

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 41 (1950)  
**Heft:** 14  
  
**Artikel:** Das Thermoelement als Energieumformer  
**Autor:** Geiling, L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1061258>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

- [36] Frey, W.: Stabilisierung von Synchrongeneratoren durch rasche Regelung der Erregung bei der Energieübertragung auf grosse Entfernung. Brown Boveri Mitt. Bd. 33 (1946), Nr. 11, S. 335...347.

#### i. Beispiele zur 3. Klasse (Integration mit Bush-Maschinen)

- [37] Shoults, D.R., S.B. Crary u. A.H. Lauder: Pull-In Characteristics of Synchronous Motors. AIEE-Trans. Bd. 54 (1935), S. 1385...1395.
- [38] Clarke, E., C.N. Weygandt u. C. Concordia: Overvoltages Caused by Unbalanced Short Circuits. AIEE-Trans. Bd. 57 (1938), S. 453...468.
- [39] Maginniss, F. J. u. N.R. Schultz: Transient Performance of Induction Motors. AIEE-Trans. Bd. 63 (1944), S. 641...646.
- [40] Crary, S.B., C. Concordia, C.E. Kilbourne u. C.N. Weygandt: Synchronous Starting of Generator and Motor. AIEE-Trans. Bd. 64 (1945), S. 629...634.
- [41] Weygandt, C.N., u. S. Chapp: Electromechanical Transient Performance of Induction Motors. AIEE-Trans. Bd. 65 (1946), S. 1000...1009.
- [42] Concordia, C. u. M. Temoshok: Resynchronizing of Generators. AIEE-Trans. Bd. 66 (1947), S. 1512...1518.

Adresse des Autors:

Th. Laible, dipl. Ingenieur, Bahnhaldenstrasse 6, Zürich 52.

## Das Thermoelement als Energieumformer

Von L. Geiling, Palaiseau, France

621.362

Unter vereinfachenden Annahmen wird untersucht, wie hoch der Wirkungsgrad eines aus Thermoelementen gebildeten Umformers sein kann. Der theoretische Grenzwert wird zu  $66\frac{2}{3}\%$  gefunden, was höher ist, als man bisher annahm ( $50\%$ ), und durch die Eigenart des Thermoumformers bedingt ist, in dem ein Teil der Jouleschen Wärme wieder in elektrische Energie übergeführt wird. Der praktisch erreichbare Wirkungsgrad liegt wesentlich niedriger und hängt im wesentlichen von der Kühlung der kalten Lötstellen ab, er liegt unter  $6\%$ . Praktisch kann der Thermoumformer etwa zur Verwertung der Abgaswärme von Kraftwerken oder auch als Thermokühlmaschine Verwendung finden. Der Materialaufwand ist gross.

Les recherches sur le rendement d'une thermopile comme transformateur seront faites à partir d'hypothèses simplifiées. La limite théorique du rendement a été trouvée de  $66\frac{2}{3}\%$  ce qui est une valeur plus élevée que ce qui a été admis jusqu'ici ( $50\%$ ) et qui est conditionnée par les propriétés du transformateur thermoélectrique, dans lequel une partie de l'effet Joule est réutilisée sous forme d'énergie électrique. Le rendement pratique que l'on peut atteindre est essentiellement plus bas et dépend du refroidissement des soudures froides, il est en dessous de  $6\%$ . En pratique, le transformateur thermoélectrique peut utiliser les gaz d'évacuation des usines ou peut servir de machine réfrigérante. La quantité de matière première est importante.

Das Thermoelement ist die einfachste Maschine zur Umformung von Wärme in elektrische Energie. Es hat keine bewegten Teile, wenig Verschleiss, braucht fast keine Wartung und wäre demnach vorzüglich geeignet, auch im grossen als Energieumformer eingesetzt zu werden. Als Energiequellen kommen in erster Linie die Brennstoffe in Frage, die Abwärme von Kraftwerken, aber auch Sonnenenergie oder die Wärme von heissen Quellen usw. Die direkte Erzeugung elektrischer Energie aus Brennstoffen kann auch in der «Brennstoffkette» geschehen<sup>1)</sup>, die durch hohen Wirkungsgrad ausgezeichnet ist ( $60\%$ ), in ihrer praktischen Ausführung jedoch sehr kompliziert und teuer ist, weshalb sie bis heute keine praktische Anwendung gefunden hat. Zur Verwertung von «Abfallwärme» oder Strahlungswärme ist das Thermoelement allein geeignet.

Die Patentliteratur ist reich an Vorschlägen für die Herstellung solcher Thermoumformer; trotzdem hat noch keiner bis heute praktische Bedeutung erlangt. Der Grund ist der schlechte Wirkungsgrad, der allen Thermoumformern anhaftet. In der vorliegenden Arbeit soll nun der Wirkungsgrad eines Thermoumformers errechnet werden.

Einer genaueren Berechnung stehen Schwierigkeiten entgegen, die in der Temperaturabhängigkeit der Materialeigenschaften liegen. Exakt könnte die Rechnung nur für ein ganz bestimmtes Metallpaar durchgeführt werden, dessen Kennwerte für den ganzen betrachteten Temperaturbereich bekannt sein müssen. Da es hier aber darauf ankommt, eine Übersicht über das Verhalten der Metalle zu erhalten,

müssen, um zu verhältnismässig einfachen und übersichtlichen Formeln zu kommen, vereinfachende und verallgemeinernde Annahmen gemacht werden.

Kurz seien noch die thermoelektrischen Effekte in Erinnerung gebracht.

Der Seebeck-Effekt: Im Jahre 1821 entdeckte Th. J. Seebeck, dass in einem geschlossenen Stromkreis, der aus zwei verschiedenen Metallen besteht, die an zwei Stellen, den sogenannten «Lötstellen», verlötet sind, ein Strom fliesst, wenn die eine dieser Lötstellen erwärmt wird.

Sind die Temperaturen der Lötstellen  $T_1$  und  $T_2$ , so ist die den Strom  $I$  hervorbringende elektromotorische Kraft  $E$

$$E = u (T_1 - T_2) \text{ V} \quad (1)$$

Der Proportionalitätsfaktor  $u$  (V/Grad) wird als «Thermokraft» oder «Seebeckkoeffizient» bezeichnet.

Der Peltier-Effekt: Schickt man einen elektrischen Strom durch die Verbindungsstelle (Lötstelle) zweier Metalle, so wird ausser der Jouleschen Wärme auch eine positive oder negative Wärme entwickelt, die mit der Stromrichtung ihr Zeichen umkehrt (entdeckt 1834 von J. C. Peltier). Die erzeugte Wärmemenge  $Q$  ist proportional der Stromwärme  $I$  und der Dauer  $t$  des Stromdurchflusses.

$$Q = \Pi \cdot I \cdot t \cdot T \text{ cal} \quad (2)$$

Zwischen dem Peltierkoeffizienten und dem Seebeckkoeffizienten besteht ein Zusammenhang der Form:

$$\Pi = T \cdot \frac{du}{dT} \quad (3)$$

<sup>1)</sup> siehe E. Baur: Über das Problem der elektrotechnischen Verbrennung der Brennstoffe. Bulletin SEV, Bd. 30 (1939), Nr. 17, S. 478...481.

Der *Thomson-Effekt*: Er besteht darin, dass bei einem stabförmigen Leiter, dessen Enden sich auf konstanter Temperatur befinden, während seine Mitte höhere Temperatur hat, bei Stromdurchfluss sich das Temperaturmaximum verschiebt. Mit Umkehrung der Stromrichtung kehrt auch die Verschiebungsrichtung um. Herrscht in einem vom Strom durchflossenen Leiterelement  $dx$  ein Temperaturgefälle  $\frac{dT}{dx}$ , so wird eine Wärmemenge entwickelt, die der Stromdurchgangszeit  $t$  und der Stromstärke  $I$  proportional ist.

$$dQ_{th} = \tau \cdot \frac{dT}{dx} \cdot I \cdot t \cdot dx \quad (4)$$

Der Thomsonkoeffizient  $\tau$  ist eine durch das Leitermaterial bestimmte und von der Temperatur abhängige Grösse, die positiv oder negativ sein kann. Der Effekt wurde von W. Thomson auf Grund thermodynamischer Überlegungen vorausgesagt und 1856 beobachtet.

Ein Thermoumformer besteht nun aus einer grösseren Anzahl gleichartiger Thermolemente, die derart in Reihe geschaltet sind, dass sich jeweils jede zweite Lötstelle an der erhitzten bzw. gekühlten Seite befindet (Fig. 1).

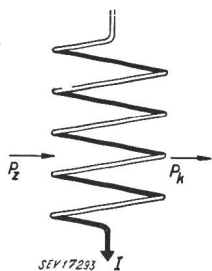


Fig. 1  
Prinzipschema eines Thermoumformers  
 $P_z$  pro Zeiteinheit zufließende Wärmemenge  
 $P_k$  pro Zeiteinheit an das Kühlmittel abgegebene Wärmemenge  
 $I$  Strom des Thermoumformers

Ein Thermoumformer kann Platten-, Rohr- oder Hohlkugelform haben, je nach Art der Wärmequelle und des Kühlmittels. Die Thermodrähte liegen in der Richtung des Wärmeflusses. Für die Rechnung ist die Form ohne Bedeutung, der Einfachheit halber sei hier Plattenform angenommen.

Um die Übersichtlichkeit der Berechnung zu wahren, seien ferner einige vereinfachende Annahmen gemacht.

1. Die Thermodrähte haben konstanten Querschnitt.
2. Die Temperaturkoeffizienten der elektrischen und der thermischen Leitfähigkeit seien zu vernachlässigen.
3. Beide Thermometalle haben gleiche Lorentzsche Zahl<sup>2)</sup>.
4. Eine Wärmeströmung in den isolierenden Zwischenräumen zwischen den Drähten finde nicht statt.
5. Es sei ein stationärer Zustand eingetreten.

Während alle anderen Voraussetzungen praktisch leicht zu erfüllen sind, gilt Voraussetzung 2 nur für einen kleinen Temperaturbereich, vor allem nicht

<sup>2)</sup> Nach dem Wiedeman-Franz-Lorentzschen Gesetz ist das Verhältnis von Wärme- und Elektrizitätsleitfähigkeit  $\frac{\lambda}{\gamma}$  proportional der absoluten Temperatur  $T_0$ . Die Lorentzsche Zahl  $L = \frac{\lambda}{\gamma T_0}$ , ist annähernd konstant und für verschiedene Metalle nur wenig verschieden.

für tiefe Temperaturen. Die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit hat jedoch nur die Folge, dass sich die Temperaturverteilung längs der Thermodrähte ändert. Auf den Wirkungsgrad des Umformers ist sie ohne Einfluss.

Ferner wurde auch der Thomsoneffekt vernachlässigt, da negative und positive Wärme in unmittelbar nebeneinanderliegenden Drähten entstehen, ein Ausgleich dieser Wärme durch einen zum Hauptfluss senkrechten Neben-Wärmefluss geschieht, der jenen also nicht beeinflusst.

Im folgenden bedeuten:

$\lambda_1, \lambda_2$	Wärmeleitfähigkeit der Metalle ( $\text{W cm}^{-1} \text{ Grad}^{-1}$ )
$\gamma_1, \gamma_2$	Elektrizitätsleitfähigkeit der Metalle ( $\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ )
$A_1, A_2$	Querschnitte der Thermodrähte ( $\text{cm}^2$ )
$A$	Wirksamer Metallquerschnitt ( $\text{cm}^2$ )
$\omega$	Thermometallzahl (dimensionslos)
$L_1, L_2$	Lorentzsche Zahlen der Metalle ( $\text{V}^{-2} \text{ Grad}^2$ )
$n$	Zahl der in Reihe geschalteten Drahtpaare
$u_1, u_2$	Thermokraft der Metalle (Seebeckkoeffizient ( $\text{V Grad}^{-1}$ ))
$l$	Länge der Thermodrähte ( $\text{cm}$ )
$T_1, T_2$	Temperatur der warmen bzw. kalten Lötstellen ( $^{\circ}\text{K}$ )
$R$	Elektrischer Widerstand des Umformers ( $\Omega$ )
$P_z$	Zugeführte Wärmeleistung ( $\text{W}$ )
$P_1, P_2$	Peltierwärme an beheizter und gekühlter Seite ( $\text{W}$ )
$P_k$	In das Kühlmittel abgegebene Wärme ( $\text{W}$ )
$P_a$	Abgegebene Nutzleistung ( $\text{W}$ )
$I$	Strom ( $\text{A}$ )
$U$	Leerlaufspannung ( $\text{V}$ )
$\eta$	Wirkungsgrad

Wir betrachten den Umformer als eine Platte mit dem wirksamen Metallquerschnitt  $A$  und der Dicke  $l$ . Man kann diese Wand in drei Zonen ein-

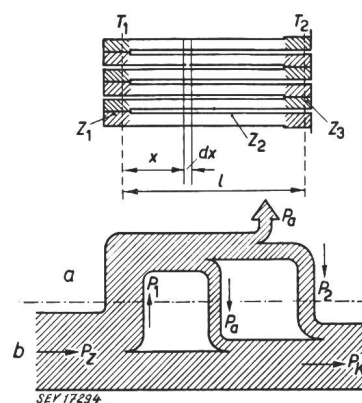


Fig. 2  
Energieflüsse im Thermoumformer  
 $a$  Gebiet der elektrischen Energie  
 $b$  Gebiet der thermischen Energie  
 $P_z$  pro Zeiteinheit zufließende Wärmemenge  
 $P_k$  pro Zeiteinheit an das Kühlmittel abgegebene Wärmemenge  
 $P_1, P_2$  Peltierwärmen (pro Zeiteinheit)  
 $P_a$  abgegebene Nutzleistung

teilen (Fig. 2). Die Zone der warmen Lötstellen  $Z_1$ , die Zone der Thermodrähte  $Z_2$  und die Zone der kalten Lötstellen  $Z_3$ . In die Umformerwand tritt

von links die Wärme  $P_z$ . In Zone  $Z_1$  wird die (negative) Peltierwärme  $P_1$  erzeugt; in die Zone  $Z_2$  tritt also  $P_z - P_1$ . In Zone  $Z_2$  wird Stromwärme erzeugt. Ihre Grösse ist gleich der abgegebenen Nutzleistung  $P_a$  (Anpassung!). In die Zone  $Z_3$  tritt nun  $P_z - P_1 + P_a$ , und da in Zone  $Z_3$  die (positive) Peltierwärme  $P_2$  erzeugt wird, ist die in das Kühlmittel tretende Wärme:  $P_k = P_z - P_1 + P_2 + P_a$ .

Da ausser  $P_k$  Energie in Form von Wärme nicht abgegeben wird, muss die Differenz zwischen zugeführter ( $P_z$ ) und abgegebener Wärme ( $P_k$ ) gleich der abgegebenen Nutzleistung  $P_a$  sein.  $P_z - P_k = P_a$ . Da nun aber  $P_z - P_k = P_1 - P_2 - P_a$  ist, ergibt sich, dass die Nutzleistung gleich der halben Differenz der Peltierwärmen ist.

$$P_a = \frac{P_1 - P_2}{2} \quad (5)$$

Der Umformer kann als Gleichstromgenerator mit der Leerlaufspannung  $U$  und dem Innenwiderstand  $R$  angesehen werden. Seine höchste Leistung gibt er an einen «angepassten» Verbraucher ab, dessen Widerstand gleich dem des Generators ist. Die maximal zur Verfügung stehende Nutzleistung ist:

$$P_a = \frac{U^2}{4R} \quad (6)$$

Der Umformer bestehe aus  $n$  Drahtpaaren der Länge  $l$  mit den Querschnitten  $A_1$  und  $A_2$ . Die elektrische Leitfähigkeit der Drähte ist  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$ . Dann ist der Widerstand des Umformers:

$$R = n \cdot l \left( \frac{1}{\gamma_1 A_1} + \frac{1}{\gamma_2 A_2} \right) \quad (7)$$

Es wurde vorausgesetzt, dass die Lorentzsche Zahl  $L = \frac{\lambda}{\gamma T_0}$  für beide Thermometalle gleich sei ( $T_0$  ist die Bezugstemperatur für  $\gamma$  und  $\lambda$ ). Dies trifft auch für fast alle Thermometalle hoher Wirksamkeit zu. Ferner gibt es eine Bedingung für die günstigste Bemessung von Thermodrähten, die verlangt, dass der Wärmewiderstand beider Drähte gleich sei. Da die Länge beider Drähte gleich ist, so lautet die Bedingung:

$\lambda_1 A_1 = \lambda_2 A_2$ . Da  $L_1 = L_2 = \frac{\lambda_1}{\gamma_1 T_0} = \frac{\lambda_2}{\gamma_2 T_0}$  ist, folgt daraus:

$\gamma_1 A_1 = \gamma_2 A_2$ . Der Widerstand des Generators beträgt damit:

$$R = \frac{2nl}{\gamma_1 A_1}$$

Der wirksame Metallquerschnitt des Umformers ist:

$$A = n (A_1 + A_2) \quad (8)$$

Wir führen hier noch eine mittlere Wärme- und elektrische Leitfähigkeit ein. Es sei:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \text{ oder } \lambda = \frac{2 \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right) \text{ oder } \gamma = \frac{2 \gamma_1 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2}$$

Da nun  $\lambda_1 A_1 = \lambda_2 A_2$  ist und auch  $\gamma_1 A_1 = \gamma_2 A_2$ , so ergibt eine einfache Umformung:

$$\lambda_1 A_1 = \lambda_2 A_2 = \frac{\lambda A}{2n} \quad (9)$$

und

$$\gamma_1 A_1 = \gamma_2 A_2 = \frac{\gamma A}{2n} \quad (10)$$

Damit wird der elektrische Widerstand des Umformers:

$$R = \frac{4n^2 l}{\gamma A} \quad (11)$$

Die Leerlaufspannung des Generators ergibt sich aus der Thermokraft  $u_1$  bzw.  $u_2$  der Metalle, die nicht als temperaturunabhängig angenommen werden darf, und den Temperaturen der Lötstellen  $T_1$  und  $T_2$ .

$$U = n (u_1 T_1 - u_2 T_2) \quad (12)$$

Der Strom des Umformers beträgt bei Anpassung:

$$I = \frac{U}{2R} = n \frac{u_1 T_1 - u_2 T_2}{2R} \quad (13)$$

Die abgegebene Leistung:

$$P_a = \frac{U \cdot I}{2} = n^2 \frac{(u_1 T_1 - u_2 T_2)^2}{4R} = (u_1 T_1 - u_2 T_2)^2 \frac{\gamma A}{16l} \quad (14)$$

Die Peltierwärmen pro Zeiteinheit sind:

$$P_1 = \Pi_1 \cdot T_1 \cdot I \cdot n; \quad P_2 = \Pi_2 \cdot T_2 \cdot I \cdot n \quad (15)$$

Nach Formel (3) kann man für die Peltierkoeffizienten einsetzen:

$$\Pi_1 = T_1 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_1}; \quad \Pi_2 = T_2 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_2}$$

Damit wird:

$$P_1 = T_1^2 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_1} \cdot I \cdot n; \quad P_2 = T_2^2 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_2} \cdot I \cdot n$$

Die Differenz der Peltierwärmen pro Zeiteinheit ist gleich der doppelten Nutzleistung:

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= 2 P_a = n \cdot I \left[ T_1^2 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_1} - T_2^2 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_2} \right] \\ &= I \cdot U = n \cdot I (u_1 T_1 - u_2 T_2) \end{aligned} \quad (16)$$

Daraus folgt:

$$T_1^2 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_1} - T_2^2 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_2} = u_1 T_1 - u_2 T_2$$

Dies muss für jedes  $T_1$  und jedes  $T_2$  gelten, auch für  $T_2=0$ . Daraus folgt aber auch:

$$T_1^2 \left( \frac{du}{dT} \right)_{T_1} = u_1 T_1; u_1 = \Pi_1 \text{ und ebenso } u_2 = \Pi_2 \quad (17)$$

Der Wärmestrom pro Zeiteinheit  $P$  durch den Querschnitt  $A$  eines Körpers der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  ist bestimmt durch den an dieser Stelle herrschenden Temperaturgradienten:

$$P = \lambda A \frac{dT}{dx} \quad (18)$$

Da die Zonen der Lötstellen  $Z_1$  und  $Z_3$  meist klein sind gegenüber der Zone der Thermodrähte  $Z_2$ , betrachtet man als den Entstehungsort der Peltierwärme die in Fig. 2 gestrichelt eingezeichneten Mittelflächen. Die an diesen Stellen herrschenden Temperaturen werden als die Temperaturen der Lötstellen angesehen. Während man die Peltierwärmen als an einer eng begrenzten Stelle entstehend auffassen kann, entsteht die Joulesche Wärme über die ganze Länge der Thermodrähte.

Man denkt sich aus der Wand senkrecht zu den Thermodrähten eine Scheibe der Fläche  $A$  und der Dicke  $dx$  herausgeschnitten (Fig. 2). Dieser Scheibe fliesst von links (immer pro Zeiteinheit) die Wärme  $P_l = -\lambda A \frac{dT}{dx}$  zu. Nach rechts fliesst aus ihr die

Wärme  $P_r = -\lambda A \left( \frac{dT}{dx} + \frac{d^2T}{dx^2} dx \right)$  ab. In der

Scheibe selbst entsteht die Stromwärme:  $dP = \frac{P_a dx}{l}$ .

Die Gleichung für das Wärmegleichgewicht lautet:

$$P_l - P_r + dP = 0$$

und daraus folgt:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{P_a}{\lambda A \cdot l} = -a^2 \quad (19)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung erhält man durch zweifache Integration:

$$\frac{dT}{dx} = -a^2 x + c_1 \quad (20)$$

und

$$T = -\frac{a^2 x^2}{2} + c_1 x + c_2 \quad (21)$$

Aus den Randbedingungen erhält man die Integrationskonstanten:

$$x = 0: T = T_1 \quad \text{und} \quad x = l: T = T_2$$

$$c_1 = -\frac{T_1 - T_2}{l} + \frac{a^2 l}{2} \quad \text{und} \quad c_2 = T_1$$

Der Temperaturgradient an der warmen bzw. der kalten Lötstelle ist:

$$\left( \frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = +\frac{T_2 - T_1}{l} + \frac{P_a}{2\lambda A} \quad (22)$$

$$\left( \frac{dT}{dx} \right)_{x=l} = +\frac{T_2 - T_1}{l} - \frac{P_a}{2\lambda A} \quad (23)$$

An der Seite der warmen Lötstellen tritt die Wärme

$$P_z - P_1 = -\lambda A \left( \frac{dT}{dx} \right)_{x=0} = (T_1 - T_2) \frac{\lambda A}{l} - \frac{P_a}{2} \quad (24)$$

in die Wand ein. Dividiert man die Gleichung durch  $P_a$ , so erhält man:

$$\frac{P_z}{P_a} = \frac{1}{\eta} = \frac{P_1}{P_a} + \frac{T_1 - T_2}{l P_a} \cdot \lambda A - \frac{1}{2} \quad (25)$$

Nun ist nach (15) und (17)  $P_1 = u_1 \cdot T_1 \cdot I \cdot n$

und nach (16)

$$P_a = \frac{1}{2} (u_1 T_1 - u_2 T_2) \cdot I \cdot n$$

$$\frac{P_1}{P_a} = \frac{u_1 T_1}{\frac{1}{2} (u_1 T_1 - u_2 T_2)} = \frac{1}{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{u_2 T_2}{u_1 T_1} \right)} \quad (26)$$

Setzt man für die Thermokraft den Mittelwert  $u$  ein, der sich aus der Bedingung

$$u (T_1 - T_2) = u_1 T_1 - u_2 T_2$$

ergibt, also

$$u = \frac{u_1 T_1 - u_2 T_2}{T_1 - T_2}$$

dann kann man unter Verwendung von (14) weiter schreiben:

$$\frac{T_1 - T_2}{l P_a} \cdot \lambda A = \frac{16 \cdot \lambda}{u^2 (T_1 - T_2) \gamma} \quad (27)$$

Es erweist sich nun als zweckmässig, bei Thermoelementen mit einer Zahl zu rechnen, «Thermometallzahl» genannt<sup>3)</sup>, die ein reiner Materialwert ist, der alle für ein Thermoelement wichtigen Materialeigenschaften umfasst. Die Thermometallzahl ist dimensionslos und ein direktes Mass für die Güte einer Metallzusammenstellung. Sie ist definiert als:

$$\omega = \frac{u^2}{L_1 + L_2} \quad (28)$$

Laut Voraussetzung sind die Lorentzschen Zahlen der beiden Metalle einander gleich:

$$L_1 = L_2 = \frac{\lambda}{\gamma T_0} \quad (T_0 \text{ ist die Bezugstemperatur für } \gamma \text{ und } \lambda)$$

Somit ist:

$$\omega = \frac{u^2 \gamma T_0}{2 \lambda} \quad (29)$$

In (25) eingesetzt, ergibt sich für den theoretischen Wirkungsgrad nach Umformung entsprechend (27):

$$\frac{1}{\eta} = \frac{2}{1 - \frac{u_2 T_2}{u_1 T_1}} + \frac{8 T_0}{\omega (T_1 - T_2)} - \frac{1}{2}$$

<sup>3)</sup> siehe L. Geiling: Beitrag zur Kenntnis von Thermoelementen zu Feinmesszwecken. Diss. T. H. Darmstadt 1944.

und

$$\eta = \frac{1 - \frac{T_2}{T_1}}{\frac{8 T_0}{\omega T_1} + \frac{2 u_1}{u} - \frac{1}{2} + \frac{T_2}{2 T_1}} \quad (30)$$

Geht  $T_2$  gegen 0, und ist  $\omega T_1$  viel grösser als  $8 T_0$ , dann nähert sich der Wirkungsgrad dem absoluten Höchstwert von  $\frac{2}{3}$  ( $66\frac{2}{3}\%$ ). Dies scheint der für Anpassung geforderten Voraussetzung zu widersprechen. Bei Anpassung geht die Hälfte der elektrischen Leistung in Nutzleistung und die andere Hälfte in Stromwärme über; der Wirkungsgrad könnte also höchstens 50% betragen. Beim Thermoformer ist die Stromwärme jedoch nicht reine Verlustleistung, denn ein Teil der Stromwärme wird den warmen Lötstellen zugeführt, wo er wieder in elektrische Energie umgewandelt wird.

Der theoretische Höchstwirkungsgrad wäre also sehr gut, anders jedoch sieht es mit dem praktischen Wirkungsgrad aus. Um die Grenzen zu erkennen, die durch das Material gezogen sind, kann man in Formel (30) für die Temperatur der kalten Lötstellen  $T_2=0$  einsetzen und für die Temperatur der warmen Lötstellen  $T_1=T_s$ , die Schmelztemperatur des niedriger schmelzenden Metalles. Damit wird der praktische Grenzwirkungsgrad:

$$\eta_{\max} = \frac{1}{\frac{2}{3} + \frac{8 T_0}{\omega T_s}} \quad (31)$$

Für jede Metallzusammenstellung hat der Grenzwirkungsgrad einen bestimmten Wert. In Tab. I sind für einige Metallpaare die Thermometallzahlen  $\omega$  und die Grenzwirkungsgrade  $\eta_{\max}$  zusammengestellt<sup>4)</sup>.

Praktisch sind aber auch diese Wirkungsgrade nicht erreichbar, da die kalten Lötstellen nie auf 0 °K gekühlt werden können.

Thermometallzahl  $\omega$  (oben rechts)<sup>1)</sup>  
Praktischer Wirkungsgrad  $\eta_{\max}$  in % (unten links)<sup>4)</sup>

Tabelle I

	Te	Sb+Cd	Fe	Cu	Konst.	Bi+Sb
Tellur		0,018	0,048	0,054	0,067	0,087
Antimon+25% Cd	0,54		0,077	0,098	0,163	0,270
Eisen	1,43	2,35		0,002	0,040	0,135
Kupfer	1,6	2,92	1,38		0,028	0,115
Konstantan	2,0	4,9	2,63	1,61		0,019
Wismut+10% Sb	2,1	6,0	3,1	2,64	0,04	

Wie hoch der Wirkungsgrad praktisch in einem sehr günstigen Fall werden kann, soll am vorteilhaftesten der bekannten Metallpaare gezeigt werden. Es sind dies die Legierungen:

Wismut (90%) + Antimon (10%)  
gegen Antimon (75%) + Cadmium (25%)

Als Temperatur der warmen Lötstellen sei der

<sup>4)</sup> Der Berechnung des Wirkungsgrades lagen die Temperatur  $I_0=293^\circ\text{K}$  und folgende Thermokräfte  $u$  zu Grunde: Wismut + 10 % Antimon gegen Konstantan  $36 \mu\text{V/Grad}$ , gegen Kupfer  $78 \mu\text{V/Grad}$ , gegen Antimon + 25 % Cd  $187 \mu\text{V/Grad}$  und gegen Tellur  $360 \mu\text{V/Grad}$ .

Schmelzpunkt des Wismuts angenommen,  $T_1 = 543^\circ\text{K}$  ( $270^\circ\text{C}$ ), als Temperatur der kalten Lötstellen  $T_2 = 278^\circ\text{K}$  ( $5^\circ\text{C}$ ). In (30) eingesetzt, erhält man für den Wirkungsgrad:  $\eta = 3\%$ .

Für dieses Beispiel sei noch der Materialaufwand pro kW abgegebener Nutzleistung berechnet. Für die Berechnung des Materialaufwandes muss die Art der Wärmeübertragung an beheizter und gekühlter Oberfläche bekannt sein. Die Beheizung erfolge z. B. durch ein Gas von der Temperatur  $T_G = 650^\circ\text{K}$  und die Kühlung durch Wasser von  $273^\circ\text{K}$ . Damit die Wärmeaufnahme hinreichend gut ist, müssen die den Wärmeübergang vermittelnden Oberflächen gross sein. Es sei z. B. angenommen, diese Oberflächen seien 10mal so gross wie der wirksame Metallquerschnitt  $A$  (etwa durch Anordnung von Rippen). Pro kW abgegebener Nutzleistung müssen rund  $\frac{1000}{\eta}$  W Wärmeleistung durch

die Wand des Umformers geleitet werden. Die dazu erforderliche Fläche  $S$  ergibt sich aus dem Unterschied zwischen Gas- und Wandtemperatur und der Wärmeübergangszahl. Allgemein gilt

$$P = \alpha \cdot S (T_G - T_1) \quad (32)$$

Für  $S=10A$  und  $\alpha=0,0025 \text{ W cm}^{-2} \text{ Grad}^{-1}$  erhält man als Metallquerschnitt pro kW Nutzleistung:

$$A = \frac{1000}{\eta \cdot 10 \cdot \alpha (T_G - T_1)} = 1,24 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$$

An den kalten Lötstellen fliesst die Leistung  $P_k$  ins Kühlwasser. Bei einer Wärmeübergangszahl von  $\alpha=0,24 \text{ W cm}^{-2} \text{ Grad}^{-1}$  (Wassergeschwindigkeit 1 m/s) und einem Temperaturunterschied von im Mittel 2,5 Grad zwischen Wand und Wasser, ist eine Oberfläche

$$S_k = \frac{1000}{\eta \cdot \alpha (T_2 - T_W)} = 5,6 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 = 4,4 A$$

nötig. Hier genügt also der 4,4fache Metallquerschnitt als Oberfläche.

Die Dicke der Wand ist ungefähr gleich der Länge der Thermodrähte, sie ergibt sich aus (18)

$$P_z = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{l}$$

Mit  $\lambda_1 = 0,084$  (Bi) und  $\lambda_2 = 0,23$  (Sb) wird  $\lambda = \frac{2 \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = 0,123 \text{ W cm}^{-1} \text{ Grad}^{-1}$ , und man erhält für  $l$  pro kW abgegebener Leistung:

$$l = \frac{\lambda A (T_1 - T_2) \cdot \eta}{1000} = 12,3 \text{ cm}$$

Damit wird das Gewicht des Umformers pro Kilowatt abgegebener Leistung:

$$G = A \cdot l \cdot \rho = 1373 \text{ kg}^5)$$

<sup>5)</sup> mit Gleichung (9) und (10) erhält man für  $\rho = \frac{\rho_1 \lambda_2 + \rho_2 \lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = 9 \text{ g/cm}^3$ .



Aus diesen Werten kann man bereits erkennen, dass eine Maschine, die aus grundsätzlichen Erwägungen mit normalen technischen Mitteln einen Wirkungsgrad von 3 bis 6% nie überschreiten kann, kaum technische Bedeutung haben wird. Selbst die Ausnützung der Abgaswärme von grösseren Wärmekraftwerken dürfte nur unter besonderen Verhältnissen den Aufwand lohnen. Anders wird dies erst, wenn die Wärmeenergie sehr billig und reich vorhanden ist, oder aber wenn keine andere Energiequelle als die Sonnenstrahlung zur Verfügung steht.

Eine Möglichkeit, den Thermomoumformer praktisch zu verwenden, liegt darin, ihn als Kühlmaschine

arbeiten zu lassen. Schickt man nämlich bei Kühlung der Aussenfläche einen Strom hindurch, richtungsgleich dem bei normalem Betrieb fliessenden Strom, dann kühlen sich infolge des Peltiereffektes die inneren Lötstellen ab. Die Berechnung kann nach den gleichen Formeln durchgeführt werden. Extrem tiefe Temperaturen kann man allerdings auch nicht erreichen, weil gegen den absoluten Nullpunkt hin die Thermokräfte aller Metalle verschwinden,  $P_2$  also null wird.

#### Adresse des Autors:

Dr. Ing. L. Geiling, 84 rue Maurice Berteaux, Palaiseau, Seine et Oise, France.

### «Zur Theorie der Dimension der physikalischen Grössen»

Von M. Landolt, Winterthur

Bull. SEV Bd. 41(1950), Nr. 12, S. 473...479)

### Berichtigung

Auf Seite 475 sind in der Definition die Worte «einer oder aus mehreren» durch «mehreren gleich- oder» zu ersetzen. Im anschliessenden Absatz soll nach dem Strichpunkt «die Dimension» statt «sie» stehen.

## Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

### Theorie und Praxis der Netzerdung über Resonanzspulen

621.315.053.22

[Nach Eric T. B. Gross: The Why and How of Resonant Neutral Grounding, Electric Light and Power, Bd. 25 (1947) Juli u. August.]

#### I. Theorie

Beim Betrieb ausgedehnter Hochspannungsnetze zeigte es sich, dass der grösste Teil der Störungen durch einpolige Erdschlüsse entstand. Diese Fehlerquelle kann durch zwei Schutzmittel bekämpft werden: direkte Erdung des Nullpunktes und Erdung über Löschröseln. In Amerika wird hauptsächlich die direkte Erdung des Nullpunktes angewendet, in Europa mehr die Erdung über Löschröseln.

#### Der Erdschluss eines Drehstromsystems

Im ungestörten Betrieb wird der isolierte Sternpunkt eines auf eine Leitung geschalteten Transformators durch die als gleich gross angenommenen Erdkapazitäten  $C_E$  der drei Polleiter auf Erdpotential gehalten. Bei Erdschluss (Fig. 1a) wird der betreffende Leiter gegenüber der Erde spannungslos und das Spannungsdreieck um die negative Sternspannung  $U_Y$  des geerdeten Poles verschoben. Der Nullpunkt kommt dadurch auf Sternspannung und die beiden gesunden Polleiter auf verkettete Spannung gegen Erde. Der Erdschlussstrom  $I_E$  setzt sich aus den zwei Teilströmen zusammen, die von den ungestörten Polleitern über ihre Erdkapazitäten zur Erde und über die Fehlerstelle wieder ins Netz fliessen. Seine Grösse beträgt:

$$I_E = 3 U_Y \omega C_E$$

Für einfache Freileitungen von 66 kV Spannung oder weniger lässt sich der kapazitive Erdschlussstrom nach folgender Faustformel abschätzen:

$$I_E = \frac{U l}{310} \text{ A}$$

Dabei bedeuten  $U$  die verkettete Spannung in kV und  $l$  die Leitungslänge in km. Dreipolige Erdkabel sind mit 25facher, Einleiterkabel und Dreileiterkabel mit abgeschirmten Einzeileitern mit 75facher Länge in die Formel einzusetzen.

Die Erfahrung zeigte, dass in ungeschützten Netzen mit über 5 A Erdschlussstrom ein Erdschlussbogen nicht mehr löscht, sondern durch Rückzündungen zu Überspannungswellen Anlass gibt, die an andern Stellen Kurzschlüsse und Doppelerdschlüsse bewirken.

#### Nullpunkterdung über Resonanzspulen

W. Petersen schlug 1917 vor, zwischen den Nullpunkt eines Leistungstransformators und Erde eine auf die Erd-

kapazität des Netzes abgestimmte Induktivität zu schalten. Im Erdschlussfall (Fig. 1b) bleiben die Spannungsverhältnisse gleich wie beim Netz mit isoliertem Nullpunkt. Die Induktivität, auch Löschröhle, Resonanzspule oder Petersenspule genannt, erhält Sternspannung. Ihr Stromkreis schliesst sich über die Erdschlussstelle. Bei abgestimmter Spule ist ihr Strom von gleicher Grösse, aber entgegengesetztem Vorzei-

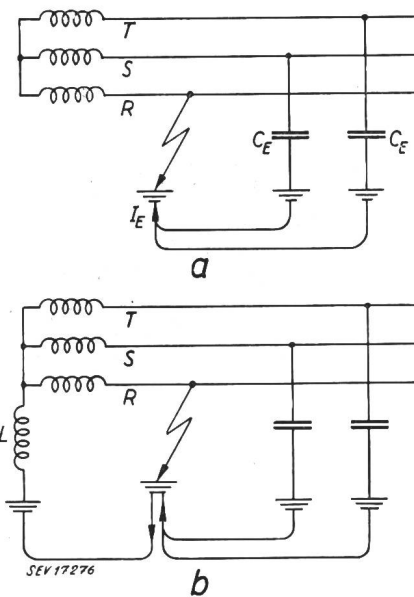


Fig. 1

Erdschlüsse

- a nicht geerdetes Drehstromsystem
- b über Löschröhle geerdetes System

chen wie die Summe der Erdströme der beiden gesunden Phasen. Der Gesamtstrom durch die Erdschlussstelle wird Null. Fand der Übergang durch einen Lichtbogen statt, so erlöscht dieser, und der Netzbetrieb geht ungestört weiter. Die Bedingung für die Induktivität  $L$  der abgestimmten Spule lautet:

$$\omega L = \frac{1}{3 \omega C_E}$$

In Wirklichkeit bleibt infolge der Ohmschen Widerstände und ungenauer Spulenabstimmung ein hauptsächlich Ohmscher Reststrom, der aber im Erdschlussbogen noch bei sehr