

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 45 (1954)
Heft: 1

Artikel: Neue Leitwertdiagramme für Ersatzschaltungen von Fernleitungen
Autor: Kafka, H.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1061150>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Neue Leitwertdiagramme für Ersatzschaltungen von Fernleitungen

Von H. Kafka, Karlsruhe

621.3.012.8

Die für die Behandlung von Übertragungsproblemen verwendeten Diagramme lassen sich in zwei Gruppen teilen:

1. Diagramme für einzelne Belastungsfälle, die besonders für Entwurfszwecke geeignet sind.

2. Übersichtsdiagramme für die Untersuchung des Einflusses von Belastungsänderungen. Diese Diagramme erfordern einen grösseren zeichnerischen Aufwand und kommen daher im allgemeinen nur für bereits ausgelegte bzw. fertige Leitungen in Betracht (Beispiele in [1]¹⁾).

Im folgenden werden neue Leitwertdiagramme für einzelne Belastungsfälle bei Starkstrom-Fernleitungen abgeleitet, die wesentlich leistungsfähiger sind als die bekannten, aus Spannungs- und Stromzeigern bestehenden Diagramme. Diese Diagramme stellen in sehr anschaulicher Weise den Zusammenhang zwischen den Zeigerpaaren \bar{U}_2, \bar{I}_2 (Leitungsende 2) und \bar{U}_1, \bar{I}_1 (Leitungsende 1) dar. Es lassen sich jedoch nicht unmittelbar die Leistungen an den beiden Leitungsenden und der Wirkungsgrad der Übertragung entnehmen. Aus den vom Autor entwickelten Leitwertdiagrammen kann man dagegen alle benötigten Grössen einschliesslich der Wirk- und Blindleistungen sowie des Wirkungsgrades in einfacher Weise entnehmen. Ein weiterer Vorzug der Leitwertdiagramme besteht darin, dass sie (bei der üblichen Voraussetzung linearer Beziehungen) von den absoluten Werten der Spannungen und Ströme unabhängig sind.

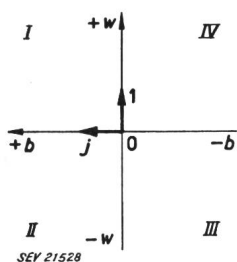


Fig. 1

Die geometrische Darstellung wird auf das in Fig. 1 gezeichnete rechtwinklige Koordinatensystem mit der vertikalen Wirkachse w und der horizontalen Blindachse b bezogen. Die Richtung der positiven Hälfte der Wirkachse w wird durch den Einheitszeiger 1 und die Richtung der positiven Hälfte der Blindachse b durch den Einheitszeiger j bestimmt. Durch das Achsenkreuz wird die als durchaus reell betrachtete Zeichenebene in 4 Quadranten I...IV geteilt [2]. Die Winkel der in das Koordinatensystem w, b eingetragenen Zeiger werden auf die positive Hälfte der Wirkachse bezogen. Ein in die genannte

¹⁾ siehe Literatur am Schluss der Arbeit.

Richtung fallender Zeiger hat den Winkel 0, so dass dieser Zeiger mit einem kursiven Buchstaben bezeichnet werden kann. Zeiger von al gemeiner Lage werden mit einem überstrichenen kursiven Buchstaben bezeichnet²⁾.

Das als Beispiel gewählte Leitwertdiagramm soll für die meist behandelte Annahme entwickelt werden, dass die Spannung und die Belastung am Leitungsende 2 gegeben sind. Weiter wird eine Drehstromleitung mit symmetrischer Belastung vorausgesetzt, so dass die Rechnung auf einen Strang bezogen werden kann. Der Zeiger für die Strangspannung am Leitungsende 2 wird in der positiven Hälfte der Wirkachse angenommen und dementsprechend mit U_2 bezeichnet.

Kennzeichnung der Belastung am Leitungsende 2

Der Belastungszustand am Leitungsende 2 kann durch das in Fig. 2 gezeichnete Zeigerpaar U_2, \bar{I}_2 gekennzeichnet werden. Bei den meist vorkommenden induktiven Belastungen ist der Stromzeiger \bar{I}_2 im negativen Sinn gegen den Spannungszeiger U_2 gedreht. Der Phasenwinkel $\varphi_2 = \sphericalangle (U_2, \bar{I}_2)$ am Leitungsende 2 hat dann einen negativen Wert

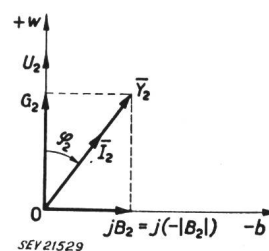


Fig. 2

($\varphi_2 = -|\varphi_2|$). Die Winkelbezeichnung $\sphericalangle (U_2, \bar{I}_2)$ ist so zu verstehen, dass der Winkel von dem an erster Stelle stehenden Zeiger (hier U_2) zu zählen ist.

Beim Leitwertdiagramm wird die Belastung am Leitungsende 2 durch ihren Scheinleitwert \bar{Y}_2 gekennzeichnet, der durch das Verhältnis des Stromzeigers \bar{I}_2 und des Spannungszeigers U_2 bestimmt ist:

$$\bar{Y}_2 = \frac{\bar{I}_2}{U_2} \quad (1)$$

Nach dieser Gleichung wird der dem Scheinleitwert \bar{Y}_2 entsprechende Zeiger erhalten, indem der Stromzeiger \bar{I}_2 durch den Spannungsbetrag U_2 dividiert wird. Der Leitwertzeiger \bar{Y}_2 fällt demnach in die Richtung des Stromzeigers (siehe Fig. 2), so dass der

²⁾ siehe Publ. 192 des SEV, Ziff. 1...14.

Winkel φ (\bar{Y}_2) den Phasenwinkel am Leitungsende 2 bestimmt:

$$\varphi_2 = \varphi(\bar{Y}_2) \quad (2)$$

Die Kennzeichnung der Belastung am Leitungsende 2 durch den Scheinleitwert \bar{Y}_2 ist einfacher als die Kennzeichnung durch das Zeigerpaar U_2, \bar{I}_2 . Ausserdem hat die Grösse \bar{Y}_2 den Vorzug, dass sie in praktischen Grenzen vom absoluten Betrag der Spannung U_2 unabhängig ist. Aus den genannten Gründen wird die Kennzeichnung einer Belastung durch ihren Scheinleitwert (oder Scheinwiderstand) in der elektrischen Nachrichtentechnik fast ausschliesslich verwendet. Für das Verständnis der Leitwertdiagramme ist es notwendig, dass sich auch der Starkstromtechniker mit diesem sehr zweckmässigen Verfahren vertraut macht.

Wenn der Belastungsleitwert \bar{Y}_2 gegeben ist, so kann im Bedarfsfall das Zeigerpaar U_2, \bar{I}_2 leicht ermittelt werden. Nach Fig. 2 ist der Spannungszeiger U_2 in die positive Hälfte der Wirkachse zu legen, während der Stromzeiger \bar{I}_2 in die Richtung von \bar{Y}_2 fällt:

$$\bar{I}_2 = \bar{Y}_2 U_2; \text{ Strombetrag } I_2 = Y_2 U_2 \quad (3)$$

Der Belastungsleitwert \bar{Y}_2 kann in der aus Fig. 2 ersichtlichen Weise in den (Wirk-)Leitwert G_2 und den Blindleitwert jB_2 zerlegt werden:

$$\bar{Y}_2 = G_2 + jB_2 \quad (4)$$

Unter B_2 ist der *algebraische* Betrag des Blindleitwertes zu verstehen, der bei induktiver Belastung negativ ist ($B_2 = -|B_2|$). Um Fehler zu vermeiden, ist den Vorzeichen der Blindkomponenten ein besonderes Augenmerk zu widmen.

Die dem Zeigerpaar U_2, \bar{I}_2 entsprechende Scheinleistung je Strang am Leitungsende 2 ist:

$$\bar{S}_2 = U_2 \bar{I}_2 = \bar{Y}_2 U_2^2 \quad [\text{s. Gl. (3)}] \quad (5)$$

Nach dieser Gleichung fällt auch der der Scheinleistung \bar{S}_2 entsprechende Zeiger in die Richtung des Belastungsleitwertes \bar{Y}_2 . Die gesamte Scheinleistung am Leitungsende 2 ist:

$$\bar{S}_{2total} = 3 \bar{S}_2 = \bar{Y}_2 U_{2v}^2 \quad \text{wo } U_{2v} = \sqrt{3} U_2 \quad (6)$$

(verkettete Spannung)

Aus den Gleichungen (3), (5) und (6) ist zu sehen, dass der Belastungsleitwert \bar{Y}_2 ein Mass für den Strom und die Scheinleistungen am Leitungsende 2 darstellt. Der Strom \bar{I}_2 wird durch Multiplikation von \bar{Y}_2 mit dem Betrag U_2 der Strangspannung und die Scheinleistung \bar{S}_2 je Strang (bzw. gesamte Scheinleistung \bar{S}_{2total}) durch Multiplikation von \bar{Y}_2 mit dem Quadrat der Strangspannung U_2^2 (bzw. Quadrat der verketteten Spannung U_{2v}^2) erhalten. Die genannten Gleichungen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

$$\bar{Y}_2 = \frac{\bar{I}_2}{U_2} = \frac{\bar{S}_2}{U_2^2} = \frac{\bar{S}_{2total}}{U_{2v}^2} \quad (7)$$

Zur Vereinfachung der Darstellung wollen wir im folgenden mit den auf einen Strang bezogenen Leistungen rechnen.

Der Zerlegung der Gl. (4) des Belastungsleitwertes \bar{Y}_2 entspricht die folgende Zerlegung der Scheinleistung \bar{S}_2 in die Wirkleistung P_2 und die Blindleistung jQ_2 :

$$\bar{S}_2 = P_2 + jQ_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} P_2 = G_2 U_2^2, \\ Q_2 = B_2 U_2^2 \end{array} \right. \quad (8)$$

In Fig. 2 ist B_2 negativ, so dass sich auch für Q_2 ein negativer Wert ergibt ($Q_2 = -|Q_2|$). Bei der von uns gewählten Definition für die Scheinleistung \bar{S}_2 bedeutet dies, dass die Belastung am Leitungsende 2 in summa einen magnetischen Energiespeicher darstellt.

In der Praxis ist es üblich, die Belastung am Leitungsende 2 durch die verkettete Spannung U_{2v} , die gesamte Wirkleistung $P_{2total} = 3 P_2$ und den Leistungsfaktor $\cos \varphi_2$ anzugeben. Aus der Beziehung $P_2 = G_2 U_2^2$ ergibt sich der Wirkleitwert:

$$G_2 = \frac{P_2}{U_2^2} = \frac{P_{2total}}{U_{2v}^2} \quad (9)$$

Der algebraische Betrag des Blindleitwertes ist:

$$B_2 = G_2 \operatorname{tg} \varphi_2 \quad (10)$$

Bei induktiver Belastung ist der Phasenwinkel φ_2 negativ, so dass sich für $\operatorname{tg} \varphi_2$ und damit für B_2 negative Werte ergeben. Die Komponenten G_2 und jB_2 bestimmen den Belastungsleitwert \bar{Y}_2 , der den Ausgangspunkt für die Konstruktion des Leitwertdiagramms bildet.

Scheinleistung bei beliebiger Lage des Spannungszeigers im Koordinatensystem w, b

Bei beliebiger Lage des Spannungszeigers im Koordinatensystem w, b (Bezeichnung \bar{U}) soll die Scheinleistung eines Zweipoles mit dem Scheinleitwert \bar{Y} durch die folgende Gleichung definiert werden:

$$\bar{S} = \bar{U}' \bar{I} \quad (11)$$

Dabei ist \bar{U}' das Spiegelbild des Spannungszeigers \bar{U} bezüglich der Wirkachse. Wenn:

$$\bar{I} = \bar{Y} \bar{U} \quad (12)$$

gesetzt wird, so können wir auch schreiben:

$$\bar{S} = \bar{U}' \bar{Y} \bar{U} = \bar{Y} U^2 \quad (\bar{U} \bar{U}' = U^2) \quad (11a)$$

Dieser Ausdruck besagt, dass der Zeiger \bar{S} für die Scheinleistung unabhängig von der Lage des Spannungszeigers im Koordinatensystem w, b in die Richtung des Scheinleitwertes \bar{Y} fällt. Dies ist ein besonderer Vorzug der gewählten Definition $\bar{U}' \bar{I}$ für die Scheinleistung. In der Literatur wird auch gelegentlich die Definition $\bar{U} \bar{I}'$ verwendet, bei der der Zeiger für die Scheinleistung spiegelbildlich zum Scheinleitwert \bar{Y} liegt.

Bei der Ableitung der Leitwertdiagramme wird auch die Scheinleistung benötigt, die in einem

Scheinwiderstand $\bar{Z} = R + j \omega L$ auftritt, der von einem gegebenen Strom \bar{I} durchflossen wird. In diesem Fall ist in Gl. (11) $\bar{U}' = \bar{Z}' \bar{I}$ zu setzen; es ist dann:

$$\bar{S} = \bar{Z}' \bar{I} \bar{I} = \bar{Z}' I^2 \quad (13)$$

Gl. (13) besagt, dass der Zeiger \bar{S} für die Scheinleistung in die Richtung des Spiegelbildes $\bar{Z}' = R - j \omega L$ fällt.

Leitwertdiagramm für die π -Ersatzschaltung einer Fernleitung

Für Freileitungen bis zu etwa 200 km Länge genügt eine näherungsweise Berücksichtigung der Kapazität. Bei der π -Ersatzschaltung wird die in Wirklichkeit gleichmässig verteilte Kapazität durch je eine konzentrierte Kapazität von halber Grösse an den beiden Leitungsenden ersetzt. Auf diese Weise ergibt sich die in Fig. 3 gezeichnete Ersatz-

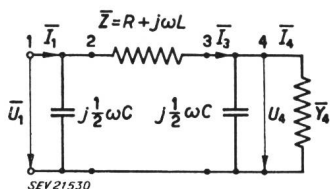


Fig. 3

schaltung. Zur Ableitung des Leitwertdiagrammes erweist es sich als zweckmässig, die für die Änderung der Ströme und Spannungen in Betracht kommenden Stellen der Ersatzschaltung mit einer fortlaufenden Bezifferung zu versehen (s. Fig. 3). Als Bezugsspannung wird die Spannung am Belastungsende gewählt, deren Zeiger in der positiven Hälfte

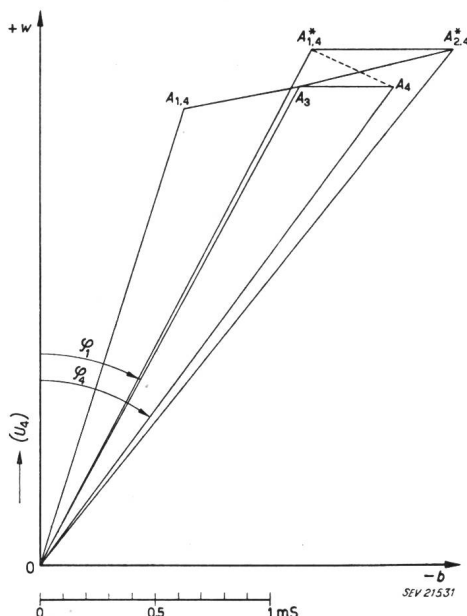


Fig. 4

der Wirkachse angenommen wird (Bezeichnung U_4). In Fig. 4 ist ein Leitwertdiagramm für das spätere Zahlenbeispiel gezeichnet, das als Anhaltspunkt für die folgende allgemeine Ableitung dienen soll.

Den Ausgangspunkt für die Ermittlung des Leitwertdiagramms bildet der Belastungsleitwert \bar{Y}_4 ,

der ein Mass für den Strom \bar{I}_4 und die Scheinleistung \bar{S}_4 an der Stelle 4 der Ersatzschaltung in Fig. 3 darstellt. In Fig. 4 wird der Belastungsleitwert durch den Zeiger $\overrightarrow{OA_4}$ dargestellt, für den die folgenden Beziehungen gelten [vgl. Gl. (7)]:

$$\overrightarrow{OA_4} = \bar{Y}_4 = \frac{\bar{I}_4}{U_4} = \frac{\bar{S}_4}{U_4^2} \quad \bar{Y}_4 = G_4 + j B_4 \quad (14)$$

Bei induktiven Belastungen ist der algebraische Betrag des Blindleitwertes negativ ($B_4 = -|B_4|$).

Der Zerlegung $\bar{Y}_4 = G_4 + j B_4$ entspricht die folgende Zerlegung der Scheinleistung \bar{S}_4 in die Wirkleistung P_4 und die Blindleistung $j Q_4$:

$$\bar{S}_4 = P_4 + j Q_4 \quad (15)$$

worin $P_4 = G_4 U_4^2$ und $Q_4 = B_4 U_4^2$

Punkt 3

Die Spannung im Punkt 3 ist gleich der Spannung im Punkt 4, d. h.:

$$U_3 = U_4 \quad (16)$$

Der Strom und die Scheinleistung im Punkt 3 sind nach Fig. 4 durch folgende Summenausdrücke bestimmt:

$$\begin{aligned} \bar{I}_3 &= \bar{I}_4 + j \frac{1}{2} \omega C \cdot U_4 = \left(\bar{Y}_4 + j \frac{1}{2} \omega C \right) U_4 \\ \bar{S}_3 &= \bar{S}_4 + j \frac{1}{2} \omega C \cdot U_4^2 = \left(\bar{Y}_4 + j \frac{1}{2} \omega C \right) U_4^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Zur Darstellung des Stromes \bar{I}_3 und der Scheinleistung \bar{S}_3 dient der folgende Scheinleitwert:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_3 &= \frac{\bar{I}_3}{U_4} = \frac{\bar{S}_3}{U_4^2} = \bar{Y}_4 + j \frac{1}{2} \omega C = \\ &= G_4 + j \left(B_4 + \frac{1}{2} \omega C \right) \end{aligned} \quad (18)$$

Die Komponenten von \bar{Y}_3 sind:

$$G_3 = G_4 \quad \text{und} \quad B_3 = B_4 + \frac{1}{2} \omega C \quad (19)$$

In Fig. 4 ist:

$$\overrightarrow{OA_4} = \bar{Y}_4 \quad \overrightarrow{A_4A_3} = j \frac{1}{2} \omega C \quad \overrightarrow{OA_3} = \bar{Y}_3 \quad (20)$$

Der Strom im Punkt 2 ist der gleiche wie im Punkt 3:

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_3. \quad (21)$$

Punkt 2

Die Scheinleistung im Punkt 2 ergibt sich, indem zur Scheinleistung \bar{S}_3 die dem Scheinwiderstand $\bar{Z} = R + j \omega L$ entsprechende Scheinleistung geometrisch addiert wird. Diese Scheinleistung ist nach Gl. (13) $\bar{Z}' I_3^2$. Es ist demnach die Scheinleistung im Punkt 2:

$$\bar{S}_2 = \bar{S}_3 + \bar{Z}' I_3^2 \quad (22)$$

Zur Darstellung der Scheinleistung \bar{S}_2 im Leitwertdiagramm wird die folgende Leitwertgrösse eingeführt:

$$\bar{Y}_{2,4}^* = \frac{\bar{S}_2}{U_4^2} \quad (23)$$

Wie aus dem Vergleich mit dem Ausdruck $\bar{Y}_4 = \bar{S}_4/U_4^2$ [s. Gl. (14)] hervorgeht, stellt die Leitwertgrösse $\bar{Y}_{2,4}^*$ die Scheinleistung \bar{S}_2 *im gleichen Massstab* dar wie der Belastungsleitwert \bar{Y}_4 die Scheinleistung \bar{S}_4 . Dabei ist zu beachten, dass die Grösse $\bar{Y}_{2,4}^*$ kein wirklicher Leitwert, sondern ein reiner Rechenleitwert ist. Ein wirklicher Leitwert (wie \bar{Y}_4) verbindet den Strom und die Spannung *im gleichen Punkt*. Der Rechenleitwert $\bar{Y}_{2,4}^*$ bringt dagegen die Scheinleistung \bar{S}_2 im Punkt 2 mit der Bezugsspannung U_4 am Leitungsende 4 in Beziehung. Leistung und Spannung beziehen sich also *auf verschiedene Stellen* der Ersatzschaltung, worauf die Indizes 2,4 hinweisen. Die erste Ziffer gibt die Stelle der Scheinleistung und die zweite Ziffer die Stelle der Bezugsspannung an.

Wenn Gl. (22) beiderseits durch U_4^2 dividiert wird, so ergibt sich die folgende Beziehung für den eingeführten Rechenleitwert:

$$\bar{Y}_{2,4}^* = \frac{\bar{S}_2}{U_4^2} = \bar{Y}_3 + \bar{Z}' \left(\frac{I_3}{U_4} \right)^2 = \bar{Y}_3 + \bar{Z}' Y_3^2 \quad (24)$$

[nach Gl. (18)]

Nach dem letzten Ausdruck wird der Rechenleitwert $\bar{Y}_{2,4}^*$ erhalten, indem zu dem bereits bekannten Leitwert \bar{Y}_3 (Betrag Y_3) der Leitwert $\bar{Z}' Y_3^2$ geometrisch addiert wird. Dieser Leitwert hat die durch das Spiegelbild $\bar{Z}' = R - j \omega L$ bestimmte Richtung und den Betrag $Z Y_3^2$.

Für eine genauere Ermittlung des Leitwertdiagrammes empfiehlt es sich, die Komponenten des Rechenleitwertes $\bar{Y}_{2,4}^*$ einzuführen. Zu diesem Zweck drücken wir in Gl. (24) die Zeiger \bar{Y}_3 und \bar{Z}' durch ihre Komponenten aus und fassen die Wirk- und Blindanteile zusammen:

$$\bar{Y}_{2,4}^* = G_3 + R Y_3^2 + j (B_3 - \omega L \cdot Y_3^2) \quad (24a)$$

Die Komponenten von $\bar{Y}_{2,4}^*$ sind:

$$\begin{aligned} G_{2,4}^* &= G_3 + R Y_3^2 \\ B_{2,4}^* &= B_3 - \omega L \cdot Y_3^2 \end{aligned} \quad (25)$$

In Fig. 4 sind:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA}_3 &= \bar{Y}_3; \quad \overrightarrow{A_3 A_{2,4}^*} = \bar{Z}' Y_3^2 = R Y_3^2 - j \omega L \cdot Y_3^2 \\ \overrightarrow{OA_{2,4}^*} &= \bar{Y}_{2,4}^* \end{aligned} \quad (26)$$

Spannungsverhältnis im Punkt 2

Zur Ermittlung der Rechenleitwerte für den Strom und die Scheinleistung im Punkt 1 wird das Spannungsverhältnis \bar{U}_2/U_4 benötigt. Dieses Verhältnis lässt sich aus der folgenden Leistungsbeziehung ableiten:

$$\bar{S}_2 = \bar{U}_2' \bar{I}_2 = \bar{U}_2' \bar{I}_3 \quad [\text{nach Gl. (21)}]. \quad (27)$$

Wenn der erste und letzte Ausdruck dieser Gleichung durch $U_4^2 = U_4 \cdot U_4$ dividiert werden, so ergibt sich:

$$\frac{\bar{S}_2}{U_4^2} = \frac{\bar{U}_2'}{U_4} \cdot \frac{\bar{I}_3}{U_4}$$

Der linke Ausdruck bestimmt nach Gl. (24) den Rechenleitwert $\bar{Y}_{2,4}^*$ und das Verhältnis \bar{I}_3/U_4 nach Gl. (18) den Scheinleitwert \bar{Y}_3 . Man kann demnach auch schreiben:

$$\bar{Y}_{2,4}^* = \frac{\bar{U}_2'}{U_4} \bar{Y}_3$$

Daraus ergibt sich die folgende Beziehung für das Spiegelbild des gesuchten Spannungsverhältnisses:

$$\frac{\bar{U}_2'}{U_4} = \frac{\bar{Y}_{2,4}^*}{\bar{Y}_3} = \frac{\overrightarrow{OA_{2,4}^*}}{\overrightarrow{OA_3}} \quad (\text{s. Fig. 4}) \quad (28)$$

Nach der vorstehenden Gleichung ist der Betrag des Spannungsverhältnisses im Punkt 2:

$$u_2 = \frac{U_2}{U_4} = \frac{Y_{2,4}^*}{Y_3} = \frac{\overrightarrow{OA_{2,4}^*}}{\overrightarrow{OA_3}} \quad U_2 = u_2 U_4 \quad (29)$$

Weiter folgt aus Gl. (28) die Winkelbeziehung:

$$\sphericalangle (U_4, \bar{U}_2') = \varphi (\bar{Y}_{2,4}^*) - \varphi (\bar{Y}_3) = \sphericalangle (A_3, O, A_{2,4}^*)$$

durch Umkehr der Zählrichtung ergibt sich der Winkel:

$$\vartheta_2' = \sphericalangle (U_4, \bar{U}_2) = \sphericalangle (A_{2,4}^*, O, A_3) \quad (30)$$

Punkt 1

Nach Fig. 3 ist die Spannung im Punkt 1 gleich der Spannung im Punkt 2:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_2 \quad (31)$$

Strom im Punkt 1

Nach Fig. 3 ist der Strom im Punkt 1:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_3 + j \frac{1}{2} \omega C \cdot \bar{U}_2 = \bar{Y}_3 U_4 + j \frac{1}{2} \omega C \cdot \bar{U}_2$$

Zur Darstellung des Stromes \bar{I}_1 im Leitwertdiagramm wird der folgende Rechenleitwert eingeführt:

$$\bar{Y}_{1,4} = \frac{\bar{I}_1}{U_4} = \bar{Y}_3 + \frac{\bar{U}_2}{U_4} j \frac{1}{2} \omega C \quad (32)$$

Wie aus dem Vergleich mit dem Ausdruck $\bar{Y}_4 = \bar{I}_4/U_4$ [s. Gl. (14)] hervorgeht, stellt die Leitwertgrösse $\bar{Y}_{1,4}$ den Strom \bar{I}_1 *im gleichen Maßstab* dar wie der Belastungsleitwert \bar{Y}_4 den Strom \bar{I}_4 . Im Gegensatz zu \bar{Y}_4 ist $\bar{Y}_{1,4}$ kein wirklicher Leitwert, sondern ein reiner Rechenleitwert, der den Strom \bar{I}_1 im Punkt 1 mit der Bezugsspannung U_4 am Leitungsende 4 in Beziehung bringt. Auf diesen Umstand weisen die Indizes 1,4 hin. Die erste Ziffer gibt den Punkt des Stromes und die zweite Ziffer den Punkt der Bezugsspannung an.

Das im letzten Ausdruck von Gl. (32) auftretende Spannungsverhältnis \bar{U}_2/U_4 wirkt als Drehstrecker, der den Blindleitwert $j \frac{1}{2} \omega C$ mit dem Betrag u_2 [s. Gl. (29)] streckt und um den Winkel ϑ_2' [s. Gl. (30)] dreht. Der genannte Drehstrecker kann demnach in der Form:

$$\frac{\bar{U}_2}{U_4} = u_2 \angle \vartheta_2'$$

geschrieben werden. Wenn noch in Gl. (32):

$$j \frac{1}{2} \omega C = \frac{1}{2} \omega C \cdot \underline{/90^\circ}$$

gesetzt und die Drehwinkel 90° und ϑ_2' zusammengefasst werden, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{U}_2}{U_4} j \frac{1}{2} \omega C &= u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \underline{/90^\circ + \vartheta_2'} = \\ &= -u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \sin \vartheta_2' + u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \cos \vartheta_2' \quad (33) \end{aligned}$$

Mit Einführung des letzten Ausdruckes in Gl. (32) erhalten wir den Rechenleitwert für den Strom \bar{I}_1 in der folgenden Form:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{1,4} = \frac{\bar{I}_1}{U_4} &= G_3 - u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \sin \vartheta_2' + \\ &+ j \left(B_3 + u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \cos \vartheta_2' \right) \quad (32a) \end{aligned}$$

Die Komponenten von $\bar{Y}_{1,4}$ sind:

$$\begin{aligned} G_{1,4} &= G_3 - u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \sin \vartheta_2' \\ B_{1,4} &= B_3 + u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \cos \vartheta_2' \quad (34) \end{aligned}$$

In Fig. 4 ist:

$$\overrightarrow{OA}_3 = \bar{Y}_3; \overrightarrow{A_3A_{1,4}} = \frac{\bar{U}_2}{U_4} j \frac{1}{2} \omega C; \overrightarrow{OA_{1,4}} = \bar{Y}_{1,4} \quad (35)$$

Scheinleistung im Punkt 1

Nach Fig. 3 wird die Scheinleistung im Punkt 1 erhalten, indem zur Scheinleistung \bar{S}_2 die dem Blindleitwert $j \frac{1}{2} \omega C$ entsprechende Blindleistung geometrisch addiert wird:

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_2 + j \frac{1}{2} \omega C \cdot U_2^2 \quad (36)$$

Zur Darstellung der Scheinleistung \bar{S}_1 wird der folgende Rechenleitwert eingeführt:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{1,4}^* &= \frac{\bar{S}_1}{U_4^2} = \bar{Y}_{2,4}^* + j u_2^2 \cdot \frac{1}{2} \omega C = \\ &= G_{2,4}^* + j \left(B_{2,4}^* + u_2^2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \right) \quad (37) \end{aligned}$$

Die Komponenten von $\bar{Y}_{1,4}^*$ sind:

$$\begin{aligned} G_{1,4}^* &= G_{2,4}^* \\ B_{1,4}^* &= B_{2,4}^* + u_2^2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \quad (38) \end{aligned}$$

Der Zerlegung $\bar{Y}_{1,4}^* = G_{1,4}^* + j B_{1,4}^*$ entspricht die folgende Zerlegung der Scheinleistung \bar{S}_1 in die Wirkleistung P_1 und die Blindleistung $j Q_1$:

$$\bar{S}_1 = P_1 + j Q_1 \quad (39)$$

worin $P_1 = G_{1,4}^* U_4^2$ und $Q_1 = B_{1,4}^* U_4^2$

Der Rechenleitwert $\bar{Y}_{1,4}^*$ (mit Stern) für die Darstellung der Scheinleistung \bar{S}_1 im Punkt 1 darf nicht mit dem Rechenleitwert $\bar{Y}_{1,4}$ (ohne Stern) für die Darstellung des Stromes \bar{I}_1 verwechselt werden.

In Fig. 4 ist:

$$\overrightarrow{OA}_{2,4}^* = \bar{Y}_{2,4}^*; \overrightarrow{A_{2,4}^*A_{1,4}^*} = j u_2^2 \cdot \frac{1}{2} \omega C; \overrightarrow{OA}_{1,4}^* = \bar{Y}_{1,4}^* \quad (40)$$

Damit ist die Ermittlung des Leitwertdiagramms für die Ersatzschaltung in Fig. 3 beendet.

Spannungsverhältnis im Punkt 1

Für die Scheinleistung im Punkt 1 gilt nach Gl. (11) auch die Beziehung

$$\bar{S}_1 = \bar{U}' I_1 \quad (41)$$

Wenn diese Gleichung beiderseits durch $U_4^2 = U_4 \cdot U_4$ dividiert wird, so ergibt sich die Beziehung:

$$\bar{Y}_{1,4}^* = \frac{\bar{U}_1'}{U_4} \bar{Y}_{1,4}$$

und daraus:

$$\frac{\bar{U}_1'}{U_4} = \frac{\bar{Y}_{1,4}^*}{\bar{Y}_{1,4}} = \frac{\overrightarrow{OA}_{1,4}^*}{\overrightarrow{OA}_{1,4}} \quad (42)$$

Die Gl. (42) zerfällt in das folgende Gleichungspaar:

$$\begin{aligned} u_1 = \frac{U_1}{U_4} &= \frac{Y_{1,4}^*}{Y_{1,4}} = \frac{\overrightarrow{OA}_{1,4}^*}{\overrightarrow{OA}_{1,4}} & U_1 &= u_1 U_4 \quad (43) \end{aligned}$$

$$\vartheta_1' = \sphericalangle (U_4 \bar{U}_1) = \sphericalangle (A_{1,4}^*, O, A_{1,4}) \text{ [vgl. Gl. (30)]}$$

Kontrolle

Da nach Gl. (31) $\bar{U}_2' = \bar{U}_1'$ ist, so müssen die durch Gl. (42) und Gl. (28) bestimmten Spannungsverhältnisse gleich sein. Infolgedessen besteht die folgende Leitwertbeziehung, die eine Kontrolle für die Konstruktion des Leitwertdiagrammes ermöglicht:

$$\frac{\bar{Y}_{1,4}^*}{\bar{Y}_{1,4}} = \frac{\bar{Y}_{2,4}^*}{\bar{Y}_3} \quad (44)$$

Dementsprechend müssen auch die durch Gl. (43) bzw. Gl. (29) und (30) bestimmten Beträge und Winkel gleich sein:

$$u_1 = u_2, \text{ d. h. } \frac{\overrightarrow{OA}_{1,4}^*}{\overrightarrow{OA}_{1,4}} = \frac{\overrightarrow{OA}_{2,4}^*}{\overrightarrow{OA}_3} \quad (45)$$

$$\vartheta_1' = \vartheta_2', \text{ d. h. } \sphericalangle (A_{1,4}^*, O, A_{1,4}) = \sphericalangle (A_{2,4}^*, O, A_3)$$

In der Tabelle I sind die für die Konstruktion des Leitwertdiagrammes in Betracht kommenden Grössen zusammengestellt.

Grössen für die Konstruktion des Leitwertdiagrammes

Tabelle I

Punkt	Leitwert für den Strom	Leitwert für die Scheinleistung	Spannungsverhältnis
4	\bar{Y}_4	\bar{Y}_4	
3	$\bar{Y}_3 = \bar{Y}_4 + j \frac{1}{2} \omega C$	$\bar{Y}_3 = \bar{Y}_4 + j \frac{1}{2} \omega C$	
2	\bar{Y}_3	$\bar{Y}_{2,4}^* = \bar{Y}_3 + \bar{Z}' Y_3^2$	$\frac{\bar{U}_2'}{U_4} = \frac{\bar{Y}_{2,4}^*}{\bar{Y}_3}$
1	$\bar{Y}_{1,4} = \bar{Y}_3 + \frac{\bar{U}_2'}{U_4} j \frac{1}{2} \omega C$	$\bar{Y}_{1,4}^* = \bar{Y}_{2,4}^* + j u_2^2 \cdot \frac{1}{2} \omega C$	$\frac{\bar{U}_1'}{U_4} = \frac{\bar{Y}_{1,4}^*}{\bar{Y}_{1,4}} = \frac{\bar{U}_2'}{U_4}$

Aus dieser Tabelle ist zu entnehmen, dass in den Punkten 4 und 3 die gleichen Leitwerte für die Darstellung des Stromes und der Scheinleistung dienen. Im Punkt 2 wird der Strom durch den Scheinleitwert \bar{Y}_3 und die Scheinleistung durch den Rechenleitwert $\bar{Y}_{2,4}^*$ dargestellt, der auf dem Leitwert \bar{Y}_3 aufgebaut wird. Im Punkt 1 wird der Strom durch den auf \bar{Y}_3 aufgebauten Rechenleitwert $\bar{Y}_{1,4}$ und die Scheinleistung durch den auf $\bar{Y}_{2,4}^*$ aufgebauten Rechenleitwert $\bar{Y}_{1,4}^*$ dargestellt.

Verwendung des Leitwertdiagrammes

Mit dem Leitwertdiagramm in Fig. 4 können alle für die Energieübertragung in Betracht kommenden Grössen in einfacher Weise ermittelt werden. Wie bereits eingangs erwähnt, besteht ein besonderer Vorzug des Leitwertdiagrammes darin, dass auch die Leistungen an den beiden Leitungsenden im gleichen Maßstab dargestellt werden, was einen unmittelbaren Vergleich dieser Leistungen ermöglicht. Als Bezugsgrösse dient die Spannung am Belastungsende der Leitung (Punkt 4), deren Zeiger in der positiven Hälfte der Wirkachse anzunehmen ist (Bezeichnung U_4).

Ströme an den beiden Leitungsenden

Die Ströme an den beiden Leitungsenden (Punkte 4 und 1) sind:

$$\begin{aligned} \bar{I}_4 &= \bar{Y}_4 U_4 = \overrightarrow{O\bar{A}_4} \cdot U_4 \\ \text{Strombetrag } I_4 &= Y_4 U_4 = \overrightarrow{O\bar{A}_4} \cdot U_4 \\ \bar{I}_1 &= \bar{Y}_{1,4} U_4 = \overrightarrow{O\bar{A}_{1,4}} \cdot U_4 \\ \text{Strombetrag } I_1 &= Y_{1,4} U_4 = \overrightarrow{O\bar{A}_{1,4}} \cdot U_4 \end{aligned} \quad (47)$$

Bilanz der Scheinleistungen

Für den Zusammenhang der Scheinleistungen an den beiden Leistungsenden gilt die Beziehung:

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_4 + \bar{S}_v \quad (48)$$

Dabei ist \bar{S}_v die auf die Leitung selbst entfallende

«Verlust-Scheinleistung». Die durch Gl. (48) ausgedrückte Bilanz der Scheinleistungen wird im Leitwertdiagramm Fig. 4 durch das Dreieck $O, A_4, A_{1,4}^*$ dargestellt:

$$\bar{S}_4 = \overrightarrow{O\bar{A}_4} \cdot U_4^2 \quad \bar{S}_v = \overrightarrow{A_4\bar{A}_{1,4}^*} \cdot U_4^2 \quad \bar{S}_1 = \overrightarrow{O\bar{A}_{1,4}^*} \cdot U_4^2 \quad (49)$$

Die gesamten Scheinleistungen sind dreimal so gross.

Durch Zerlegung der Scheinleistungen in ihre Wirk- und Blindkomponenten ergeben sich die folgenden Ausdrücke:

$$\begin{aligned} P_4 &= w(A_4) \cdot U_4^2 & P_v &= w(\overrightarrow{A_4\bar{A}_{1,4}^*}) \cdot U_4^2 \\ P_1 &= w(A_{1,4}^*) \cdot U_4^2 \\ Q_4 &= b(A_4) \cdot U_4^2 & P_v &= b(\overrightarrow{A_4\bar{A}_{1,4}^*}) \cdot U_4^2 \\ P_1 &= b(A_{1,4}^*) \cdot U_4^2 \end{aligned} \quad (50)$$

In der ersten Zeile ist unter $w(A)$ die Wirkkoordinate des Punktes A und unter $w(\overrightarrow{A_4\bar{A}_{1,4}^*})$ die Wirkkomponente des Zeigers $\overrightarrow{A_4\bar{A}_{1,4}^*}$ zu verstehen. In der zweiten Zeile ist $b(A)$ die Blindkoordinate des Punktes A und $b(\overrightarrow{A_4\bar{A}_{1,4}^*})$ die Blindkomponente des Zeigers $\overrightarrow{A_4\bar{A}_{1,4}^*}$.

Die Blindkomponente der Verlust-Scheinleistung \bar{S}_v setzt sich nach Fig. 3 aus zwei kapazitiven und einem induktiven Anteil zusammen:

$$Q_v = \frac{1}{2} \omega C \cdot U_4^2 + \frac{1}{2} \omega C \cdot U_2^2 - \omega L \cdot I_3^2 \quad (51)$$

Die zugehörige Leitwertbeziehung lautet:

$$\begin{aligned} \frac{Q_v}{U_4^2} &= \frac{1}{2} \omega C + u_2^2 \cdot \frac{1}{2} \omega C - \omega L \cdot Y_3^2 \\ &= \overrightarrow{A_4 A_3} + \overrightarrow{A_{2,4}^* A_{1,4}^*} - |b(\overrightarrow{A_3}, \overrightarrow{A_{2,4}^*})| \end{aligned} \quad (52)$$

Die im letzten Ausdruck auftretende Grösse Y_3^2 ist das Quadrat des Betrages für den Scheinleitwert:

$$\bar{Y}_3 = \bar{Y}_4 + j \frac{1}{2} \omega C \quad [\text{s. Gl. (18)}]$$

der in Fig. 4 durch den Zeiger $\overrightarrow{O\bar{A}_3}$ dargestellt wird.

Die kapazitiven Anteile in Gl. (52) ändern sich verhältnismässig wenig mit der Belastung. Dagegen hängt der induktive Anteil sehr stark von der Belastung ab, die durch den Scheinleitwert \bar{Y}_4 gekennzeichnet wird. Bei kleinen Belastungen überwiegen die kapazitiven Anteile, so dass sich für Q_v ein positiver Wert ergibt. Es liegt dann im Leitwertdiagramm der Punkt $A_{1,4}^*$ links vom Punkt A_4 . Bei grossen Belastungen überwiegt dagegen der induktive Anteil, so dass sich für Q_v ein negativer Wert ergibt. In diesem Fall liegt der Punkt $A_{1,4}^*$ rechts vom Punkt A_4 .

Die Winkel der Scheinleistungen \bar{S}_4 und \bar{S}_1 bestimmen die Phasenwinkel an den Leitungsenden:

$$\varphi_4 = \sphericalangle(+w, O, A_4), \quad \varphi_1 = \sphericalangle(+w, O, A_{1,4}^*) \quad (53)$$

Wenn eine grössere Zahl von Belastungsfällen zu untersuchen ist, so empfiehlt es sich, besondere

Maßstäbe für die direkte Entnahme der Ströme und Leistungen einzuführen, die von der Spannung U_4 abhängen[1]. Der Leistungsmaßstab wird zweckmässig so gewählt, dass direkt die gesamten Leistungen entnommen werden können.

Ermittlung des Wirkungsgrades

Der Wirkungsgrad der Übertragung ist durch das Verhältnis der Wirkleistung P_4 im Punkt 4 zur Wirkleistung P_1 im Punkt 1 bestimmt. Nach Gl. (15) bzw. (39) sind:

$$P_4 = G_4 U_4^2 \quad P_1 = G_{1,4}^* U_4^2$$

es ist daher der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_4}{P_1} = \frac{G_4}{G_{1,4}^*} = \frac{w(A_4)}{w(A_{1,4}^*)} \quad (54)$$

Ermittlung des Spannungsverhältnisses \bar{U}_1/U_4

Der Betrag und Winkel des Spannungsverhältnisses \bar{U}_1/U_4 sind durch das Gleichungspaar Gl. (43) bestimmt. Der Spannungszeiger U_4 wurde in der positiven Hälfte der Wirkachse angenommen. Der Spannungszeiger \bar{U}_1 ist gegen U_4 um den Winkel $\vartheta_1' = \sphericalangle(A_{1,4}^*, O, A_{1,4})$ gedreht und hat den Betrag $U_1 = u_1 U_4$.

Ermittlung des Eingangsleitwertes der Leitung

Für die Behandlung von Fernleitungen mit Abzweigungen wird der Eingangsleitwert der abgehenden Leitungen benötigt, der von der Belastung dieser Leitungen abhängt. Der Eingangsleitwert \bar{Y}_1 bestimmt nach Gl. (11a) die Scheinleistung $\bar{S}_1 = \bar{Y}_1 U_1^2$. Andererseits kann diese Leistung nach Gl. (37) auch in der Form $\bar{Y}_{1,4}^* U_4^2$ ausgedrückt werden. Aus der Gleichsetzung:

$$\bar{S}_1 = \bar{Y}_1 U_1^2 = \bar{Y}_{1,4}^* U_4^2 \quad (55)$$

ergibt sich:

$$\bar{Y}_1 = \left(\frac{U_4}{U_1}\right)^2 \bar{Y}_{1,4}^* = \frac{1}{u_1^2} \bar{Y}_{1,4}^* \quad (56)$$

Dabei ist u_1 der durch die erste Gl. (43) bestimmte Betrag des Spannungsverhältnisses. Nach Gl. (56) hat der Eingangsleitwert \bar{Y}_1 die gleiche Richtung wie der Rechenleitwert $\bar{Y}_{1,4}^*$, der in Fig. 4 durch den Zeiger $\overrightarrow{OA_{1,4}^*}$ dargestellt wird. Der Endpunkt A_1 des Eingangsleitwertes \bar{Y}_1 wird erhalten, indem in der genannten Richtung der folgende Leitwertbetrag aufgetragen wird:

$$\overrightarrow{OA_1} = Y_1 = \frac{1}{u_1^2} Y_{1,4}^* = \frac{1}{u_1^2} \overrightarrow{OA_{1,4}^*} \quad (57)$$

Der Eingangsleitwert \bar{Y}_1 lässt sich auch mit dem Rechenleitwert $\bar{Y}_{1,4}$ in Beziehung bringen. Zu diesem Zweck drücken wir den Strom \bar{I}_1 einerseits durch das Produkt $\bar{Y}_1 \bar{U}_1$ und andererseits nach Gl. (32) durch $\bar{Y}_{1,4} U_4$ aus. Aus der Gleichsetzung:

$$\bar{I}_1 = \bar{Y}_1 \bar{U}_1 = \bar{Y}_{1,4} U_4 \quad (58)$$

ergibt sich die folgende Beziehung für das Original des Spannungsverhältnisses:

$$\frac{\bar{U}_1}{U_4} = \frac{\bar{Y}_{1,4}}{\bar{Y}_1} = \frac{\overrightarrow{OA_{1,4}}}{\overrightarrow{OA_1}} \quad (59)$$

Aus der Gegenüberstellung von Gl. (59) und (42) folgt, dass das Dreieck $O A_1 A_{1,4}$ dem Dreieck $O A_{1,4} A_{1,4}^*$ spiegelbildlich ähnlich ist.

Zahlenbeispiel

Für das Zahlenbeispiel wird die gleiche Leitung gewählt, die in der Arbeit [1] behandelt wurde. Es handelt sich dabei um eine 220-kV-Drehstromleitung aus Stahlaluminium-Seilen, die folgende kilometrische Werte besitzt ($f = 50$ Hz):

$$R^\circ = 0,099 \frac{\Omega}{\text{km}} \quad \omega L^\circ = 0,409 \frac{\Omega}{\text{km}};$$

$$G^\circ = 0, \quad \omega C^\circ = 2,78 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{km}}$$

Um die Ergebnisse vergleichen zu können, wurde auch die gleiche Leitungslänge $l = 300$ km und die gleiche Belastung angenommen.

Mit den obigen Zahlenwerten ergeben sich folgende Werte für den in der Ersatzschaltung (Fig. 3) auftretenden induktiven Scheinwiderstand und die kapazitiven Blindleitwerte:

$$\bar{Z} = (R^\circ + j \omega L^\circ) 300 \text{ km} = (29,7 + j 122,7) \Omega$$

$$j \frac{1}{2} \omega C = j \frac{1}{2} \omega C^\circ \cdot 300 \text{ km} = j 0,417 \text{ mS}$$

Die Belastung der Leitung sei durch die folgenden Leitwertkomponenten gegeben:

$$G_4 = 2,056 \text{ mS} \quad B_4 = -1,542 \text{ mS}$$

Der Betrag des zugehörigen Belastungsleitwertes $\bar{Y}_4 = G_4 + j B_4$ entspricht dem Betrag des Wellenleitwertes, der Leitungsfaktor ist $\cos \varphi_4 = 0,8$ ind. Bei $U_{4v} = 220$ kV entspricht dem Wirkleitwert G_4 die gesamte Wirkleistung:

$$P_{4total} = G_4 U_{4v}^2 = 99,5 \text{ MW}$$

Wenn das Leitwertdiagramm in einem grösseren Maßstab gezeichnet wird, so reicht bei sorgfältiger Konstruktion die Genauigkeit für praktische Zwecke vollkommen aus. Zur Kontrolle empfiehlt es sich jedoch, die Bestimmungsgrößen der benötigten Zeiger gleichzeitig zu berechnen. Wenn ein Leitwertzeiger \bar{Y} durch seine Komponenten G und B (algebraischer Betrag!) gegeben ist, so gelten für den Winkel und Betrag dieses Leitwertes die folgenden Formeln:

Falls $|B| < G$

$$\text{tg } \varphi(\bar{Y}) = \frac{B}{G} \quad Y = \frac{G}{\cos \varphi(\bar{Y})} \quad (60a)$$

Falls $|B| > G$

$$\text{cotg } \varphi(\bar{Y}) = \frac{G}{B} \quad Y = \frac{B}{\sin \varphi(\bar{Y})} \quad (60b)$$

Bei Anwendung dieser Formeln ist streng auf das Vorzeichen von B zu achten, da dieses das Vorzeichen des Winkels $\varphi(\bar{Y})$ bestimmt.

Konstruktion des Leitwertdiagrammes

Das Wertepaar G_4, B_4 bestimmt den Zeiger

$$\overrightarrow{OA_4} = \bar{Y}_4 = (2,056 - j 1,542) \text{ mS}$$

der den Ausgangspunkt der Konstruktion bildet. Dieser Zeiger ist in das Koordinatensystem w, b der Fig. 4 in dem angegebenen Leitwertmaßstab einzutragen. Der Scheinleitwert \bar{Y}_4 ist nach Gl. (14) ein Mass für den Strom und die Scheinleistung im Punkt 4. Sein Winkel bestimmt den Phasenwinkel am Belastungsende der Leitung.

Zur Darstellung des Stromes \bar{I}_3 und der Scheinleistung \bar{S}_3 im Punkt 3 wird der Scheinleitwert \bar{Y}_3 benötigt [s. Gl. (18)]. Dieser Leitwert wird nach Tabelle I erhalten, indem in Fig. 4 an den Zeiger $\overrightarrow{OA_4} = \bar{Y}_4$ der folgende kapazitive Blindleitwert angeschlossen wird:

$$\overrightarrow{A_4 A_3} = j \frac{1}{2} \omega C = j 0,417 \text{ mS}$$

Die geometrische Addition der Zeiger $\overrightarrow{OA_4}$ und $\overrightarrow{A_4 A_3}$ ergibt den Zeiger:

$$\overrightarrow{OA_3} = \overline{Y_3} = (2,056 - j 1,125) \text{ mS}$$

Für die weitere Rechnung werden der Winkel und Betrag des Zeigers $\overline{Y_3}$ benötigt, welche Grössen hier nach den Formeln (60 a) zu berechnen sind. Zur zahlenmässigen Auswertung sind Tafeln der trigonometrischen Funktionen sehr geeignet, die nach Minuten unterteilt sind. Mit dem berechneten Tangentenwert geht man in die tg-Spalte der genannten Tafeln ein und sucht dort den Zahlenwert auf, der dem Tangentenwert am nächsten liegt. Aus der zugehörigen Winkelspalte ist dann der Betrag des Winkels $\varphi(\overline{Y})$ und gleichzeitig aus der cos-Spalte der Wert von $\cos \varphi(\overline{Y})$ zu entnehmen, der für die Berechnung des Betrages Y erforderlich ist:

$$\text{tg } \varphi(\overline{Y_3}) = \frac{-1,125}{2,056} = \frac{-0,547}{1} \quad \varphi(\overline{Y_3}) = -28^\circ 41'$$

$$\cos \varphi(\overline{Y_3}) = 0,8773 \quad Y_3 = \frac{2,056 \text{ mS}}{0,8773} = 2,344 \text{ mS}$$

Zur Darstellung der Scheinleistung $\overline{S_2}$ im Punkt 2 wird der Rechenleitwert $\overline{Y_{2,4}^*}$ benötigt [s. Gl. (24)]. Dieser Rechenleitwert wird nach Tabelle I erhalten, indem in Fig. 4 an den Zeiger $\overrightarrow{OA_3} = \overline{Y_3}$ der folgende Zeiger angeschlossen wird:

$$\overrightarrow{A_3 A_{2,4}^*} = \overline{Z'} Y_3^2 = R Y_3^2 - j \omega L \cdot Y_3^2$$

Die Ausrechnung ergibt:

$$R Y_3^2 = 29,7 \Omega \cdot 2,344^2 \cdot 10^{-6} \text{ S}^2 = 0,163 \text{ mS}$$

$$- \omega L \cdot Y_3^2 = -122,7 \Omega \cdot 2,344^2 \cdot 10^{-6} \text{ S}^2 = -0,674 \text{ mS}$$

Es ist daher:

$$\overrightarrow{A_3 A_{2,4}^*} = (0,163 - 0,674) \text{ mS}$$

Die geometrische Addition der Zeiger $\overrightarrow{OA_3}$ und $\overrightarrow{A_3 A_{2,4}^*}$ ergibt den Zeiger

$$\overrightarrow{OA_{2,4}^*} = \overline{Y_{2,4}^*} = (2,219 - j 1,799) \text{ mS}$$

Der Winkel und Betrag dieses Zeigers sind in der uns schon bekannten Weise mit den Formeln (60 a) zu berechnen:

$$\text{tg } \varphi(\overline{Y_{2,4}^*}) = \frac{-1,799}{2,219} = \frac{-0,811}{1} \quad \varphi(\overline{Y_{2,4}^*}) = -39^\circ 2'$$

$$\cos \varphi(\overline{Y_{2,4}^*}) = 0,7768 \quad Y_{2,4}^* = \frac{2,219 \text{ mS}}{0,7768} = 2,857 \text{ mS}$$

Für die weitere Rechnung werden die Bestimmungsgrössen des Spannungsverhältnisses $\overline{U_2}/U_4$ benötigt. Nach Gl. (29) ist:

$$u_2 = \frac{U_2}{U_4} = \frac{Y_{2,4}^*}{Y_3} = \frac{2,857}{2,344} = 1,218$$

Der Winkel des Spannungsverhältnisses ist durch Gl. (30) bestimmt:

$$\vartheta_2' = \sphericalangle(U_4, \overline{U_2}) = \varphi(\overline{Y_3}) - \varphi(\overline{Y_{2,4}^*}) = 10^\circ 21'$$

Zur Darstellung des Stromes $\overline{I_1}$ im Punkt 1 wird der Rechenleitwert $\overline{Y_{1,4}}$ benötigt. Dieser Rechenleitwert wird nach Tabelle I erhalten, indem an den Zeiger $\overrightarrow{OA_3}$ der folgende Zeiger angeschlossen wird:

$$\overrightarrow{A_3 A_{1,4}} = \frac{\overline{U_2}}{U_4} j \frac{1}{2} \omega C$$

Die Komponenten dieses Zeigers sind durch den letzten Ausdruck von Gl. (33) bestimmt. Die Ausrechnung ergibt:

$$- u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \sin \vartheta_2' = -1,218 \cdot 0,417 \text{ mS} \cdot 0,1797 = -0,091 \text{ mS}$$

$$u_2 \cdot \frac{1}{2} \omega C \cos \vartheta_2' = 1,218 \cdot 0,417 \text{ mS} \cdot 0,9837 = 0,500 \text{ mS}$$

es ist daher:

$$\overrightarrow{A_3 A_{1,4}} = (-0,091 + j 0,500) \text{ mS}$$

Die geometrische Addition der Zeiger $\overrightarrow{OA_3}$ und $\overrightarrow{A_3 A_{1,4}}$ ergibt den Zeiger:

$$\overrightarrow{OA_{1,4}} = \overline{Y_{1,4}} = (1,965 - j 0,625) \text{ mS}$$

Der Winkel und Betrag dieses Zeigers sind mit den Formeln (60 a) zu berechnen:

$$\text{tg } \varphi(\overline{Y_{1,4}}) = \frac{-0,625}{1,965} = \frac{-0,318}{1} \quad \varphi(\overline{Y_{1,4}}) = -17^\circ 39'$$

$$\cos \varphi(\overline{Y_{1,4}}) = 0,9529 \quad Y_{1,4} = \frac{1,965 \text{ mS}}{0,9529} = 2,062 \text{ mS}$$

Zur Darstellung der Scheinleistung $\overline{S_1}$ im Punkt 1 wird der Rechenleitwert $\overline{Y_{1,4}^*}$ [s. Gl. (37)] benötigt. Dieser Rechenleitwert wird nach Tabelle I erhalten, indem an den Zeiger $\overrightarrow{OA_{2,4}^*}$ der folgende Zeiger angeschlossen wird:

$$\overrightarrow{A_{2,4}^* A_{1,4}^*} = j u_2^2 \frac{1}{2} \omega C = j 1,218^2 \cdot 0,417 \text{ mS} = j 0,619 \text{ mS}$$

Die geometrische Addition der Zeiger $\overrightarrow{OA_{2,4}^*}$ und $\overrightarrow{A_{2,4}^* A_{1,4}^*}$ ergibt den Zeiger

$$\overrightarrow{OA_{1,4}^*} = \overline{Y_{1,4}^*} = (2,219 - j 1,180) \text{ mS}$$

Der Winkel und Betrag dieses Zeigers sind:

$$\text{tg } \varphi(\overline{Y_{1,4}^*}) = \frac{-1,180}{2,219} = \frac{-0,532}{1} \quad \varphi(\overline{Y_{1,4}^*}) = -28^\circ$$

$$\cos \varphi(\overline{Y_{1,4}^*}) = 0,8829 \quad Y_{1,4}^* = \frac{2,219 \text{ mS}}{0,8829} = 2,513 \text{ mS}$$

Zur Kontrolle werden die Bestimmungsgrössen des Spannungsverhältnisses $\overline{U_1}/U_4$ benötigt. Nach Gl. (43) ist:

$$u_1 = \frac{U_1}{U_4} = \frac{Y_{1,4}^*}{Y_{1,4}} = \frac{2,513}{2,062} = 1,219$$

$$\vartheta_1' = \sphericalangle(U_4, \overline{U_1}) = \varphi(\overline{Y_{1,4}}) - \varphi(\overline{Y_{1,4}^*}) = 10^\circ 21'$$

Bei richtiger Rechnung müssen nach Gl. (45) die folgenden Beträge und Winkel gleich sein:

$$u_1 = u_2 \quad \vartheta_1' = \vartheta_2'$$

Dies ist mit praktisch ausreichender Genauigkeit erfüllt.

Der besseren Übersicht halber empfiehlt es sich, die Ergebnisse der vorstehenden Rechnung in zwei Tabellen (Tabellen II und III) einzutragen.

Leitwerte für die Darstellung der Ströme

Tabelle II

	G mS	B mS	$\varphi(\overline{Y})$	Y mS
$\overrightarrow{OA_4} = \overline{Y_4}$	2,056	-1,542		
$\overrightarrow{A_4 A_3} = j \frac{1}{2} \omega C$		0,417		
$\overrightarrow{OA_3} = \overline{Y_3}$	2,056	-1,125	-28° 41'	2,344
$\overrightarrow{A_3 A_{1,4}} = \frac{\overline{U_2}}{U_4} j \frac{1}{2} \omega C$	-0,091	0,500		
$\overrightarrow{OA_{1,4}} = \overline{Y_{1,4}}$	1,965	-0,625	-17° 39'	2,062

Bezüglich der Verwendung des Leitwertdiagrammes wird auf die früheren Ausführungen verwiesen [s. Gl. (47)...(59)]. Wenn die verkettete Spannung am Belastende U_{4v} mit 220 kV angenommen wird, so ist die Sternspannung $U_1 = 127 \text{ kV}$.

Mit dem in [1] behandelten Übersichtsdiagramm wurden für den Betrag und Winkel des Spannungsverhältnisses u_1 (in der zitierten Arbeit mit u_{12} bezeichnet) die folgenden Werte ermittelt:

$$u_1 = 1,214, \quad \vartheta_1 = 10^\circ 16'$$

Mit dem Leitwertdiagramm ergaben sich:

$$u_1 = 1,219, \quad \vartheta_1' = 10^\circ 21'$$

Die kleinen Differenzen sind auf die näherungsweise Berücksichtigung der Kapazität beim Leitwertdiagramm zurückzuführen.

Leitwerte für die Darstellung der Leistungen
Tabelle III

	G mS	B mS	$\varphi(\bar{Y})$	Y mS
$\overrightarrow{OA_4} = \bar{Y}_4$	2,056	-1,542		
$\overrightarrow{A_4A_3} = j \frac{1}{2} \omega C$		0,417		
$\overrightarrow{OA_3} = \bar{Y}_3$	2,056	-1,125	-28° 41'	2,344
$\overrightarrow{A_3A_{2,4}} = \bar{Z}' Y_3^2$	0,163	-0,674		
$\overrightarrow{OA_{2,4}} = \bar{Y}_{2,4}^*$	2,219	-1,799	-39° 2'	2,857
$\overrightarrow{A_{2,4}A_{1,4}} = j u_2^2 \cdot \frac{1}{2} \omega C$		0,619		
$\overrightarrow{OA_{1,4}} = \bar{Y}_{1,4}^*$	2,219	-1,180	-28°	2,513

Nachstehend sind einige weitere Verwendungsmöglichkeiten für Leitwertdiagramme angedeutet:

Fernleitung mit Transformatoren an den beiden Leitungsenden

Bei der Aufstellung des Leitwertdiagrammes für eine Fernleitung mit Transformatoren an den beiden Leitungsenden empfiehlt sich die Verwendung der T-Ersatzschaltung, die nur eine konzentrierte Kapazität enthält. Wenn die Magnetisierungsströme vernachlässigt werden, so können die Transformatoren durch Längswiderstände berücksichtigt werden, die den Kurzschlusswiderständen der Transformatoren

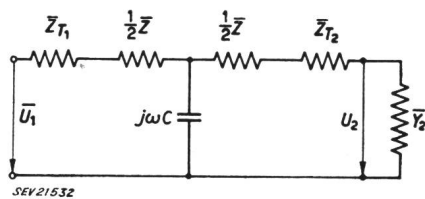


Fig. 5

entsprechen. Auf diese Weise ergibt sich die in Fig. 5 gezeigte Ersatzschaltung, in der die genannten Längswiderstände mit \bar{Z}_{T1} und \bar{Z}_{T2} (auf die Hochspannungsseite reduziert!) bezeichnet sind. Diese Widerstände lassen sich mit den Widerständen $\frac{1}{2} \bar{Z}$ zusammenfassen. Zur Ableitung des Leitwertdiagrammes ist es zweckmässig, die für die Änderung der Spannungen und der Ströme in Betracht kommenden Stellen der Ersatzschaltung mit einer fortlaufenden Bezifferung zu versehen (vgl. Fig. 3). Im übrigen sind sinngemäss ähnliche Überlegungen anzuwenden wie in dem behandelten Beispiel.

Kompensierte Fernleitungen

Bei der Behandlung einer Fernleitung mit Querdrosselspulen wird es zweckmässig sein, die Zwischenstücke der Leitung durch π -Schaltungen zu ersetzen. Man kann dann den induktiven Scheinleitwert jeder Drosselspule mit den kapazitiven Blindleitwerten der angrenzenden Ersatzkapazitäten ($j \frac{1}{2} \omega C$) zusammenfassen. Bei einer durch eine Längskapazität kompensierten Fernleitung dürfte es dagegen am Platze sein, für die beiden Teilstücke der Fernleitung die T-Ersatzschaltung zu verwenden.

Fernleitung mit Abzweigungen

Bei der Behandlung einer Fernleitung mit Abzweigungen liegt der Fall ähnlich wie bei einer Fernleitung mit Querdrosselspulen. Die abgehenden Leitungen sind durch ihre Eingangsleitwerte zu kennzeichnen, die von der Belastung der Zweige abhängen. Die Ermittlung der Eingangsleitwerte für die abzweigenden Leitungen kann nach dem früher angegebenen Verfahren erfolgen [vgl. Gl. (56)]. Die Zwischenstücke der Leitung sind durch π -Schaltungen zu ersetzen. Man kann dann den Eingangsleitwert jeder abzweigenden Leitung mit den kapazitiven Blindleitwerten der angrenzenden Ersatzkapazitäten zusammenfassen.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein Beispiel für die vom Autor entwickelten Leitwertdiagramme für Ersatzschaltungen von Fernleitungen behandelt. Diese Leitwertdiagramme haben gegenüber den bekannten, aus Spannungs- und Stromzeigern bestehenden Zeigerdiagrammen, den grossen Vorzug, dass man auch die Wirk- und Blindleistungen an den beiden Leitungsenden entnehmen kann. Da diese Leistungen im gleichen Maßstab dargestellt werden, so gewinnt man einen anschaulichen Einblick in die Wirk- und Blindleistungsbilanz der Fernleitung. Die Berechnung der für die Darstellung der Ströme und Leistungen erforderlichen Leitwertgrössen erfolgt sozusagen «automatisch» mit je einem Rechenschema. Von besonderem Vorteil ist dabei der Umstand, dass die Richtigkeit der Rechnung leicht kontrolliert werden kann. Nach dem gleichen Verfahren können auch z. B. kompensierte Leitungen oder Leitungen mit Abzweigungen behandelt werden. Bei solchen verwickelteren Anordnungen ist eine laufende Kontrolle der Rechnung möglich.

Es lassen sich auch Leitwertdiagramme für den Fall entwickeln, dass die Spannung am Leitungsende 1 gegeben ist, die dann als Bezugsspannung gewählt wird. Dabei kann entweder die Scheinleistung am Leitungsende 1 oder der der Belastung am Leitungsende 2 entsprechende Scheinleitwert \bar{Y}_2 gegeben sein. Die Vorschreibung der Scheinleistung am Leitungsende 2 ist im allgemeinen nicht möglich, da diese Leistung von der zunächst nicht bekannten Spannung am Leitungsende 2 abhängt. Der Scheinleitwert \bar{Y}_2 ist dagegen in praktischen Grenzen von der Spannung am Leitungsende 2 unabhängig. Die Leitwertdiagramme für die genannten Formen der Aufgabestellung wurden allgemein in [4] behandelt.

Literatur

- [1] Kafka, H.: Übersichtsdiagramme für die strenge Behandlung von Fernleitungen. Arch. Elektrotechn. Bd. 4(1952), Nr. 5, S. 304...315.
- [2] Kafka, H.: Die geometrische Auffassung der Zeigerrechnung. Elektrotechn. u. Maschinenbau. Bd. 68(1951), Nr. 6, S. 159...166.
- [3] Kafka, H.: Neue Leitwertdiagramme für Fernleitungen. Elektrotechn. Z. Bd. 64(1943), Nr. 11/12, S. 153...157.
- [4] Kafka, H.: Neue Leitwertdiagramme für passive lineare Vierpole. Arch. elektr. Übertr. Bd. 4(1950), Nr. 11, S. 446...454.

Adresse des Autors:

Prof. Dr.-Ing. Hch. Kafka, Technische Hochschule, Karlsruhe.