Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 40 (1949)

Heft: 22

Artikel: Die Abstrahlung von Dipolen in einem Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt

Autor: Vellat, T.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1060730

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Eine diesen Anforderungen weitgehend entsprechende Lösung wurde gefunden, indem eine Ausrüstung aus folgenden Teilen zusammengestellt wurde:

A. Havelockmantel. Dieser stellt gewissermassen das Universalstück dar. Es handelt sich um einen ärmellosen Mantel mit einem pelerinenartigen Schulterschutz mit Lederbesatz auf den Achseln. Die Pelerinenvorderteile besitzen Schlaufen, in die beim Velofahren die Arme hineingesteckt werden können.

B. Beinröhren zum Schutz der Beine. Sie werden z. B. getragen beim Motorradfahren, von Freileitungsmonteuren bei Arbeiten auf Masten und beim Marschieren durch nasses Gras bei Leitungskontrollen.

C. Überärmel. Diese werden nur abgegeben an Leute, die im Freien arbeiten müssen (Freileitungsmonteure).

D. Südwesterhut, so geformt, dass das Wasser nicht in den Nacken fliesst.

E. Holzerhandschuhe.

Alle unter A...D aufgeführten Gegenstände bestehen aus einem bräunlichen, imprägnierten Duplex-Stoff, der wasserundurchlässig ist (ziemlich grober Baumwollstoff mit Gummieinlage). Da die Kleidung aus einzelnen Stücken besteht und insbesondere die Achselhöhlen frei bleiben, ist das Arbeiten darin angenehmer als in einem vollständigen Gummimantel.

Die Tabelle zeigt, wie die Abgabe dieser Kleidungsstücke an die verschiedenen Personalkategorien bei den EKZ vorgesehen ist.

Die für das ganze EKZ-Personal gültige Regelung wurde auf den Zeitpunkt der Einführung des neuen Lohn- und Anstellungsregulativs am 1. Januar 1949 in Kraft gesetzt.

Alle Kleidungsstücke sind und bleiben Eigentum der EKZ. Der Mann hat keine Beiträge zu leisten. Reparaturen, die infolge mutwilliger Beschädigung nötig werden, sind vom Mann zu bezahlen. Ebenso sind verlorene Stücke von ihm auf eigene Kosten zu ersetzen. Die Abbildungen zeigen die Verwendung der Schutzkleider, deren Einführung nun etappenweise erfolgt; sie soll in etwa 5...7 Jahren abgeschlossen sein.

Die Erfahrungen, die bis jetzt mit den neuen Ausrüstungen gemacht wurden, sind gut, und das Personal ist damit zufrieden.

Adresse des Autors:
H. Wüger, Direktor der EKZ, Schöntalstrasse 8, Zürich 4.

Die Abstrahlung von Dipolen in einem Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt

Von *T. Vellat*, Mailand [1])

621.392.26

Die Berechnung der Abstrahlung eines Dipols innerhalb eines Hohlleiters mit rechteckigem Querschnitt gelingt durch Anwendung des elektrischen Spiegelungsprinzips und mit Hilfe von Integralsätzen über die Hankelschen Funktionen. Das Resultat zeigt, dass, obwohl das Erregungszentrum von zylindrischer Form ist, sich ebene Wellen ausbilden. Der Einfluss des Strahlers erstreckt sich gleichmässig über den ganzen Querschnitt. Dieser Umstand ist technisch wichtig, da Abstrahlung und Empfang der Wellen, sowie Anpassung durch dipolartige Gebilde gelingen, die mechanisch leicht realisierbar sind. Durch «Transformationsstifte» kann Anpassung an Antennen, Detektoren usw. erreicht werden.

Le rayonnement d'un dipôle à l'intérieur d'un guide d'ondes de section rectangulaire peut être calculé en appliquant le principe de la réflexion électrique et en utilisant les intégrales des fonctions de Hankel. Les ondes émises sont planes, bien que le centre d'énergie ait une forme cylindrique. L'influence du corps rayonnant s'étend régulièrement dans toute la section. Ce fait a une grande importance pratique, car le rayonnement et la captation des ondes, ainsi que le réglage, peuvent être aisément réalisés à l'aide de dispositifs en forme de dipôles. L'adaptation à des antennes, à des détecteurs, etc., peut être obtenue à l'aide de tiges diélectriques.

A. Einleitung

Schon seit langem ist es bekannt, dass sich elektromagnetische Wellen durch Rohre fortpflanzen lassen. Im Gegensatz zur gewöhnlichen konzentrischen Leitung, bei der in axialer Richtung keine Komponenten des elektromagnetischen Feldes vorhanden sind, treten im Hohlleiter derartige Feldkomponenten auf. Bei den *E*-Wellen stellen sich in axialer Richtung nur elektrische, bei den *H*-Wellen nur magnetische Komponenten ein. Dabei ist eine Vielzahl von Schwingungsformen möglich.

In der Technik sind hauptsächlich zwei Querschnittsformen des Hohlleiters in Gebrauch: die kreisrunde und die rechteckige. Während die erstere den Vorteil der einfachen Herstellung besitzt, hat der rechteckige Querschnitt den Vorteil, die räumliche Lage der elektromagnetischen Felder bezüglich der Längsachse zu fixieren. Aus Symmetriegründen sind nämlich beim kreisrunden Querschnitt Drehungen der Felder um die Leiterachse, hervorgerufen durch Störungen mannigfaltigster Art, ohne weiteres möglich. Dieser Umstand kann aber den Empfang oder die Transformation der Wellen erschweren.

Die Anwendung von Hohlleitern an Stelle von konzentrischen Kabeln wurde aktuell, als man erkannte, dass die Dämpfung der ersteren bei sehr kleinen Wellenlängen geringer als die Dämpfung normaler Kabel ist. Aber auch im Apparatebau, wo die verwendeten Leitungslängen gering sind und die Dämpfung vernachlässigt werden kann, zeigt sich, dass die Anwendung von Hohlleitern, besonders mit rechteckigem Querschnitt, von grossem Vorteil ist. Wie wir weiter unten sehen werden, gelingt Erregung, Anpassung, Transformation usw. mit den geringsten technischen Mitteln. Wichtig ist, dass die verwendete Wellenlänge kleiner als eine bestimmte Grenzwellenlänge ist, über die hinaus sich eine Übertragung nicht ermöglichen lässt. Die Grenzwellenlänge hängt von den Dimensionen des Leiters und von der Wellenform ab. Man benützt Hohlleiter bis zu Wellenlängen von 6 cm. Für längere Wellen erscheint die Verwendung von normalen Kabeln zweckmässiger, da sonst die Abmessungen des Hohlleiters zu umfangreich werden.

[1]) Eingang des Manuskriptes: Januar 1947.

Wir wollen nun die für unsere Zwecke geeignete Annahme machen, dass die metallische Wand des Leiters ideal leitend und das Innere mit Luft (Leitfähigkeit = 0) gefüllt sei. Die elektromagnetischen Felder im Innern des Leiters werden durch die Maxwellschen Gleichungen beschrieben, die wir im praktischen elektromagnetischen Maßsystem anschreiben wollen:

$$\text{rot}\,\mathfrak{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \qquad \text{rot}\,\mathfrak{E} = -\mu \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \tag{1}$$

Dabei ist:

$\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke in V cm^{-1},

$\mathfrak{H}$ die magnetische Feldstärke in A cm^{-1},

ε die Dielektrizitätskonstante in $\frac{\text{A s}}{\text{V cm}}$,

μ die Permeabilität in $\frac{\text{V s}}{\text{A cm}}$,

t die Zeit in s.

Für Luft oder für den leeren Raum ($\varepsilon_r = 1$, $\mu_r = 1$) gilt:

$$\varepsilon = \varepsilon_r\,\varepsilon_0 = \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}\,\frac{\text{A s}}{\text{V cm}}$$

$$\mu = \mu_r\,\mu_0 = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9}\,\frac{\text{V s}}{\text{A cm}}$$

Die erregende Frequenz sei f mit der Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi f$$

Die zeitliche Veränderlichkeit der Felder wird durch den Faktor $e^{-j\omega t}$ beschrieben, den wir in Zukunft, da ein Missverständnis nicht möglich ist, weglassen wollen. Damit geht (1) über in:

$$\text{rot}\,\mathfrak{H} = -j\omega\varepsilon\,\mathfrak{E} \qquad \text{rot}\,\mathfrak{E} = j\omega\mu\,\mathfrak{H} \tag{1a}$$

Die Lösung der Maxwellschen Gleichungen gelingt am zweckmässigsten durch Einführung eines Hertzschen Vektors.

a) E-Wellen

Für die E-Wellen führen wir den Hertzschen Vektor $\mathfrak{Z}$ durch die Gleichungen

$$\mathfrak{E} = \frac{j}{\omega\varepsilon}\left(k^2\,\mathfrak{Z} + \text{grad div}\,\mathfrak{Z}\right) \qquad \mathfrak{H} = \text{rot}\,\mathfrak{Z} \tag{2}$$

ein. Durch Einsetzen in (1a) finden wir:

$$\Delta\,\mathfrak{Z} + k^2\,\mathfrak{Z} = 0 \quad \text{und} \tag{3}$$

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} = 2\pi/\lambda \tag{4}$$

Dabei ist k die sogenannte Wellenzahl, λ die Wellenlänge der Schwingung im freien Raum. Gleichung (3), die Wellengleichung genannt wird, muss nun für die speziellen Randbedingungen des rechteckigen Hohlleiters gelöst werden. In Fig. 1 ist der Querschnitt des Hohlleiters, den wir uns parallel zur xy-Ebene

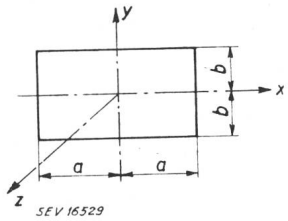

Fig. 1
Querschnitt des Hohlleiters
Breite $2a$; Höhe $2b$

denken, aufgezeichnet. Die Fortpflanzungsrichtung und die Leiterachse fallen mit der z-Achse zusammen. Die Integration der Wellengleichung ergibt:

$$\mathfrak{Z}_x = 0;\ \mathfrak{Z}_y = 0;$$

$$\begin{aligned}\mathfrak{Z}_z = \sum_{m,n}\Bigg(& A_{2m-1,2n-1}\cdot\cos\left[\frac{(2m-1)\pi}{2a}x\right]\cdot\cos\left[\frac{(2n-1)\pi}{2b}y\right]\cdot e^{j\gamma_{2m-1,2n-1}z} + \\ &+ A_{2m,2n-1}\cdot\sin\left[\frac{m\pi}{a}x\right]\cdot\cos\left[\frac{(2n-1)\pi}{2b}y\right]\cdot e^{j\gamma_{2m,2n-1}\cdot z} + \\ &+ A_{2m-1,2n}\cdot\cos\left[\frac{2m-1)\pi}{2a}x\right]\cdot\sin\left[\frac{n\pi}{b}y\right]\cdot e^{j\gamma_{2m-1,2n}\cdot z} + \\ &+ A_{2m,2n}\cdot\sin\left[\frac{m\pi}{a}x\right]\cdot\sin\left[\frac{n\pi}{b}y\right]\cdot e^{j\gamma_{2m,2n}\cdot z}\Bigg)\end{aligned} \tag{5}$$

für $m, n = 1, 2, 3, \ldots$

Dabei sind die Koeffizienten $A_{m,n}$ Integrationskonstanten und

$$\gamma_{m,n} = \pm\sqrt{k^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{2b}\right)^2\right]} \tag{6}$$

die Fortpflanzungskonstante. Mit Berücksichtigung des Zeitfaktors $e^{-j\omega t}$ sehen wir, dass ungedämpfte Wellen nach beiden Richtungen der z-Achse nur vorhanden sind, wenn die Fortpflanzungskonstante $\gamma_{m,n}$ reell ist.

Die Koeffizienten m, n bestimmen die Wellenform: man spricht von einer $E_{m,n}$-Welle. Im Hohlleiter ist eine Summe von verschiedensten Wellenformen möglich, solange die Fortpflanzungskonstante $\gamma_{m,n}$ reell ist. Die Wellenform einfachsten Typs ist die $E_{1,1}$-Welle. Das Fortpflanzungsmass $\gamma_{m,n}$ be-

stimmt die Wellenlänge der Schwingung im Hohlleiter, die Rohrwellenlänge $\lambda_{r\,m,\,n}$:

$$\lambda_{r\,m,\,n} = \frac{2\pi}{\gamma_{m,\,n}} = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{2b}\right)^2\right]}} \tag{7}$$

$\gamma_{m,\,n}$ ist reell, solange $k = \frac{2\pi}{\lambda} > \sqrt{\left(\frac{m\pi}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{2b}\right)^2}$ ist.

Es existiert eine *Grenzwellenlänge*

$$\lambda_{gr\,m,\,n} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{4a}\right)^2 + \left(\frac{n}{4b}\right)^2}} \tag{8}$$

über die hinaus eine Übertragung nicht möglich ist. Gleichung (7) lässt sich auch schreiben als:

$$\lambda_{r\,m,\,n} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{gr\,m,\,n})^2}} \tag{7a}$$

Man sieht, dass die Rohrwellenlänge immer grösser als die Wellenlänge im freien Raum ist. Dieser Umstand ist wichtig für die Lagebestimmung der Knoten und Bäuche bei stehenden Wellen.

b) H-Wellen

Für die H-Wellen führen wir den Hertzschen Vektor $\mathfrak{P}$ durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \text{rot}\,\mathfrak{P} \\ \mathfrak{H} &= \frac{1}{j\omega\mu}\left(k^2\,\mathfrak{P} + \text{grad div}\,\mathfrak{P}\right) \end{aligned} \tag{9}$$

ein. Wiederum gilt die Wellengleichung

$$\Delta\,\mathfrak{P} + k^2\,\mathfrak{P} = 0 \tag{10}$$

Die Integration für den rechteckigen Querschnitt ergibt:

$$\mathfrak{P}_x = 0 \qquad \mathfrak{P}_y = 0$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{P}_z = \sum_{m,\,n} \Bigg(& A_{2m,\,2n} \cdot \cos\left[\frac{m\pi}{a}x\right] \cdot \cos\left[\frac{n\pi}{b}y\right] \cdot e^{j\gamma_{2m,\,2n}\cdot z} + \\ & + A_{2m+1,\,2n} \cdot \sin\left[\frac{(2m+1)\pi}{2a}x\right] \cdot \cos\left[\frac{n\pi}{b}y\right] \cdot e^{j\gamma_{2m+1,\,2n}\cdot z} + \\ & + A_{2m,\,2n+1} \cdot \cos\left[\frac{m\pi}{a}x\right] \cdot \sin\left[\frac{(2n+1)\pi}{b}y\right] \cdot e^{j\gamma_{2m,\,2n+1}\cdot z} + \\ & + A_{2m+1,\,2n+1} \cdot \sin\left[\frac{(2m+1)\pi}{2a}x\right] \cdot \sin\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right] \cdot e^{j\gamma_{2m+1,\,2n+1}\cdot z}\Bigg) \end{aligned} \tag{11}$$

für $m, n, = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Die Fortpflanzungskonstante $\gamma_{m,\,n}$ ist wieder durch (6) gegeben.

Den einfachsten Wellentyp stellt die $H_{1,0}$-Welle dar. Aus (8) ist ersichtlich, dass die $H_{1,0}$-Welle unter allen H- und E-Wellen die grösste Grenzwellenlänge besitzt. Wenn wir daher die Betriebswellenlänge in die Nähe der Welle $\lambda_{gr\,1,0}$ legen, so kann sich nur die $H_{1,0}$-Welle fortpflanzen. Dazu müssen folgende Ungleichungen erfüllt sein:

$$a > b$$

$$4a > \lambda > \frac{4a}{\sqrt{1 + (a/b)^2}} > 2a \tag{12}$$

Zum Beispiel muss für $2a = 2{,}2$ cm, $2b = 1{,}2$ cm die Betriebswellenlänge λ die Ungleichung $4{,}4 > \lambda > 2{,}2$ cm erfüllen.

Die Möglichkeit, die sich fortpflanzenden Wellen nur auf einen Wellentypus beschränken zu können, ist von grossem Vorteil. Denn alle Unhomogenitäten im Zuge der Leitung, seien es Krümmer, Abzweigungen, Verbraucher usw., verändern den Wellentypus nicht.

Für die $H_{1,0}$-Welle gilt:

$$\mathfrak{P}_z = A_{1,0} \sin\left[\frac{\pi}{2a}x\right] e^{j\gamma_{1,0}\cdot z} \tag{13}$$

Daraus errechnet sich das elektromagnetische Feld aus (9) zu:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_x &= 0 \\ \mathfrak{E}_y &= -A_{1,0}\frac{\pi}{2a}\cos\left[\frac{\pi}{2a}x\right] \cdot e^{j\gamma_{1,0}\cdot z} \\ \mathfrak{E}_z &= 0 \\ \mathfrak{H}_x &= A_{1,0}\frac{\pi}{2a}\cdot\frac{\gamma_{1,0}}{\omega\mu}\cos\left[\frac{\pi}{2a}x\right] \cdot e^{j\gamma_{1,0}\cdot z} \\ \mathfrak{H}_y &= 0 \\ \mathfrak{H}_z &= A_{1,0}\left(\frac{\pi}{2a}\right)^2\frac{1}{j\omega\mu}\sin\left[\frac{\pi}{2a}x\right] \cdot e^{j\gamma_{1,0}\cdot z} \end{aligned} \tag{14}$$

Der Feldverlauf über den Querschnitt ist in Fig. 2 aufgetragen.

B. Die Erregung der Hohlleiterwellen

In den Gleichungen (5) und (11) der Einleitung, in der bekannte Tatsachen wiederholt wurden, treten die Koeffizienten $A_{m,\,n}$ auf. Diese Grössen hängen von der Art der Erregung der Wellen ab.

Die $H_{1,0}$-Welle z. B. wird durch eine Anordnung, wie sie in Fig. 3 dargestellt ist, besonders gut erregt.

Über das Kabel K wird Spannung zugeführt. Der Innenleiter des Kabels ragt in den Hohlleiter hinein

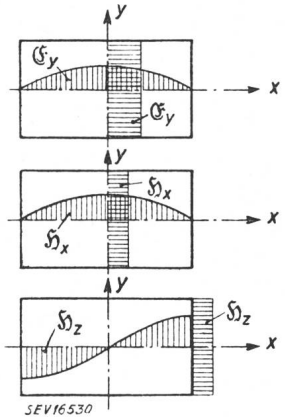

Fig. 2
Feldstärkeverlauf in einem Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt für die $H_{1,0}$-Welle

und erregt ihn zu elektromagnetischen Schwingungen. Der verlängerte Innenleiter wirkt als Dipol. Statt des Kabels können wir uns auch vorstellen, dass der Auskoppelstift eines Magnetrons die Erregung bewirke.

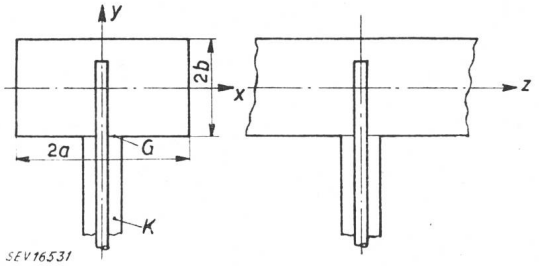

Fig. 3
Erregung der Hohlleiterwellen durch einen Dipol
G Fusspunkt des Dipols; K Kabel

Bevor die Ausstrahlung eines solchen Gebildes untersucht wird, muss das Verhalten eines Elementardipols im Hohlleiter berechnet werden.

a) Abstrahlung eines Elementardipols

Im Punkt $D_{0,0}$, mit den Koordinaten $0, \eta, 0$ (Fig. 4), wirke ein Elementardipol mit dem Dipolmoment $I \Delta \eta$ (I Effektivwert des Stromes, $\Delta \eta$

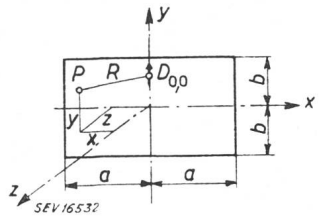

Fig. 4
Elementardipol $D_{0,0}$ im Hohlleiter

differentielle Länge) in Richtung der positiven y-Achse. Dann ist bekanntlich im homogenen Raum der Hertzsche Vektor des Dipols für den Aufpunkt P (x, y, z) durch den Ausdruck

$$\mathfrak{Z}_x = 0; \quad \mathfrak{Z}_y = \frac{I \Delta \eta}{4 \pi} \cdot \frac{e^{jkR}}{R}; \quad \mathfrak{Z}_z = 0 \qquad (15)$$

gegeben. Die elektromagnetischen Felder können durch (2) berechnet werden.

Um den Einfluss der Rohrwandungen zu berücksichtigen, wenden wir das Prinzip der elektrischen Spiegelbilder an. Wir denken uns die Rohrwände ins Unendliche verlängert (gestrichelt eingezeichnet in Fig. 5). Auf das Feld im Innern des Leiters hat diese Erweiterung keinen Einfluss.

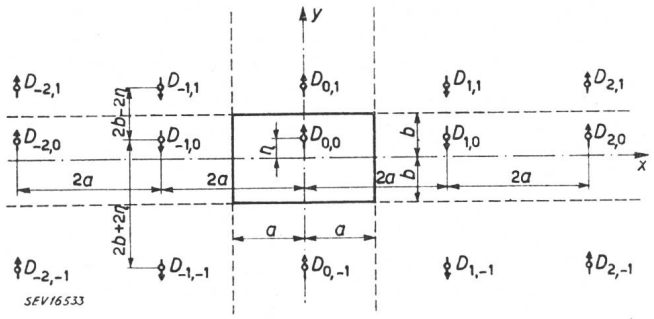

Fig. 5
Ersatz der Rohrwandungen durch ein System von Dipolen

Die rechte Begrenzung des Leiters wird durch einen Dipol $D_{1,0}$ mit den Koordinaten $2a$, η und mit dem gleichen Betrag des Dipolmomentes aber mit entgegengesetztem Vorzeichen ersetzt. An der linken Begrenzung spiegeln wir nun die Dipole $D_{0,0}$ und $D_{1,0}$ und erhalten als Ersatz für die linke Begrenzung die Dipole $D_{-1,0}$ und $D_{-2,0}$. Diese müssen wiederum an der rechten Begrenzung gespiegelt werden usw. Wir erhalten als Ersatz für die beiden senkrechten Berandungen eine sich ins Unendliche erstreckende Kette von Dipolen mit abwechselndem Vorzeichen des Dipolmomentes. Um die obere und untere Begrenzung zu ersetzen, spiegeln wir in analoger Weise die ganze Kette und erhalten schliesslich als Ersatz für die Umrandung des Hohlleiters ein Netz von Dipolen, deren Lage und Vorzeichen in Fig. 5 eingetragen sind und das sich über die ganze xy-Ebene erstreckt. Innerhalb des Rohrleiters wird das elektromagnetische Feld durch Superposition der Felder aller Dipole exakt wiedergegeben. Ausserhalb des Hohlleiters müssten durch die Wirkung dieses Ersatzgebildes auch Felder existieren, was den physikalischen Tatsachen widerspricht. Dieser Umstand ist aber uninteressant, weil wir uns eben nur für das Innere des Leiters interessieren.

Die Koordinaten des Spiegeldipols $D_{m,n}$ sind

$$2\,a\,m \qquad \text{und} \qquad 2\,b\,n + (-1)^n\,\eta$$

und sein Abstand vom Aufpunkt P:

$$R_{m,n} = \sqrt{(2am - x)^2 + [2bn + (-1)^n \eta - y]^2 + z^2} \qquad (16)$$

Die resultierende Komponente des Hertzschen Vektors wird

$$\mathfrak{Z}_y = \frac{I \Delta \eta}{4 \pi} \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^m \frac{e^{jkR_{m,n}}}{R_{m,n}} \qquad (17)$$

Unser Ziel ist es, den Ausdruck der Gleichung (17) mathematisch so umzuformen, dass wir daraus die Intensität der Hohlleiterschwingungen, seien es E- oder H-Wellen, ablesen können.

Aus der Theorie der Hankelschen Funktionen kennen wir bestimmte Integrale, die uns das ermöglichen.

Wir setzen:
$$z^2 + [2\,b\,n + (-1)^n\,\eta - y]^2 = r^2 \tag{18}$$

Dann ist
$$R_{m,n} = \sqrt{(2\,a\,m - x)^2 + r^2} \tag{16a}$$

Nun besteht die Integralbeziehung
$$\frac{e^{jk\,R_{m,n}}}{R_{m,n}} = \frac{j}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\tau(2\,a\,m - x)}\,H_0^{(1)}\left(r\sqrt{k^2 - \tau^2}\right)\,d\tau \tag{19}$$

$H_0^{(1)}$ ist die Hankelsche Funktion erster Art, nullter Ordnung.

In (17) eingesetzt, folgt:
$$\mathfrak{Z}_y = \frac{I\,\Delta\eta}{4\pi}\cdot\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^m\,\frac{j}{2}\int_{\infty}^{+\infty} e^{j\tau(2\,a\,m - x)}\,H_0^{(1)}\left(r\sqrt{k^2 - \tau^2}\right)d\tau$$

oder
$$\mathfrak{Z}_y = j\,\frac{I\,\Delta\eta}{8\pi}\cdot\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau\;e^{-j\tau x}\,H_0^{(1)}\left(r\sqrt{k^2 - \tau^2}\right)\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^m\,e^{j\tau\,2\,a\,m} \tag{20}$$

Für die Summe unter dem Integralzeichen können wir auch schreiben:
$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty}(-1)^m\,e^{j\tau\,2\,a\,m} = \left(1 - e^{j\tau 2a}\right)\cdot\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{j\tau 4am} \tag{21}$$

Die Summenfunktion $f(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{j\tau 4am}$ kann nun in eine Fouriersche Reihe mit den Koeffizienten a_m zerlegt werden:
$$f(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m\;e^{j\,2\,\pi\,m\,\tau/T} \qquad \text{wobei} \qquad a_m = \frac{1}{T}\int_0^T f(\tau)\;e^{-j\,2\,\pi\,m\,\tau/T}\,d\tau$$

ergibt und T die Periodendauer bedeutet. Durch Koeffizientenvergleich findet man unmittelbar: $T = \dfrac{\pi}{2\,a}$ und $a_m = 1$, für alle m.

Eine Funktion, die diese Fourierreihe besitzt, ist offenbar folgende Funktion von Diracschem Typus:
$$f(\tau) = \left.\begin{array}{l} \infty \text{ für } \tau = m\,T = \dfrac{m\pi}{2\,a} \\ 0 \text{ für } \tau \neq m\,T \end{array}\right\},\ \text{wobei} \int_{mT-\varepsilon}^{mT+\varepsilon} f(\tau)\,d\tau = T\;(\varepsilon \to 0) \tag{22}$$

Setzt man nun die Funktion $f(\tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{j\tau 4am}$ in (21) und (20) ein und führt man die Integration über τ durch, so ergibt sich nach einigen Umformungen:
$$\mathfrak{Z}_y = \frac{j}{8a}\cdot I\,\Delta\eta\cdot\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jx\frac{(2\,m-1)\pi}{2\,a}}\cdot H_0^{(1)}\left(r\sqrt{k^2 - \left[\frac{(2\,m-1)\pi}{2a}\right]^2}\right) \tag{23}$$

Nun benützen wir die Integraldarstellung:
$$H_0^{(1)}\left(r\sqrt{k^2 - \left[\frac{(2\,m-1)\pi}{2\,a}\right]^2}\right) = -\frac{j}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{j\sqrt{k^2 - \left[\frac{(2\,m-1)\pi}{2a}\right]^2}\cdot\sqrt{r^2+t^2}}}{\sqrt{r^2+t^2}}\cdot dt \tag{24}$$

In (23) eingesetzt folgt:
$$\mathfrak{Z}_y = \frac{1}{8\,a\,\pi}\cdot I\,\Delta\eta\cdot\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-jx\frac{(2\,m-1)\pi}{2\,a}}\cdot\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{j\sqrt{k^2 - \left[\frac{(2\,m-1)\pi}{2a}\right]^2}\cdot\sqrt{r^2+t^2}}}{\sqrt{r^2+t^2}}\cdot dt$$

Durch Hinzuziehen der Beziehung (18) und nochmalige Benützung von (19) wird:

$$\mathfrak{Z}_y = \frac{j}{16\,a\pi} \cdot I\,\Delta\,\eta \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-jx\frac{(2m-1)\pi}{2a}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dt$$

$$\cdot \int_{-\infty}^{\infty} d\tau\, H_0^{(1)}\left(\sqrt{z^2+t^2} \cdot \sqrt{k^2 - \left[\frac{(2m-1)\pi}{2a}\right]^2 - \tau^2}\right) e^{-j\tau y} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\tau[2bn + (-1)^n \eta]} \tag{25}$$

Die Summenfunktion unter dem Integralzeichen formen wir um in

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\tau[2bn + (-1)^n \eta]} = \left(e^{j\tau\eta} + e^{j\tau(2b-\eta)}\right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\tau 4bn} \tag{26}$$

Der Ausdruck $\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\tau 4bn}$ stellt wieder, ähnlich wie oben, eine Diracsche Funktion dar, nur dass hier die Periode $T = \frac{\pi}{2b}$ und m durch n ersetzt ist. Nun gelingt die Integration über τ. Es wird

$$\mathfrak{Z}_y = \frac{j}{32\,ab} \cdot I\,\Delta\,\eta \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-jx\frac{(2m-1)\pi}{2a}} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dt \quad e^{-jy\frac{n\pi}{2b}}\, H_0^{(1)}$$

$$\cdot \left(\sqrt{z^2+t^2}\sqrt{k^2 - \left[\frac{(2m-1)\pi}{2a}\right]^2 - \left(\frac{\pi n}{2b}\right)^2}\right) \cdot \left[e^{j\eta\frac{n\pi}{2b}} + (-1)^n\, e^{-j\eta\frac{n\pi}{2b}}\right] \tag{27}$$

Mit der Integralformel:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(1)}\left(\varrho\sqrt{z^2+t^2}\right) \cdot dt = 2\,\frac{e^{j\varrho|z|}}{\varrho} \tag{28}$$

erhält man schliesslich:

$$\mathfrak{Z}_y = \frac{j}{4\,ab} \cdot I\,\Delta\,\eta \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \cos\left[x\frac{(2m-1)\pi}{2a}\right] \cdot \left\{\frac{e^{j\gamma_{m,0}|z|}}{\gamma_{m,0}}\right.$$

$$\left. -2\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left[\gamma\frac{(2n-1)\pi}{2b}\right] \cdot \sin\left[\eta\frac{(2n-1)\pi}{2b}\right] \cdot \frac{e^{j\gamma_{m,2n-1}|z|}}{\gamma_{m,2n-1}} + 2\sum_{n=1}^{\infty} \cos\left[y\frac{n\pi}{b}\right] \cdot \cos\left[\eta\frac{n\pi}{b}\right] \cdot \frac{e^{j\gamma_{m,2n}|z|}}{\gamma_{m,2n}}\right\} \tag{29}$$

wobei

$$\gamma_{m,n} = \sqrt{k^2 - \left[\frac{(2m-1)\pi}{2a}\right]^2 - \left(\frac{n\pi}{2b}\right)^2} \tag{30}$$

wiederum das Fortpflanzungsmass bedeutet.

Ein Vergleich mit (5) und (11) zeigt, dass der Dipol ein Gemisch von E- und H-Wellen ausstrahlt. Alle Wellen enthalten den Faktor $e^{j\gamma_{m,n}|z|}$. Aus dem Umstand, dass das Fortpflanzungsmass im Exponenten mit dem Absolutwert von z multipliziert ist, geht hervor, dass die Wellen eben sind und sich vom Erregerzentrum nach beiden Richtungen der z-Achse fortpflanzen.

Wir wissen, dass die Wellen nur weitergeleitet werden, wenn $\gamma_{m,n}$ reell ist. Es existiert eine Grenzwellenlänge, die aus (8) berechnet werden kann. Wie schon eingangs erwähnt wurde, ist es günstig für die technische Anwendung, wenn nur ein Wellentypus bestehen kann. Dies ist in unserem Fall die Welle mit den Indizes $m = 1$, $n = 0$, die die grösste Grenzwellenlänge besitzt. Zwischen Betriebswellenlänge und Abmessungen des Leiters müssen dann die Beziehungen von (12) gelten.

In diesem Spezialfall vereinfachen sich (29) und (30) für den Hertzschen Vektor zu

$$\mathfrak{Z}_y = \frac{j}{4\,ab} \cdot I\,\Delta\,\eta \cos\left[\frac{\pi}{2a}x\right] \cdot \frac{e^{j\gamma_{1,0}|z|}}{\gamma_{1,0}} \tag{31}$$

mit

$$\gamma_{1,0} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{2a}\right)^2} \tag{32}$$

Mit Hilfe von (2) erhalten wir die dazugehörigen Felder:

$$\mathfrak{E}_x = 0$$

$$\mathfrak{E}_y = -\frac{\omega\mu}{4ab\gamma_{1,0}} \cdot I\,\Delta\,\eta \cos\left[\frac{\pi}{2a}x\right] e^{j\gamma_{1,0}|z|}$$

$$\mathfrak{E}_z = 0$$

$$\mathfrak{H}_x = \pm\frac{I\,\Delta\,\eta}{4ab} \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2a}x\right] e^{j\gamma_{1,0}|z|}$$

Positives Zeichen für positives z, negatives Zeichen für negatives z.

$$\mathfrak{H}_y = 0$$

$$\mathfrak{H}_z = -j\,\frac{\pi}{8a^2b\gamma_{1,0}} \cdot I\,\Delta\,\eta \sin\left[\frac{\pi}{2a}x\right] e^{j\gamma_{1,0}|z|} \tag{33}$$

Das elektromagnetische Feld ist offenbar von derselben Art wie das durch (14) beschriebene. Wir

haben es also mit einer $H_{1,0}$-Welle zu tun, deren Feldverlauf in Fig. 2 dargestellt ist. Wohl werden Wellen vom höheren Typus miterregt. Diese klingen aber sehr rasch in der Nähe des Dipols ab und in genügender Entfernung vom Erregerzentrum ist nur mehr die $H_{1,0}$-Welle vorhanden.

Betrachten wir das oben gebrachte Beispiel mit den Leiterabmessungen $2a = 2{,}2$ cm, $2b = 1{,}2$ cm, und erregen wir den Dipol mit einer Wellenlänge von $\lambda = 3{,}1$ cm, so wird die Amplitude der nächsthöheren Wellenform mit den Indizes $m = 1$, $n = 1$, im Abstand von 3,2 cm schon auf den tausendsten Teil reduziert. Die Wellenformen höherer Ordnung sind noch stärker gedämpft.

Wir sehen, dass wir praktisch in unmittelbarer Nähe des erregenden Dipols eine ebene Welle einfachster Art vorfinden. Diese Tatsache ist aber gerade für die technische Anwendung wichtig. Es ist nicht notwendig den ganzen Querschnitt des Hohlleiters zu erregen. Es genügt ein dipolartiges Gebilde. Ebenso ist es beim Empfang solcher Wellen nicht nötig, den Absorber über den ganzen Querschnitt auszudehnen. Auch hier genügt ein Verbraucher, z. B. ein Detektor in Stabform (passiver Dipol). Man kann sich nun vorstellen, wie einfach Sendung und Empfang der Rohrleiterwellen technisch verwirklicht werden können.

Wichtig ist der Umstand, dass in (33) für das Feld weder die Lage des Dipols auf der y-Achse (Koordinate η), noch die Ordinate des Aufpunktes y vorkommt. Für die Ausbreitung der Welle ist es gleichgültig wo sich der Dipol befindet.

Wir entnehmen dieser Gleichung auch, dass die elektrische Feldstärke ihr Maximum in der vertikalen Symmetrieebene, also für $x = 0$, erreicht. Ihre Amplitude wird dort

$$|\mathfrak{E}_{y\,max}| = \frac{\omega\,\mu}{4ab\gamma_{1,0}} \cdot I\,\Delta\,\eta \qquad (33\,\mathrm{a})$$

Um die abgestrahlte Energie zu bestimmen berechnen wir den Poyntingschen Vektor $\mathfrak{S}$ in Richtung der z-Achse.

$$\mathfrak{S}_z = [\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{H}^*]_z = -\,\mathfrak{E}_y \cdot \mathfrak{H}_x^*$$

($\mathfrak{H}^*$ ist der konjugiert-komplexe Wert zu $\mathfrak{H}$)

Daraus ergibt sich

$$\mathfrak{S}_z = \pm \frac{(I\,\Delta\,\eta)^2}{16a^2b^2\gamma_{1,0}} \cdot \omega\mu \cos^2\left|\frac{\pi}{2a}x\right| \qquad (34)$$

positives Vorzeichen für positives z,
negatives Vorzeichen für negatives z.

Die gesamte Leistung, die durch den Querschnitt des Hohlleiters strömt (Abstrahlung in positiver und negativer Richtung berücksichtigt), ist

$$P_s = 2 \cdot 2b\,\frac{(I\,\Delta\,\eta)^2}{16a^2b^2\gamma_{1,0}} \cdot \omega\mu \int_{-a}^{a} \cos^2\left|\frac{\pi}{2a}x\right| \mathrm{d}\,x$$

$$P_s = \frac{\omega\,\mu}{4ab\,\gamma_{1,0}} \cdot (I\,\Delta\,\eta)^2 \qquad (35)$$

oder mit Berücksichtigung von (7) und (8):

$$P_s = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{(I\,\Delta\,\eta)^2}{\lambda_{gr}\,b\sqrt{1-(\lambda/\lambda_{gr})^2}} \qquad (35\,\mathrm{a})$$

Bei gegebenem Dipolmoment kann man die abgestrahlte Leistung erhöhen durch Verkleinerung der Höhe $2b$ und der Grenzwellenlänge $\lambda_{gr} = 4a$. Prinzipiell müsste es gleichgültig sein, wie die Abstrahlungsbedingungen sind, da durch richtige Anpassung immer optimale Leistungsabgabe erzwungen werden kann. Zieht man aber die Verluste in Betracht, so sind gute Abstrahlungsverhältnisse von Vorteil, weil sie den Wirkungsgrad erhöhen. In erster Linie wäre dann die Grenzwellenlänge λ_{gr} möglichst gleich der Betriebswellenlänge λ zu wählen. Das bewirkt aber, wie wir in einer späteren Abhandlung sehen werden, eine starke Verminderung der Gruppengeschwindigkeit, die für Übertragung von Nachrichten wesentlich ist. Ferner steigt die Rohrwellenlänge λ_r, wie man aus (7a) entnehmen kann, stark an. Jede kleinste Änderung der Rohrbreite $2a$ verändert in hohem Masse die Rohrwellenlänge. An die Genauigkeit der Abmessungen müssten extrem hohe Anforderungen gestellt werden. Es hat sich daher für die Praxis ein Verhältnis $\lambda/\lambda_{gr} \approx 0{,}7$ als vorteilhaft erwiesen.

Ferner liesse sich die Höhe des Hohlleiters $2b$ verkleinern. Dem sind auch Grenzen gesetzt durch den Umstand, dass dann die maximale elektrische Feldstärke bei grossen Leistungen unzulässig hohe Werte annehmen würde, was zu Glimmentladungen führen könnte. Wir berechnen das Dipolmoment aus (35a) und führen es in (33a) ein:

$$|\mathfrak{E}_{y\,max}| = \sqrt[4]{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_{gr}\,b}} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{1-(\lambda/\lambda_{gr})^2}} \cdot \sqrt{P_s} \qquad (33\,\mathrm{b})$$

Für einen mit Luft gefüllten Hohlleiter mit den Abmessungen $2a = 2{,}2$ cm, $2b = 1{,}2$ cm und einer Betriebswellenlänge $\lambda = 3{,}1$ cm folgt (P_s in W):

$$|\mathfrak{E}_{y\,max}| = 14{,}2\,\sqrt{P_s}\ \ \mathrm{V/cm}$$

Bei einer Leistung von 15 kW, wie sie bei getasteten Impulssendern üblich ist, erhält man $|\mathfrak{E}_{y\,max}| = 1{,}74$ kV/cm als Effektivwert oder 2,46 kV/cm als Spitzenwert. Das ist ein Betrag, der bei normalem Luftdruck tragbar ist, nicht aber in grossen Höhen über dem Meeresspiegel (Flugzeugeinbau!). Man ist dann gezwungen das Innere des Hohlleiters unter Druck zu halten.

b) Abstrahlung eines Dipols endlicher Länge

Im konkreten Fall ist ein Dipol endlicher Länge vorhanden (Fig. 3 und 6). Den dazugehörigen Hertz-

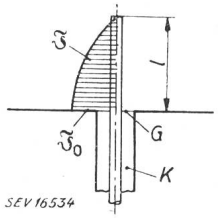

Fig. 6
Stromverteilung längs eines Dipols
(Schraffierte Fläche)
$\mathfrak{J}$ Antennenstrom
$\mathfrak{J}_0$ Antennenstrom im Fusspunkt
G Fusspunkt des Dipols
K Kabel
l Dipollänge

schen Vektor findet man unmittelbar durch Integration von (31):

$$\mathfrak{Z}_y = \frac{j}{4ab} \cdot \frac{e^{j\gamma_{1,0} \cdot z}}{\gamma_{1,0}} \cdot \cos\left|\frac{\pi}{2a}x\right| \cdot \int_0^l I\,\Lambda\,\eta \qquad (36)$$

Wir ersetzen den Ausdruck $\int_0^l I\,\Lambda\,\eta$ in bekannter Weise durch das Produkt von Strom im Fusspunkt des Dipols I_0 und effektiver Antennenhöhe $h_{eff.}$ und erhalten:

$$\mathfrak{Z}_y = \frac{j}{4ab} \cdot \frac{e^{j\gamma_{1,0} \cdot |z|}}{\gamma_{1,0}} \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2a}x\right] \cdot I_0\, h_{eff.} \qquad (36\,a)$$

Für die abgestrahlte Leistung ergibt sich dann:

$$P_s = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{(I_0\, h_{eff.})^2}{\lambda_{gr}\, b \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{gr})^2}} \qquad (37)$$

Zur Ermittlung der effektiven Antennenhöhe ist die Kenntnis der Stromverteilung längs des Dipols erforderlich. Man kann aus der Gleichung $P_s = I_0^2 R_s$ einen Strahlungswiderstand R_s definieren, der sich aus (37) berechnen lässt.

$$R_s = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{\lambda^2}{\lambda_{gr}\, b \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{gr})^2}} \cdot \left(\frac{h_{eff.}}{\lambda}\right)^2 \qquad (38)$$

Für das erwähnte Beispiel wird

$$R_s = 1930 \left(\frac{h_{eff.}}{\lambda}\right)^2 \ \Omega$$

Der Strahlungswiderstand einer Vertikalantenne im freien Raum ist bekanntlich $R_s = 1600 \left(\frac{h_{eff.}}{\lambda}\right)^2 \Omega$, also etwa gleicher Grössenordnung. Man kann also mit derselben Genauigkeit wie bei Normalantennen die Stromverteilung längs des Dipols als sinusförmig annehmen.

C. Die Anpassung

Nachdem die Abstrahlung eines Dipols innerhalb des Hohlleiters geklärt ist, wenden wir uns dem Problem der Anpassung zu. Dieses ist ähnlich der Aufgabe, die bei der Anpassung einer gewöhnlichen Antenne auftritt. Im Fusspunkt G (Fig. 6) besitze der Dipol den Antennenwiderstand $\mathfrak{Z}_0$. Die Abmessungen des Querschnittes G seien klein gegenüber der Wellenlänge λ. Dann kann die Abstrahlung des Querschnittes gegenüber der Abstrahlung des Dipols vernachlässigt werden. Ferner wirke ein Generator mit der Spannung $\mathfrak{U}$ und dem Innenwiderstand R_i (z. B. Wellenwiderstand des Kabels K). Dann gilt das Ersatzschema nach Fig. 7.

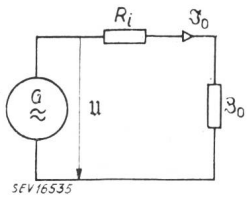

Fig. 7
Elektrisches Ersatzschema für einen Dipol
$\mathfrak{J}_0$ Antennenstrom im Fusspunkt
$\mathfrak{U}$ Generatorspannung
$\mathfrak{Z}_0$ Antennenwiderstand des Dipols
R_i Innenwiderstand des Generators

Der Antennenwiderstand setzt sich zusammen aus dem Strahlungswiderstand R_s und einer Blindkomponente X_0:

$$\mathfrak{Z}_0 = R_s + j\,X_0 \qquad (39)$$

Der Antennenstrom ist

$$I_0 = U \cdot \frac{1}{|R_i + R_s + j\,X_0|} \qquad (40)$$

und die abgestrahlte Leistung

$$P_s = U^2 \cdot \frac{R_s}{(R_i + R_s)^2 + X_0^2} \qquad (41)$$

Für optimale Abstrahlung müssen $X_0 = 0$ (Abstimmung der Antenne) und $R_s = R_i$ (Anpassung) sein. (42)

Dann wird die Leistung

$$P_{s\,opt.} = \frac{U^2}{4\,R_i} \qquad (41\,a)$$

abgestrahlt.

Nach (42) werden offenbar zwei Parameter benötigt, um ideale Anpassung zu erzielen. Die Abstimmung des Dipols kann man durch richtige Wahl der Länge l erzielen. Die Anpassung des Wellenwiderstandes des Kabels R_i an den Strahlungswiderstand R_s lässt sich durch geeignete Dimensionierung des Hohlleiters erreichen, denn in der Gleichung für den Strahlungswiderstand treten sowohl die Höhe $2b$ als auch die Breite $2a = \lambda_{gr}/2$ des Hohlleiters auf. Wie wir aber gesehen haben, unterliegt die Wahl der Abmessungen des Hohlleiters gewissen Einschränkungen, wenn wir nur die $H_{1,0}$-Welle weiterleiten und eine maximale elektrische Feldstärke festsetzen wollen. Aus diesem Grunde muss die Anpassung durch andere Mittel erstrebt werden. Besonders zweckmässig ist es, das eine Hohlleiterende metallisch abzuschliessen. Dieses Leiterende wirkt dann als Reflektor, was besonders günstig ist, weil dann die gesamte Energie in der gleichen Richtung weitergeleitet wird.

a) Hohlleiter mit einem abgeschlossenen Ende

Die Abstrahlung des Dipols D_0 (Fig. 8) wird an der metallischen Wand R reflektiert. Wir können sie uns ersetzt denken durch einen Dipol D_1 mit dem Antennenstrom $\mathfrak{J}_1$. Als Spiegelbild muss dabei $\mathfrak{J}_1 = -\mathfrak{J}_0$ sein. Die Dipole D_0 und D_1 sind strah-

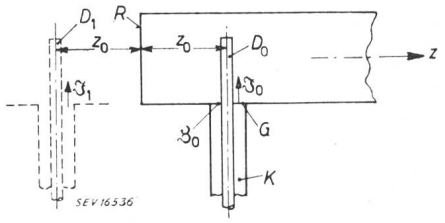

Fig. 8
Hohlleiter mit einem metallisch abgeschlossenen Ende
$\mathfrak{J}_0$ Antennenstrom im Fusspunkt
$\mathfrak{J}_1$ Strom im Spiegelbild
R Reflektierende Wand

lungsgekoppelt. Bezeichnen wir mit $\mathfrak{Z}_{0,1}$ den Strahlungskoppelwiderstand, so gilt für die Spannung am Fusspunkt von D_0:

$$\mathfrak{U}_0 = \mathfrak{Z}_0\,\mathfrak{J}_0 + \mathfrak{Z}_{0,1}\,\mathfrak{J}_1 \qquad (43)$$

Der Ersatzdipol D_1 erzeugt an der Stelle des Dipols D_0 das Feld:

$$\mathfrak{E}_{y\,max} = -\frac{\omega\,\mu}{4\,a\,b\,\gamma_{1,0}} \cdot I_1\,h_{eff.}\,e^{j\gamma_{1,0}\cdot 2\,z_0}$$

[siehe (33) und (33a)]. Daher ist:

$$\mathfrak{Z}_{0,1} = \frac{\omega\,\mu}{4\,a\,b\,\gamma_{1,0}} \cdot h^2_{eff.}\,e^{j\gamma_{1,0}\cdot 2z_0} = R_s\,e^{j\gamma_{1,0}\cdot 2\,z_0} \tag{44}$$

Wir finden:

$$\mathfrak{U}_0 = \left(\mathfrak{Z}_0 - R_s\,e^{j\gamma_{1,0}\cdot 2z_0}\right) I_0 \tag{45}$$

Allgemein ist die resultierende Feldstärke in einem Querschnitt mit der Koordinate z:

$$\mathfrak{E}_y = -\frac{\omega\,\mu}{4\,a\,b\,\gamma_{1,0}} \cdot I_0\,h_{eff.}\,e^{j\gamma_{1,0}\cdot z}\left(1 - e^{j\gamma_{1,0}\cdot 2\,z_0}\right) \tag{46}$$

Eine Verdopplung der Feldstärke tritt ein für

$$2\,\gamma_{1,0}\cdot z_0 = (2\,m - 1)\,\pi \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

oder:

$$z_0 = \frac{(2\,m - 1)\,\pi}{2\,\gamma_{1,0}} = \frac{\lambda_{r\,1,0}}{4}\,(2\,m - 1) \tag{47}$$

($\lambda_{r\,1,0}$ Rohrwellenlänge).

Verdopplung tritt ein, wenn der Abstand vom Dipol zur Reflektorwand ein ungerades Vielfaches von $\lambda_{r\,1,0}/4$ ist. Dieses Resultat war zu erwarten, gilt aber nur, wenn wir uns auf den Antennenstrom beziehen. Ist wiederum ein Generator mit dem Innenwiderstand R_i gegeben, so finden wir für die abgestrahlte Leistung mit Hilfe von (45):

$$P_s = U^2 \cdot \frac{R_s\,(1 - \cos\gamma_{1,0}\cdot 2\,z_0)}{[R_i + R_s\,(1 - \cos\gamma_{1,0}\cdot 2\,z_0)]^2 + (X_0 - R_s\sin\gamma_{1\,0}\cdot 2\,z_0)^2} \tag{48}$$

Optimale Abstrahlung $P_s = U^2/4\,R_i$ wird wieder durch Abstimmung

$$X_0 = R_s\sin\left[\gamma_{1,0}\cdot 2\,z_0\right]$$

und durch Anpassung

$$R_i = R_s\,(1 - \cos\left[\gamma_{1,0}\cdot 2\,z_0\right]) \tag{49}$$

erreicht. Sind R_i und R_s gegeben, so folgt aus (49):

$$\cos\left[\gamma_{1,0}\cdot 2\,z_0\right] = 1 - R_i/R_s$$

$$X_0 = \sqrt{2\,R_i\,R_s - R_i^2} \tag{49a}$$

Diese Gleichung führt nur zu physikalisch sinnvollen Ergebnissen, wenn die Ungleichung $R_s \geq R_i/2$ erfüllt ist. Benützen wir z. B. ein Kabel mit einem Wellenwiderstand von 70 Ω, so muss $R_s \geq 35\,\Omega$ sein. Für unser obenangeführtes Beispiel mit $R_s = 1930\,(h_{eff.}/\lambda)^2\,\Omega$ und $\lambda = 3{,}1$ cm folgt daraus die Bedingung $h_{eff.} \geq 0{,}42$ cm. Nehmen wir sinusförmige Verteilung des Antennenstromes an, so ist bekanntlich die effektive Antennenhöhe durch den Ausdruck

$$h_{eff.} = \frac{\lambda}{2\,\pi}\cdot\frac{1 - \cos\left[2\,\pi\,l/\lambda\right]}{\sin\left[2\,\pi\,l/\lambda\right]} \tag{50}$$

gegeben. Für die Dipollänge finden wir die Bedingung $l \geq 0{,}69$ cm.

(49a) zeigt uns, dass das Optimum nicht mehr bei einem ungeraden Vielfachen von $\lambda_{r\,1,0}/4$ liegt, sondern bei einem davon abweichenden Wert. Diese Tatsache ist wichtig für den Experimentator!

Um nun die Bedingungen von (49a) zu verwirklichen, müssen sowohl die Länge des Dipols als auch der Abstand z_0 des Leiterabschlusses vom Dipol variiert werden bis die Leistung P_s ihr Maximum erreicht. Da sich z_0 und X_0 gegenseitig beeinflussen, wie aus (49) hervorgeht, und überdies auch der Strahlungswiderstand R_s von der Dipollänge abhängt, ist der Abgleich langwierig. Ausserdem ist die mechanische Verwirklichung der einstellbaren Dipollänge, z. B. bei einem Auskoppelstift eines Magnetrons, kompliziert. Viel einfacher wird das Problem gelöst, wenn man die Dipollänge konstant hält, aber dafür, als zweiten Parameter, einen in seiner Lage veränderlichen zusätzlichen Dipol einbaut.

b) Hohlleiter mit einem abgeschlossenen Ende und einem Zusatzdipol

Fig. 9 zeigt die Anordnung. Ausser dem strahlenden Dipol D_0 ist noch ein Hilfsdipol D_2 vorhanden, dessen Fusspunkt «geerdet» ist. Letzterer ist also strahlungserregt. Wir erweitern (43):

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{U}_0 &= \mathfrak{Z}_0\cdot\mathfrak{J}_0 + \mathfrak{Z}_{0,1}\cdot\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{Z}_{0,2}\cdot\mathfrak{J}_2 \\ 0 &= \mathfrak{Z}_{0,2}\cdot\mathfrak{J}_0 + \mathfrak{Z}_{1,2}\cdot\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{Z}_2\cdot\mathfrak{J}_2 \\ \mathfrak{J}_1 &= -\mathfrak{J}_0 \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

Dabei ist $\mathfrak{Z}_{0,1}$ durch (44) gegeben und

$$\mathfrak{Z}_{0,2} = R_s\cdot e^{j\gamma_{1,0}\cdot z_2}\cdot\frac{h_{2\,eff.}}{h_{eff.}}$$

$$\mathfrak{Z}_{1,2} = R_s\cdot\frac{h_{2\,eff.}}{h_{eff.}}\cdot e^{j\gamma_{1,0}\,(2\,z_0 + z_2)} \tag{51a}$$

Aus (51) kann der unbekannte Antennenstrom des Hilfsdipols eliminiert werden und so die resultierende Antennenimpedanz $\mathfrak{U}_0/\mathfrak{J}_0$ berechnet werden. Diese hängt von den beiden Parametern z_0 und z_2 ab. Durch deren richtige Wahl kann Anpassung an den Innenwiderstand des Generators erreicht werden. Auf die ausführliche Berechnung sei hier verzichtet, da es nur darauf ankam, die Möglichkeit der vollständigen Anpassung durch solche Hilfsmittel zu zeigen.

Im Experiment wird man den Hohlleiter in der Umgebung des Hilfsdipols mit einem Längsschnitt versehen, um den Dipol in seiner Lage verschieben zu können. Ein solcher Längsschnitt im Punkte A des Querschnitts stört weder die Feldverteilung im Innern noch die Verteilung der elektrischen Wandströme. Denn elektrische Ströme in der Querschnittsebene sind mit der magnetischen Längskomponente

$\mathfrak{H}_z$ gekoppelt. An der Stelle A besitzt aber letztere den Wert null. Somit wird auch die Ausstrahlung durch einen derartigen Schlitz minimal sein.

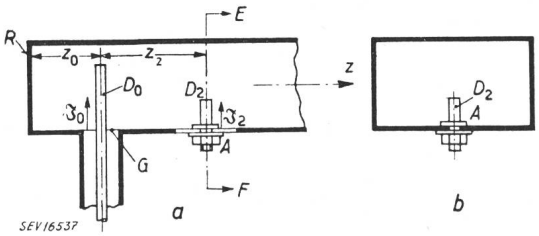

Fig. 9
Hohlleiter mit einem abgeschlossenen Ende und «Transformationsstift» D_2
a Anordnung mit Transformationsstift im Punkt *A*
b Schnitt *E-F*

In der Praxis haben diese Hilfsdipole die Form von kurzen Stiften. Mit ihrer Hilfe transformiert man den «Wellenwiderstand» des Hohlleiters auf einen beliebigen komplexen Widerstand. Der Ausdruck «Wellenwiderstand» ist natürlich in diesem Fall nur heuristisch zu verstehen, denn im Gegensatz zum konzentrischen Kabel, gibt es beim Hohlleiter vorläufig keine Grösse, die dem analogen Begriff entsprechen würde. Man nennt die Stifte wegen der transformatorischen Wirkung auch «Transformationsstifte». Es gelingt damit den Hohlleiter an die Antenne, sei es ein Strahlungshorn oder einen Parabolspiegel, anzupassen, beim Empfang der Zentimeterwellen dem Detektor ein Optimum an Energie zuzuführen usw. Dabei ist der mechanische Aufbau denkbar einfach.

Adresse des Autors:
Dr. techn., Ing. habil. *Tullius Vellat*, Viale Lucania 9 6, Milano, Italia.

Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

Kostenvergleich von Beleuchtungsanlagen

628.93.003

[Nach *R. G. Slauer:* Lighting Cost Comparisons. Electr. Wld. Bd. 131(1949), Nr. 15, S. 91...93.]

Die blosse Untersuchung der Kosten einer Beleuchtung kann nicht die Basis für eine ökonomische Studie (Berechnung der Wirtschaftlichkeit) bilden, denn es kommt nicht auf die Beleuchtungskosten allein an, sondern auf das Verhältnis dieser Kosten zu der unter einer Beleuchtung geleisteten Arbeit. Nehmen wir als Beispiel die Beleuchtung einer Fabrik, deren jährliche Kosten $ 0.10 per sq ft [1]) betragen. Falls gezeigt werden kann, dass eine verbesserte Beleuchtung zu $ 0.18 per sq ft den Ausfall an Arbeitsleistung von 7 % auf 3 % reduziert, wird sich eine positive Antwort (zugunsten der verbesserten, teureren Beleuchtung) nur dann ergeben, wenn der erzielte Gewinn an Arbeitsleistung die Mehrkosten für die verbesserte Beleuchtung übersteigt.

Bei der Beleuchtung von Läden usw. ist ein derartiger Vergleich schwieriger zu präzisieren, weil die erhöhte Arbeitsleistung (die sich in einem höheren Umsatz ausdrückt) nicht nur von den Beleuchtungskosten pro Flächeneinheit abhängt, sondern auch von anderen Faktoren, z. B. Reklame, besserer Schaustellung der Ware usw. In Schulen ist das Problem besonders schwierig; die durchschnittlichen Beleuchtungskosten pro Schüler können wohl ermittelt werden. Wie soll aber die Leistung des Schülers gewertet werden (um z. B. das Urteil zu ermöglichen, ob die Mehrleistung des Schülers den Mehraufwand an Kosten rechtfertigt)?

Es ist natürlich möglich, in besonderen Fällen auf Grund anderer Kriterien die Vor- und Nachteile der einen oder anderen Beleuchtung gegeneinander abzuwägen. Die Analyse der Kosten für die Beleuchtung wird jedenfalls für die Entscheidung, welches System zweckmässig ist, wichtig sein.

Soviel festgestellt werden kann, existiert keine einheitliche Methode zur Feststellung der Beleuchtungskosten. Im allgemeinen können diese Kosten in 4 Gruppen unterteilt werden:

1. Beleuchtungsanlage (Lichtquelle, Leuchten, Verteilnetz)
2. Energieaufwand
3. Amortisationen
4. Unterhalt.

Während die unter 1 und 2 aufgeführten Kosten leicht feststellbar sind, ist es nicht immer einfach, die Amortisationsrate festzulegen. Die einfachste Methode besteht darin, die Kosten für Beleuchtungskörper, Installation, evtl. gewünschte spezielle Schaltmöglichkeiten usw. zusammenzuzählen und die Totalsumme durch die Zahl der Jahre zu dividieren, die die Anlage voraussichtlich in Betrieb sein wird. Man erhält auf diese Weise die jährlichen Kosten der Amortisation. Dazu kommen die Kosten, die nicht vorauszusehen sind, so z. B. Bruch und Ersatz der schadhaft gewordenen Teile während dieser Zeit. Sehr häufig wird für industrielle Amortisation die Rate von 16 ⅔ % angenommen, welche einer Lebensdauer der Anlage von 8 Jahren entspricht. Für Ladenlokale muss diese Zeit der Lebensdauer gekürzt, für Schulen kann sie erhöht werden. Während die Kosten für den Unterhalt leicht zu beschreiben sind, ist es sehr schwer, sie zu interpretieren. Gewöhnlich enthalten sie nur die Kosten für die Reinigung der Leuchten und für den Ersatz der Lichtquellen.

Um einen Vergleich der Beleuchtungskosten zwischen einer Anlage mit Glühlampenlicht und einer solchen mit Fluoreszenzlicht zu zeigen, wurde als Beispiel eine Fabrikbeleuchtung gewählt, weil bei dieser die Fragen über die Ausführungsart der Leuchten ausser acht gelassen und die Leitungsführung einfach gelöst werden kann. Für die Glühlampen wurden Emailreflektoren vorgesehen, für die Fluoreszenzlampen 40-W-T-12 ebenfalls offene Emailreflektoren, wie sie eben vielfach in beiden Fällen verwendet werden.

Das folgende Beispiel zeigt, wie nun eine solche Analyse durchgeführt werden kann.

Wirtschaftlichkeits-Vergleich einer Glühlampen-Beleuchtung mit einer Fluoreszenzlampen-Beleuchtung

Problemstellung: Ein Fabrikraum von 1000 sq ft Grundfläche ist mit 400 lx Helligkeit aufzuhellen. Die elektrische Energie kostet $ 0.01 pro kWh. 4000 Brennstunden pro Jahr sind angenommen. Der Raum ist sauber. Die Geräte sind in rund 3 m Höhe montiert; die Decke ist 4 m hoch.

Voraussetzungen: Da in Industrieanlagen die gebräuchlichsten Armaturen weiss emaillierte Blechreflektoren sind, sowohl für Glühlampenlicht als auch für Fluoreszenzlicht (in letzterem Fall auch solche aus Preßstoff), wurden hier für die Glühlampenbeleuchtung mit 300-W-Glühlampen (weiss) bestückte Emailreflektoren vorgesehen und für die Fluoreszenzbeleuchtung ebenfalls Emailreflektoren, mit je zwei 40-W-Leuchtstoffröhren T-12 bestückt. Um auch die Leitungsführung in beiden Fällen ähnlich zu halten, wurden auch für das Fluoreszenzlicht Einzelleuchten statt durchlaufende Linien gewählt.

Die entsprechenden Angaben sind in Tabelle I zusammengestellt.

Die Zahlen zeigen entschieden höhere Kosten für die Glühlampen-Beleuchtung. Man darf aber nicht behaupten, dass alle Annahmen gute Durchschnitte darstellen, oder sogar, dass die Resultate als allgemeine Richtlinien massgebend sind. Für jede Fabrikbeleuchtung wird eine solche Analyse der Wirtschaftlichkeit wertvoll sein, aber eine solche Analyse sollte niemals allgemein angewendet werden, ohne die veränderlichen Faktoren zu berücksichtigen, worunter im folgenden einige erwähnt seien.

[1]) 1 $ per sq ft (Quadratfuss) entspricht rund 47.— Fr. pro m².