

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 39 (1948)

**Heft:** 23

**Artikel:** Die praktische Berechnung des Spannungsabfalls von Wechselstromleitungen

**Autor:** Widmer, P.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1059299>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

von auf das Konto der Energieübertragung gesetzt werden muss. Von Fall zu Fall ist zu untersuchen, welcher Zuschlag hiefür zu machen ist.

Die grossen Querschnitte, die für eine 440-kV-Übertragung in Frage kommen, dürften wohl nur als Bündelleiter ausgeführt werden. Der grosse Vorteil des Bündelleiters liegt in der leichten Ausführbarkeit grosser Querschnitte. Dazu kommt noch das günstige Verhalten in bezug auf die Koronaverluste, was bei 440-kV-Übertragungen einen ausschlaggebenden Einfluss auf die Betriebsführung hat [3].

Die Verluste für eine Leitung von  $550 \text{ mm}^2$  Leiterquerschnitt wurden im vorstehenden für eine normale Freileitungsausführung mit Einzelleiter berechnet, nicht für eine Anordnung mit Bündelleiter, weil, wie sich nachweisen lässt, die Verluste von beiden Anordnungen nahezu gleich gross sind.

Aus Fig. 3 sieht man auch, dass nicht die natürliche Leistung die Übertragungsfähigkeit und vor allem die Wirtschaftlichkeit festlegt, sondern der ohmsche Widerstand und die damit zusammenhängenden Anlage- und Verlustkosten.

### Zusammenfassung

An Hand der Fig. 3 und 4 wurde ein Verfahren zur raschen Ermittlung der wirtschaftlichsten Ausführung von Hochspannungsleitungen angegeben. In Abhängigkeit von der zu übertragenden Höchst-

leistung kann der Querschnitt und die Betriebsspannung gewählt werden. Man sieht, wie sich die einzelnen Querschnitte und Betriebsspannungen zwangsläufig aneinanderreihen.

Die Wahl der Betriebsspannung und des Querschnittes ist im wesentlichen *unabhängig von der Leitungslänge*. Sie wird etwas durch die Zahl der Zwischenstationen und durch die Kosten der «Erregung» der Leitung beeinflusst. Zur überschlägigen Beurteilung ist eine Faustregel angegeben.

Ausser den wirtschaftlichen Überlegungen muss man bei Leitungsprojekten eine Reihe anderer Fragen, z. B. Stabilität, Erwärmung und anderes berücksichtigen; sie gehören jedoch nicht in den Rahmen dieser Ausführungen. — Es sei eindringlich darauf verwiesen, welch grosse Wichtigkeit hohe Betriebsspannungen haben, wenn es gilt, grosse Netze stabil miteinander zu verbinden.

### Literatur

- [1] Piloty, H.: Wirtschaftlichkeit der Dreh- und Gleichstromübertragung, in R. Rüdenberg, Hochleistungsübertragung, 1932, S. 305.
- [2] Pohlhausen, K.: Theorie der langen Leitungen, in R. Rüdenberg, Hochleistungsübertragung, 1932.
- [3] Senn, E.: Der Koronareststrom und seine Lösung, Arch. Elektrotechn. 37 (1943), S. 444.

### Adresse des Autors:

Dr. E. Senn, Direktor der Tiwag, Innsbruck (Österreich).

## Die praktische Berechnung des Spannungsabfalls von Wechselstromleitungen

Von P. Widmer, St. Gallen

621.3.015.1 : 621.315.1

Der Autor, von der Tatsache ausgehend, dass die Berechnung des Spannungsabfalls von Wechselstromleitungen als vektorielles Problem relativ kompliziert ist, arbeitete für praktische Zwecke zwei Verfahren aus, welche die Schwierigkeiten und Fehlschlüsse vermeiden, die durch vereinfachende Annahmen entstehen, trotzdem aber übersichtlich bleiben. Das eine ist ein analytisches Verfahren, das selbst nicht ganz genau ist, weil es ohne gewisse Vereinfachungen nicht auskommt, für überschlagsmässige Rechnungen bei kleinem Spannungsabfall und konstantem Leistungsfaktor aber ausreicht. Das andere ist ein graphisches Verfahren, das theoretisch einwandfreie Ergebnisse erzielt.

L'auteur constate tout d'abord que le calcul de la chute de tension le long d'une ligne à courant alternatif est, comme problème vectoriel, assez compliqué. Il se base sur ce fait pour élaborer deux procédés à l'usage des praticiens, qui restent très clairs tout en réduisant les difficultés et les erreurs que causent des hypothèses simplificatrices. L'un de ces procédés est analytique, mais n'est pas encore parfaitement exact, ne pouvant éviter totalement certaines de ces simplifications. Il suffit toutefois amplement pour un calcul d'approximation dans le cas où la chute de tension est faible et où le facteur de puissance reste constant. L'autre procédé est graphique et fournit des résultats théoriquement exacts.

### 1. Einleitung

Die Berechnung des Spannungsabfalls von Wechselstromleitungen ist ein vektorielles Problem und deshalb für die praktische Rechnung nicht durchwegs geeignet. Dies gilt speziell dann, wenn die Spannungsabfälle für einen bestimmten Bereich der Leistungen und des Leistungsfaktors gesucht werden. Um den bei dieser Rechnung auftretenden Schwierigkeiten aus dem Weg zu gehen, ist man oft versucht, den Spannungsabfall lediglich auf Grund des absoluten Betrages der Impedanz ohne Berücksichtigung der Richtung zu rechnen, d. h. die absolute Grösse des Spannungsabfall-Vektors mit der Spannung zu vergleichen. Dieses Verfahren ergibt aber in den meisten Fällen zu grosse Werte, die für die Praxis kaum brauchbar sind. Geometrische Hilfsmittel, bei welchen die Spannungsabfälle auf Schiebern eingestellt und geometrisch zu den Spannungen addiert werden, vereinfachen die Rechnung,

geben aber keine Übersicht bei Veränderung der Leistung, da für jeden Wert der Leistung die Schieber neu eingestellt werden müssen. Zur Erläuterung dieses Problems sei nur die Aufgabe erwähnt, die maximalen Leistungen in Funktion des Leistungsfaktors für bestimmte Grenzbedingungen des Spannungsabfalls und der Verluste zu ermitteln.

Im folgenden werden zwei Verfahren zur Berechnung des Spannungsabfalls gezeigt, welche die erwähnten Schwierigkeiten vermeiden. Das eine, analytische Verfahren, das allerdings noch einige Ungenauigkeiten infolge der für die praktische Rechnung nötigen Vereinfachungen aufweist, kann für überschlagsmässige Rechnungen bei kleinen Spannungsabfällen und vorzugsweise konstantem Leistungsfaktor mit Vorteil angewendet werden. Das zweite, graphische Verfahren, ergibt theoretisch einwandfreie Resultate. Es folgt der normalen vektoriellen Darstellung und bietet deshalb grundsätz-

lich nichts Neues; das Rechnungsverfahren wird aber ausgebaut und dem praktischen Gebrauch angepasst.

## 2. Grundformeln

In den folgenden Rechenverfahren wird der Spannungsabfall grundsätzlich in Prozenten der Anfangs- oder Endspannung gerechnet. Dabei bedeuten:

$\varepsilon_R, \varepsilon_X, \varepsilon_Z$	die vektoriellen Spannungsabfälle in %,
$\varepsilon$	den numerischen Wert des Spannungsabfalls in % als Differenz der absoluten Werte der Anfangsspannung ( $U_a$ ) und der Endspannung ( $U_e$ ),
$P_n$	den Leistungsverlust in %.

Allgemein beträgt der Spannungsabfall

$$\varepsilon_Z \text{ [ \% ]} = \frac{\text{Scheinleistung}}{\text{Spannung}^2} \cdot Z \cdot 10^2 \quad (1)$$

und analog für die ohmschen und induktiven Spannungsabfälle. Für Hochspannungsleitungen hat sich die folgende Form der Gleichung (1), unter Benützung der Dimensionen MVA für die Scheinleistung und kV für die Spannung, als vorteilhaft erwiesen:

$$\varepsilon_Z \left[ \frac{\%}{\%} \right] = \frac{MVA}{\left( \frac{kV}{10} \right)^2} \cdot Z \quad (2)$$

Die prozentualen Leistungsverluste berechnen sich nach dem Zusammenhang

$$P_v \text{ [‰]} = \varepsilon_R \text{ [‰]}$$

### 3. Analytische Berechnung des Spannungsabfalls

Für kleine Werte des Spannungsabfalls und für überschlagsmässige Rechnung kann die bei der Fehlerrechnung von Spannungswandlern übliche Vereinfachung angewendet werden, die Spannungen im Verhältnis zum Spannungsabfall als unendlich

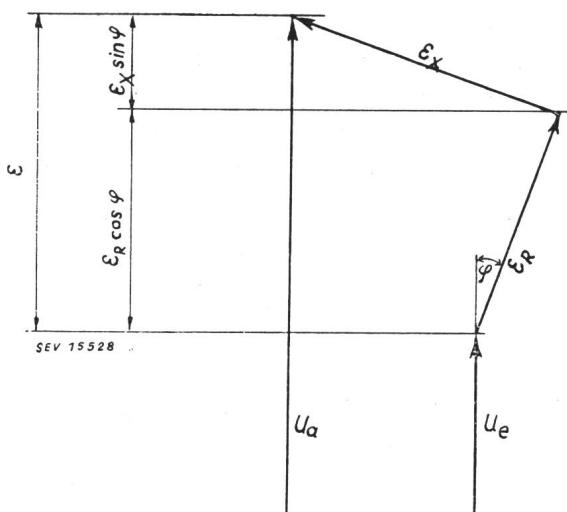


Fig. 1  
Spannungsabfalldiagramm  
Annahme:  $U = \infty$

gross anzunehmen. Der Spannungsabfall berechnet sich dann folgendermassen (Fig. 1):

$$\varepsilon = \varepsilon_R \cos \varphi + \varepsilon_I \sin \varphi \quad (3a)$$

und analog

$$Z_\varphi = R \cos \varphi + X \sin \varphi \quad (3b)$$

$Z_\varphi$  kann in diesem Fall als Impedanz bei einem bestimmten Leistungsfaktor angesprochen werden.

Für die Berechnung des Spannungsabfalls gilt durch Kombination der Gleichungen (3a) und (2) die folgende Formel:

$$\varepsilon \left[ \frac{\text{MVA}}{\text{kV}} \right] = \frac{\text{MVA}}{\left( \frac{\text{kV}}{10} \right)^2} (R \cos \varphi + X \sin \varphi) \quad (4)$$

Durch Einführung der Wirkleistung an Stelle der Scheinleistung lassen sich die zwei Winkelfunktionen zusammenziehen und es ergibt sich die Formel

$$\cdot \varepsilon [^{\circ}/\text{o}] = \frac{\mathbf{MW}}{\left(\frac{\mathbf{kV}}{10}\right)^2} (R + X \operatorname{tg}\varphi) \quad (5)$$

Eine Tabelle der Funktionen  $\sin\varphi$  und  $\operatorname{tg}\varphi$  als Funktion von  $\cos\varphi$  lässt sich auf Grund von Angaben in Handbüchern (z. B. Hütte) leicht erstellen (Tab. I).

### **Tabelle der Phasenwinkel-Funktionen**

Tabelle I

$\cos \varphi$	$\sin \varphi$	$\operatorname{tg} \varphi$
1	0	0
0,95	0,312	0,329
0,9	0,436	0,484
0,85	0,527	0,620
0,8	0,6	0,75
0,75	0,661	0,882
0,7	0,714	1,02

Für die praktische Rechnung wird, je nachdem, ob mit den Wirkleistungen oder den Scheinleistungen gerechnet wird, die Formel (4) oder (5) verwendet werden. Bei der Berechnung der absoluten Spannungsabfälle kann die Impedanz  $Z_\varphi$  nach Gleichung (3b) benutzt werden.

#### 4. Graphische Ermittlung des Spannungsabfalls und der Verluste

Bei der Berechnung des Spannungsabfalls ist lediglich die Differenz der Absolutwerte von Anfangs- und Endspannung interessant. In einem vollständig aufgezeichneten Vektordiagramm kann diese Differenz, infolge der Kleinheit des Spannungsabfalldreiecks im Verhältnis zu den Spannungen, nur mit sehr beschränkter Genauigkeit abgelesen werden. Dieser Schwierigkeit begegnet das in Fig. 2 gezeichnete Gitter, in welches das Spannungsabfalldreieck eingezeichnet wird. Der Anfangspunkt der beiden Spannungsvektoren  $U_a$  und  $U_e$  wird unterdrückt. Die eingezeichneten Kreise um den Anfangspunkt der Spannungen ermöglichen dafür eine genaue Ablesung des Spannungsabfalls.

Der Kreis durch den Koordinatenschnittpunkt (in Fig. 2 und 3 als  $R_0$  bezeichnet) besitzt den Radius von 100 Einheiten entsprechend 100 % Span-

nung. Es hat sich als vorteilhaft erwiesen,  $1\% = 1 \text{ cm}$  zu wählen und das Gitter auf Millimeterpapier aufzuzeichnen. Der Radius  $R_0$  beträgt in diesem

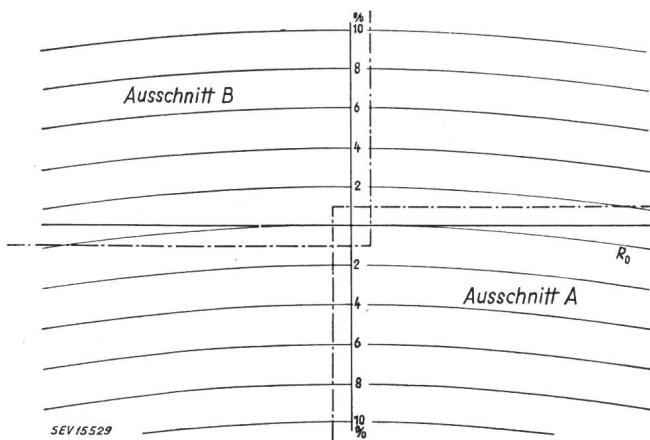


Fig. 2  
Spannungsabfallgitter  
Radius von  $R_0 = 0,25 \text{ m}$   
entsprechend  $1\% \text{ Spannungsabfall} = 0,25 \text{ cm}$

Fall 1 m (in Fig. 2 ist wegen der Verkleinerung  $1:4$   $R_0 = 0,25 \text{ m}$  und entsprechend  $1\% \text{ Spannungsabfall} = 0,25 \text{ cm}$ ). Für bestimmte Belastungsfälle (nur eine Energierichtung) werden Ausschnitte des Gitters verwendet, und zwar für Anfangsspannung  $U_a = \text{konstant Ausschnitt A}$ , Endspannung  $U_e = \text{konstant Ausschnitt B}$  (Fig. 2). Es empfiehlt sich, die Gitter als Pause zur Herstellung von Heliographien anzufertigen und diese als Formulare zum Einzeichnen zu verwenden.

In dieses Gitter werden die Spannungsabfall-dreiecke eingetragen und zwar beginnt man mit denjenigen für  $\cos\varphi = 1$  (Fig. 3).

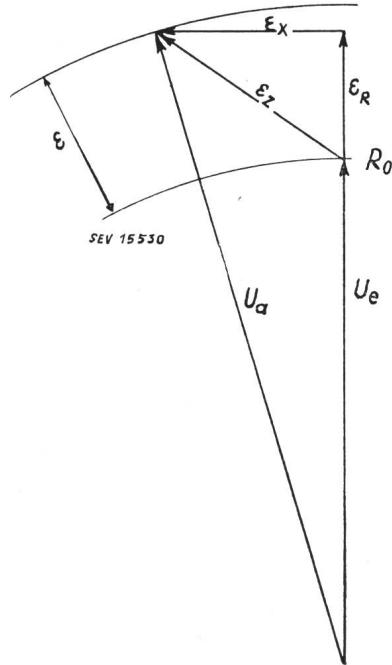


Fig. 3  
Vektorielle Darstellung der Spannungsabfälle für  $\cos\varphi = 1$

Dieses Dreieck verändert sich proportional mit dem Strom und bei konstanter Spannung auch pro-

portional mit der Leistung. Deshalb kann auf der Geraden des Spannungsabfalls  $\varepsilon_Z$  direkt die Leistung als Skala eingetragen werden. Durch Drehen der auf diese Weise erhaltenen Geraden um den Phasenwinkel  $\varphi$  können alle Belastungsfälle mit den dazugehörigen Leistungsfaktoren eingestellt werden. Da für konstante Scheinleistung der vektorielle Spannungsabfall unabhängig vom Leistungsfaktor ist, bewegen sich die einzelnen Punkte der Skala auf Kreisen um den Anfangspunkt des Spannungsabfallvektors  $\varepsilon_Z$ . Durch Einzeichnen dieser Kreise ergibt sich ein Leistungs- $\cos\varphi$ -Koordinatensystem, mit dessen Hilfe die zu den verschiedenen Belastungsfällen zugehörigen Spannungsabfälle direkt abgelesen werden können.

Der geometrische Spannungsabfall für konstante Wirkleistung verändert sich mit dem Leistungsfaktor, und zwar umgekehrt proportional zu diesem. Die entsprechenden Koordinaten sind deshalb statt Kreise Geraden, welche senkrecht auf der Spannungsabfallgeraden für  $\cos\varphi = 1$  stehen, was durch eine kleine geometrische Betrachtung bewiesen werden kann.

Die Tatsache, dass die geometrischen Spannungsabfälle für konstante Scheinleistung auf Kreisen liegen, weist darauf hin, dass auch die Spannungsabfälle für konstante Verluste Kreise um den gleichen Nullpunkt bilden. Damit ist auch das Verlust- $\cos\varphi$ -Koordinatensystem in seiner Form bekannt. Diese Relationen sind in Fig. 4 eingetragen.

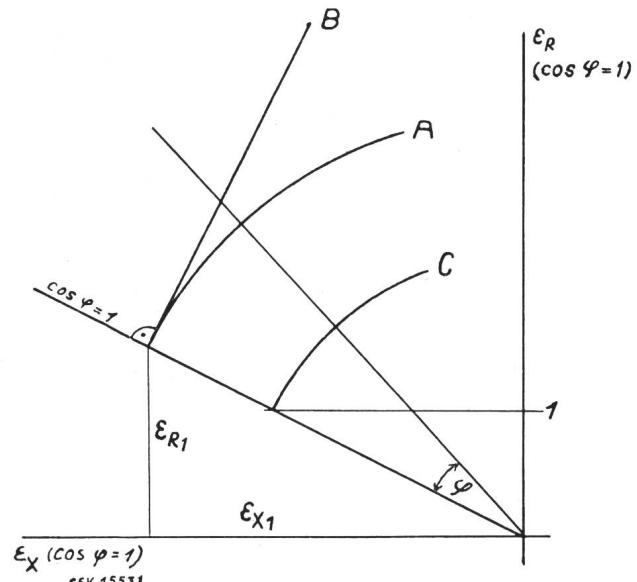


Fig. 4  
Geometrischer Ort des Spannungsabfalls für die Einheitswerte der Leistung  
(A Scheinleistung, B Wirkleistung) und der Verluste (C)

Die Herstellung des Leistungs- $\cos\varphi$ -Koordinatensystems ergibt sich folgendermassen (Fig. 4): Es gilt für 1 MVA (MW) und  $\cos\varphi = 1$

$$\varepsilon_{R_1} = \frac{R}{(\text{kV})^2} \quad \varepsilon_{X_1} = \frac{X}{(\text{kV})^2} \quad \left(\frac{10}{10}\right)$$

Durch diese Werte ist die Richtung der Spannungsabfallgeraden für  $\cos\varphi = 1$ , sowie der Spannungs-

abfall für den Einheitswert der Leistung bestimmt. Durch proportionale Erweiterung kann die ganze Skala hergestellt werden.

Die prozentualen Verluste  $P_v$  sind gleich dem ohmschen Spannungsabfall  $\varepsilon_R$ . Aus dieser Relation kann die Skala für die Verluste auf der Spannungs-

stellen. Als Erläuterung sei die folgende Aufgabe untersucht:

Für eine 150-kV-Leitung von 100 km Länge und einem Kupferquerschnitt von  $185 \text{ mm}^2$  ist die maximale Übertragungsleistung bei  $\cos \varphi = 1 \dots 0,8$  zu berechnen für die folgenden Bedingungen:  
Spannungsabfall maximal 10 %,

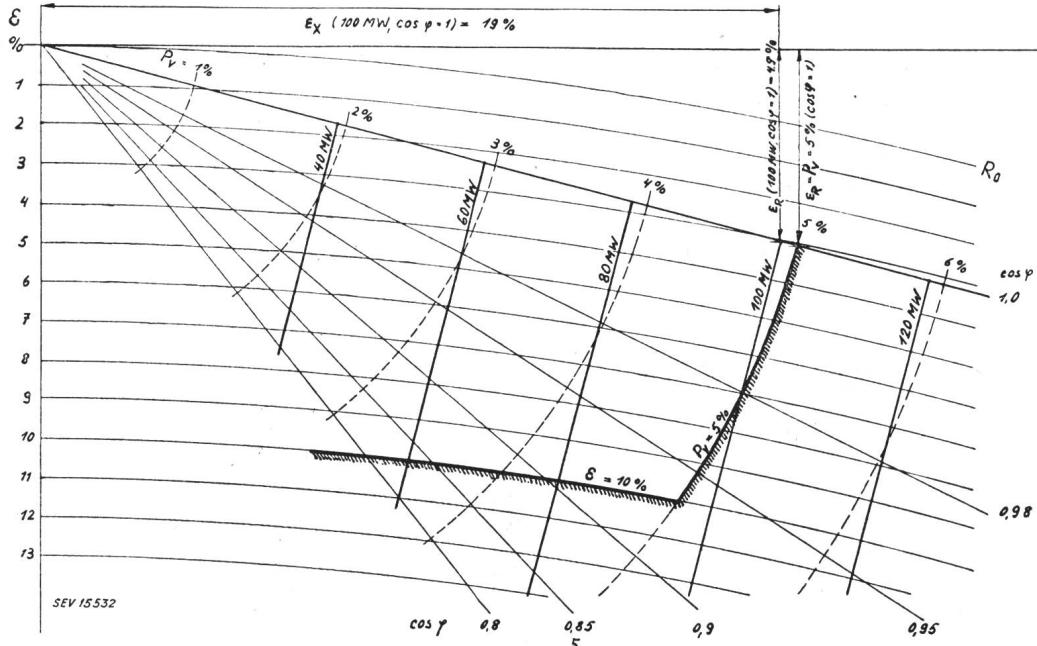


Fig. 5

Spannungsabfall und Verluste einer 150-kV-Leitung

Länge 100 km,  
 $3 \times 185 \text{ mm}^2$  Kupfer,  
Radius von  $R_0 = 0,5 \text{ m}$   
dieser 1 : 2  
verkleinerten Figur

abfallgeraden für  $\cos \varphi = 1$  durch Schnitt mit den entsprechenden Werten der Skala des ohmschen Widerstandes gefunden werden (Fig. 4).

Zur Vervollständigung des neuen Koordinatensystems sind die entsprechenden Phasenwinkelstrahlen noch einzuziehen. Diese Arbeit erleichtert ein Transporteur mit direkter Eichung in  $\cos \varphi$ -Werten, der ohne Schwierigkeiten selbst hergestellt werden kann.

Mit dem beschriebenen Verfahren lassen sich Spannungsabfälle und Verluste bei allen Leistungen und Leistungsfaktoren rasch und übersichtlich dar-

stellen. Verluste maximal 5 %,  
Widerstände:  $R = 11 \text{ Ohm}$ ,  $X = 42,7 \text{ Ohm}$ ,  
Skala für Leistungs- $\cos \varphi$ -Koordinatensystem für 100 MW (zur Erhöhung der Genauigkeit wurde als Einheit 100 MW statt 1 MW gewählt)  $\cos \varphi = 1$   
 $\varepsilon_{R100} = 4,9 \%$ ,  $\varepsilon_{X100} = 19,0 \%$

Fig. 5 zeigt das auf Grund der genannten Daten aufgezeichnete Diagramm mit den entsprechenden Begrenzungskurven nach den genannten Bedingungen für die Grösse des Spannungsabfallen und der Verluste.

Adresse des Autors:  
P. Widmer, Ingenieur, Oberer Graben 14, St. Gallen.

## Technische Mitteilungen — Communications de nature technique

### Einige Neuerungen im amerikanischen Elektromaschinenbau

621.313 (73)

Im folgenden werden neue amerikanische Bauarten elektrischer Motoren, Generatoren und Transformatoren beschrieben.

#### 1. Kurzschlussläufer-Drehfeldmotoren mit axialem Luftspalt \*)

Die bisherige und heute allgemein übliche Bauart des Kurzschlussläufermotors ist allgemein bekannt. Das Fehlen von Kollektor oder (bei den Typen bis etwa 6 kW) von Schleifringen machte den Käfigankermotor zum populärsten und zuverlässigsten Antriebmittel für Drehstromspeisung, besonders zum Einzelantrieb von Werkzeugmaschinen. (Abarten: Zweiphasen-Drehfeldmotor, Einphasenspeisung mit Hilfsspannung für Anlauf).

Amerikanische Konstrukteure<sup>1)</sup> haben nun eine neue Bauart des Kurzschlussläufermotors entwickelt: einen Dreh-

strommotor mit seitlichem (axialem) Luftspalt. Dieser zeigt besonders bezüglich Abmessungen in axialer Richtung und Gewicht Vorteile. Dieser neuen Bauform wird besondere Eignung für den Einzelantrieb von Werkzeugmaschinen nachgerühmt, wo der geringere Raumbedarf in Richtung der Axe bemerkenswerte Vorteile zeigt. Leichte Demontage, einfacher Aufbau und einfache Schmierung werden besonders hervorgehoben. Fig. 1 zeigt den Schnitt durch einen derartigen Motor mit den wichtigsten Einzelheiten.

Das Hauptproblem scheint der Aufbau des Stator- und Rotor-Eisens aus Dynamoblech-Streifen zu sein (Fig. 2). Es wird von einem Spezialverfahren gesprochen, nach welchem in nicht näher beschriebener Weise die Blechstreifen genutzt, gebogen und die Nutenöffnungen in Deckung gebracht werden. Jedenfalls ist die Fabrikation dieses Typs nicht so einfach und wirtschaftlich wie das klassische Verfahren, bei welchem der Stator-Ausschnitt von selbst die Rotorbleche liefert.

Die Lagerung des Rotors wurde mit Hilfe eines speziellen «Innenrahmens» erzielt, in welchem sich die Träger für Statorseisen und Kugellager befinden. Beim Aufbau dieses

\*) [Nach: Axial-Air-Gap Motor. Electr. Engng. Bd. 66(1947), Nr. 7, S. 670...671.]

<sup>1)</sup> Fairbanks, Morse & Co., Chicago.