Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 47 (1956)

Heft: 4

Artikel: Zur Bestimmung der temperatur- und lastbedingten Durchhangsänderungen von Freileitungen

Autor: Kohler, K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1060079

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

47. Jahrgang Nr. 4 Samstag, 18. Februar 1956

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

GEMEINSAMES PUBLIKATIONSORGAN
DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS (SEV) UND
DES VERBANDES SCHWEIZERISCHER ELEKTRIZITÄTSWERKE (VSE)

Zur Bestimmung der temperatur- und lastbedingten Durchhangsänderungen von Freileitungen

Von *K. Kohler*, Karlsruhe

621.315.1.056.4/.7

Die Ursache der nahezu linearen Abhängigkeit des Durchhanges von der Temperatur wird festgestellt und für eine einfache Ermittlung des entsprechenden funktionellen Zusammenhanges verwendet.

La cause de la dépendance quasi-linéaire entre la flèche des lignes aériennes et la température est déterminée, puis utilisée pour une détermination simple de la relation fonctionnelle correspondante.

Bekanntlich ergibt sich der Durchhang eines in den Endpunkten festgehaltenen Seiles in üblicher Näherung aus einer Gleichung dritten Grades, wenn sich die Temperatur oder das als gleichmässig über die Spannfeldlänge verteilt angenommene Gewicht ändert. An sich bereitet die Lösung entsprechender Aufgaben keine grundsätzlichen Schwierigkeiten, zumal sehr flüssige zeichnerische Verfahren zur Verfügung stehen.

Stellt man nun den Durchhang als Funktion der Temperatur in einem rechtwinkligen Achsenkreuz dar, dann erhält man insbesondere bei mittleren und grösseren Spannweiten mit auffallender Genauigkeit regelmässig eine Gerade. Es ist naheliegend, den Grund hiefür festzustellen, die Gerade in allen möglichen Fällen durch eine lineare Gleichung zu erfassen und die Grenzen dieser Darstellung zu ermitteln.

Die Zustandsgleichung für die mechanischen Spannungen in einem Spannfeld beliebiger Neigung gegenüber der Waagerechten lautet

$$\frac{a^2}{24}\left[\left(\frac{\gamma_1}{\sigma_{m1}}\right)^2-\left(\frac{\gamma_0}{\sigma_{m0}}\right)^2\right]=\alpha(\sigma_{m1}-\sigma_{m0})+\varepsilon(\delta_1-\delta_0) \qquad (1)$$

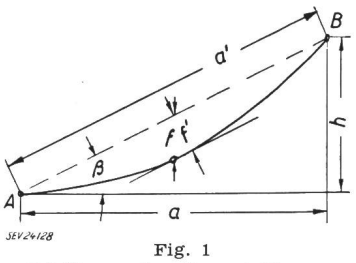

Fig. 1
Erklärung der Spannfeldmasse
a Waagrechtspannweite; a' Schrägspannweite; h Stützpunktüberhöhung; β Feldneigungswinkel; f und f' Durchhang; A, B Festpunkte des Spannfeldes

Darin bedeuten a die Waagerechtspannweite in m, σ_m die in Richtung der Feldsehne bestimmte im ganzen Feld konstante bzw. die in Feldmitte tatsächlich vorhandene Seilspannung in kg/mm², γ das spezifische Gewicht in kg/(m·mm²), δ die Temperatur in °C, α die elastische und ε die thermische Dehnungszahl. Der Zeiger 0 kennzeichnet die Werte des sog. Ausgangszustandes, während Index 1 die durch Temperatur- oder Lastwechsel bedingten veränderten Grössen angibt. Der in Feldmitte in Richtung der Schwere gemessene Durchhang ist $f = a'^2\gamma/8\,\sigma_m$ mit der Schrägspannweite a'. Um die allgemeine Gültigkeit der Zustandsgleichung für jeden Feldneigungswinkel β einfach zu erhalten, ist es zweckmässig, anstelle von f die grösste ebenfalls in Feldmitte senkrecht zur Feldsehne vorhandene Auslenkung gemäss Fig. 1 mit $f' = f\cos\beta = a\,a'\gamma/8\sigma_m$ einzuführen; die auf a' in % bezogene relative Auslenkung ist dann

$$\varphi' = \frac{f'}{a'}100 = \frac{f\cos\beta}{a'}100 = \frac{f}{(1+\mathrm{tg}^2\beta)\,a}100 = \frac{a\,\gamma}{8\,\sigma_m}100 \qquad (2)$$

Setzt man φ' unter Beachtung der Indizes 0 und 1 in Gl. (1) ein, dann erhält man mit den Kürzungen

$$A_i = \frac{3}{6{,}4}\left(\frac{a}{100}\right)(\alpha\cdot 10^4)\,(\gamma_i\cdot 10^3) \qquad (3)$$

und

$$\Phi_i = \varphi_i'^2 - \frac{A_i}{\varphi_i'} \qquad (4)$$

($i = 0$ und 1) die identische Beziehung

$$\frac{3}{80}(\varepsilon\cdot 10^5)\,(\delta_1-\delta_0) = \Phi_1 - \Phi_0 \qquad (1a)$$

(α in mm²/kg und ε in °C⁻¹). Die Konstanten A_0, A_1 und Φ_0 lassen sich den Fluchtentafeln Fig. 2 und 3 entnehmen.

Die Form der (φ_1', δ)-Kurve wird dann durch die Funktion Φ_1 nach Gl. (4) bestimmt; in Fig. 4 ist dieser Ausdruck für das später behandelte Beispiel

dargestellt. Bei $\varphi_1' = \sqrt[3]{A_1}$ hat die Φ_1 entsprechende Kurve nicht nur eine Nullstelle, sondern auch einen Wendepunkt, woraus geschlossen werden darf, dass die genaue Kurve um so eher durch die Wende-

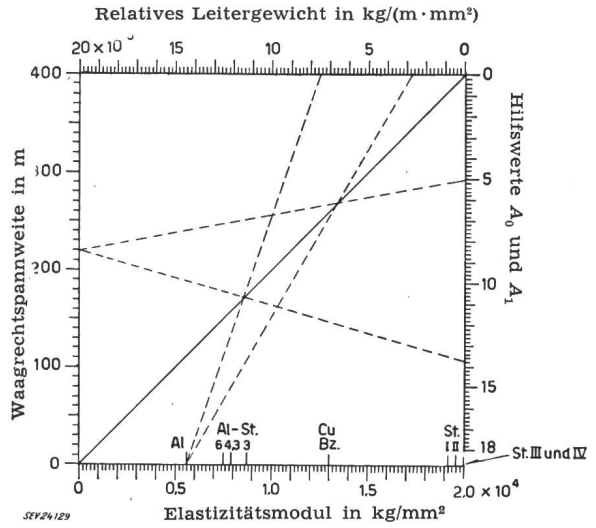

Fig. 2
Doppelzeittafel zur Bestimmung der Hilfswerte A_0 und A_1
St. Stahl; Bz. Bronze

tangente bzw. eine Gerade ersetzt werden kann, je weniger die in Frage kommenden φ_1'-Werte von $\sqrt[3]{A_1}$ abweichen. Wegen der ersten Ableitung $\Phi_1' = 3\sqrt[3]{A_1}$ bei $\varphi_1' = \sqrt[3]{A_1}$ lautet die Gleichung der Wendetangente

$$\Phi_{11} = 3\,(\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1})\sqrt[3]{A_1} \tag{5}$$

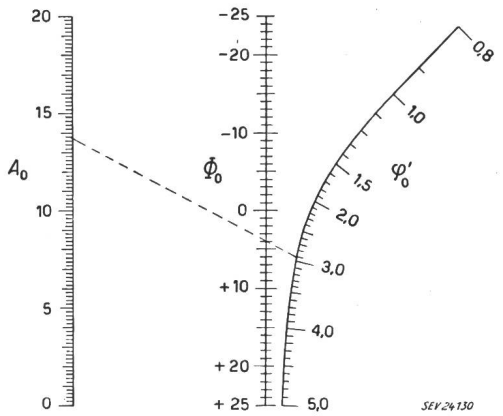

Fig. 3
Fluchtentafel zur Ermittlung der Hilfsgrösse Φ_0
φ_0' relativer Durchhang; A_0, Φ_0 Hilfswerte

Bestimmt man nun Φ_1 aus dieser Näherung, dann ist der Fehler

$$\Delta\,\Phi_1 = \Phi_1 - \Phi_{11} = \varphi_1'^2 - \frac{A_1}{\varphi_1'} - 3\,(\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1})\sqrt[3]{A_1} = \frac{(\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1})^3}{\varphi_1'} \tag{6}$$

Ermittelt man aber φ_1' bei gegebenem Wert von Φ_1 aus der Wendetangente, dann ist der Fehler nach Fig. 4

$$\Delta\varphi_1' = \frac{\Delta\Phi_1}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{(\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1})^3}{3\sqrt[3]{A_1}\cdot\varphi_1'}$$

Bezieht man nun diese Abweichung auf den exakten Wert φ_1', dann wird

$$\frac{\Delta\varphi_1'}{\varphi_1'} = \frac{(\varphi_1' - \sqrt[3]{A_1})^3}{3\sqrt[3]{A_1}\cdot\varphi_1'^2} = \frac{(1 - \sqrt[3]{A_1}/\varphi_1')^3}{3\,(\sqrt[3]{A_1}/\varphi_1')}$$

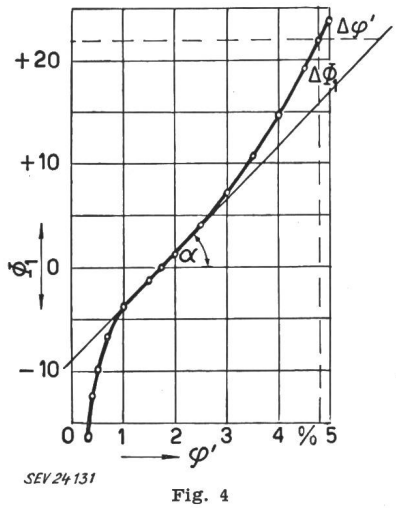

Fig. 4
Φ_1-Funktion des behandelten Zahlenbeispiels
φ' relativer Durchhang; Φ_1 Hilfswert

Daraus folgt auch

$$\frac{\Delta\varphi_1' + \varphi_1'}{\varphi_1'} = \frac{\varphi_{11}'}{\varphi_1'} = \frac{3\dfrac{\sqrt[3]{A_1}}{\varphi_1'} + \left(1 - \dfrac{\sqrt[3]{A_1}}{\varphi_1'}\right)^3}{3\dfrac{\sqrt[3]{A_1}}{\varphi_1'}}$$

bzw. auch

$$\frac{\varphi_{11}'}{\sqrt[3]{A_1}} = \frac{\varphi_1'}{\sqrt[3]{A_1}} + \frac{\left(\dfrac{\varphi_1'}{\sqrt[3]{A_1}} - 1\right)^3}{3\dfrac{\varphi_1'}{\sqrt[3]{A_1}}} \tag{7}$$

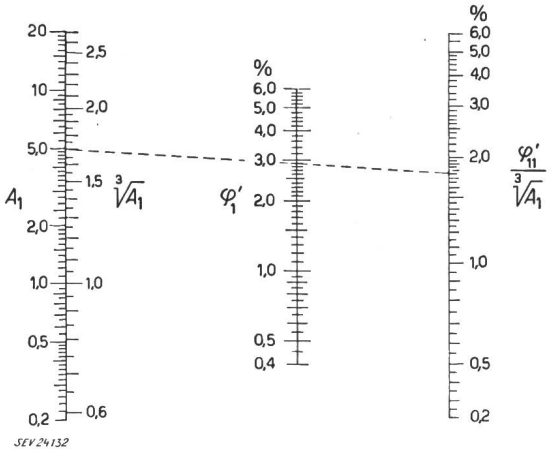

Fig. 5
Fluchtentafel zur Korrektur der Näherungslösung
φ_1' relativer Durchhang; A_1 Hilfswert

Nach zeichnerischer Auflösung dieser Gleichung nach $\varphi_1'/\sqrt[3]{A_1}$ und beiderseitigem Logarithmieren gelangt man dann leicht zur Fluchtentafel in Fig. 5,

mit welcher die aus der Wendetangente ermittelten Näherungswerte φ_{11}' sofort und endgültig verbessert werden können. In diese Tafel ist mit dem Verhältnis $\varphi_{11}'/\sqrt[3]{A_1}$ einzugehen; die zur Ermittlung desselben erforderliche dritte Wurzel aus A_1 kann der Doppelleiter des Nomogramms selbst entnommen werden. Für die Zulässigkeit der Wendetangente als

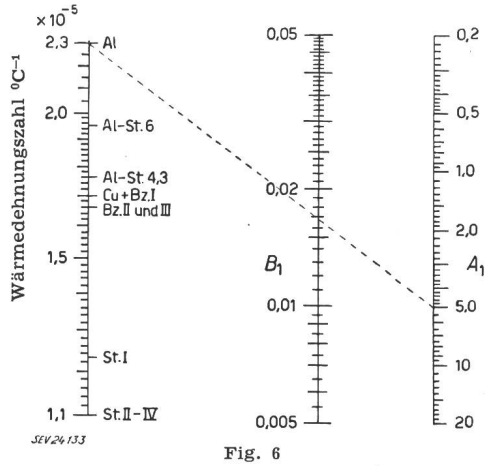

Fig. 6
Fluchtentafel zur Berechnung des Hilfswertes B_1
A_1 und B_1 Hilfswerte; St. Stahl; Bz. Bronze

ausreichende Lösung wird man dann fordern müssen, dass φ_1' und φ_{11}' im ganzen Temperaturbereich um weniger als eine vorgegebene Fehlergrenze, etwa um $\pm$ 1/100 des absoluten Betrages voneinander abweichen. In den übrigen Fällen bereitet jedoch die Erlangung einer genügend genauen Lösung über Fluchtentafel Fig. 5 keine Schwierigkeiten.

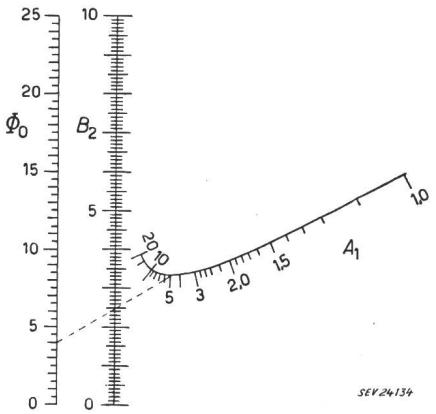

Fig. 7
Fluchtentafel zur Bestimmung des Hilfswertes B_2
A_1; Φ_0 und B_2 Hilfswerte

Setzt man nun Gl. (5) mit $\varphi_1' = \varphi_{11}'$ in Gl. (1a) ein und löst nach φ_{11}' auf, dann lautet die Zustandsgleichung mit den Kürzungen

$$B_1 = \frac{\varepsilon \cdot 10^5}{80\sqrt[3]{A_1}} \tag{8}$$

und

$$B_2 = \frac{\Phi_0}{3\sqrt[3]{A_1}} + \sqrt[3]{A_1} \tag{9}$$

schliesslich

$$\varphi_{11}' = B_1(\delta_1 - \delta_0) + B_2 \tag{10}$$

wobei die Ausdrücke B_1 und B_2 den Fluchtentafeln in Fig. 6 und 7 zu entnehmen sind. Damit ist aber die genäherte Zustandskurve sehr einfach als Gerade zu ermitteln.

Der eigentliche Durchhang in dem unter $\sphericalangle\beta$ geneigten Feld ist dann nach Gl. (2)

$$f = \varphi'(1 + \mathrm{tg}^2\beta)\frac{a}{100} = \varphi'\left[1 + \left(\frac{h}{a}\right)^2\right]\frac{a}{100} \tag{11}$$

(h vertikaler Abstand der Aufhängepunkte). Ist anderseits die Sehnenspannung σ_m gesucht, dann ist ebenfalls nach Gl. (2)

$$\sigma_m = \frac{a\,\gamma_1}{8\,\varphi'}\,100 \tag{12}$$

Für ein Spannfeld mit $a = 220$ m, belegt mit 150 mm² Al, ist $\alpha = (1/0{,}56) \cdot 10^{-4}$ mm²/kg, $\varepsilon = 2{,}3 \cdot 10^{-5}$ °C⁻¹ und $\gamma_1 = 2{,}7 \cdot 10^{-3}$ kg/(m · mm²); ferner sei für das zusätzlich belastete Seil bei $\delta_0 = -5$ °C, $\gamma_0 = 7{,}47 \cdot 10^{-3}$ kg/(m · mm²) und $\sigma_{m0} = \sigma_{max} = 7$ kg/mm². Nach der Tafel in Fig. 2 ist dann $A_0 = 13{,}75$ und $A_1 = 5{,}0$; ferner liefert die Tafel in Fig. 3 mit $\varphi_0' = 2{,}94$ %; $\Phi_0 = +4{,}0$. Ausserdem werden nach den Fluchtentafeln in Fig. 6 und 7 $B_1 = 0{,}0168$ °C⁻¹ und $B_2 = 2{,}49$. Damit ergibt sich als Gleichung der

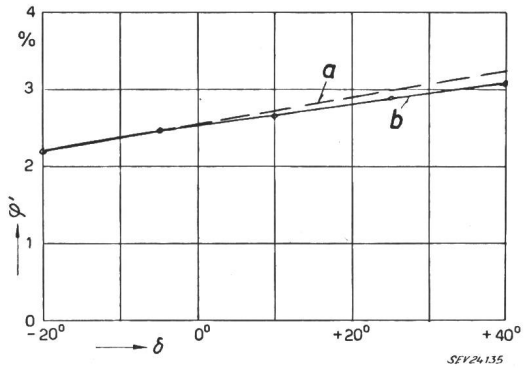

Fig. 8
Zustandskurve des Zahlenbeispiels
δ Temperatur in °C; φ' bezogener Durchhang
a Näherung der Wendetangente; b korrigierte Lösung

genäherten Zustandskurve $\varphi_{11}' = 0{,}0168\,(\delta_1 + 5) + 2{,}49$ entsprechend der gestrichelten Kurve in Fig. 8. Die oben beschriebene Korrektur einiger weniger φ_{11}'-Werte mit Hilfe des Nomogramms in Fig. 5 führt dann schliesslich zu der ausgezogenen und endgültigen (φ_1', δ_1)-Kurve.

Adresse des Autors:
Dr. *K. Kohler*, Privatdozent, Putlitzstrasse 8, Karlsruhe/Baden (Deutschland).