der Rechteckstossantwort mittels eines Hochleistungs-Kaltkathodenstrahlzosillographen kann der

Breitbandverstärker umgangen werden. Kürzlich sind derartige Hochspannungs-Rechteckstösse durch den Durchschlag einer Kugelfunkenstrecke in Pressgas oder Stickstoffatmosphäre bei hohem Überdruck hergestellt worden [8; 10]. Als Nachteil dieses Verfahrens ist der erforderliche hohe Überdruck (15...40 kg/cm<sup>2</sup>) zu erwähnen. Durch Entwicklung eines Hochspannungs-Rechteckstossgenerators mit

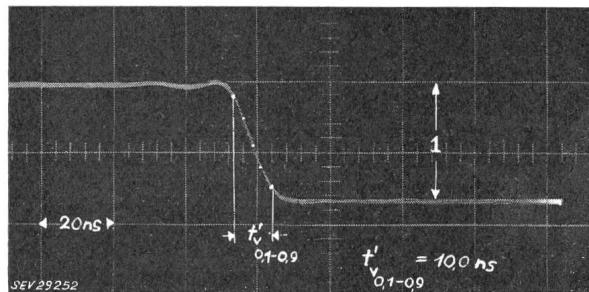


Fig. 16  
Niederspannungs-Rechteckstoss über Verstärker aufgenommen  
Zeitablaufgeschwindigkeit 20 ns/cm; Anstiegszeit des Verstärkers  $t_V = 10$  ns  
SEV 29252

einer klassischen Versteilungs-Ölfunkenstrecke konnten 100-kV-Rechteckstösse bei normalem atmosphärischem Druck erreicht werden [7]. Das Prinzipschema des Hochspannungs-Rechteckstossgenerators zeigt Fig. 17.

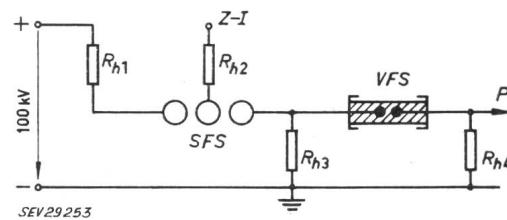


Fig. 17  
Prinzipschema eines Hochspannungs-Rechteckstossgenerators  
 $R_{h1} \dots R_{h4}$  hochohmige Widerstände; SFS Schaltfunkenstrecke;  
Z-I Zündimpuls; VFS Versteilungs-Ölfunkenstrecke;  
P Klemme des Rechteckstosses  
SEV 29253

Die als Trigger-Elektrodenanordnung gebildete Schalt-Funkenstrecke ist bis knapp unter ihren statischen Durchschlagwert mit Gleichspannung erregt. Durch Anlegen eines negativen Zündimpulses an die mittlere Elektrode wird der Durchschlag der Schalt-Funkenstrecke eingeleitet. Durch die ausgelöste Hochspannungswelle wird die Versteilungs-Ölfunkenstrecke mit einer mehrfach höheren Durchschlag-Stoßspannung beansprucht und im Punkte P

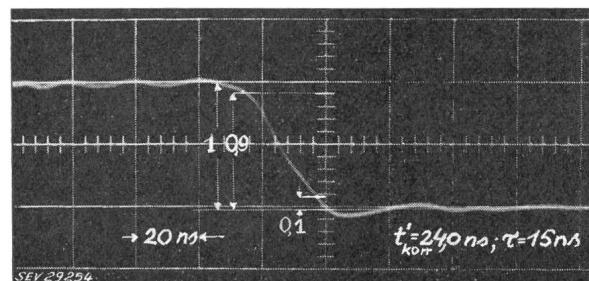


Fig. 18  
Niederspannungs-Rechteckstossantwort einer 200-kV-Messanordnung für Stoss  
Zeitablaufgeschwindigkeit 20 ns/cm; korrigierte Anstiegszeit der Antwort  $t'_{korr.} = 24$  ns; Zeitkonstante  $\tau = 15$  ns  
SEV 29254

ein Rechteckstoss mit sehr kurzer Anstiegzeit erhalten. Die Eignung des Hochspannungs-Rechteckstossgenerators für Eichungen von Messanordnungen für Stoss ist wie folgt nachgewiesen worden: Es

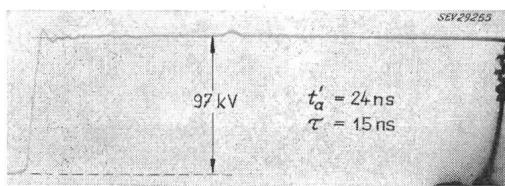


Fig. 19  
Antwort der 200-kV-Messanordnung bei einem  
97-kV-Rechteckstoss

Zeitablauf 1,0  $\mu$ s (logarithmisch); Anstiegszeit  
der Antwort  $t_a' = 24$  ns; Zeitkonstante  $\tau = 15$  ns

ist eine Messanordnung mit gesteuertem Ohmschem Spannungsteiler für 200 kV gebaut worden, deren korrigierte Anstiegszeit und Zeitkonstante der Rechteckstossantwort mit dem Niederspannungs-Rechteckstoss zu  $t_{korrr.} = 24$  ns und  $\tau = 15$  ns ermittelt wurden. Die Zeitkonstante  $\tau$  ist dabei aus Fläche zwischen Rechteckstoss- und -antwort ermittelt



Fig. 20  
Eichfrequenz der 1,0- $\mu$ s-Zeitablaufgeschwindigkeit  
Eichfrequenz  $f = 5$  MHz

worden [s. Gl. (31) und (32)]. Die Niederspannungs-Rechteckstossantwort ist in Fig. 18 gegeben. Fig. 19 zeigt die 97-kV-Hochspannungs-Rechteckstossantwort der gleichen Messanordnung bei einem logarithmischen Zeitablauf von 1,0  $\mu$ s, und Fig. 20 die 5-MHz-Eichfrequenz des Zeitablaufes. Fig. 19 entnimmt man eine Anstiegszeit der Antwort von  $t_a = 24$  ns und eine Zeitkonstante von  $\tau = 15$  ns, gleich wie bei der Eichung mit Niederspannung-Rechteckstoss. Die Eignung des Hochspannung-Eichgerätes ist somit bewiesen.

### 2.1.1 Beispiel

In Fig. 21 ist eine 0,6-MV-Messanordnung mit zweistufigem kapazitivem Spannungsteiler von  $C = 480$  pF und 5 m Zuleitung dargestellt.

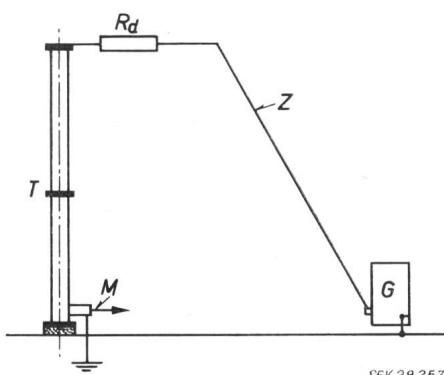


Fig. 21  
Eichung der 0,6-MV-Messanordnung mit Rechteckstoss  
T kapazitiver Spannungsteiler;  $R_d$  Dämpfungswiderstand;  
Z Zuleitung; G Rechteckstossgenerator; M Messkabel

Fig. 22 zeigt die Niederspannung-Rechteckstossantwort der Messanordnung ohne Dämpfungswiderstand ( $R_d = 0$ ), Fig. 23 die Antwort mit  $R_d = 400 \Omega$  (Zeitablaufgeschwindigkeit für beide Oszillogramme

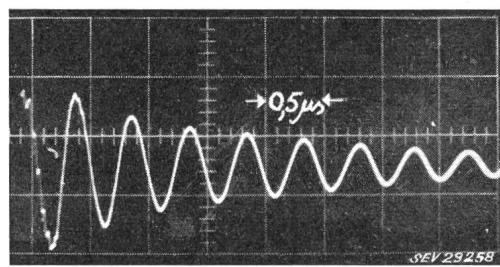


Fig. 22  
Niederspannungs-Rechteckstossantwort der 0,6-MV-Messanordnung ohne Dämpfungswiderstand ( $R_d = 0$ )  
Zeitablaufgeschwindigkeit 0,5  $\mu$ s/cm; Resonanzfrequenz  
 $f_r = 2,0$  MHz; Dämpfung  $a_0/2 = 0,7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$

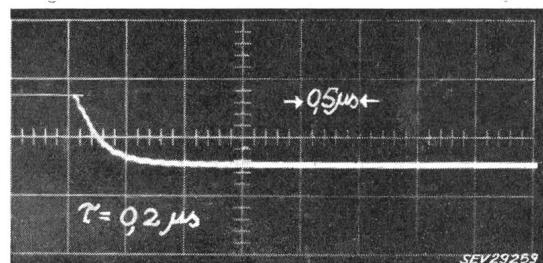


Fig. 23  
Niederspannungs-Rechteckstossantwort der 0,6-MV-Messanordnung mit  $R_d = 400 \Omega$  Dämpfungswiderstand  
Zeitablaufgeschwindigkeit 0,5  $\mu$ s/cm; Zeitkonstante der  
Antwort  $\tau = 0,2 \mu$ s

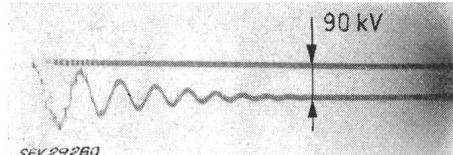


Fig. 24  
Rechteckstossantwort der 0,6-MV-Messanordnung ohne  
Dämpfungswiderstand bei angelegtem 90-kV-Rechteckstoss  
Zeitablauf 5,0  $\mu$ s (logarithmisch);  
Resonanzfrequenz  $f_r = 2,0$  MHz

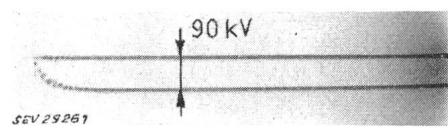


Fig. 25  
Rechteckstoss der 0,6-MV-Messanordnung mit  $R_d = 400 \Omega$   
Dämpfungswiderstand  
Zeitablauf 5,0  $\mu$ s (logarithmisch);  
Zeitkonstante  $\tau = 0,2 \mu$ s

0,5  $\mu$ s/cm). In den Fig. 24 und 25 sind die entsprechenden Antworten bei einwirkendem 90-kV-Rechteckstoss angegeben, in Fig. 26 die Eichung des 5,0- $\mu$ s-Zeitablaufes mit einer 2,5-MHz-Schwingung.

Den Fig. 22 und 24 entnimmt man eine Resonanzfrequenz der Antwort von:

$$f_r = 2,0 \text{ MHz} \quad [\omega \approx \omega_0 = 12,56 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}]$$

und eine Dämpfung von

$$\frac{a_0}{2} = 0,7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

Die Zeitkonstante  $\tau$  der Rechteckstossantwort mit  $400 \Omega$  Dämpfungswiderstand ergibt sich aus den Fig. 23 und 25 zu  $\tau = 0,2 \mu\text{s}$ .

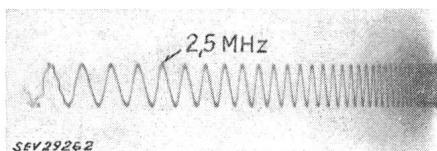


Fig. 26  
Eichfrequenz des 5,0- $\mu\text{s}$ -Zeitablaufes  
Eichfrequenz  $f = 2,5 \text{ MHz}$

In Fig. 27 ist der nach Gl. (24) berechnete Übertragungsfehler der Messanordnung in Abhängigkeit der Abschneidezeit  $t'$  eines linearen Steilstosses gegeben.

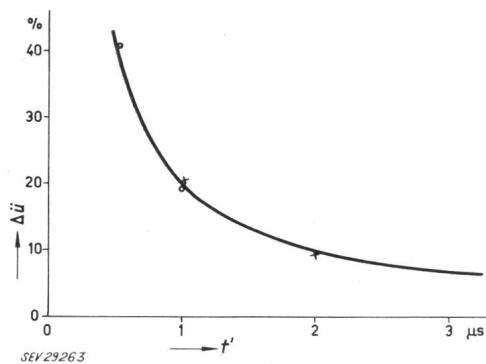


Fig. 27  
Übertragungsfehler der 0,6-MV-Messanordnung mit  $400 \Omega$  Dämpfungswiderstand bei Steilstoss  
Δü prozentualer Übertragungsfehler;  $t'$  Abschneidezeit;  
Kurve: Aus der Rechteckstossantwort erhalten;  
0, X Messpunkte, welche durch die Frequenzgangmethode — Zerlegung der periodischen Funktionen  $s_1(t)$  und  $s_2(t)$  — erhalten wurden

## 2.2 Das Frequenzgang-Eichverfahren

Wie unter 1.2.2 gezeigt wurde, kann der Übertragungsfehler bei Steilstoss aus dem Amplitudengang und der Phasenverschiebung der Messanordnung ermittelt werden. Während die Messung des Amplitudenganges auf keine besonderen Schwierigkeiten stösst und mittels entsprechender Röhrenvoltmeter oder eines Breitbandoszillographen bei gleichzeitiger Nacheichung der Empfindlichkeit durchgeführt werden kann, ist eine ausreichend genaue Ermittlung der Phasenverschiebung im gewünschten Messbereich (bis zu 30 MHz) bisher nicht durchgeführt worden.

Eine befriedigende Lösung der Phasenverschiebungsmessung konnte durch Anwendung eines Breitband-Differentialverstärkers gefunden werden. Der Differentialverstärker ermöglicht wahlweise die Messung zweier Wechselspannungen  $U_1$  oder  $U_2$  und ihrer vektoriellen Differenz  $\bar{U}_1 - \bar{U}_2$  bei so stark verschiedenen Beträgen von  $U_1$  und  $U_2$  wie  $1000 : 1$ . Die Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  werden dabei den beiden völlig gleichen Verstärkern «A» und «B» des Differentialverstärkers direkt oder über genau abgestimmte und phasenkompensierte Widerstandssteiler zugeführt.

Der gesuchte Phasenverschiebungswinkel  $\Phi$  ergibt sich aus der Messung von  $U_1$ ,  $U_2$  und  $\bar{U}_1 - \bar{U}_2$  zu (s. Fig. 28):

$$\Phi = \arccos \frac{|U_1|^2 + |U_2|^2 - |\bar{U}_1 - \bar{U}_2|^2}{2 \cdot |U_1| \cdot |U_2|} \quad (63)$$

Die Eignung des Differentialverstärkers ist durch Messungen von Anordnungen mit bekannter Phasenverschiebung in Abhängigkeit der Frequenz  $\Phi = \Phi(f)$  im Bereich bis zu  $f = 30 \text{ MHz}$  nachgewiesen worden [7].

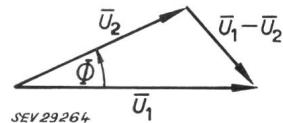


Fig. 28  
Messung der Phasenverschiebung einer Messanordnung für Stoss mittels Differentialverstärker  
 $U_1$  angelegte Wechselspannung;  $U_2$  verstärkte übertragene Wechselspannung;  $\bar{U}_1 - \bar{U}_2$  ihre vektorielle Differenz;  $\Phi$  Winkel der Phasenverschiebung

### 2.2.1 Beispiel

Das Schema der Frequenzgangbestimmung der 0,6-MV-Messanordnung ist in Fig. 29 angegeben. Die veränderliche Spannung des Frequenzgenerators wurde verstärkt und als  $U_1$  dem Eingang «A»

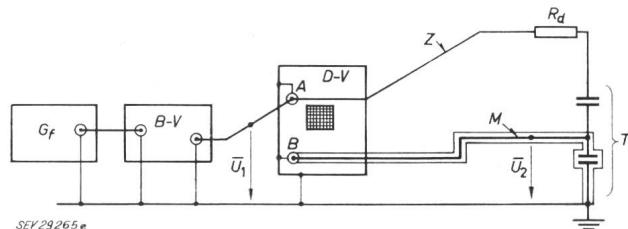


Fig. 29  
Prinzipschema der 0,6-MV-Messanordnung für Stoss zur Messung der Phasenverschiebung und des Amplitudenganges  
 $G_f$  Frequenzgenerator;  $B-V$  Breitbandverstärker;  $D-V$  Differentialverstärker mit Eingängen «A» und «B»;  $Z$  Zuleitung;  $R_d$  Dämpfungswiderstand;  $T$  kapazitiver Spannungsteiler;  $M$  Messkabel;  $U_1$  angelegte Wechselspannung;  $U_2$  übertragene Wechselspannung

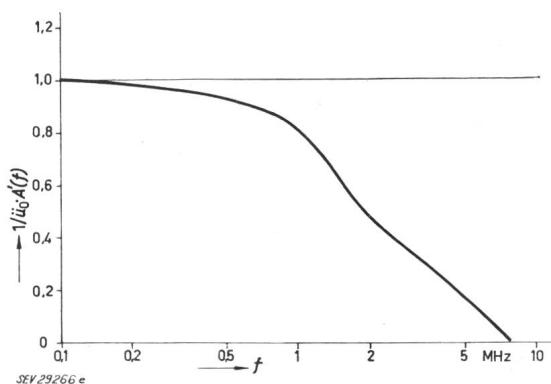


Fig. 30  
Amplitudengang der 0,6-MV-Messanordnung  
 $\frac{1}{i_0} A'(f)$  Amplitudengang;  $f$  Frequenz

des Differentialverstärkers zugeführt. Im gleichen Punkt war auch die Messanordnung angeschlossen. Die Ausgangsspannung der Messanordnung ist dem

Differentialverstärkereingang «B» über das koaxiale Messkabel zugeführt worden. Von der nach Gl. (63) gemessenen Phasenverschiebung  $\Phi$  ist die bekannte Phasenverschiebung des Messkabels  $\Phi_K$  abgezogen worden.

In Fig. 30 und 31 ist der gemessene, mit dem Nennübertragungsverhältnis  $\ddot{u}_0 = 1130$  reduzierte Amplitudengang  $A(f)/\ddot{u}_0$  und die Phasenverschiebung der Messanordnung aufgezeichnet. Die Grenzfrequenz beträgt somit  $f_g = 8$  MHz.

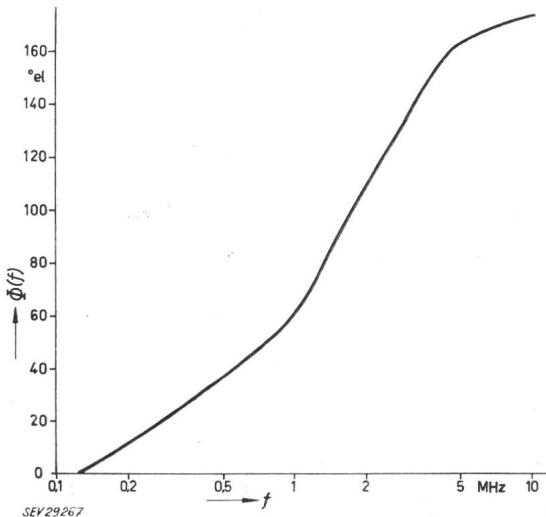


Fig. 31

Phasenverschiebung der 0,6-MV-Messanordnung  
 $\Phi(f)$  Phasenverschiebung;  $f$  Frequenz

Die Berechnung der Übertragungsfehler nach Gl. (45) bzw. (46) unter Berücksichtigung der Korrektur  $K$  ist in den Tabellen IV und V durchgeführt worden.

Die in Tabelle IV und V berechneten Übertragungsfehler sind in Fig. 27 eingezeichnet worden. Die Übereinstimmung mit den aus der Rechteckstossantwort erhaltenen Fehlern ist sehr gut, womit die Eignung des unter 1.2 abgeleiteten Frequenzgangverfahrens bestätigt worden ist.

Berechnung des Übertragungsfehlers für einen nach 1,0 und 0,5  $\mu$ s abgeschnittenen Steilstoss nach den Gl. (45) und (46)

Tabelle IV

| $n$  | Frequenz $f$<br>MHz | $A'(f)$ | $\Phi(f)$ | $\cos \Phi$ | $\Delta \ddot{u} = \frac{4}{(2n+1)^2 \pi^2} [1 - A'(f) \cos \Phi]$<br>% |
|--|---------------------|---------|-----------|-------------|---|
| 0  | 0,5                 | 0,93    | 35,7      | 0,805       | 10,10   |
| 1  | 1,5                 | 0,62    | 89,0      | 0,023       | 4,4   |
| 2  | 2,5                 | 0,40    | 123,0     | - 0,545     | 1,97  |
| 3  | 3,5                 | 0,29    | 146,0     | - 0,829     | 1,02  |
| 4  | 4,5                 | 0,21    | 161,0     | - 0,946     | 0,60  |
| 5  | 5,5                 | 0,14    | 166,0     | - 0,97      | 0,38  |
| 6  | 6,5                 | 0,11    | 168,5     | - 0,98      | 0,27  |
| 7  | 7,5                 | 0,03    | 171,0     | - 0,988     | 0,19  |
| Korrektur $K$ (nach Gl. 51):   |                     |         |           |             |   |
| Übertragungsfehler für $t = 1,0 \mu$ s: $\Delta \ddot{u} = 20,30\%$                                      |                     |         |           |             |   |
| Übertragungsfehler für $t' = 0,5 t = 0,5 \mu$ s bei Zerlegung nach Gl. (45): $\Delta \ddot{u} = 40,60\%$ |                     |         |           |             |   |
| <sup>1)</sup> gemessene Werte.   |                     |         |           |             |   |

Berechnung des Übertragungsfehlers für einen nach 1,0 und 2,0  $\mu$ s abgeschnittenen Steilstoss nach den Gl. (45) und (46)

Tabelle V

| $n$ | Frequenz $f$<br>MHz | $A'(f)$ | $\Phi(f)$ | $\cos \Phi$ | $\Delta \ddot{u} = \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} [1 - A'(f) \cos \Phi]$<br>% |
|-----|---------------------|---------|-----------|-------------|---|
| 0   | 0,25                | 0,97    | 15,0      | 0,966       | 5,2   |
| 1   | 0,75                | 0,88    | 49,5      | 0,649       | 3,87  |
| 2   | 1,25                | 0,72    | 75,0      | 0,259       | 2,64  |
| 3   | 1,75                | 0,53    | 98,0      | - 0,139     | 1,76  |
| 4   | 2,25                | 0,43    | 115,0     | - 0,423     | 1,18  |
| 5   | 2,75                | 0,365   | 130,0     | - 0,643     | 0,82  |
| 6   | 3,25                | 0,325   | 141,0     | - 0,777     | 0,61  |
| 7   | 3,75                | 0,27    | 151,0     | - 0,875     | 0,45  |
| 8   | 4,25                | 0,235   | 157,0     | - 0,92      | 0,34  |
| 9   | 4,75                | 0,19    | 162,0     | - 0,95      | 0,27  |
| 10  | 5,25                | 0,15    | 165,0     | - 0,966     | 0,21  |

Korrektur  $K$  nach [Gl. (48)]: 2,3

Übertragungsfehler für  $t = 1,0 \mu$ s:  $\Delta \ddot{u} = 19,7\%$

Übertragungsfehler für  $t = 2 t'' = 2,0 \mu$ s bei Zerlegung nach Gl. (46):  $\Delta \ddot{u} = 9,85\%$

<sup>1)</sup> gemessene Werte.

## 2.2.2 Beispiel

Zuletzt soll noch die Rechteckstossantwort der Messanordnung aus dem Amplitudengang  $1/\ddot{u}$  [ $A'(f)$ ] und der Phasenverschiebung  $\Phi(f)$  abgeleitet werden. Den Verlauf von  $\text{Re}(2\pi f)$  nach Gl. (54) be-

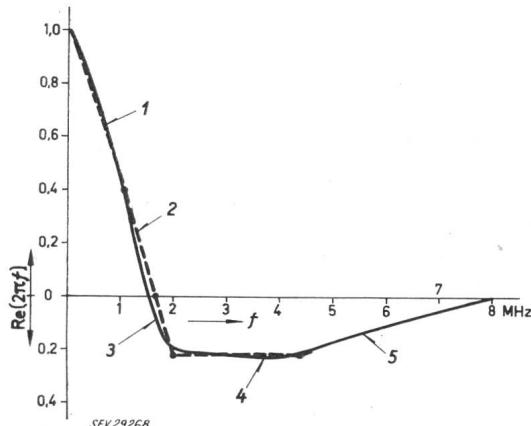


Fig. 32  
Ableitung der Rechteckstossantwort aus dem Frequenzgang der Messanordnung

$\text{Re}(2\pi f)$  reelle Komponente der Spektralfunktion;  $f$  Frequenz; 1...5 Approximierung durch Gerade

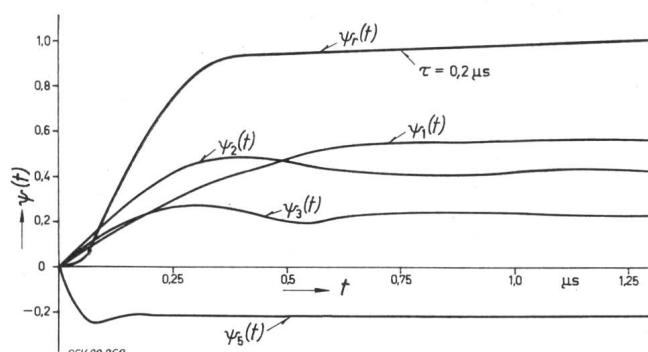


Fig. 33  
Ableitung der Rechteckstossantwort aus dem Frequenzgang der Messanordnung

$\psi_1(t) \dots \psi_5(t)$  Teil-Rechteckstossantworten;  $\psi_r(t)$  resultierende Rechteckstossantwort;  $\tau$  Zeitkonstante der Rechteckstossantwort;  $t$  Zeit

rechnet, zeigt Fig. 32; er ist durch 5 Geraden 1...5 approximiert. Die nach Gl. (61) berechneten Teil-Rechteckstossantworten und die resultierende Rechteckstossantwort sind in Fig. 33 aufgezeichnet.

Die Zeitkonstante der Antwort beträgt  $\tau = 0,2 \mu\text{s}$  und ist somit mit den Zeitkonstanten der in den Fig. 23 und 25 aufgenommenen Rechteckstossantwort identisch.

### 3. Schlussfolgerungen

Der Übertragungsfehler von Messanordnungen bei in der Front abgeschnittenen Steilstößen kann nach zwei Verfahren bestimmt werden: Durch die Eichung der Messanordnung mit Rechteckstoss oder durch Messung des Amplitudenganges und der Phasenverschiebung. Die beiden Verfahren ergeben die gleichen Übertragungsfehler und können zur gegenseitigen Kontrolle verwendet werden. Schliesslich kann die Rechteckstossantwort aus dem Frequenzgang abgeleitet und mit der unmittelbar aufgenommenen Antwort verglichen werden.

Für die Praxis ist das Rechteckstossverfahren wegen seiner Einfachheit und dem geringen Zeitaufwand der Frequenzgangmessung vorzuziehen. Dagegen ergibt die zweite Methode einen tieferen Einblick in die Eigenschaften der Messanordnung und behält für grundlegende Eichungen von Messanordnungen ihre Bedeutung.

### Literatur

- [1] Elsner, R.: Die Messung steiler Hochspannungsstöße mittels Spannungsteiler. Arch. Elektrotechn. Bd. 33(1939), Nr. 1, S. 23...40.
- [2] Howard, P. R.: Errors in Recording Surge Voltages. Proc. IEE Bd. 99(1952), Part 2, Nr. 70, S. 371...383.
- [3] Goossens, R. F. und P. G. Provoost: Fehlerquellen bei der Registrierung hoher Stoßspannungen mit dem Kathodenstrahl-Oszilloskop. Ein neuer Hochspannungs-Messwiderstand. Bull. SEV Bd. 37(1946), Nr. 7, S. 175...184.
- [4] Müller, C. J. und J. F. Wittibschlager: Measurements of Steep-Front Impulse Waves with an Isolated Screen Room Installation. Trans. AIEE Bd. 77(1958), Part 1, Commun. & Electronics, Nr. 37, S. 262...271.
- [5] Park, J. H.: Surge Measurement Errors Introduced by Co-axial Cables. Trans. AIEE Bd. 77(1958), Part 1, Commun. & Electronics, Nr. 37, S. 343...350.
- [6] Böckman, M. und N. Hytén-Cavallius: Errors in Measuring Surge Voltage by Oscillograph in «Technical Achievements of Asea Research». Västerås: Asea 1946. S. 7...21.
- [7] Ašner, A.: Neue Erkenntnisse über die Messung sehr hoher, rasch veränderlicher Stoßspannungen mittels Spannungsteiler. Diss. ETH 2975 - 1960.
- [8] Özkaya, M.: Über Messfehler bei der Stoßspannungsmessung mit Spannungsteiler und Oszilloskop. Techn. Ber. Nr. 186 der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen e.V.: hg. v. Vorstand am 30. Juni 1958. Berlin-Steglitz und Ruit über Esslingen/N: 1958.
- [9] Wagner, K. W.: Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation nebst Anwendungen in Physik und Technik. 2. Aufl. Leipzig: Barth 1950.
- [10] Creed, F. C.: La mesure des ondes de choc coupées sur le front. Conférence Internationale des Grands Réseaux Électriques (CIGRE), 17. Session, 1958, Bd. 3, Rapp. 320.

### Adresse der Autoren:

Prof. Dr. sc. techn. K. Berger, Hochspannungslaboratorium der ETH, Gloriastrasse 35, Zürich 6, und  
Dr. sc. techn. A. Ašner, rue de la Servette 73/II, Genève.

## Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

### Aufgaben der Elektroindustrie in der Sowjetunion

338 : 621.312(47)

[Nach N. I. Borissenko: Über die Aufgaben der elektrotechnischen Industrie. Elektritschestwo, Bd. -(1960), Nr. 1, S. 1...5]

Der Wirtschaftsplan für 1959...1965 sieht eine Energierzeugung von 500...520 TWh<sup>1</sup>) im Jahre 1965 vor. Bis dahin soll die Gesamtproduktion der Elektroindustrie gegenüber 1958 fast verdreifacht werden, während für die Maschinenindustrie vergleichsweise eine 1,8fache Steigerung vorgesehen ist. Dieses Ziel soll durch weitgehende Automation, sowie durch eine Spezialisierung der Fabriken erreicht werden. Gleichzeitig wird die Erhöhung des technischen Niveaus, die Aufnahme neuer Produktionszweige, die Anwendung neuester Errungenschaften der Wissenschaft und Technik, sowie die Hebung der Lebensdauer und der Betriebssicherheit der Erzeugnisse gefordert. Den Fragen der Wirtschaftlichkeit, der Vereinheitlichung und der Normung soll mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Die technischen Tendenzen sind im Rahmen des laufenden 7-Jahre-Planes für die einzelnen Erzeugnisgruppen durch folgende Forderungen gekennzeichnet:

#### Bau von Turbo- und Wasserkraft-Generatoren

Anwendung optimaler Kühlmittel, Verbesserung der dielektrischen Festigkeit der Isolationen und Abkehr von der Glimmer-Asphalt-Isolation. Entwicklung von Einheiten von 300...500 MW, insbesonders für Freiluftbetrieb.

#### Elektromaschinenbau

Anwendung synthetischer Isolationen, Erhöhung der mechanischen und dielektrischen Festigkeit sowie der Betriebsicherheit bei Verminderung der Abmessungen. Einführung neuer Erregungssysteme für Synchronmaschinen (automatische Spannungsregelung mit Hilfe von Halbleitern und Transistoren). Bau gekapselter Motoren. Erweiterung des unteren Bereichs der Motoren-Reihe 10 kV (600...700 kW). Prüfung

der wirtschaftlichen Zweckmässigkeit einer Spannung von 660 V.

#### Transformatorenbau

Verwendung verlustärmer Bleche hoher Permeabilität. Vermehrung der Typen für Regelung unter Last. Anwendung von Kabelanschlüssen. Bau von Typen für 500 kV in Einheiten von 360 MVA und darüber. Bau von Blockstationen bis zu 30 MVA und bis 220 kV. Entwicklung einer Typenreihe mobiler Bergwerksstationen bis zu 320 kVA und bis 10 kV. Weitere Typenreihen für Elektrowärme, Lokomotiven und Umformerstationen. Aluminium als Leitermaterial erhält erstrangige Bedeutung. Schaffung einheitlicher Hochspannungsdurchführungen, genormter Kühlleinrichtungen, Ummwälzpumpen usw. für den Transformatorenbau.

#### Hochspannungsgeräte

Neue vereinheitlichte Typenreihen für Hochspannungsschalter, Überspannungsableiter, Reaktanzspulen, Messwandler usw. Abgrenzung der Anwendungsgebiete für Ölschalter, ölige Schalter und Druckluftschalter. Entwicklung von Blockstationen für eine Verteilspannung von 35 kV. Schaffung einer Typenreihe von Sammelschienen-Durchführungen für Hochspannung.

#### Statische Umformer

Entwicklung von Umformer-Aggregaten mit Quecksilber- oder Halbleiter-Ventilen und mechanischen Gleichrichtern für die metallurgische und chemische Industrie, die Elektrotraktion usw.

#### Elektrotraktion und Einrichtungen für Lokomotiven

Entwicklung elektrischer Fernverkehrs-Wechselstrom-Lokomotiven bis zu 4200 und 5600 kW mit Halbleiter-Gleichrichtern, ferner Industrie-Lokomotiven für Wechselstrom und mit eigener Kraftquelle. Bau neuer elektrischer Einrichtungen für Bergwerk-Lokomotiven, thermische Lokomotiven von 2200 kW (3000 PS), Rangier-Lokomotiven usw.

#### Elektrowärme- und Elektroschweiß-Einrichtungen

Weitgehende Automatisierung aller Einrichtungen.

<sup>1</sup> 1 TWh (Terawattstunde) = 10<sup>9</sup> kWh.