

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 43 (1952)  
**Heft:** 8  
  
**Artikel:** Die Basler Mathematiker Bernoulli  
**Autor:** Spiess, O.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1059147>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# BULLETIN

## DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

### Die Basler Mathematiker Bernoulli

Vortrag, gehalten an der Generalversammlung des SEV vom 23. September 1951 in Basel,  
von O. Spiess, Basel

92 (Bernoulli)

Der Vorstand des SEV hat mir die Freude bereitet, mich zu einem Vortrag über die Basler Mathematiker Bernoulli aufzufordern. Ich fürchte nur, dass er sich die Frage nicht genügend vorgelegt hat, ob das auch bei Ihnen, den Mitgliedern, eine besondere Freude erweckt, und zwar aus zwei Gründen:

Erstens ist die Mathematik bekanntlich eine abstrakte und deshalb mit Recht unbeliebte Wissenschaft. Wie man aber den Pelz nicht waschen kann, ohne ihn nass zu machen, so kann man nicht gut über Mathematiker reden, ohne hie und da das Wort Mathematik in den Mund zu nehmen.

Zweitens liegt die Geburt der beiden Gelehrten bald 300 Jahre zurück, und Männer der Praxis wie Sie, die täglich mit den neuen Wundern der Technik umgehen, interessieren sich kaum für eine Zeit, in der noch der Franzose Papin mit seinem Topf den ersten unglücklichen Versuch zu einem Dampfschiff machte und wo die Anwendung der Elektrizität sich darauf beschränkte, aus einer geriebenen Schwefelkugel Funken zu ziehen. Aber ich kann das Historische so wenig vermeiden, wie die Mathematik. Um so weniger, als Sie gerade in diesem historischen Jahr hier sind, in dem unsere Stadt das 450-Jahr-Jubiläum ihres Eintrittes in die Eidgenossenschaft feiert. So ist es wohl das Gegebene, dass ich gerade an diese Feier anknüpfe und einleitend einiges über das Milieu rede, aus dem die Bernoulli hervorgegangen sind. Ja, ich möchte Sie sogar veranlassen, die Ausstellung im ersten Stock des Kunstmuseums zu besuchen, wo analog zum Höhenweg in der «Landi» schönen Angedenkens die Ruhmesblätter der baslerischen Geschichte in knapper und geschickter Auswahl ausgebreitet sind.

Schon bei einem flüchtigen Durchgang wird Ihnen stark eindrücklich werden, dass in dieser Stadt seit dem frühesten Mittelalter bis zur Gegenwart ohne Unterbrechung die Pflege der Wissenschaft heimisch war. In frühester Zeit war Basel ja Bischofsstadt, was die Anwesenheit höherer Schulen bedingt. Von 1430 an fand hier 17 Jahre hindurch das *Basler Konzil* statt, d. h. ein internationaler Kongress von Kirchenmännern und Gelehrten, der in der Bürgerschaft einen tiefen Eindruck hinterlassen hat. Ein Teilnehmer des Konzils, der später Papst wurde, errichtete 1460 die *Universität*, die einzige in weitem Umkreis. Diese zog sofort eine Menge *Buchdrucker* nach Basel, und ein halbes

Jahrhundert später war unsere Stadt vielleicht der berühmteste *Druckort* von Europa. Da wurden nicht nur Bibeln und Messbücher gedruckt, sondern neben den Werken der zeitgenössischen Schriftsteller auch die Schriften der antiken Forscher, der Ärzte und der Mathematiker, wie Euklid, Ptolemäus und Archimedes. Das wiederum zog berühmte Gelehrte aus dem Ausland herbei, welche den Druck ihrer Werke überwachen wollten, wie *Erasmus von Rotterdam*, der Neuerer *Paracelsus*, oder *Vesal*, der Reformator der Anatomie. Einen neuen Anstoss gab gegen 1530 der Sieg der *Reformation*, die ja auch eine geistige Bewegung war. Dadurch wurde nun Basel bald ein Asyl für vertriebene *Hugenotten*, unter denen sich manche bedeutende Gelehrte befanden. Alles zusammen bewirkte, dass Basel um 1600 herum Mode-Universität wurde. Und da noch über ein Jahrhundert lang keine Einbürgerungen mehr erfolgten, die gelehrten Neigungen sich also in geschlossenem Kreis weiter vererbten, so bildete sich mit der Zeit eine Bevölkerungsschicht, die für eine kleine Stadt von 15 000 bis 20 000 Einwohnern eine ungewöhnlich grosse Zahl von Gelehrten hervorbrachte, die sich immer wieder aus denselben Familien rekrutierten. Es ist so, dass noch im heutigen Basel Professoren, Pfarrer, Ärzte und Juristen leben, deren Vorfahren vor 150, 200, ja vor 300 Jahren auch schon Professoren, Pfarrer, Ärzte und Juristen waren. In einem solchen Milieu besteht eine gewisse Chance, dass hie und da auch einmal ein genialer Kopf daraus hervorgeht, und das ist denn auch mehr als einmal erfolgt.

Etwa bis in die Mitte des 17. Jahrhunderts gab es unter den eingesessenen Basler Akademikern noch keine europäischen Berühmtheiten, aber so um das Jahr 1690 stiegen aus diesem Kreis plötzlich zwei Raketen an den Gelehrtenhimmel hinauf, deren Glanz bis in die fernsten Länder sichtbar wurde. Das waren die beiden Brüder *Jakob* und *Johann Bernoulli*, beide Mathematiker allerersten Ranges, deren Leistungen so grundlegend waren, dass es noch heute kein Lehrbuch der höhern Mathematik gibt, in dem nicht die Bernoullischen Zahlen, die Bernoullischen Reihen, Gleichungen und Hauptsätze aufgeführt würden. Und was das Erstaunlichste ist, zu Beginn des folgenden Jahrhunderts gab es noch einmal zwei solche mathematische Eruptionen; die eine brachte einen Sohn Johann Bernoullis ans Licht, *Daniel Bernoulli*, und die

nächste 1707 *Leonhard Euler*, den grössten Mathematiker des 18. Jahrhunderts, den fruchtbarsten aller Zeiten. Daher finden Sie auch in der genannten Ausstellung eine kleine Abteilung mit der Überschrift: «Die grossen Basler Mathematiker des 18. Jahrhunderts.» Ich hoffe, dass meine folgenden Ausführungen Sie davon abhalten, diese Abteilung mit Überschallgeschwindigkeit zu passieren, und dass Sie wenigstens während einer Minute des Schweigens die vier Köpfe betrachten, die oberhalb der Vitrine auf Sie hinunterblicken.

Die beiden Bernoulli, über die ich nun reden will, sind die *ersten Basler von Weltgeltung*. Nun ist aber die Mathematik wie gesagt eine abstrakte Wissenschaft und daher unpopulär. Damit ein Mathematiker Weltgeltung erwirbt, d. h. damit er nicht nur unter Fachgenossen berühmt ist, sondern sozusagen jedermann seinen Namen kennt, muss seine Leistung über das eigentlich Fachmännische hinaus in die Sphäre des Allgemeinverständlichen reichen. So etwas kommt natürlich selten vor. In unserem Jahrhundert kann man hier nur den Namen *Einsteins* nennen, der durch mathematisch-physikalische Überlegungen zu einer tieferen Einsicht der Naturzusammenhänge kam, die schliesslich die Grundbegriffe Zeit, Raum und Materie weitgehend umformte. Auch die Popularität der Bernoulli im 18. Jahrhundert beruhte auf etwas Ähnlichem, was ich jetzt kurz erklären will.

Die Männer der Praxis sind ja oft geneigt, die Rolle der Mathematik etwas zu unterschätzen. Sieht man doch oft junge Burschen ohne jeden Schimmer von Mathematik einen Radio zusammenbasteln, mit dem sie die elektromagnetischen Wellen des Welt- raumes zum Klingen bringen. Man muss aber bedenken, dass sie dies nicht könnten, wenn nicht vor drei Menschenaltern ein Mathematiker die Existenz dieser Wellen vorausgesagt und ihre Gesetze beschrieben hätte. Und so ist es allgemein: Am Anfang der letzten technischen Wunder steht immer die Mathematik, oder noch weiter zurück steht irgendeine *Spielerei*. Wie eine Symphonie zuerst im Kopf eines Musikers entsteht, der sie in Notenschrift niederschreibt, so werden technische Probleme zuerst im Geist gelöst und in mathematischen Formeln festgehalten. Das Maschinenzeitalter, in dem wir stehen, tritt etwa in Erscheinung nach 1800, aber seine eigentlichen Keime liegen 200 Jahre zurück in den Köpfen einiger Mathematiker, die damals ein geistiges Modell schufen, aus dem schliesslich jene gewaltigen Errungenschaften hervorgegangen sind. Diese Mathematiker schufen nämlich ein neues mathematisches Instrument, die sogenannte *Infinitesimalrechnung*, die, wie ja der Name sagt, den paradoxen Begriff des Unendlichen, den man bisher umgangen hatte, zum ersten Male kühn verwendet.

Ich muss ein paar Worte über den Sinn dieser Erfindung sagen, die ein neues Weltalter einleitet. Die ältere Mathematik hat einige statische Probleme bewältigen können, z. B. die Wirkung eines Flaschenzugs, das Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers. Aber dies genügt nicht zum Verständnis der Welt. Denn die Welt ist *dynamisch*, d. h. alles verändert sich unter der Wirkung von Kräf-

ten, oder wie man sagt, alle Dinge sind Funktionen der Zeit. Wie soll man aber nun das ewig Veränderliche durch starre Formeln darstellen? Das ist das grosse Problem, von dessen Lösung die ganze Beherrschung der Naturkräfte letzten Endes abhängt. Nun, diese Leistung wurde im Prinzip im 17. Jahrhundert vollbracht, in etwa vier Etappen.

Der erste Schritt besteht in der Einsicht, dass sich jede veränderliche Erscheinung durch eine Kurve, eine Linie versinnbildlichen lässt. Denken Sie an eine Fieberkurve, an die Kurven, welche die Schwankungen des Luftdruckes, der Stromstärke, der Geschwindigkeit, der Bevölkerungszahl usw. ausdrücken. Das ist heute jedermann vertraut, es musste aber einmal erfunden werden. Damit ist gewissermassen die Physik schon auf die Geometrie zurückgeführt, das Naturgesetz wird sichtbar unter dem Bild einer *gesetzmässigen Kurve*.

Aber einer Kurve sieht man das Gesetz nicht an, und sie ist schwer zu konstruieren. Der zweite Schritt war daher die Entdeckung, dass man eine beliebige Linie durch eine *algebraische Gleichung* ersetzen kann. Das geschieht zuerst in der analytischen Geometrie, durch *Descartes* (1637). Die Funktion der Zeit wird dadurch zur Funktion einer variablen Zahl. (Ich denke, dass diese Begriffe Ihnen nicht vollkommen unbekannt sind.) Mit mathematischen *Funktionen* kann man rechnen wie mit Zahlen. Statt Konstruktionen hat man jetzt *Rechenoperationen* auszuführen (Plus und Minus, Quadratwurzel, Logarithmus usw.).

Der dritte Schritt ist der folgende: Sehen Sie sich irgendwelche Kurven an, zum Beispiel die dekorativen Linien an der Wand! Was ist allen Kurven gemeinsam? In jedem Punkt hat die Kurve eine gewisse *Richtung*. Wäre die Kurve nicht da, aber ich wüsste an jeder Stelle, wie sie weitergeht, so könnte ich sie Schritt für Schritt konstruieren. Zwei Aufgaben ergeben sich da von selber.

Erstens: Ist das Gesetz der Kurve bekannt, d. h. ihr mathematischer Ausdruck, oder wie man sagt ihre *Funktion*, so lautet die Aufgabe, man soll die *Richtung* in jedem Punkt finden; also aus der Funktion der Kurve soll die Funktion der Steigung bestimmt werden. Zweitens: Kennt man umgekehrt die Funktion der Steigung, so soll das Gesetz oder die Funktion der Kurve bestimmt werden. Und diese Frage lässt sich weiter auf das Problem zurückführen, den *Flächeninhalt* einer Kurve zu finden.

Diese beiden Probleme waren schon seit dem Altertum heiss umworben und in speziellen Fällen mühsam gelöst worden. Im 17. Jahrhundert lag es geradezu in der Luft, dass zwei neue Rechenoperationen existieren müssten, mit welchen man eben diese Probleme in jedem Fall gewissermassen schlagartig lösen könnte. Der Glückliche, der diese Idee aus der Luft auf die Erde brachte, war ein junger Deutscher, *Gottfried Wilhelm Leibniz*, der um 1675 in Paris lebte. In einer glücklichen Stunde entdeckte dieser die Lösung des Geheimnisses. Er fand eine erste Operation, die er *Differenzieren* nannte und mit dem Symbol *d* bezeichnete. Setzt man dieses *d* vor die Funktion der Kurve und führt die Operation aus, so hat man unmittelbar die Steigung

der Kurve. Die zweite Operation bezeichnet er mit einem langen  $\int$ , dem später Johann Bernoulli den Namen *Integral* gab. Die Ausführung dieser Operation gibt unmittelbar die Fläche der Kurve.

Damit stand Leibniz am Eingang eines neuen Zeitalters. Aber er war nicht der einzige. Ein junger Engländer, *Isaak Newton*, 4 Jahre älter als er, war schon einige Jahre vorher auf denselben Gedanken gekommen, nur dass seine Bezeichnung etwas weniger praktisch war. Aber diese doppelte Entdeckung nützte der Welt zunächst nichts, denn beide Erfinder wahrten jahrzehntelang streng ihr Geheimnis; nicht ohne Grund. Heute stiehlt man sich chemische Formeln, Konstruktionspläne oder Atomgeheimnisse. Im 17. Jahrhundert gab es in dieser Beziehung wenig zu stehlen. Dafür stahlen sich die Mathematiker ihre Formeln und Methoden, oder sie hatten sich wenigstens gegenseitig in Verdacht, dass sie das tun möchten. Denn die Mathematik war alle Zeit nicht nur eine Wissenschaft, sondern auch ein Sport. Ihre Vertreter, wenigstens seit der Renaissance, forderten sich von Land zu Land mit schwierigen Problemen heraus, bei denen es meist um die Ehre ging, oft aber auch um eine erkleckliche Geldsumme; und wenn zwei, wie das oft vorkommt, dieselbe Entdeckung machten, wurde sicher der eine von ihnen des Plagiats beschuldigt.

Leibniz, der etwas von der englischen Konkurrenz ahnte, hielt sich also still; erst 10 Jahre später, um 1685, gab er, vielleicht um sich die Priorität zu sichern, in einer Zeitschrift zwei kurze Mitteilungen bekannt, die aber nur für Eingeweihte verständlich waren. Der dritte, wesentliche Schritt war ihm zwar gelungen, aber er machte keinen Gebrauch davon, er selbst wusste mit dem neuen Prinzip noch nicht viel anzufangen. Nun genügt es aber nicht, dass einer das Pulver erfindet, man muss auch zeigen, wie man damit schießt, und zwar nicht nur auf Spatzen, sondern auf Festungen.

Der vierte Schritt musste also darin bestehen, dass bisher unlösbare und zugleich wichtige Probleme mit der neuen Kunst zur Strecke gebracht wurden, so dass alle Welt den Wert des neuen Instrumentes erkannte. Diesen letzten Schritt taten die Brüder Bernoulli, und damit komme ich zu unserem eigentlichen Thema.

Zunächst einige biographische Angaben. Die Bernoulli waren Nachkommen von Hugenotten, die aus Antwerpen vertrieben wurden. Der Grossvater kam 1622 nach Basel, nahm eine Baslerin zur Frau und trieb wie seine Vorfahren den Spezereihandel en gros. Sein Sohn führte das lukrative Geschäft fort, heiratete eine Kaufmannstochter und setzte etwa ein Dutzend Kinder in die Welt, wie das damals üblich war. Doch nur vier Söhne blieben schliesslich am Leben und zeigten, vom väterlichen Standpunkt aus gesehen, die ersten Degenerationserscheinungen, indem sie nämlich keine Lust verrieten, in das väterliche Geschäft einzutreten und Geld zu verdienen; der erste nämlich wurde Mathematiker, der zweite Kunstmaler und der dritte wieder Mathematiker, was natürlich nicht viel einbrachte. Erst der vierte Sohn war wieder normal und setzte den Drogenhandel mit Erfolg fort.

*Jakob Bernoulli*, der älteste, durfte schliesslich Theologie studieren, trieb aber daneben heimlich Mathematik und Astronomie. Freilich eine sehr altmodische Mathematik, denn die grossen Errungenschaften des Jahrhunderts waren noch nicht nach Basel gedrungen. Erst mit 27 Jahren wurde er, während eines Aufenthaltes in Holland, mit zeitgenössischer Mathematik bekannt, zum Beispiel mit Descartes und Huygens, und erst jetzt ging ihm, wie wir sagen, der Knopf auf. Er hängte nun die Theologie endgültig an den Nagel, setzte sich in Basel fest, heiratete und erhielt 1687 die Professur für Mathematik. Er fand auch gleich einen vielversprechenden Schüler, nämlich seinen 13 Jahre jüngeren Bruder *Johann*, der, nachdem er als kaufmännischer Lehrling versagt hatte, eigentlich Medizin studieren sollte, aber frühzeitig auch dem Laster der Mathematik verfallen war. Jakob hatte als Autodidakt 10 Jahre gebraucht, bis er auf die Höhe kam; Johann stieg nun unter seiner Leitung in rasendem Tempo heran, so dass er den Vorsprung des Älteren in wenigen Jahren einholte. Eines Tages, beim Durcharbeiten der neuen Literatur, stiessen die Brüder auf jene Mitteilungen von Leibniz über den neuen Kalkül, und es gelang ihnen, genial wie sie waren, wenn auch in harter Arbeit, das Geheimnis zu entschleiern und selbständig die Methode weiter zu entwickeln. Als nach einigen Jahren Leibniz öffentlich eine interessante Aufgabe stellte, ging zu seinem Erstaunen von Jakob Bernoulli eine Lösung ein, die eleganter war als die eigene, und in der das Wort *Integral* zum erstenmal auftrat, das dessen Bruder Johann erfunden hatte. Am Schluss stellte aber Bernoulli eine neue Aufgabe, die endlich einmal aus dem täglichen Leben gegriffen war. Er fragte nämlich nach der Natur derjenigen Linie, die ein von zwei Punkten herabhängendes Seil bildet, und die man später die *Kettenlinie* nannte. Nun eignete sich etwas Merkwürdiges. Die Bernoulli hatten die Aufgabe gestellt, weil sie für sie interessant war, hielten aber die Lösung noch nicht für möglich. Da antwortete Leibniz im Sommer desselben Jahres, er habe sie gefunden, wolle aber noch bis Jahresende zuwarten, damit andere Mathematiker sie auch finden könnten. Nun legten sich natürlich die beiden Brüder gewaltig an den Laden, und da erlebte nun der jüngere den Triumph, in einer schlaflosen Nacht die Lösung zu finden und am Morgen den bedächtigeren Bruder, der noch daran verzweifelte, damit zu überraschen. Diesem war es nun natürlich ein Leichtes, die Aufgabe noch zu verallgemeinern und z. B. die Gestalt einer ungleich belasteten Hängebrücke zu finden. Als bald erschienen in einer Zeitschrift die Lösungen der beiden Bernoulli gleichzeitig neben der von Leibniz, womit die beiden Basler als ebenbürtige Rivalen an die Seite des berühmten Gelehrten traten. Schlag auf Schlag stellten nun die Brüder ähnliche Fragen, zum Beispiel: Was ist die Gestalt eines vom Winde geblähten Segels, eines mit Wasser gefüllten Tuches, eines durch ein Gewicht beschwerten elastischen Stabes usw. Alles dies sind aus der Mechanik, aus dem täglichen Leben gegriffene Probleme, die nur mittels der Integralrechnung zu lösen waren



und also deren Bedeutung zum erstenmal in hellstes Licht setzten. Mit Recht bezeichnete damals Jakob Bernoulli den Leibnizschen Kalkül als die grösste Erfindung des Jahrhunderts, und Leibniz tat den Brüdern die Ehre an, sie als seine Miterfinder anzuerkennen. Diese drei Männer bildeten von da an ein Triumvirat, unter dessen Händen die Grundpfeiler der neuen Mathematik vor der erstaunten Mitwelt heranwuchsen. In aller Eile will ich wenigstens drei Entdeckungen von Jakob Bernoulli erwähnen, die auch etwas über seinen Charakter aussagen.

1. Einer der wichtigsten Zweige der Mathematik ist heute die *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, auf der nicht nur die Statistik, das Versicherungswesen, die Fehlertheorie beruhen, sondern die auch in der theoretischen Mechanik, in der Gastheorie, in der Atomtheorie eine wachsende Rolle spielt. Nun, diese Wissenschaft entstand im 17. Jahrhundert bei der Frage nach den Chancen beim Würfelspiel, ein prägnantes Beispiel für das, was ich vorhin gesagt habe, dass die höchsten Wissenschaften in ihren Anfängen bloss Spielerei sind. Pascal, Fermat und Huygens entwickelten zum Zeitvertreib eine Theorie der Glücksspiele, aber Jakob Bernoulli sah zuerst einen tieferen Sinn darin und entdeckte jenen merkwürdigen Hauptsatz, den man etwa als das *Gesetz der grossen Zahl* oder als *das Gesetz im Zufall* bezeichnet. Stolz schrieb er damals in sein Notizbuch: «Diesen Satz schätze ich höher ein, als wenn ich die Quadratur des Zirkels gefunden hätte.»

2. Bernoulli entdeckte an der längst bekannten logarithmischen Spirale, die in immer weiteren Windungen einen Punkt unendlich oft umkreist, neue merkwürdige Eigenschaften. Denkt man sich an dieser Spirale etwa einen Faden aufgewickelt und man wickelt diesen Faden nun wieder ab, so beschreibt sein Ende dieselbe Spirale in anderer Lage. Oder lässt man paralleles Licht von der Spirale reflektieren, so umhüllen die reflektierten Strahlen wieder eine Spirale derselben Art und ebenso wenn man sich die Strahlen an der Spirale gebrochen denkt, erhält man wiederum als Enveloppe dieselbe Spirale. Diese hat also die Eigenschaft, sich bei allen möglichen Prozeduren in sich selbst zu verwandeln. Und Jakob Bernoulli als alter Theologe erkannte darin ein passendes Symbol für die Auferstehung und wünschte, dass diese Spirale einst auf sein Grabmal gesetzt werde. Dieser Wunsch wurde erfüllt, und wenn Sie in den Kreuzgang des Münsters gehen, so sehen Sie dort die Grabtafel Jakob Bernoullis mit dieser Spirale darauf, freilich falsch gezeichnet.

3. Jede Kurve hat in jedem Punkt eine Steigung, ausserdem aber auch eine gewisse *Krümmung*. Die Steigung erhält man, wie Sie wissen, durch das Symbol  $d$ , durch die einmalige Differenzierung. Bernoulli fand nun auch für das Mass der Krümmung einen etwas komplizierteren Ausdruck, in dem das  $d$  zweimal, und dann noch eine Quadratwurzel vorkommt. Das ist die wichtige Formel für den Krümmungsradius, und stolz gab er ihr den Namen: *das goldene Theorem*.

Alles dies waren grossartige, völlig originelle Leistungen, die aber, ausser etwa von Leibniz und New-

ton, von niemand verstanden werden konnten, da ja noch kein Lehrbuch des Infinitesimal-Kalküls existierte, worin die neuen Symbole  $d$  und  $\int$  erklärt wurden. Die beiden Pioniere mussten allmählich darangehen, Schüler heranzubilden. Während Jakob als Professor in Basel einige begabte Studenten unterrichtete, eröffnete der noch stellenlose Johann einen Propagandafeldzug in Frankreich. Im Dezember 1691 traf er in Paris ein. Damals war er noch ein unbekannter Student, aber der Name seines Bruders verschaffte ihm Zugang zu dem berühmten Philosophen Malebranche, der jeden Donnerstag ein Kränzchen von Gelehrten um sich versammelte. Als Visitenkarte gab er seine Lösung der Kettenlinie ab und erhielt darauf eine Einladung an den Jour fixe. Bei diesem Anlass wurde ihm der *Marquis de l'Hospital* vorgestellt, der als grosser Mathematiker galt, obgleich er noch nicht viel geleistet hatte. Der Marquis examinierte den jungen Schweizer etwas von oben herab, bis er merkte, dass er es mit keinem Aufschneider zu tun hatte. Dabei erwähnte er, er besitze eine Formel, mit der er im Scheitelpunkt gewisser Kurven nach einiger Rechnung die Krümmung finden könne. Bernoulli legte ihm darauf eine Kurve vor, der Marquis zog sich zurück, schrieb einige Blätter voll und brachte richtig das Resultat zustande, wozu er aber  $\frac{3}{4}$  Stunden gebraucht hatte. Bernoulli, bescheiden wie er war, sagte darauf, das hätte er in 3 Minuten gekonnt, und zwar bei jeder beliebigen Kurve in jedem beliebigen Punkt, und er liess sich ebenfalls eine Linie vorlegen. Er konnte sich dieses Renommieren leisten, denn er hatte die goldene Formel seines Bruders mitgenommen und konnte daher die Aufgabe in wenigen Minuten erledigen. Hierauf zog der Marquis die Segel ein und engagierte den Zauberkünstler, ihm regelmässig viermal in der Woche Unterricht in der Differential- und Integralrechnung zu geben. Er befreundete sich mit ihm, lud ihn auf sein Schloss und honorierte ihn fürstlich, während Bernoulli ihn fast ein Jahr hindurch in der Wissenschaft unterrichtete, die unter seinen eigenen Händen dabei beständig anwuchs.

Während der Herbstmesse 1692 kam Johann nach Basel zurück. Der Ruf seines Erfolges, sein gewandtes Auftreten und sein Esprit bewirkten, dass einer der angesehensten Altbasler, der Deputat Falkner, ihm sein Töchterlein zur Frau gab. So war der Sohn des Spezierers mit 27 Jahren Freund eines Marquis, Schwiegersohn eines reichen Patriziers und ein im Ausland mit Hochachtung genannter Gelehrter.

Doch diese gewaltigen Glücksfälle wurden ihm nicht geschenkt, sondern er musste dafür mehrfach peinlichen Tribut bezahlen. Da war zunächst sein Verhältnis zu dem Marquis de l'Hospital, dem er weiter jahrelang Unterrichtsbriefe schrieb und seine neuesten Entdeckungen arglos mitteilte. Eines Tages aber, im Sommer 1696, publizierte dieser ein Lehrbuch der Differentialrechnung, das zum erstenmal den europäischen Mathematikern Zugang zu der neuen Kunst eröffnete und seinen Verfasser zum ruhmreichsten Mathematiker Frankreichs stempelte. Kein Leser konnte erraten, dass das Werk

nur eine Übersetzung und elegante Bearbeitung von Bernoullis Lehrkurs war, da ausser einer allgemein gehaltenen Danksage im Vorwort bei keinem der schönen neuen Sätze der Name Bernoullis genannt war. Zum Beispiel bei der bekannten Formel, die noch heute «die l'Hospital'sche Regel» heisst. Johann Bernoulli ärgerte sich gewaltig, aber er wagte nicht, dem hochgestellten Herrn gegenüber seine Rechte geltend zu machen, und als er es nach dessen Ableben versuchte, glaubte ihm niemand, zur Strafe für seine allzu bekannte Ruhmsucht und Rechthaberei. Dass er aber völlig im Recht war, lässt sich aus seinem Nachlass, insbesondere aus der Korrespondenz mit dem Marquis (die gerade in diesem Winter in den Druck gelangen wird), bis ins kleinste Detail beweisen. Das war also die Kehrseite dieser vornehmen Freundschaft!

Noch schlimmer war, dass durch sein wachsendes Selbstgefühl das gute Verhältnis zu seinem Bruder Jakob in die Brüche ging. Dieser hatte ihn wohl etwas zu lange den Lehrer fühlen lassen. Seitdem aber Johann ihn beim Problem der Kettenlinie überholt hatte, wollte dieser nicht länger die Rolle des jüngeren Bruders spielen. Er spöttelte etwa, dass Jakob langsamer und umständlicher dachte als er selbst, ohne zu merken, dass dessen Denken dafür in grössere Tiefe ging. Hatte Jakob etwa einen schönen Satz publiziert, so gab Johann sofort einen zweiten Beweis, der noch eleganter war. Auch Jakob wurde allmählich gereizt, und die Leser der mathematischen Abhandlungen bemerkten mit Erstaunen und Amusement allerlei Sticheleien, etwa der oder jener Beweis sei besser als der des Bruders, oder er sei früher gefunden.

Als im März 1694 Johann wenige Tage vor seiner Hochzeit seinen Doktorschmaus abhielt — er hatte den medizinischen Doktor doch noch gemacht — widmete ihm Jakob noch ein liebenswürdiges, aber doch leicht ironisches Gedicht, in dem er zugab, dass ihm der Bruder den Rang abgelaufen habe; er selbst habe keinen Marquis zum Freund und keinen vornehmen Schwiegerpapa; nur einen Vorzug müsse ihm Johann lassen: nämlich einen so vorzüglichen Schüler wie er, Jakob, an ihm gehabt habe, habe Johann noch nicht gefunden.

Doch der Bruch liess sich nicht länger verkleistern; schon im nächsten Frühjahr nannte Johann in einem Brief an de l'Hospital den Bruder einen Misanthropen, mit dem er seit einem halben Jahr nicht mehr gesprochen habe «qui crève de rage, de haine, d'envie, de jalousie contre moi».

Zum Glück erhielt Johann bald darauf einen Ruf an die Universität *Groningen* in Holland, so dass die Kampfahne wenigstens räumlich getrennt wurden. Aber der Handel ging weiter und entlud sich schliesslich in einem vor aller Öffentlichkeit geführten, skandalösen Disput, der als «*der Streit der Brüder Bernoulli*» in die Geschichte eingegangen ist, weil dessen Gegenstand für die Entwicklung der Wissenschaft von hoher Bedeutung wurde.

Johann hatte sich wieder einmal ein wunderschönes Problem ausgedacht. Unter allen Linien, die einen höhern Punkt mit einem tiefern verbinden, soll man diejenige suchen, auf der ein Körper in

der kürzesten Zeit herunterrutscht. Durch zwei verschiedene Methoden von erstaunlicher Eleganz fand er, dass die gesuchte Linie mit der kürzesten Fallzeit, die er griechisch die *Brachystochrone* nannte, mit der schon längst bekannten Rollkurve oder *Zykloïde* identisch ist, die ein Punkt eines Wagenrades beim Fahren beschreibt. Damit hatte er an einem Beispiel den Weg gezeigt, wie man durch blosser Rechnung an einer Vorrichtung oder an einer Maschine den grössten Nutzeffekt herausholen kann, also eine Sache von allergrösster technischer Wichtigkeit. In der Freude des Herzens versandte er nun ein hochtrabendes lateinisches Manifest, das in der Übersetzung so anfang: «Die scharfsinnigsten Mathematiker, die auf dem weiten Erdkreis blühen, grüsst Johann Bernoulli.» In diesem Manifest wurde jedermann aufgefordert, bis zu einem gewissen Termin eine Lösung einzusenden; besonders, fügte er hinzu, diejenigen, die sich mit ihren goldenen Theorien brüsten und meinen, damit hätten sie den Vogel abgeschossen — womit natürlich der Bruder Jakob gemeint war. Jakobs Lösung liess etwas auf sich warten, aber als sie einging, erwies sie sich als noch besser als seine eigene, da sie diese Art von Problemen an der Wurzel anfasste. Aber Jakob stellte nun seinerseits dem anmassenden Brüderlein eine Aufgabe, die in einem allgemein verständlichen Spezialfall so lautete: Unter allen Figuren gleichen Umfanges soll man die angeben, die die grösste Fläche umschliesst. Es war, wie sich später herausstellte, ein Problem von bisher unerhörter Schwierigkeit, an das sich selbst die alten Meister Leibniz und Newton, die sich an der vorherigen Aufgabe beteiligt hatten, nicht heranwagten. Aber Jakobs gewaltige Kraft hatte es bezwungen und er versprach nun seinem Bruder Johann 50 Taler, falls dieser in 3 Monaten das Resultat richtig angebe und bis Jahresende den Beweis einsende. Es war eine richtige Falle, auf Johanns Eitelkeit berechnet, auf die dieser auch prompt hereinfiel; denn Johann verkündete umgehend, er brauche keine 3 Monate, 3 Minuten hätten ihm genügt, um das Problem zu durchschauen. Doch ich kann Ihnen nun nicht die Einzelheiten des weiteren Streites erzählen, der sich noch vier Jahre hinzog, unter beissenden Ausfällen und bissigen Sarkasmen, bis die Herausgeber der *Journal* Schluss erklärten.

Jakob hatte noch durchgesetzt, dass Johann seine angebliche Lösung in einem versiegelten Paket an der Pariser Akademie deponierte, dann erst rückte er mit seiner eigenen Lösung heraus, die eine ungeheure Leistung darstellte und an deren Schluss er feierlich dem allmächtigen Gott die Ehre gab, der ihm die Kraft zur Durchführung dieser Arbeit geschenkt habe; denn Jakob Bernoulli, wie alle wahrhaft grossen Forscher, war bei allem Selbstbewusstsein in seinem inneren Kern bescheiden. Er hätte nun die Öffnung des Paketes von Johann verlangen und den Bruder vor aller Welt blamieren können, aber — man möchte fast sagen leider! — verzichtete er darauf, sei es aus Edelmüt, sei es, weil ihn die Krankheit schon in den Klauen hatte, die ihn im Sommer 1705, 50jährig, hinwegraffen sollte. Johann hatte wieder einmal Glück, er war der ver-

dienten Züchtigung entgangen. Der einzige Rivale, der ihn noch hätte demütigen können, war ins Grab gesunken, nun war er Alleinherrscher.

Ein glänzendes Angebot lockte ihn nach der berühmten Universität Utrecht. Aber da bekam er nun noch die Kehrseite seiner vornehmen Heirat zu verspüren. Der mächtige Schwiegervater, der Tochter und Enkel nicht länger entbehren wollte, zwang ihn, auf weitere Karriere zu verzichten und in Basel die Nachfolge seines Bruders anzutreten.

Von seinem weiteren Leben will ich nur noch eine Episode erzählen, in der seine machtvolle, wenn auch nicht immer sympathische Persönlichkeit zu voller Geltung gelangt. Der Streit der Brüder Bernoulli war schliesslich ein Sturm im Wasserglas, er blieb auf sie zwei beschränkt; aber ein Jahrzehnt später brach ein viel grösserer Gelehrtenstreit aus, bei dem die ganze wissenschaftliche Welt sich in zwei Lager teilte. Es ist der *Prioritätsstreit zwischen Newton und Leibniz*, der eigentlich erst am Ende des 19. Jahrhunderts zum Ausklang kam.

Ich habe schon erzählt, dass *Isaak Newton* noch vor *Leibniz* das Prinzip der Differential- und Integralrechnung entdeckt hatte, aber vor der Öffentlichkeit verborgen hielt. Unterdessen war er durch die Entdeckung der Schwerkraft, die Begründung der Mechanik und die Farbenlehre der Abgott seiner Landsleute geworden, und diese ärgerte es, dass *Leibniz*, der deutsche Philosoph, der auch politisch auf einer andern Seite stand, allein die Ehre der Entdeckung haben sollte, welche die Mathematik revolutioniert hatte. Es konnte nicht ausbleiben, dass ein rabiater Anhänger, ein gewisser Schotte namens *Keill* gegen *Leibniz* den Vorwurf des Plagiats erhob. Darauf machte nun *Johann Bernoulli*, der einige Fehler bei *Newton* gefunden hatte, anonym, aber doch erkennbar, die Andeutung, dass umgekehrt *Newton* einiges bei *Leibniz* abgespickt, aber noch nicht ganz verstanden habe. Nun war Feuer im englischen Dach. Eine Kommission der Royal Society trat zusammen und führte aus einseitig zusammengestellten Akten einen Indizienbeweis gegen *Leibniz*. Und ehe dieser zu einem Gegenschlag ausholen konnte, nahm ihm der Tod die Feder aus der Hand, und so blieb der Vorwurf, ein Plagiator zu sein, über 150 Jahre unverdienterweise an seinem Namen hängen. Nach seinem Tod aber nahm *Johann Bernoulli* den Kampf gegen die verhassten Engländer auf. Dabei stand er nicht mehr allein, sondern zwei Söhne, ein Neffe und mehrere Schüler

von ihm und von *Jakob*, bis herunter zum 20jährigen *Euler* standen auf seiner Seite und bildeten die Anfänge der berühmten Basler Mathematikerschule.

Die Freunde *Newtons*, die *Johann Bernoulli* die Verdächtigung ihres Meisters nicht verziehen, versuchten ihn nun klein zu kriegen, indem sie ihn mit Problemen herausforderten oder ihm Plagiate vorwarfen und dergleichen mehr; aber sie kamen an den Unrechten. *Bernoulli* löste alle ihre Probleme und gab ihre Anwürfe mit Zinsen zurück. Ein Gegner nach dem andern wurde heimgeschickt und mit Hohn übergossen. Denn die Basler besaßen schon damals ein scharfes Mundwerk, mit dem sie sich in der Welt beliebt machten. Kurz, um mich modern auszudrücken, die englische Mannschaft war dem Basler Team eindeutig unterlegen, sowohl in der Mathematik, als auch im Schimpfen.

Nachdem auch *Newton* 1727 gestorben war, war *Bernoulli* anerkannt als «*princeps mathematicorum*», oder, wie wir heute sagen würden, als mathematischer Weltmeister. Man wallfartete zu ihm wie zu einem Orakel. Selbst zwei schon berühmte Franzosen kamen für einige Wochen nach Basel, um seinen Rat zu holen. Wenn Basler nach Paris gehen, so ist dies nichts Besonderes, wenn aber zwei schon berühmte Pariser Akademiker nach Basel kommen, um sich Rat zu holen, so will das schon etwas heissen.

*Bernoulli* genoss den Ruhm, der ihm und seiner Familie zuteil wurde, bis an sein Lebensende; und doch, eines Tages fand auch er seinen Meister, als nämlich der junge *Euler* herangewachsen war und mit spielender Leichtigkeit Probleme löste, um die er selbst vergeblich gerungen hatte. Da ergab sich der alternde Mann, der grimmige Altmeister, zum erstenmal im Leben einer höheren Kraft. Im letzten Brief, den er drei Jahre vor seinem Tode (1. Januar 1748) dem 40 Jahre jüngeren Landsmann schrieb, redete er ihn mit den Worten an: «*Dem unvergleichlichen Leonhard Euler, dem Fürsten unter den Mathematikern.*» Damit hatte er die Weltmeisterschaft an *Euler* abgetreten, der diese Stellung noch bis gegen Ende des Jahrhunderts behielt. 1782 starb *Daniel*, *Johanns* Sohn, der letzte der grossen *Bernoulli*; im folgenden Jahr, 1783, *Euler*. Damit ging die glorreiche Zeit der Basler Mathematiker zu Ende, das Jahrhundert ihrer Weltgeltung war vorüber.

Adresse des Autors:

Prof. O. Spiess, Kornhausgasse 14, Basel.