**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 48 (1957)

**Heft:** 11

**Artikel:** Einsatz der Rechenautomaten in der Technik

**Autor:** Stiefel, E.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-1060606

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 07.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

# Einsatz der Rechenautomaten in der Technik

Von *E. Stiefel*, Zürich
(Mitgeteilt aus dem Institut für angewandte Mathematik der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich)

681.14-523.8 : 62

*Es wird die steigende Bedeutung der Anwendung mathematischer Methoden in der Technik infolge des Einsatzes von Rechenautomaten geschildert. Nach dieser Einführung in die Grundlagen des programmgesteuerten Rechnens wird der neue elektronische Rechenautomat der Eidgenössischen Technischen Hochschule kurz beschrieben und die seinem Bau zugrunde liegende Idee auseinandergesetzt. Der letzte Teil des Aufsatzes gibt eine Übersicht über die Gebiete der Technik, in welchen sich der Einsatz von Automaten lohnt, belegt mit Beispielen und Erfahrungen aus dem Institut für angewandte Mathematik der ETH.*

*L'auteur montre l'importance croissante de l'application de méthodes mathématiques dans la technique par suite de l'emploi d'automates à calculer. Après cette introduction dans les principes du calcul selon un programme déterminé et commandé par celui-ci, le nouvel automate à calculer électronique de l'EPF est brièvement décrit et l'idée qui a présidé à sa construction est analysée. La dernière partie de l'article donne une vue d'ensemble des domaines de la technique où l'emploi d'automates est indiqué du point de vue économique, avec exemples à l'appui et expériences faites à l'Institut des mathématiques appliquées de l'EPF.*

## 1. Einleitung

«The next ten years will be characterized by an unprecedented mathematization not only of engineering but also of essentially managerial functions such as the running of our plants.»

Dieses Geleitwort zu unserem Thema entstammt einem Bericht des National Research council der USA über die Ausbildungsziele in angewandter Mathematik. Wie dort weiter auseinandergesetzt wird, ist die prophezeite Mathematisierung hauptsächlich zurückzuführen auf eine starke Zunahme der Kraft und Vielfalt mathematischer Theorien, auf die Notwendigkeit der abklärenden mathematischen Analyse angesichts der zunehmenden Forderungen an die Leistungsfähigkeit und Präzision technischer Konstruktionen und endlich auf die Automatisierung des Rechnens, welche ja die Automation in Technik und Industrie überhaupt ausgelöst hat.

Es soll im folgenden versucht werden, diese Erscheinung in ihren Beziehungen zur Technik zu schildern und damit zwei Ziele zu erreichen. Erstens nämlich die Überzeugung hervorzubringen, dass die mathematische Analyse heute weit mehr als früher unentbehrliches Hilfsmittel technischer Planung ist, hauptsächlich deshalb, weil durch den Einsatz von Automaten auch feinere mathematische Methoden schnell zu praktischen Ergebnissen führen können. Zweitens müssen Vorurteile berichtigt werden. Ein Rechenautomat ist nämlich nicht einfach eine elektronische Rechenmaschine, die dasselbe (nur schneller) leistet wie eine Tischrechenmaschine und deren Bedienung in einigen Stunden erlernbar ist; ein Automat hat weitergehende Fähigkeiten. Ferner ist die Vorbereitung eines technischen Problems zum automatischen Rechnen von der Übersetzung in mathematische Termini über die Entwicklung geeigneter numerischer Methoden bis zur Aufstellung einer dem Automaten verständlichen Befehlsfolge eine schwierige und wissenschaftliche Kompetenz erfordernde Arbeit. Das scheinbare Paradoxon, dass der Automat trotz grösserer Leistungsfähigkeit mehr mathematische Arbeit durch besser geschultes Personal verlangt als früher, löst sich dadurch auf, dass eben jede Maschine sofort an der oberen Grenze ihrer Möglichkeiten eingesetzt wird. Man will eben mit dem Automaten technische Probleme durchrechnen, an deren Behandlung man früher infolge des prohibitiven Zeitaufwandes nie hätte denken können. Man braucht daher mehr Mathematiker und weniger Rechner.

Es scheint überhaupt die einschneidenste Konsequenz jeder Automation zu sein, dass das Personal breitere Kenntnisse und höhere Ausbildung bekommen muss.

## 2. Das automatische Rechnen

Eine bei technischen Untersuchungen immer wiederkehrende Aufgabe ist die Auswertung mathematischer Formeln für viele Werte der auftretenden Variabeln und Parameter. Fig. 1 zeigt als Beispiel die Auswertung von

$$E(x,y) = 2 - 4 \int_0^1 e^{-xt} \cdot \cos(yt) \cdot t \, dt$$

was eine Funktion der beiden unabhängigen Variabeln $x$, $y$ ist. Die Resultate sind in reliefartiger Darstellung über einem $x$, $y$-Koordinatensystem auf-

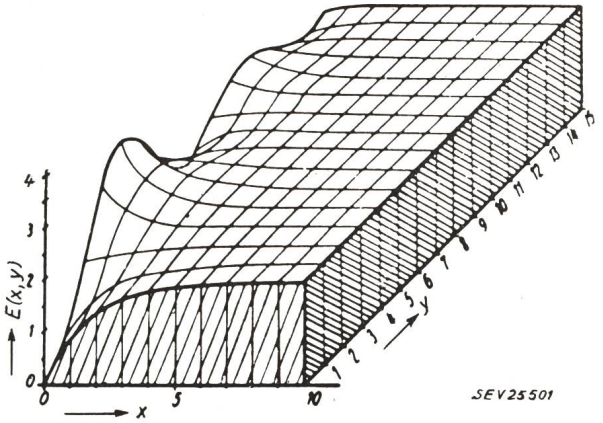


Fig. 1
Auswertung einer Funktion von zwei Variabeln

getragen; man erkennt, dass $x$ zehn Werte und $y$ fünfzehn Werte durchläuft, so dass $E$ im ganzen 150mal ausgewertet werden muss. Dieser repetitive Charakter — den man bei fast allen mathematischen Problemen feststellt — macht das Problem zur Automatisierung geeignet. Unser Wunsch ist, dass der Rechenautomat ohne menschlichen Eingriff eine saubere und übersichtliche Tabelle von

$E(x, y)$ druckt, und wir wollen uns überlegen, welche Fähigkeiten er besitzen muss, um diesen Wunsch zu erfüllen.

Zunächst muss er einen Cosinus ausrechnen können. Leider kann auch die grösste elektronische Rechenmaschine an sich nur elementare Operationen, wie Additionen und Multiplikationen, ausführen. Der Mathematiker muss daher zunächst ein *Rechenprogramm* aufstellen, das den Cosinus auf elementare Operationen zurückführt, etwa

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \frac{t^6}{6!} + \cdots$$

Dieses Programm besteht aus einzelnen *Befehlen* an die Maschine zur Ausführung von Rechenoperationen oder zum Aufbewahren von Zwischenresultaten in ihrem *Speicherwerk* bzw. zum Abrufen von Zahlen aus dem Speicherwerk. Das Speicherwerk einer modernen Maschine kann etwa 10 000 und mehr Zahlen aufnehmen; die einzelnen Plätze in diesem Speicherwerk sollen durchnumeriert und als *Zellen* bezeichnet werden. Es werde angenommen, dass die Zahl $t$ in der Zelle Nr. 1000 und die sukzessiven ganzen Zahlen 1, 2, 3 in den Zellen 0001, 0002, ... gespeichert seien. Dann beginnt das Rechenprogramm nach Tabelle I:

*Rechenprogramm*

Tabelle I

| Befehl Nr. | Befehl | Wirkung |
|---|---|---|
| 1 | Lies Zelle Nr. 1000 ab | Die Zahl $t$ kommt ins Rechenwerk |
| 2 | Mal Inhalt von Zelle Nr. 1000 | $t$ wird mit sich multipliziert, im Rechenwerk steht $t^2$ |
| 3 | Durch Inhalt von Zelle Nr. 0002 | Division durch 2, im Rechenwerk steht $\frac{t^2}{2}$ |
| 4 | Minus Inhalt von Zelle Nr. 0001 | Im Rechenwerk steht $\frac{t^2}{2} - 1$ |
| 5 | Mal (—1) | Vorzeichenwechsel, Ergebnis $1 - \frac{t^2}{2}$ |
| 6 | Speichere in Zelle Nr. 1001 | Speichern von $\left(1 - \frac{t^2}{2}\right)$ als Zwischenresultat |

Hierauf muss $\frac{t^4}{4!}$ gebildet und zum Inhalt der Zelle 1001 (welche die Partialsummen der Reihe enthalten soll) addiert werden usw.

Dieses Programm wird der Maschine vor Beginn der Rechnung mitgeteilt, etwa indem die einzelnen Befehle durch einen Fernschreiber in aufeinanderfolgende Zellen des Speicherwerks eingegeben werden. Während der Rechnung tastet dann der Automat die einzelnen Befehle in seinem Speicherwerk ab und führt sie aus.

Zu diesem Cosinus-Programm tritt nun ein ähnliches Programm zur Berechnung der Exponentialfunktion. Beide Programme sind als *Unterprogramme* in das *Hauptprogramm* einzufügen, das die Berechnung des Integrals kommandiert und eine der einfacheren Regeln der numerischen Integration — etwa die Simpsonsche Regel — enthält. Rechnet man pro Integral 10 Schritte, so muss also die Cosinus-Funktion 1500mal berechnet werden, das heisst, das Cosinus-Unterprogramm läuft 1500mal ab. Diese Grössenordnung zeigt, wie gut sich schon die einfachsten mathematischen Aufgaben zur Automatisierung eignen.

Die Organisation in Haupt- und Unterprogramme gestattet ein äusserst flexibles Arbeiten mit einem Automaten, weil selbstverständlich häufig auftretende Unterprogramme in einem mathematischen Institut ein für alle Mal bereitgestellt werden.

In diesem Zusammenhang ist noch besonders der *konditionierte Sprungbefehl* zu erwähnen, welcher dem Rechenautomaten direkt eine begrenzte Willensfreiheit einräumt. Es mögen etwa die Befehle eines Rechenprogramms in den Zellen 0001 bis 1000 des Speicherwerks aufbewahrt sein. Man kann dann der Maschine den Befehl geben:

> «Springe auf den Befehl in Zelle Nr. 0100, falls die gerade im Rechenwerk stehende Zahl positiv ist.»

Die Maschine unterbricht dann das fortlaufende Abtasten der Befehle und führt als nächsten Befehl den in der Zelle 0100 stehenden aus.

Ein Beispiel zur Anwendung: Das Rechenprogramm sei etwa derart, dass bei Ausführung des Befehls aus Zelle Nr. 0198 ein wichtiges Zwischenresultat $x$ entsteht, das nachgeprüft werden soll, indem es auf zwei verschiedene Arten berechnet wird. Die Ergebnisse seien $x_1$ und $x_2$. Durch den Befehl 0199 bildet man die Grösse

$$|x_1 - x_2| - \varepsilon$$

wobei $\varepsilon$ eine Toleranz (etwa 5 Einheiten der letzten Stelle) bedeutet. In Zelle 0200 gibt man den obigen konditionierten Sprungbefehl. Ist nun die Differenz $|x_1 - x_2|$ der beiden Rechenresultate kleiner als die Toleranz, also $|x_1 - x_2| - \varepsilon$ negativ, so wird der Sprung nicht ausgeführt und die Rechnung geht ungehindert weiter. Andernfalls aber springt die Maschine auf den Befehl 0100, d. h. auf eine frühere Stelle des Programms und rechnet es von da an noch einmal durch.

Der Automat kontrolliert sich also selbst und stellt sich selbst eine Strafaufgabe, falls er nicht gut gearbeitet hat.

Konditionierte Sprünge werden hauptsächlich verwendet, um Unterprogramme in ein Hauptprogramm einzubauen und besonders dann, wenn das Unterprogramm eine Grösse *iterativ* berechnet, also so oft abgewickelt werden muss, bis die Genauigkeit der gesuchten Grösse eine gegebene Toleranz unterschreitet.

Es wurden hier absichtlich einige Feinheiten der *Programmierung* kurz auseinandergesetzt, einerseits um zu zeigen, welche weitgehende Möglichkeiten ein gut organisierter Automat bietet und anderseits um deutlich zu machen, dass die Aufstellung eines Programms unter Beachtung aller Verzweigungen des Rechenganges und aller Kontrollen eine Tätigkeit ist, die spezielle Kenntnisse und mitunter erheblichen Zeitaufwand bedeutet. Bei manchen Problemen ist die eigentliche Rechenzeit verschwindend gegenüber der Vorbereitungszeit.

### 3. Erfahrungen, Grundlagen für die ERMETH

Nichts ist unsachlicher, als einen Rechenautomaten nur nach der Geschwindigkeit beurteilen zu wollen, mit der er etwa eine Addition ausführt. Unsere Erfahrungen seit 1950 im automatischen Rechnen zeigen vielmehr, dass Einfachheit und Klarheit der Bedienung und vor allem einfache Programmierbarkeit oft viel wichtiger ist. Ein europäisches Recheninstitut muss meistens mit einem kleinen Stab von Sachbearbeitern eine Vielfalt von Problemen bearbeiten und steht dann oft vor der unangenehmen Situation, dass der Automat mit seiner Arbeit viel schneller fertig ist, als die Mitarbeiter mit der ihrigen. Als daher unser Institut im Jahre 1953 den Entschluss fasste, einen neuen Automaten *Ermeth* (elektronische Rechenmaschine der ETH) zu bauen, war das erste Postulat, dass dieses Gerät so einfach und übersichtlich organisiert werden sollte, dass die Mühen der Programmierung auf das Mindestmass herabgedrückt werden. Ausserdem hat Prof. *Rutishauser* in die Maschine bereits die logischen Grundlagen der von ihm und anderen entwickelten *automatischen Programmierung* gelegt. Das Endziel dieser bedeutsamen Entwicklungen besteht darin, dass die Maschine ihr Programm selbst berechnet, ausgehend von den mathematischen Formeln, die auf Lochkarten geschrieben sind. Als zweites Postulat wurde möglichste Betriebssicherheit verlangt. Beide Wünsche haben zahlreiche technische Einzelmassnahmen bewirkt, von denen nur die folgenden hier erwähnt seien.

Die Maschine benützt ausschliesslich das Dezimalsystem, das für Funktionskontrollen so unangenehme Dualsystem ist streng vermieden. Im Gegensatz zu Tischrechenmaschinen wird eine mathematische Grösse $x$ nicht einfach als Folge von Ziffern dargestellt, sondern in der Form

$$x = a \cdot 10^b$$

also durch Mantisse $a$ und Exponent $b$. Dieses Rechnen mit «gleitendem Komma» vermeidet den schweren Nachteil, dass während einer Rechnung Grössenordnungen entstehen, welche der Automat nicht mehr bearbeiten kann. (Wird auf einer Tischrechenmaschine fortlaufend und lange Zeit addiert, so entsteht einmal links aussen eine Dezimale, die in der Maschine nicht mehr vorhanden ist.) Das Institut war so glücklich, in *Stock* und *Läuchli* Mitarbeiter zu finden, die sehr erfolgreich die damals noch neuartigen elektronischen Schaltungen für das Rechnen mit gleitendem Komma und für das Kommandowerk entworfen haben.

Die Maschine sollte nur *einen* Speicher mit grossem Fassungsvermögen besitzen, da sich die bei vielen modernen Maschinen gewählte Lösung des zusätzlichen Schnellspeichers (der wenig Zahlen fasst, sie aber in sehr kurzer Zeit liefern kann) Umständlichkeiten beim Programmieren bewirkt. Die durch den Verzicht auf den Schnellspeicher entstandenen hohen technischen Anforderungen an das Speicherwerk haben die Konstrukteure *Schlaeppi* (Elektronik) und *de Fries* (Bau der Speichertrommel) vor schwierige technologische Aufgaben gestellt.

Die Jahre 1953—1955 waren der Planung und den Grundlagenentwicklungen unter der technischen Leitung von *A. Speiser* gewidmet; 1956 leitete *Schai* den definitiven Aufbau und die Durchprüfung.

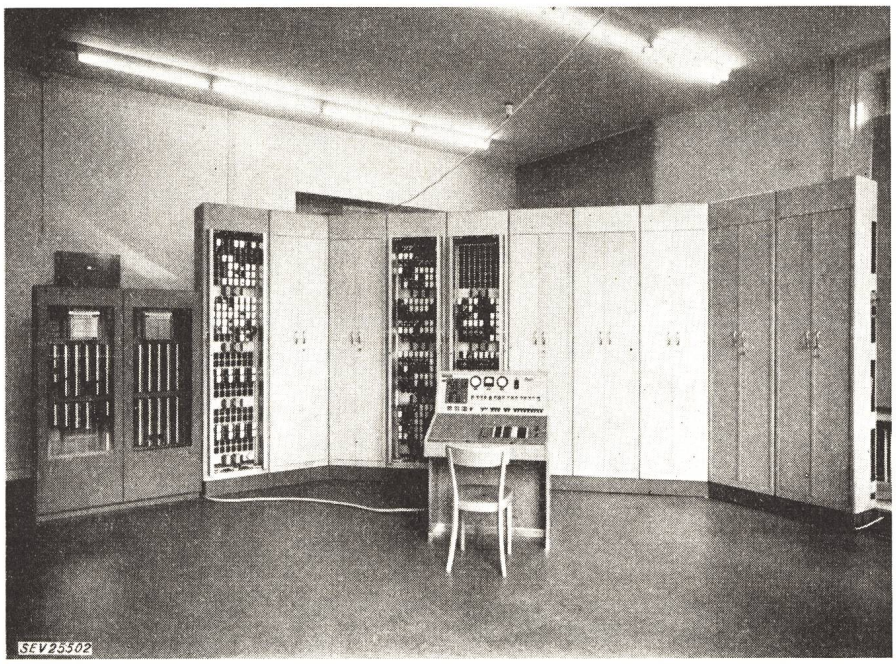


Fig. 2
Gesamtansicht der ERMETH

Die Maschine hat nun in dreimonatigem und häufig 24stündigem Betrieb ihre Feuerprobe bestanden. Fig. 2 zeigt die Schränke des elektronischen Rechen- und Kommandowerks, das Bedienungspult und links den Relaisteil, der mit Kreuzwählern der Firma Gfeller (Bümpliz) ausgerüstet

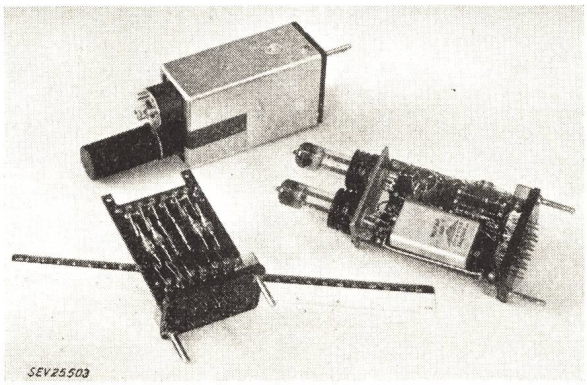


Fig. 3
Steckbare Einheiten

ist und hauptsächlich zur Steuerung der elektrischen Schreibmaschine (Drucken von Resultaten) und der Lochkartenanlagen dient. Die ganze Elektronik besteht aus steckbaren und leicht auswechselbaren Einheiten (Fig. 3), entwickelt von der

Fig. 4
**Speicherwerk (Magnettrommel)**

Firma Hasler, Bern, die auch alle Verdrahtungsarbeiten ausgeführt hat. Das Speicherwerk ist eine mit 6000 U./min rotierende Trommel (Fig. 4, Bau Firma Wittwer, Männedorf), die mit einer ferromagnetischen Schicht belegt ist, auf welche in den Mantel (Fig. 5) gesteckte Schreibköpfe die Zahlen der Rechnung als Serien magnetischer Dipole aufzeichnen.

Besondere Aufmerksamkeit wurde auch dem automatischen Drucken der Resultate geschenkt. Die *Ermeth* ist in der Lage, Tabellen in jeder gewünschten Anordnung und Stellenzahl zu schreiben, so dass sie gegebenenfalls photokopiert werden können und nicht für den Druck gesetzt werden müssen, was oft zu Fehlern führt. Fig. 6 ist das Faksimile einer von der Maschine errechneten und geschriebenen Logarithmentafel. Die Maschine hat sogar die Sterne, die das Umschlagen einer Mantissenziffer anzeigen, automatisch eingesetzt! Es sei noch bemerkt, dass das elektronische Berechnen eines Logarithmus bedeutend weniger Zeit braucht, als sein Niederschreiben auf der normalen automatisch gesteuerten Schreibmaschine, die in diesem Beispiel verwendet wurde.

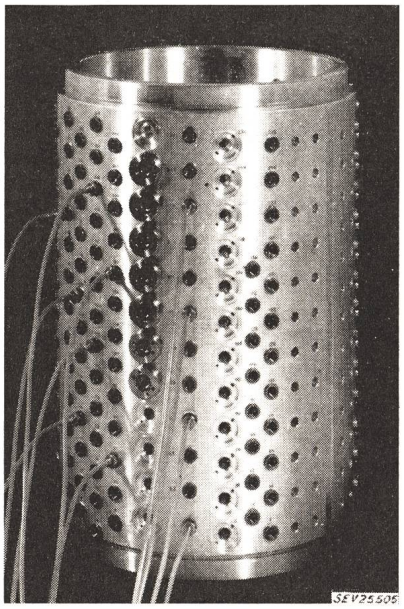


Fig. 5
**Mantel der Trommel**

Der Automat steht nun den wissenschaftlichen Instituten der ETH und auch der schweizerischen Industrie zur Verfügung. Die oben erwähnten Postulate sind nicht zuletzt dem Wunsch entsprungen, dass diese Interessenten einfachere Probleme durch eigenes Personal vorbereiten und programmieren lassen, um die Mitarbeiter des Instituts zu entlasten. Schliesslich ist derjenige, der im Zuge technischer Entwicklung und in Kenntnis aller physikalischen Grundlagen ein mathematisches Problem stellt, doch der geeignetste Mann, es nach Rücksprache mit Mathematikern auch zu lösen und die Resultate zu bearbeiten. So sehen wir in unserem Institut lieber Gäste als schriftliche Aufträge. Dass die gestellten Postulate wenigstens teilweise verwirklicht worden sind, wird durch die dauernde Anwesenheit von Gästen bewiesen. Um all dies zu erleichtern, geben wir seit mehreren Jahren allgemein zugängliche Kurse in angewandter Mathematik, Numerik und im Programmieren, verbunden mit Praktikum am Automaten.

| | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 000 | 00000 | 04343 | 08685 | 13027 | 17368 | 21709 | 26050 | 30390 | 34730 | 39069 |
| 1001 | | 43408 | 47746 | 52084 | 56422 | 00759 | 65095 | 69432 | 73767 | 78103 | 82438 |
| 1002 | | 86772 | 91106 | 95440 | 99773 | ·04106 | ·08438 | ·12770 | ·17101 | ·21433 | ·25763 |
| 1003 | 001 | 30093 | 34423 | 38752 | 43081 | 47410 | 51738 | 56065 | 60392 | 64719 | 69045 |
| 1004 | | 73371 | 77697 | 82022 | 86346 | 90670 | 04994 | 99317 | ·03640 | ·07963 | ·12285 |
| 1005 | 002 | 16606 | 20927 | 25248 | 29568 | 33888 | 38207 | 42526 | 46845 | 51163 | 55481 |
| 1006 | | 59798 | 64115 | 68431 | 72747 | 77063 | 81378 | 85693 | 90007 | 94321 | 98634 |
| 1007 | 003 | 02947 | 07260 | 11572 | 15883 | 20195 | 24505 | 28816 | 33126 | 37435 | 41745 |
| 1008 | | 46053 | 50361 | 54669 | 58977 | 63284 | 67590 | 71896 | 76202 | 80507 | 84812 |
| 1009 | | 89117 | 93421 | 97724 | ·02027 | ·06330 | ·10632 | ·14934 | ·19236 | ·23537 | ·27837 |

SEV25506

Fig. 6
**Automatisch berechnete und gedruckte Logarithmentafel**

Das Ausland steht vor ähnlichen Problemen. Deutschland besitzt etwa 7 Rechenzentren, die mit Automaten ausgerüstet werden. Es schenkt durch spezielle Kommissionen der Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik der Entwicklung und Vereinheitlichung des Programmierens sowie der Ausbildung des Nachwuchses und der Einführung des automatischen Rechnens in Forschung und Industrie die grösste und für uns vorbildliche Aufmerksamkeit.

Die einsetzende Nachfrage hat Firmen der Rechenmaschinenbranche wie die International Business Machines Corporation und Remington (Sperry Rand) veranlasst, eigene Recheninstitute zu gründen und mit ihren Automaten auszurüsten.

## 4. Die Anwendungen in der Technik

Wegen der ungeheuern Vielfalt der Anwendungsmöglichkeiten scheint hier eine Einteilung nach mathematischen Gesichtspunkten das Beste.

### *a) Auswertung expliziter Formeln* (Tabellierung)

Wir benützten eingangs ein solches Beispiel zur Erklärung des automatischen Rechnens. Genau wie dort die Cosinus-Funktion wird natürlich auch jede höhere mathematische Funktion vom Automaten beherrscht. Wenn also zum Beispiel bei einem Ausbreitungsvorgang in einem zylindrischen Rohr in der Lösung Besselfunktionen auftreten, so ist dies für den Automaten auch nicht schwieriger als wenn nur trigonometrische Ausdrücke in der Lösung stehen würden.

Engmaschige Tabellen, die den Einfluss von Dimensionierungs- und anderen Parametern schnell überblicken lassen, geben dem Techniker eine sichere Grundlage seiner Dispositionen. Unsere Automaten arbeiten seit 1950 häufig an solchen Tabellen, wobei infolge der Einfachheit der mathematischen Struktur der Auftraggeber gewöhnlich selbst programmieren kann.

Das Institut für Aerodynamik der ETH hat zum Beispiel neulich Tabellen zur Beurteilung technischer Diffusoren (Kanäle mit zunehmendem Strömungsquerschnitt) rechnen lassen, wie sie etwa als Saugrohre bei Wasserturbinen verwendet werden. Auch die Ausführung von harmonischen Analysen kann zu diesem Problemkreis gerechnet werden.

### *b) Gleichungsauflösung*

Nicht alle Probleme haben einen derart expliziten Charakter. Während der klassisch geschulte Ingenieur im allgemeinen die Tendenz hat, alles zu Berechnende durch eine explizite und mit einigen Rechenschieberzügen auswertbare Formel darzustellen, bevorzugt der am Automaten arbeitende Mathematiker Prozesse *sukzessiver Approximation*, die den Talenten der Maschine besser angepasst sind. (Da jeder Annäherungsschritt denselben Rechengang benützt, entsteht eben die repetitive Situation des einfachen, oft ablaufenden Programms.) Der Ingenieur muss hier etwas guten Willen zeigen, umzulernen und durch Diskussion mit dem Mathematiker das Beste aus der Sache zu machen.

Bereits das Auflösen eines Systems *linearer Gleichungen* wird mitunter nach sukzessiver Approximation disponiert, obwohl der Gaußsche Algorithmus einen expliziten Lösungsweg liefern würde. Diese Gleichungsauflösung ist auch ein Massenartikel jedes Recheninstituts und Systeme von 100 und mehr Unbekannten sind keine Seltenheit. Die Statik der unbestimmten Systeme und alle technischen Wissenschaften, die mit *Ausgleichsrechnung* etwas zu tun haben, sind die Hauptkunden. Aber auch die Berechnung von Gleich- und Wechselstromnetzen im stationären Zustand gehört hierher.

Ein Schritt schwieriger ist das Auflösen von *Gleichungen höheren Grades*. Ein Automat kann jedoch, nach Eintasten der Koeffizienten der Gleichung, die Wurzeln ohne menschliches Zutun berechnen. In der Technik treten solche Gleichungen häufig als Frequenzgleichungen bei Schwingungsproblemen auf; eine deutsche Firma hat uns viele Gleichungen 12. Grades auflösen lassen, die zur Berechnung elektrischer Filter dienten.

### *c) Gewöhnliche Differentialgleichungen*

Dies ist das weite Feld der *Servotechnik* und der *Stabilitätsuntersuchungen*. Jede Rückkopplung in einer mechanischen, hydraulischen oder elektrischen Anlage bedeutet ja letzten Endes ein System von Differentialgleichungen, das nur in den seltensten Fällen mit klassischen Methoden — etwa mit der Laplace-Transformation — gelöst werden kann. Es bleibt dann nur die numerische Integration, die in ihrer schrittweise vorgehenden Art für den Automaten wie geschaffen ist. Alle *Einschwingvorgänge* in elektrischen Apparaten führen auf dasselbe Problem. Als Kostprobe zeigt Fig. 7 die vollautomatisch

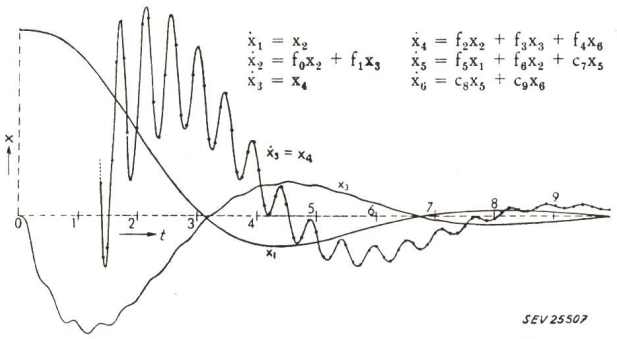


Fig. 7
**Automatische Integration eines Systems von 6 Differentialgleichungen**

gerechnete Lösung eines Systems von 6 simultanen linearen Differentialgleichungen, die zur Diskussion der Stabilität einer automatischen Steuerung gelöst werden mussten. Die Kurven wurden nachher von Hand gezeichnet; viele digitale Automaten besitzen aber heute Zusatzgeräte zum automatischen Aufzeichnen von graphischen Darstellungen.

### *d) Kritische Drehzahlen und Frequenzen*

Die Berechnung der Frequenzen schwingungsfähiger Systeme (Träger im Hochbau, rotierende Wellen im Maschinenbau, elektrische Schwingungen in der Nachrichtentechnik) wird vom Mathe-

matiker als die Bestimmung von *Eigenwerten* bezeichnet. Wir kommen damit in das Gebiet der neueren Entwicklungen in der numerischen Mathematik der letzten Jahrzehnte. Sie und die Automaten haben es möglich gemacht, nun auch höhere Frequenzen sicher und mit vertretbarem Zeitaufwand zu berechnen. In Fig. 8 wurden zum Beispiel 5 kritische Drehzahlen der oben gezeichneten und mehrfach gelagerten Turbinenwelle berechnet und die zugehörigen Formen der Biegeschwingungen der Welle aufgezeichnet. Man beachte, dass jede Eigenschwingung einen Knoten mehr hat als die vorhergehende!

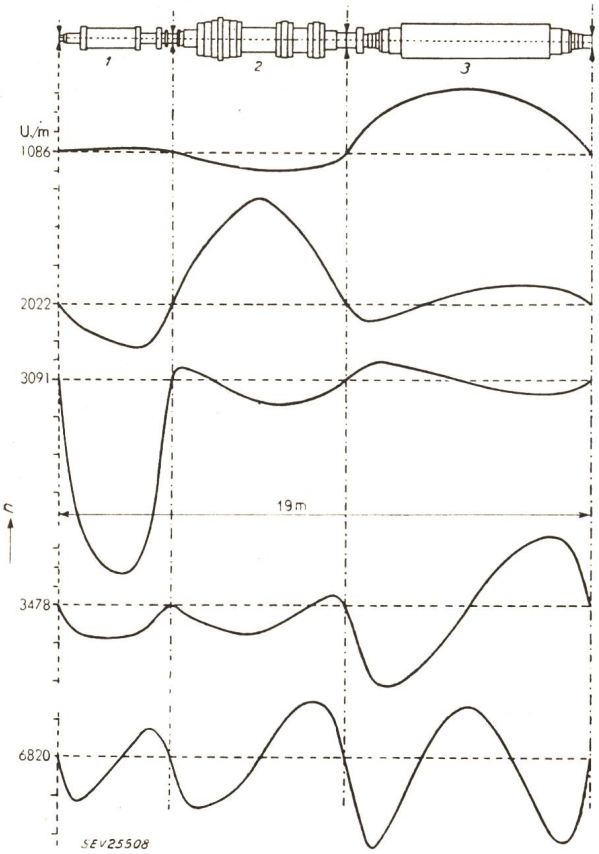


Fig. 8
**Kritische Drehzahlen einer Turbine**
*1* Hochdruckturbine; *2* Niederdruckturbine; *3* Generator

Besonders komplexe Verhältnisse findet man in der Flugzeugstatik, wenn es sich darum handelt, die Frequenzen des Flatterns von Trag- und Leitwerk festzustellen. Alle Flatterrechnungen für das schweizerische Jagdflugzeug P 16 wurden auf unserem Automaten ausgeführt.

### *e) Partielle Differentialgleichungen*

Jeder physikalische Vorgang, der sich in einem ebenen oder räumlichen Gebiet abspielt, wird durch eine partielle Differentialgleichung regiert. Elektrische und magnetische Felder in Maschinen, Diffusionsvorgänge wie Wärmeleitung und Neutronentransport in der Reaktortechnik, Elastizitätsprobleme in Scheiben, Platten und Schalen führen alle auf *Randwertprobleme* bei partiellen Differentialgleichungen. Die automatische Lösung erfolgt so (Fig. 9), dass in das Gebiet ein Netz von Gitterpunkten gelegt wird und dann die physikalischen Zustandsgrössen in jedem Gitterpunkt berechnet werden. Sie sind gewöhnlich durch lineare Gleichungen miteinander verkoppelt. Es ist dann eine amüsante Aufgabe, dem Automaten die geometrische Gestalt des Randes mitzuteilen!

Während man sich früher damit begnügen musste, die einfachsten Differentialgleichungen für die einfachsten Randbedingungen und die einfachsten Gebietsformen zu lösen, scheint nun, durch das Zusammenwirken von Numerik und Automatik die Lösung unter allgemeinen Verhältnissen ein in näherer Zukunft erreichbares Ziel. Natürlich wird eine ganz andere Art Mathematik dies leisten, als die Klassiker wie *Gauss* und *Riemann* wohl angenommen haben.

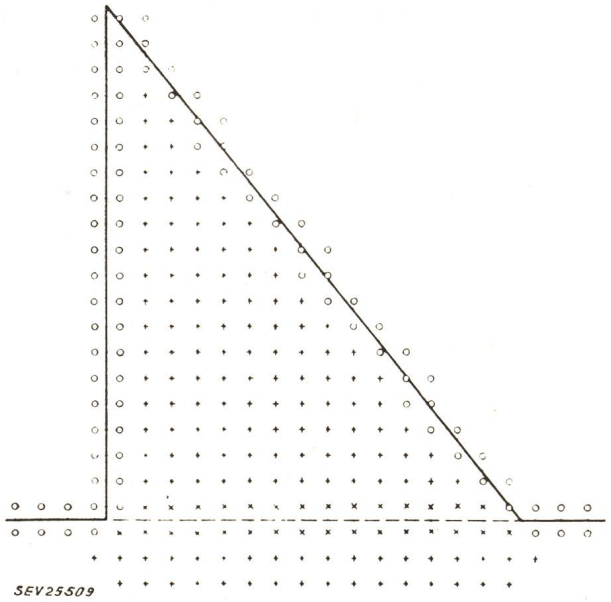


Fig. 9
**Gitter für die Berechnung der Spannungen in einer Staumauer unter Berücksichtigung der elastischen Einbettung in den Baugrund**

Hier steht man jedoch an der Grenze der Leistungsfähigkeit der heutigen Automaten. Wir haben im Institut mehrere zweidimensionale Elastizitätsprobleme behandelt, aber nur die schnellsten Maschinen mit grösster Speicherkapazität sind imstande, das ungeheure Zahlenmaterial zu bewältigen, das in dreidimensionalen Gebieten und bei feinen Netzen auftritt.

### *f) Allgemeines und Rückwirkungen auf die Mathematik*

Der Rand eines elektrisch leitenden Gebiets in der Ebene sei geerdet, während in einem inneren Punkt $P$ eine Elektrode als Quelle konstanter Ergiebigkeit angelegt wird. Es wird sich im Gebiet eine stationäre Stromverteilung einstellen und wir suchen etwa die Stromdichte $i(s)$ am Rand als Funktion der Bogenlänge $s$. Man kann dieses Problem *makrophysikalisch* auffassen; es ergibt sich dann eine Randwertaufgabe bei der Laplaceschen Differentialgleichung, die unter das im vorigen Abschnitt Besprochene fällt.

Man kann das Problem aber auch *mikrophysikalisch* interpretieren. Strömen von Elektrizität heisst Bewegung von Elektronen; wir suchen also die Anzahl Elektronen, die pro Zeiteinheit über eine gegebene Stelle des Randes treten. Statt dessen können wir auch ein einzelnes Elektron betrachten, das vom Punkt $P$ ausläuft und einen vom Zufall diktierten Weg gegen den Rand hin beschreibt. Dann interessieren wir uns für die *Wahrscheinlichkeit*, mit der das Elektron eine gegebene Stelle des Randes erreicht. Nun wird plötzlich die *Statistik* das zuständige mathematische Hilfsmittel und man kann folgendes Modell des Vorgangs benützen: Wir legen in das Gebiet ein quadratisches Gitter, das eine Ecke in $P$ hat. Die vier von einem Gitterpunkt auslaufenden Gitterstrecken seien nach den Himmelsrichtungen bezeichnet und in einer Urne seien vier ebenfalls so bezeichnete Kugeln. Wir ziehen willkürlich eine Kugel und sie zeige etwa «Norden» an. Dann schieben wir einen beweglichen Punkt von $P$ aus auf der nach Norden weisenden Gitterstrecke bis zum nächsten Gitterpunkt. Beim nächsten Zug erwischen wir vielleicht die Kugel «Ost». Dann schieben wir unseren Punkt weiter nach Osten hin bis zum nächsten Gitterpunkt. So erzeugen wir einen *Zufallsweg* und durch die Konstruktion genügend vieler «Zufallswege» können wir unser Problem lösen.

Der ganze Vorgang kann nun leicht durch einen Rechenautomaten nachgespielt werden, indem man im Rechenwerk Zufallszahlen erzeugt. Man kommt so zu einer automatischen Lösung des gestellten Potentialproblems, die jeden Umweg über mathematische Formeln und Gleichungen vermeidet und das Problem direkt an seiner physikalischen Wurzel packt. Viele Leute glauben, dass diese und andere Methoden des *direkten Angriffs* auf ein Problem zukünftig die aussichtsreichsten sein werden. So haben denn neben der Quantenphysik auch die Automaten uns gelehrt, dass viele mathematische Fragen heute im neuen Licht der Statistik angesehen werden müssen und dann oft Schwierigkeiten wegfallen, die rein durch die mathematische Konzeption entstanden sind.

Schliesslich kennt man heute Problemkreise, wo die mathematische Analyse keinen Lösungsweg zeigt und der Automat autonom geworden ist. Sie lassen sich durch den Begriff des *Minimalisierens* kennzeichnen. Wenn zum Beispiel die Herstellungskosten eines industriellen Produkts minimalisiert werden sollen, so bleibt nichts anderes übrig, als den Automaten als *Simultator* der möglichen Fabrikationsvarianten zu benützen und durch systematisches Probieren das Minimum unter allen Parametervariationen zu suchen. Diese und ähnliche Problemstellungen werden im englischen Sprachgebiet als «operational research» und «linear programming» bezeichnet und haben zu einer Sonderart von Automaten (Daten-Verarbeitungsmaschinen) geführt.

All dies darf aber nicht zum Glauben verleiten, man könne grosse Teile der guten alten Mathematik vergessen. Zum Abschluss sei folgendes Detail zur Illustration dieser Behauptung erwähnt. Eine Firma, die Zahnradgetriebe baut, hat uns folgendes Problem vorgelegt: Sie besitzt Zahnräder, deren Übersetzungsverhältnisse ganzzahlig sind und zwischen den Grenzen 36 bis 120 variieren. Man möchte durch zwei Über- und zwei Untersetzungen ein gegebenes Übersetzungsverhältnis $x$ möglichst gut realisieren. Mathematisch heisst dies:

Gesucht sind 4 ganze Zahlen $a$, $b$, $c$, $d$ in den angegebenen Grenzen, so dass

$$\left| x - \frac{a\,b}{c\,d} \right|$$

möglichst klein wird. Die Aufgabe wurde auf dem Automaten gelöst, indem $x$ in einen Kettenbruch entwickelt wurde. Die Lehre von den Kettenbrüchen gehört aber in die reinste aller mathematischen Theorien, nämlich in die Zahlentheorie.

**Adresse des Autors:**
Prof. Dr. *E. Stiefel*, Vorstand des Institutes der ETH für angewandte Mathematik, Drusbergstrasse 15, Zürich 7/53.

# Beleuchtung und Architektur

Von *W. H. Rösch*, Zürich

Nach einem Vortrag, gehalten im Rahmen des Kurses über Licht- und Beleuchtungstechnik am 18. Februar 1957 an der ETH in Zürich

628.974.8

*Ausgehend von geschichtlichen Beispielen für Bauten und Beleuchtungen wird die absichtlich erzielte Wirkung und Stimmung geprüft. Licht- und Schattenverteilung, Glanz, dekorative Elemente und das Mass der Helligkeit, sowie ihre Verteilung und Abstufung im Raum sind die Mittel, aus denen das «Lichtklima» geschaffen wird. Das hohe Mass an Verständnis, das die Architekten für Raumbeleuchtungsfragen und für die Zusammenarbeit mit dem Lichtfachmann mitbringen sollten, wird in den Vordergrund gerückt.*

*L'auteur, se fondant sur les exemples historiques de constructions et d'éclairages, étudie l'effet et l'ambiance obtenus. La répartition de la lumière et de l'ombre, le brillant, les éléments décoratifs, le degré de clarté, comme leur répartition et leur graduation dans l'espace sont les moyens qui permettent de créer le «clima lumineux». L'auteur insiste sur la grande compréhension dont devraient faire preuve les architectes envers les problèmes d'éclairage des locaux et la collaboration avec les éclairagistes.*

Direktor *M. Roesgen* erklärte in seinem Referat über die Grundbegriffe der Beleuchtungstechnik [1]), dass die Beleuchtungstechnik sich in Wissenschaft, Technik und Kunst der Beleuchtung aufteilen lasse. Die bis heute gehaltenen Referate haben uns mit der Wissenschaft und der Technik bekannt gemacht. Sie zeigten die wichtigsten Problemkreise auf: Optik, Elektrizität, Physik der Strahlung, Physiologie, dann Elektrotechnik, Photometrie

[1]) Wird in einem späteren Heft des Bulletins veröffentlicht werden.