

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 44 (1953)

Heft: 12: Centenaire de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne

Artikel: Les schémas équivalents des machines électriques en régime transitoire

Autor: Fourmarier, P.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1059947>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

teurs essentiellement. Les réseaux de distribution étaient le plus fréquemment triphasés. Cependant, pendant longtemps des distributions uniquement monophasées ont existé dans les campagnes et les villages. La tension moyenne était, dans les régions urbaines, relativement réduite, le plus souvent 3 kV, et la distribution à basse tension à 125 ou 110 volts.

Les super-réseaux de distribution n'existaient pas. Si cette période de début est caractérisée par ces faibles puissances, des consommateurs disons normaux, elle a duré assez longtemps dans certaines régions. Elle a évolué partout dans une même direction; la multiplicité des applications de l'électricité a pénétré partout, et partout des charges accrues ont obligé les entreprises à s'adapter et à modifier presque constamment les réseaux de distribution pour les rendre aptes à faire face aux besoins du moment.

Les problèmes identiques ont des solutions différentes suivant qu'ils se rapportent à des *réseaux ruraux* ou des *réseaux urbains*. La densité des charges et la répartition de celles-ci est très différente. On a, dans le premier cas, des lignes aériennes souvent longues, des charges qui, en cas d'augmentation de puissance, entraînent des chutes de tension qui peuvent devenir inadmissibles. Les modifications qu'entraînent des charges nouvelles peuvent souvent se limiter à l'augmentation du calibre des conducteurs; elles sont relativement aisées.

Dans les *réseaux urbains*, construits le plus fréquemment en câbles sous plomb, l'augmentation des charges est le plus souvent limitée par l'échauffement et les charges maxima prescrites. Le rem-

placement des conducteurs n'est le plus souvent pas possible et d'autres moyens, par exemple tension plus élevée, augmentation du nombre des stations, etc., doivent être recherchés.

Une solution est commune aux deux genres de réseaux: le changement de la tension de distribution. Il a été largement utilisé dans notre pays, comme cela ressort du tableau suivant:

Réseaux BT à la tension normalisée triphasée
220/380 V en proportion du total

Année	%
1929	21,4
1936	41,8
1942	54,7
1948	67,3

Il est certain que le changement se poursuit à une cadence plus ou moins rapide dans tous les réseaux où l'opération n'est pas achevée; à Lausanne, par exemple, le passage à la tension normalisée est achevé depuis 1940.

Pour ne pas dépasser les bornes qui nous sont impartiées, nous limitons la présente note à ce qui précède; elle contient les éléments dont la portée est en quelque sorte générale. Dans un article qui paraîtra ultérieurement dans ce bulletin sera examinée l'évolution de la distribution dans les réseaux urbains et plus particulièrement à Lausanne.

Adresse de l'auteur:

P. Meystre, ing. dipl. EPUL, chef du Service de l'électricité de la Ville de Lausanne.

Les schémas équivalents des machines électriques en régime transitoire

Par P. Fourmarier, Lausanne

621.313.3

L'auteur montre d'abord que la théorie des composantes symétriques peut aisément s'appliquer aux vecteurs généralisés représentant les courants et les tensions transitoires dans les systèmes polyphasés. Il développe ensuite les schémas équivalents de l'alternateur et du moteur asynchrone à un ou à deux enroulements rotoriques valables aussi bien en régime stationnaire qu'en régime transitoire. Il donne enfin deux cas d'application de cette méthode dont les résultats concordent avec ceux obtenus par les méthodes classiques.

Der Autor zeigt zuerst, dass die Theorie der symmetrischen Komponenten leicht den allgemeinen Vektoren angepasst werden kann, welche die Ausgleichströme in mehrphasigen Systemen bilden. Er entwickelt nachher die Ersatzschemata des Drehstromgenerators und des Asynchronmotors mit einer oder zwei Sekundärwicklungen, die sowohl für stationäre, als auch für Ausgleichströme gelten. Zum Schluss gibt er zwei Beispiele der Anwendung dieser Methode; deren Resultate stimmen mit denjenigen überein, die mit der «klassischen» Methode erhalten werden.

Introduction

Le présent article établit les bases des schémas équivalents des machines électriques, moteur asynchrone et alternateur en régime stationnaire et transitoire, en fonctionnement symétrique et dissymétrique. L'étude des phénomènes transitoires dans des conditions dissymétriques de fonctionnement requiert d'abord que l'on puisse appliquer aux phénomènes transitoires la théorie des composantes symétriques; c'est la raison pour laquelle la première partie de cette étude sera consacrée à ce sujet. Notre étude comportera donc les cinq chapitres suivants:

A. Application des composantes symétriques aux phénomènes transitoires;

B. Schéma équivalent du moteur asynchrone en régime transitoire.

C. Schéma équivalent de l'alternateur muni d'un seul enroulement rotorique en régime stationnaire et transitoire.

D. Schéma équivalent de l'alternateur muni de deux enroulements rotoriques en régimes stationnaire et transitoire.

E. Cas d'application:

1. Court-circuit brusque symétrique d'un alternateur en partant du fonctionnement à vide.

2. Court-circuit brusque entre phases d'un alternateur en partant du fonctionnement à vide.

D'autres cas peuvent être envisagés par la même méthode et notamment celui de l'alternateur à rotor dissymétrique, mais l'étendue restreinte qui nous est imposée pour cet article nous empêche de développer ces cas particuliers; nous espérons pouvoir les exposer dans une prochaine publication.

A. Application des composantes symétriques aux phénomènes transitoires

Dans un réseau polyphasé, symétrique ou non, les courants transitoires se composent d'une série de termes dont les pulsations généralisées de la forme $-\alpha + j\omega$ sont définies par l'équation caractéristique relative à l'ensemble des phases. Dans chacune des phases existe donc en principe un courant de chacune de ces pulsations. Dans le cas du système triphasé que nous envisageons particulièrement ici, les courants dans les trois phases peuvent donc s'écrire :

$$\begin{aligned} i_1 &= I_{11} e^{-\alpha t} \sin(\omega_1 t + \varphi_{11}) + \dots + \\ &\quad + I_{1n} e^{-\alpha n t} \sin(\omega_n t + \varphi_{1n}) \\ i_2 &= I_{21} e^{-\alpha_1 t} \sin(\omega_1 t + \varphi_{21}) + \dots + \\ &\quad + I_{2n} e^{-\alpha n t} \sin(\omega_n t + \varphi_{2n}) \\ i_3 &= I_{31} e^{-\alpha_1 t} \sin(\omega_1 t + \varphi_{31}) + \dots + \\ &\quad + I_{3n} e^{-\alpha n t} \sin(\omega_n t + \varphi_{3n}) \end{aligned}$$

expressions dans lesquelles le premier indice indique la phase envisagée, le second la composante du courant transitoire.

Envisageons la composante d'ordre n . Elle peut être représentée à un instant donné, par exemple au moment de l'établissement du phénomène transitoire par trois vecteurs généralisés \vec{i}_{1n} , \vec{i}_{2n} , \vec{i}_{3n} dont la vitesse angulaire de rotation est égale à $-\alpha_n + j\omega_n$.

Ces vecteurs tournant à la même vitesse et ayant le même décrément logarithmique peuvent être remplacés, comme dans la théorie des composantes symétriques classiques, par trois systèmes de vecteurs de même pulsation généralisée dont les valeurs à l'instant considéré dans la phase origine 1 sont définies par

$$\begin{aligned} \vec{i}_{+n} &= \frac{1}{3} (\vec{i}_{1n} + \vec{i}_{2n} / \underline{120^\circ} + \vec{i}_{3n} / \underline{120^\circ}) \\ \vec{i}_{-n} &= \frac{1}{3} (\vec{i}_{1n} + \vec{i}_{2n} / \underline{120^\circ} + \vec{i}_{3n} / \underline{120^\circ}) \\ \vec{i}_{0n} &= \frac{1}{3} (\vec{i}_{1n} + \vec{i}_{2n} + \vec{i}_{3n}) \end{aligned}$$

a) Chutes de tension transitoires dans un système dissymétrique d'impédances

Soient z_1 , z_2 , z_3 les impédances offertes par les trois éléments insérés dans les trois phases à des courants de pulsation généralisée $-\alpha + j\omega$. Si, par exemple, chacune des impédances z_1 , z_2 , z_3 se compose d'une self-induction L_1 , L_2 , L_3 en série avec une résistance R_1 , R_2 , R_3 on a

$$\begin{aligned} z_1 &= (-\alpha + j\omega) L_1 + R_1 = \lambda L_1 + R_1 \\ z_2 &= (-\alpha + j\omega) L_2 + R_2 = \lambda L_2 + R_2 \\ z_3 &= (-\alpha + j\omega) L_3 + R_3 = \lambda L_3 + R_3 \end{aligned}$$

(en posant $\lambda = -\alpha + j\omega$).

Soient i_1 , i_2 , i_3 les valeurs instantanées des courants dans les trois phases, courants de même pulsation généralisée représentés par les vecteurs généralisés \vec{i}_1 , \vec{i}_2 , \vec{i}_3 .

Les différences de potentiel aux bornes des impédances, u_1 , u_2 , u_3 sont données en valeur instantanée par

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$u_1 = R_1 I_1 e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_1) -$$

$$- \alpha L_1 I_1 e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_1) + \omega L_1 I_1 e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi_1)$$

Si \vec{i}_1 est le vecteur généralisé représentant le courant à l'instant considéré, la différence de potentiel aux bornes de z_1 est donc représentée par la somme de deux vecteurs :

un vecteur $R_1 \vec{i}_1$

un vecteur $(-\alpha + j\omega) L_1 \vec{i}_1$

soit un vecteur résultant

$$\vec{u}_1 = (R_1 + \lambda L_1) \vec{i}_1 = z_1 \vec{i}_1$$

Les trois chutes de tension dans z_1 , z_2 , z_3 sont donc

$$\vec{u}_1 = z_1 \vec{i}_1 \quad \vec{u}_2 = z_2 \vec{i}_2 \quad \vec{u}_3 = z_3 \vec{i}_3$$

On démontre aisément que les composantes symétriques de ces chutes de tension sont données par

$$\vec{u}_+ = \vec{i}_+ z_0 + \vec{i}_- z_- + \vec{i}_0 z_+$$

$$\vec{u}_- = \vec{i}_+ z_+ + \vec{i}_- z_0 + \vec{i}_0 z_-$$

$$\vec{u}_0 = \vec{i}_+ z_- + \vec{i}_- z_+ + \vec{i}_0 z_0$$

en posant

$$z_0 = \frac{1}{3} (z_1 + z_2 + z_3)$$

$$z_+ = \frac{1}{3} (z_1 + z_2 / \underline{120^\circ} + z_3 / \underline{120^\circ})$$

$$z_- = \frac{1}{3} (z_1 + z_2 / \underline{120^\circ} + z_3 / \underline{120^\circ})$$

expressions identiques à celles relatives aux phénomènes stationnaires.

b) Détermination des pulsations caractéristiques et des vecteurs généralisés

Les pulsations caractéristiques du circuit s'obtiennent aisément en appliquant la loi d'Ohm aux trois composantes de courant et en posant égal à zéro le déterminant des coefficients de ces équations qui ne renferme que les impédances relatives aux pulsations complexes du système. Les longueurs et positions des vecteurs généralisés se déterminent à l'instant initial par les conditions initiales, compte tenu des vecteurs représentant les courants stationnaires.

B. Schéma équivalent du moteur asynchrone en régime transitoire

1. Champ produit par des courants sinusoïdaux amortis

Supposons que les trois enroulements d'un moteur asynchrone à $2p$ pôles soient parcourus par des courants triphasés de pulsation généralisée $-\alpha + j\omega$ soit

$$\begin{aligned} i_1 &= I \varepsilon^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi) \\ i_2 &= I \varepsilon^{-\alpha t} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_3 &= I \varepsilon^{-\alpha t} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

On peut démontrer par application à des courants de pulsation généralisée de la théorie des champs glissants que l'induction B produite dans l'entrefer est une induction glissante tournant à la vitesse ω/p et décroissant exponentiellement avec la constante de temps $1/\alpha$. Cette induction peut donc être représentée par un vecteur généralisé en phase avec le vecteur représentant le courant dans la phase origine de l'enroulement statorique et proportionnel à lui. Si l'on porte le flux par pôle suivant la direction de ce vecteur induction, on trouve la relation vectorielle

$$\vec{\Phi} = \frac{4n_1 K_1 K_1'}{\pi R p} \vec{i}_1$$

où n_1 nombre total de conducteurs du stator;

K_1 coefficient de bobinage relatif à la distribution des conducteurs dans les m encoches par pôle et par phase;

K_1' coefficient de bobinage relatif à un raccourcissement éventuel du pas d'enroulement;

R reluctance de l'entrefer sous un pôle;

p nombre de paires de pôles.

2. Forces électromotrices induites

On peut également démontrer que la force électromotrice produite par le flux $\vec{\Phi}$ dans l'enroulement du stator peut être représentée par un vecteur généralisé

$$\vec{e}_1 = -\frac{-\alpha + j\omega}{2} K_1 K_1' \frac{n}{q} \vec{\Phi}$$

ce qui donne le diagramme vectoriel de la fig. 1.

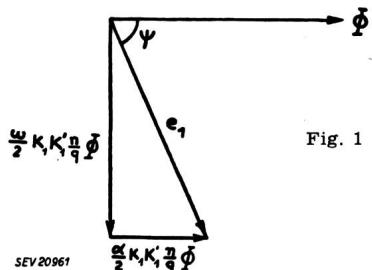


Fig. 1

Supposons maintenant que dans l'entrefer d'un moteur asynchrone glisse un flux résultant exponentiel représenté par rapport au stator par un vecteur généralisé $\vec{\Phi}$; les forces électromotrices induites respectivement dans le stator et dans le rotor tournant à la vitesse $(1-g) \frac{\omega}{p}$ peuvent être représentées par les vecteurs généralisés

$$\vec{e}_1 = -\frac{-\alpha + j\omega}{2} K_1 K_1' \frac{n_1}{q_1} \vec{\Phi},$$

$$\vec{e}_2 = -\frac{-\alpha + j\omega}{2} K_2 K_2' \frac{n_2}{q_2} \vec{\Phi},$$

où les indices 1 se rapportent au stator, les indices 2 au rotor, q étant le nombre de phases.

3. Equations du moteur asynchrone en régime transitoire

On peut établir par un raisonnement tout à fait analogue à celui utilisé pour l'étude du moteur asynchrone en régime stationnaire que les équations du moteur asynchrone en régime transitoire à vitesse constante du rotor sont données par

$$\begin{aligned} \vec{i}_1 - \vec{i}_2' &= \frac{1}{-\alpha + j\omega} \cdot \frac{\vec{e}_1}{L_\mu} \\ \vec{u}_1 &= \vec{e}_1 + [R_1 + (-\alpha + j\omega) L_1] \vec{i}_1 \\ \vec{e}_1 &= \left[R_2' \frac{-\alpha + j\omega}{-\alpha + j\omega} + (-\alpha + j\omega) L_2' \right] \vec{i}_2' \end{aligned}$$

où L_1 self-induction de fuite du stator par phase;

L_2' self-induction de fuite du rotor ramenée au stator;

L_μ self-induction magnétisante;

R_1 résistance par phase du stator;

R_2' résistance de fuite du rotor ramenée au stator;

\vec{u}_1 tension aux bornes du stator;

\vec{i}_2' courant rotorique ramené au stator.

Les coefficients rapportant les éléments rotoriques au stator sont d'ailleurs les mêmes que ceux utilisés en régime stationnaire.

4. Schéma équivalent du moteur asynchrone en régime transitoire

Les équations précédentes montrent que le moteur asynchrone en régime transitoire peut être représenté par le schéma équivalent de la fig. 2

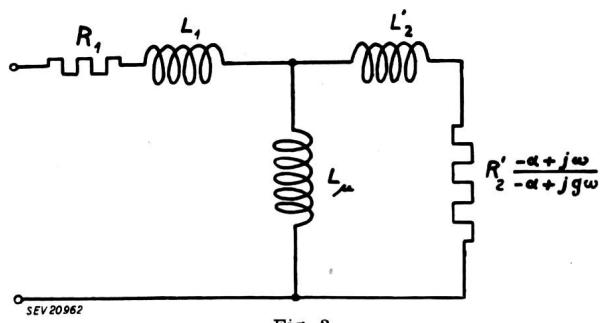


Fig. 2

lorsqu'il est parcouru par des courants de pulsation généralisée $-\alpha + j\omega$. En général, lorsqu'on étudie le fonctionnement du moteur asynchrone en régime transitoire, la pulsation ω des courants transitoires et le glissement correspondant ne sont pas connus; il est dès lors avantageux de transformer le schéma précédent en celui de la fig. 3 en remarquant que si l'on désigne par $\frac{\omega_0}{p}$ la vitesse mécanique de rotation du rotor

$$g = \frac{\omega - \omega_0}{\omega}$$

$$\text{et } \frac{-\alpha + j\omega}{-\alpha + j\omega_0} = \frac{\lambda}{\lambda - j\omega_0}$$

où λ est comme plus haut la pulsation généralisée des courants statoriques. Remarquons immédiatement que ce schéma s'applique identiquement aux phénomènes stationnaires, car, dans ce cas, $\lambda = j\omega$

$$\text{et } \frac{R'_2 \lambda}{\lambda - j\omega_0} = \frac{R'_2}{g}$$

a) Schéma simplifié

Lorsqu'on ne désire pas une grande précision ou que le phénomène transitoire consiste dans la mise en court-circuit d'un ou de plusieurs moteurs asynchrones par l'intermédiaire d'impédances extérieures relativement petites, on peut en première approximation supprimer la branche magnétisante et réduire le schéma équivalent à celui de la fig. 4.

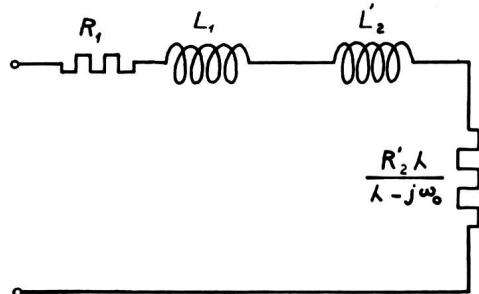


Fig. 4

C. Schéma équivalent de l'alternateur à rotor symétrique en régimes stationnaire et transitoire

Dans le cadre extrêmement limité de cet article, nous envisagerons uniquement le cas de l'alternateur à rotor symétrique, nous réservant de développer plus tard le cas de l'alternateur à rotor dissymétrique. Notons d'ailleurs qu'un alternateur à inducteur monophasé se comporte souvent comme un alternateur à rotor symétrique en régime transitoire par suite de la présence de l'amortisseur.

Un alternateur à rotor symétrique peut être assimilé à un moteur asynchrone dans les conditions suivantes: le rotor doit être symétrique vis-à-vis d'un champ tournant par rapport à lui et être alimenté en courant continu; il peut donc être représenté par l'un des deux schémas de la fig. 5 moyennant la condition que la résistance des trois phases, y compris celle des sources d'alimentation en courant continu, soient égales. Ce courant continu peut être considéré comme la valeur instantanée d'un

courant triphasé équilibré de valeur efficace I de telle manière que dans la phase a le courant soit nul dans la phase b et égal à $I/3\sqrt{2}$ dans les phases b et c tandis que dans le schéma de la fig. 5B, le courant soit maximum, soit $I\sqrt{2}$ dans la phase a et égal à $-I/\sqrt{2}$ dans chacune des phases b et c .

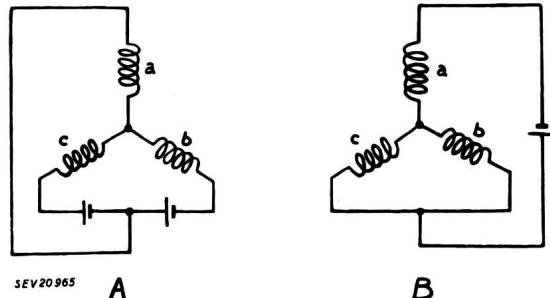


Fig. 5

Dans le schéma équivalent, on peut donc considérer qu'en régime stationnaire, la portion du circuit relative au rotor est parcourue par un courant alternatif stationnaire constant de pulsation ω_0 (vitesse mécanique de rotation multipliée par le nombre de paires de pôles p). Dans le cas de phénomènes transitoires, à ce courant se superposent des composantes transitoires de pulsations différentes. Le schéma équivalent complet de l'alternateur en régimes stationnaire et transitoire est donc celui de la fig. 6 dans lequel:

- L_1, L_2' self-inductions de fuite primaire et secondaire ramenée au primaire;
- R_1, R_2' résistances primaire et secondaire ramenée au primaire;
- L_μ self-induction magnétisante;
- S source d'impédance nulle et de force électromotrice adéquate fournit un courant constant de pulsation ω_0 et d'intensité I_{20}' égale à la valeur équivalente du courant d'excitation ramenée au stator;
- λ pulsation généralisée des courants égale d'ailleurs à $j\omega_0$ pour les courants stationnaires;
- A et B bornes de l'alternateur.

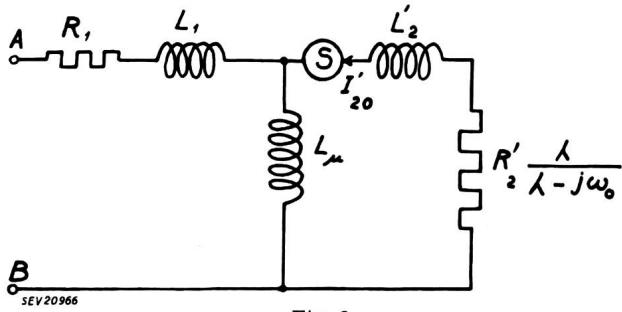


Fig. 6

D. Alternateur ou moteur asynchrone muni de deux enroulements rotoriques symétriques

Lorsque le moteur asynchrone est muni de deux enroulements rotoriques symétriques, le flux dans l'entrefer est produit simultanément par le stator et les deux enroulements rotoriques; d'autre part, chacun de ces enroulements rotoriques possède un coefficient de self-induction de fuites propre et un coefficient d'induction mutuelle, dû uniquement aux flux de fuite, vis-à-vis de l'autre enroulement roto-

rique. Si l'on ramène tous ces coefficients au stator, le schéma équivalent du moteur asynchrone à deux enroulements rotoriques peut donc en régime stationnaire se représenter par la fig. 7. Or, la partie secondaire de ce schéma n'est pas autre chose que celui d'un transformateur de même nombre de spires primaire et secondaire, dont les enroulements

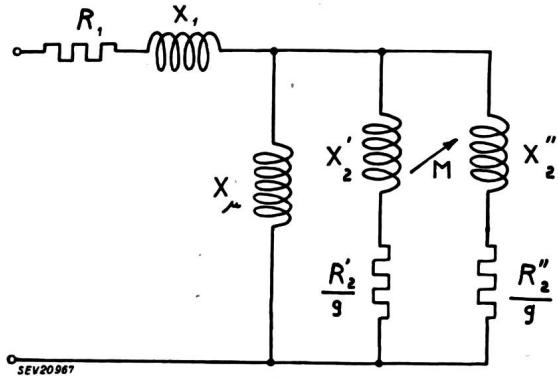


Fig. 7

auraient respectivement des réactances totales X_2' et X_2'' et des résistances R_2'/g et R_2''/g et dont le primaire et le secondaire seraient mis en parallèle. Ce transformateur peut donc être remplacé par son schéma équivalent dans lequel le primaire et le secondaire sont mis en parallèle, ce qui amène finalement au schéma équivalent du moteur asynchrone à deux enroulements rotoriques symétriques en

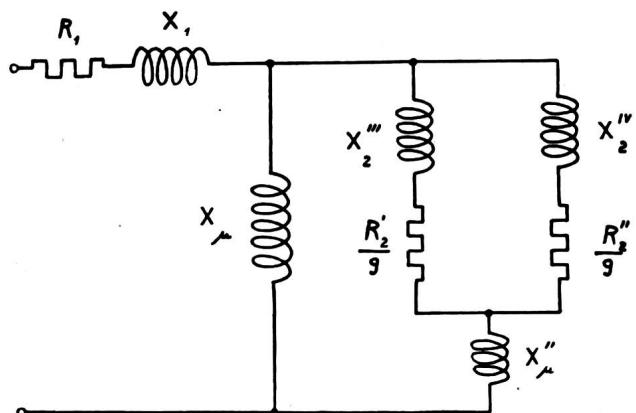


Fig. 8

régime stationnaire représenté à la fig. 8, dans laquelle :

X_2''' , X_2^{IV} réactances de fuite dans le schéma équivalent de ce transformateur secondaire;

X_μ' réactance magnétisante correspondante soit

$$X_2''' = X_2' - \omega_0 M$$

$$X_2^{IV} = X_2'' - \omega_0 M$$

$$X_\mu' = \omega_0 M$$

En vertu des mêmes considérations que celles relatives au moteur asynchrone à un seul enroulement rotorique, le schéma équivalent en régime transitoire peut donc se représenter comme indiqué dans la fig. 9.

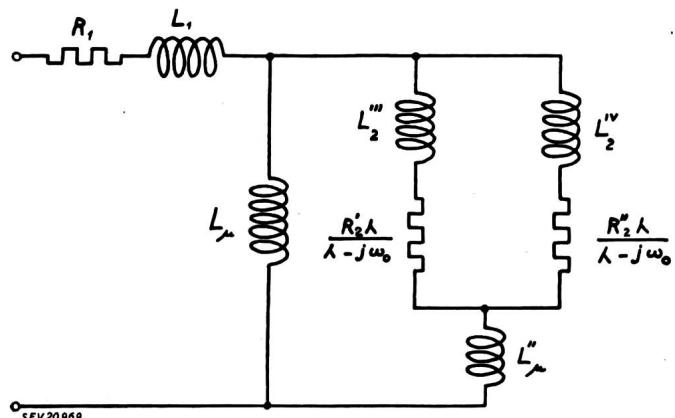


Fig. 9

a) Schéma équivalent de l'alternateur à deux enroulements rotoriques symétriques

En nous basant sur l'ensemble des considérations précédentes, on voit aisément que le schéma équivalent de l'alternateur en régimes stationnaire et transitoire est celui de la fig. 10 où, comme dans la fig. 6, S est une source d'impédance nulle et de force électromotrice convenable fournissant un courant constant de pulsation ω_0 et d'intensité égale à la valeur équivalente du courant d'excitation ramenée au stator dans l'enroulement d'excitation.

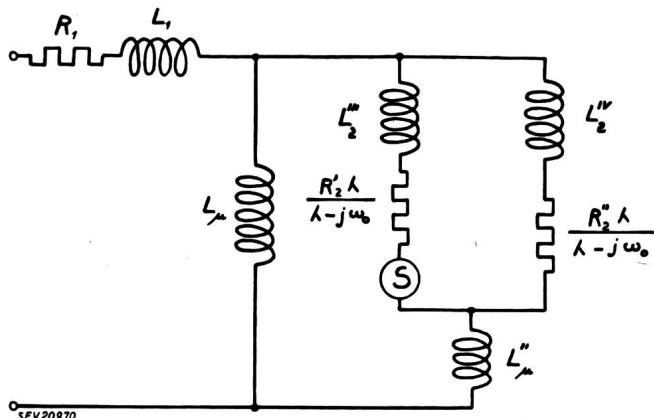


Fig. 10

E. Cas d'application

Nous n'envisagerons ici que deux cas :

1. Court-circuit brusque symétrique d'un alternateur en partant du fonctionnement à vide.
2. Court-circuit entre phases dans les mêmes conditions initiales.

1. Court-circuit brusque symétrique d'un alternateur en partant du fonctionnement à vide

a) Fonctionnement à vide

La différence de potentiel aux bornes à vide est donnée immédiatement par le schéma équivalent :

$$U_0 = jX_\mu I_{20}$$

b) Courant stationnaire de court-circuit

Les bornes A et B du schéma équivalent sont en court-circuit

$$I_c = I_{20} \frac{jX_\mu}{R_1 + j(X_\mu + X_1)} \approx I_{20} \frac{X_\mu}{X_1 + X_\mu} = \frac{U_0}{X_1 + X_\mu}$$

$X_1 + X_\mu$ n'est donc pas autre chose que la réactance synchrone.

c) Régime transitoire

a) Valeurs des pulsations généralisées

En appliquant les lois de Kirchhoff au circuit équivalent dont les bornes A et B sont en court-circuit, l'équation aux pulsations se met sous la forme d'un déterminant:

$$\begin{vmatrix} R_1 + \lambda L_1 & \lambda L_2' + R_2' \frac{\lambda}{\lambda - j\omega_0} \\ R_1 + p(L_1 + L_\mu) & -L_\mu \end{vmatrix} = 0$$

Si l'on néglige d'abord la résistance statorique, quitte à en tenir compte ensuite pour déterminer l'amortissement de la composante continue, on obtient les solutions suivantes:

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = j\omega_0 - \frac{R_2'(L_1 + L_\mu)}{L_1 L_\mu + L_1 L_2' + L_\mu L_2'}$$

La première correspond à la composante continue, la seconde est une composante alternative de pulsation ω_0 et dont le coefficient d'amortissement vaut

$$\frac{R_2'(L_1 + L_\mu)}{L_1 L_\mu + L_1 L_2' + L_\mu L_2'}$$

β) Détermination des vecteurs généralisés représentant les composantes transitoires

Soient \vec{i}_{10} et \vec{i}_{10}' les vecteurs généralisés représentant les composantes du courant statorique transitoire respectivement de pulsations λ_1 et λ_2 à l'instant initial, \vec{i}_{20} et \vec{i}_{20}' les mêmes composantes du courant rotorique.

On a les relations vectorielles à l'instant initial:

$$\begin{aligned} \vec{i}_{10} + \vec{i}_{10}' + \vec{I}_{c0} &= 0 \\ \vec{i}_{20} + \vec{i}_{20}' &= 0 \end{aligned}$$

où \vec{I}_{c0} est le vecteur représentant le courant stationnaire de court-circuit à l'instant initial.

En résolvant les équations du schéma équivalent, on trouve en négligeant R_2' vis-à-vis de $\omega_0(L_\mu + L_2')$

$$\vec{i}_{10} = -\frac{\vec{I}_{c0}}{1 - \frac{X_\mu^2}{(X_1 + X_\mu)(X_2' + X_\mu)}}$$

et

$$\vec{i}_{10}' = \frac{\vec{I}_{c0}}{(X_\mu + X_1)(X_\mu + X_2')} - 1$$

Or on sait que le coefficient de dispersion σ est donné par

$$\sigma = 1 - \frac{X_\mu^2}{(X_\mu + X_1)(X_\mu + X_2')}$$

et par conséquent:

$$\vec{i}_{10} = -\frac{\vec{I}_{c0}}{\sigma}$$

$$\vec{i}_{10}' = \frac{1 - \sigma}{\sigma} \vec{I}_{c0}$$

ce qui correspond aux résultats obtenus par d'autres méthodes.

γ) Amortissement des composantes transitoires

Le coefficient d'amortissement de la composante transitoire de pulsation ω_0 a été trouvé précédemment. Pour déterminer celui de la composante continue, il suffit dans l'équation complète (sans négliger R_1) de remplacer λ par le coefficient d'amortissement α et de résoudre cette équation en négligeant en première approximation les termes en α d'une puissance supérieure à l'unité. On trouve ainsi, tous calculs faits, pour les pulsations généralisées des composantes transitoires :

$$\lambda_1 = -\frac{R_1(L_\mu + L_2')}{L_1 L_\mu + L_\mu L_2' + L_2' L_1}$$

$$\lambda_2 = j\omega_0 - \frac{R_2'(L_\mu + L_1)}{L_1 L_\mu + L_\mu L_2' + L_2' L_1}$$

2. Court-circuit entre phases d'un alternateur à rotor symétrique

a) Schéma équivalent

Considérons un alternateur chargé entre phases par une impédance Z . On sait que la composante directe s'obtient dans ce cas en branchant en ce point une impédance Z en série avec l'impédance inverse Z_i du réseau vu du point où est branchée cette impédance Z . Or, on voit aisément que l'impédance inverse Z_i de l'alternateur en régime stationnaire ou transitoire est donnée par la fig. 11.

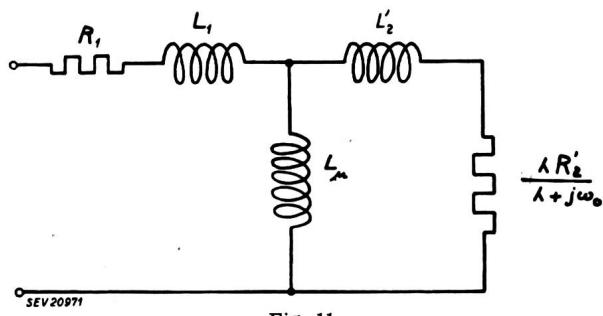
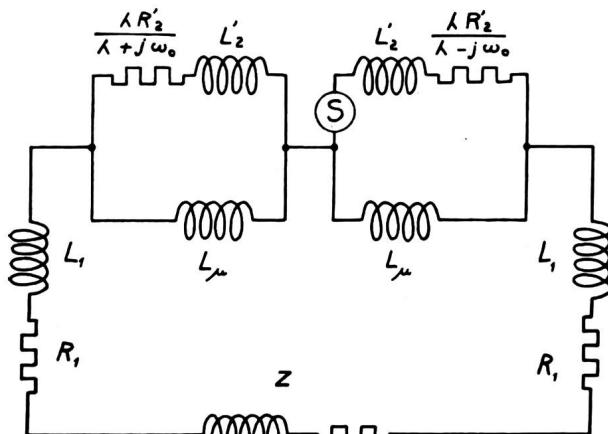


Fig. 11

Le schéma équivalent de l'alternateur débitant sur une impédance z relativement à la composante d'ordre direct est donc donné, tant en régime stationnaire qu'en régime transitoire, par le schéma de la fig. 12. En court-circuit, il suffit de faire $z = 0$.



a) Fonctionnement à vide

La tension entre phase et neutre est donnée comme dans le cas précédent par

$$E = I_{20} X_\mu$$

b) Fonctionnement stationnaire en court-circuit

Si l'on néglige les résistances R_1 et R_2' , on trouve

$$I_+ = I_{20} \frac{X_\mu}{X_\mu + 2X_1 + \frac{X_2' X_\mu}{X_2' + X_\mu}}$$

et le courant de court-circuit entre phases est donné par

$$I_{c1} = \sqrt{3} I_{20} = \frac{E}{X_\mu + 2X_1 + \frac{X_2' X_\mu}{X_2' + X_\mu}} \sqrt{3}$$

On peut envisager deux cas extrêmes :

aa) La composante inverse du flux est complètement amortie, ce qui correspond à R_2' et L_2' égaux à zéro dans le schéma de la composante inverse. On a alors :

$$I_c = \sqrt{3} \frac{E}{X_\mu + 2X_1}$$

ab) La composante inverse n'est pas amortie du tout, ce qui correspond à R_2' ou X_2' très grand dans le schéma de la composante inverse.

On trouve alors

$$I_c = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{E}{X_\mu + X_1}$$

γ) Régime transitoire au moment de la mise en court-circuit

La résolution du schéma équivalent donne pour

les valeurs approchées des pulsations caractéristiques :

$$\lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = + j\omega_0 \quad \lambda_3 = - j\omega_0$$

La première correspond à la composante continue, la seconde à la composante directe, la troisième à la composante inverse. On trouve d'autre part pour les coefficients d'amortissement de ces composantes :

$$\alpha_1 = \frac{R_1}{L_1 + \frac{L_\mu L_2'}{L_\mu + L_2'}}$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \frac{R_2' [(2L_1 + L_\mu)(L_\mu + L_2') + L_\mu L_2']}{2(L_\mu + L_2')[(L_\mu + L_2') L_1 + L_\mu L_2']}$$

δ) Valeurs initiales des composantes transitoires

Par la résolution des équations relatives au schéma équivalent, on trouve pour la valeur initiale du courant de court-circuit transitoire :

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{X_\mu}{X_1} \cdot \frac{X_\mu}{X_\mu + 2X_1} I_{20}$$

Or, si l'on compare cette valeur à celle trouvée pour le courant transitoire triphasé, on voit que le courant initial de court-circuit entre phases d'un alternateur est sensiblement égal à $\sqrt{3}/2$ fois le courant initial de court-circuit triphasé lorsque l'amortissement de la composante inverse est parfait, résultat bien connu.

b) La composante inverse n'est pas amortie du tout

Par la même méthode, on trouve que le courant initial transitoire de court-circuit est dans ce cas égal à

$$\frac{1 - \sigma}{1 + \sigma} I_{c1}$$

Le courant initial de court-circuit est donc inférieur au courant stationnaire.

Conclusions

Les schémas équivalents proposés ci-dessus pour le moteur asynchrone et l'alternateur permettent la détermination du fonctionnement de ces machines aussi bien en régime stationnaire qu'en régime transitoire. Les cas particuliers examinés montrent que l'on obtient dans les cas classiques, les mêmes résultats que par d'autres méthodes.

Adresse de l'auteur:

Prof. P. Fourmarier, Jurigoz 6, Lausanne.