Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 39 (1948)

Heft: 23

Artikel: Phénomènes transitoires dans une machine électrique soumise à une tension de choc de front de durée finie

Autor: Jalla, F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1059297

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

39. Jahrgang Nr. 23 Samstag, 13. November 1948

BULLETIN

DES SCHWEIZERISCHEN ELEKTROTECHNISCHEN VEREINS

Phénomènes transitoires dans une machine électrique soumise à une tension de choc de front de durée finie

621.3.015.33 : 621.313

Par *F. Jalla*, Zurich

Après un rappel des résultats obtenus par K. W. Wagner, qui s'intéresse au comportement d'une machine électrique soumise à une tension de choc de front de durée nulle, l'auteur étudie à l'aide de l'intégrale de Duhamel le cas analogue, lorsque la durée du front n'est pas nulle.

Grâce à cette étude, il déduit une formule approchée, au moyen de laquelle il est possible de calculer la sollicitation maximum surgissant entre spires voisines, en fonction des grandeurs qui définissent l'enroulement et la tension de choc [1]*.*

K. W. Wagner hat die Ausgleichsschwingungen einer elektrischen Maschine beim Auftreffen von rechteckigen Stoßspannungen studiert. Vom Verfasser wird in ähnlicher Weise, durch Anwendung des Duhamelschen Integrals, das Auftreffen von Stoßspannungen mit endlich steiler Front untersucht.

Als Resultat dieser Arbeit wird eine Formel abgeleitet, mit der die maximale Beanspruchung zwischen benachbarten Windungen für Stoßspannungen mit beliebiger steiler Front berechnet werden kann.

1. Introduction

On trouve de nombreux ouvrages dans la littérature technique pour calculer les sollicitations soumettant l'isolement des spires d'une machine électrique, frappée par une tension de choc de front de durée nulle. En réalité, la tension de choc de front de durée nulle est un cas limite, car toutes les ondes de choc ont pratiquement un front de durée très petite, mais non nulle. Ainsi, il nous semble digne d'intérêt d'étudier le problème de l'influence de la durée du front sur les sollicitations entre spires voisines, dans le désir d'obtenir un résultat quantitatif, applicable en pratique, et non seulement un résultat qualitatif.

Pour arriver à ce but, nous avons utilisé la théorie des ondes stationnaires, en suivant le sillon tracé par *Wagner*, et étudié, à l'aide de l'intégrale de *Duhamel*, les phénomènes transitoires qui surgissent dans une machine électrique, sous l'action d'une tension de choc de front de durée variable.

D'autres auteurs [4, 5] [2]) étudièrent le même problème en se servant de la théorie des ondes mobiles; ils obtinrent des résultats qui concordent bien avec les nôtres.

2. Hypothèses et notations principales

Les résultats obtenus par *Wagner* [1, 2] nous servent comme point de départ; il nous semble par conséquent utile de rappeler les hypothèses et les notations correspondantes.

On assimile un transformateur (ou, en général, une machine électrique) à une ligne électrique, sans pertes (fig. 1), affectée d'inductance propre uniformément répartie (soit L' par unité de longueur), de capacité à la terre uniformément répartie (soit C' par unité de longueur) et de capacité entre éléments successifs uniformément répartie (soit K' par unité de longueur).

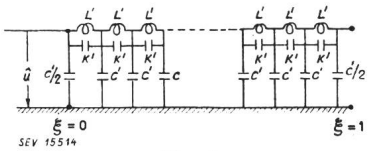

Fig. 1
Réseau récurrent
(selon K. W. Wagner)

Ainsi, si l est la longueur de l'enroulement, et si L, C et K sont respectivement l'inductance propre totale, la capacité totale à la terre et la capacité totale entre éléments successifs, on a les relations suivantes:

$$L = l L' \qquad C = l C' \qquad K = \frac{K'}{l} \qquad (1)$$

Nous admettons aussi que l'impédance de sortie est infinie.

Par désir de brièveté, nous n'étudions pas quelle valeur a l'approximation, que nous utilisons, car un grand nombre d'ouvrages a été voué à ce sujet. Ici, nous désirons simplement souligner que nous nous servirons de ce schéma pour obtenir une solution simple, claire (nous respectons ainsi les désirs de la pratique) et en même temps rigoureuse, au point de vue théorique, qui donne une image ressemblant aux phénomènes réels.

3. Tension de choc de front de durée nulle

Quand à l'instant $t = 0$ le réseau récurrent est soumis, aux bornes d'entrée ($x = 0$), à une tension

[1]) Le travail fut suggéré par le Dr. *M. Krondl.*

[2]) Voir bibliographie à la fin du texte.

de choc, de durée de front nulle (c'est-à-dire de raideur de front infinie), d'amplitude $\hat{u}$ et de queue infiniment longue, un phénomène transitoire complexe commence, modifiant l'état initial du réseau pour l'amener aux conditions de régime. Les surtensions maxima, soit contre terre, soit entre spires voisines, apparaissent pendant cette période transitoire.

Il est commode, au point de vue physique, de considérer ce phénomène comme composé de deux parties.

Nous nommons la première, qui a un caractère électrostatique, «période de charge», et la seconde, à caractère électromagnétique, «période des oscillations».

a) «Période de charge»

Pour $t = 0$ le réseau récurrent, considéré comme un condensateur complexe (fig. 2), est chargé

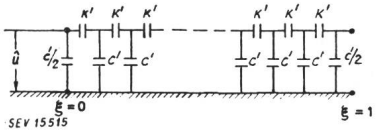

Fig. 2
Réseau récurrent considéré comme condensateur complexe

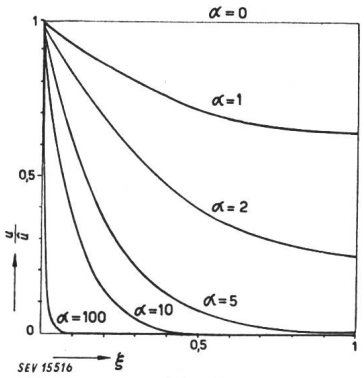

Fig. 3
Répartition de la tension pour $\tau = 0$, en fonction de ξ et du facteur α
(Tension de choc $\hat{u}$ de front de durée nulle)

et a la répartition de tension suivante (voir fig. 3):

$$u\ (\xi) = \hat{u}\ \frac{\cosh \alpha\ (1-\xi)}{\cosh \alpha} \qquad (2)$$

où

$\xi = \dfrac{x}{l}$ est la coordonnée relative de longueur;

$u\ (\xi)$ est la tension contre terre au point ξ et à l'instant $t = 0$;

$\hat{u}$ est la tension de choc, de front de durée nulle et

$\alpha = \sqrt{\dfrac{C}{K}} = l\sqrt{\dfrac{C'}{K'}}$, racine du rapport de la capacité totale à la terre à la capacité totale entre éléments successifs, est un facteur sans dimension, qui caractérise l'aptitude d'un enroulement à supporter plus ou moins bien une tension de choc.

De l'éq. (2), on obtient le gradient de tension:

$$\frac{\mathrm{d}\,u}{\mathrm{d}\,\xi} = -\,\hat{u}\,\alpha\,\frac{\sinh \alpha\ (1-\xi)}{\cosh \alpha} \qquad (3)$$

qui a son maximum pour $\xi = 0$. Pour $\alpha > 3$, cas pratiquement général, on obtient la formule très approchée:

$$\frac{\mathrm{d}\,u}{\mathrm{d}\,\xi} = -\,\hat{u}\,\alpha = S_m \qquad (4)$$

c'est-à-dire le gradient de tension a son maximum S_m à l'instant $t = 0$, immédiatement après l'entrée de la machine; il est α-fois celui qu'on aurait si la répartition de tension était linéaire dans l'enroulement $[\hat{u}\ (1-\xi) = u]$.

On démontre que l'éq. approchée (4) est aussi valable quand les bornes de sortie ($\xi = 1$) sont mises à terre; ainsi le gradient maximum est indépendant de l'impédance sur laquelle le réseau récurrent est couplé, et il est uniquement fonction du facteur α.

b) «Période des oscillations»

Pendant la «période des oscillations» la tension a l'expression suivante:

$$u\ (\xi, \tau) = \hat{u}\left[1 - \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \sin b_n\,\xi\ \cos \beta_n\,\tau\right] \qquad (5)$$

qui est une forme plus générale de l'éq. (2); celle-ci représente le cas particulier pour τ tendant vers zéro.

$u\ (\xi, \tau)$ est la tension au point ξ et à l'instant τ;

$\xi = \dfrac{x}{l}$ et $\tau = \dfrac{t}{T_l}$ sont les coordonnées relatives d'espace et de temps [3]);

$$A_n = \frac{2}{b_n\,\{1 + (b_{n/\alpha})^2\}} \qquad (6)$$

amplitude de l'harmonique d'ordre n ($n = 1, 3, 5, 7, \ldots\ldots$, c'est-à-dire impair);

$$b_n = \frac{\pi}{2}\,n$$

constante de déphasage de l'harmonique d'ordre n;

$$\beta_n = \frac{b_n}{\sqrt{1 + (b_{n/\alpha})^2}} \qquad (7)$$

pulsation de l'harmonique d'ordre n;

$$v = \frac{1}{\sqrt{L'\,C'}} \qquad (8)$$

est la limite de la vitesse de propagation de l'harmonique d'ordre n, pour K' tendant vers zéro; c'est la vitesse maximum de propagation [4]);

[3]) Dorénavant, nous exprimerons toutes les relations que nous déduirons, à l'aide de ces coordonnées relatives, sauf dans quelques cas indiqués clairement au long de notre ouvrage.

[4]) Cette relation est exprimée en fonction de x et de t, et non de ξ et de τ.

$$T_l = \frac{l}{v} \tag{9}$$

est la limite de la durée du parcours (de $x = 0$ à $x = l$) de l'harmonique d'ordre n, pour K' tendant vers zéro [4]).

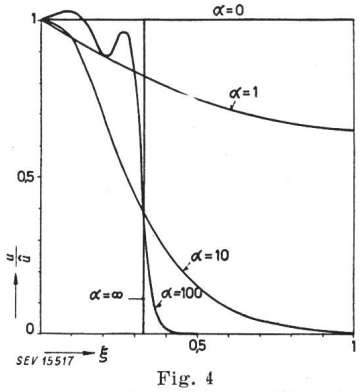

Fig. 4
Répartition de la tension pour $\tau = 1/3$ en fonction de ξ et du facteur α
(Tension de choc $\hat{u}$ de front de durée nulle)

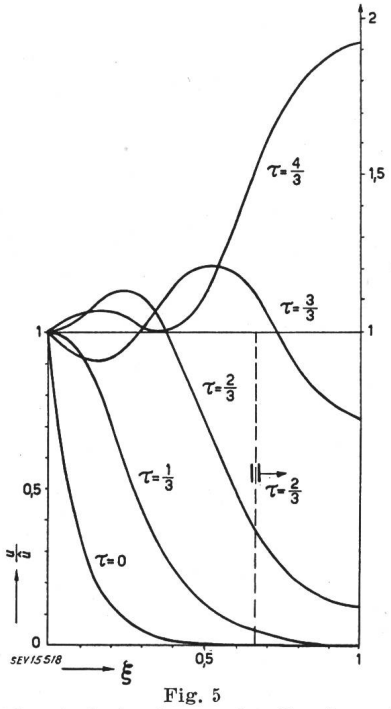

Fig. 5
Répartition de la tension en fonction de τ et de ξ, pour $\alpha = 10$
(Tension de choc $\hat{u}$ de front de durée nulle)

c) Discussion des résultats

Il est intéressant de se rendre compte de l'allure de la fonction u, en faisant varier $\alpha = l\sqrt{\frac{C'}{K'}}$ $(0 \neq l \neq \infty)$, de la valeur zéro $(C' = 0)$ à l'infini $(K' = 0)$.

La fig. 4 (comme aussi les fig. 5, 6 et 7) en donne une claire vision. Nous soulignons ici que la tension de choc subit toujours une déformation en entrant dans le réseau récurrent, sauf dans le cas où $\alpha = \infty$. C'est le cas bien connu d'une onde de front de durée nulle, qui frappe une ligne électrique $(K' = 0)$.

En pratique α est généralement > 3, et, alors, on peut observer que:

1° la pente est maximum pour $\tau = 0$ et $\xi = 0$; pour τ et ξ quelconque, elle n'atteint plus ce maximum.

2° au point $\xi = 1$ la tension de choc est réfléchie et cause la surtension maximum contre terre.

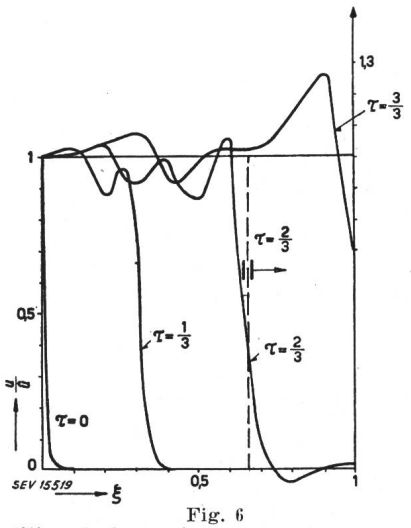

Fig. 6
Répartition de la tension en fonction de τ et de ξ, pour $\alpha = 100$
(Tension de choc $\hat{u}$ de front de durée nulle)

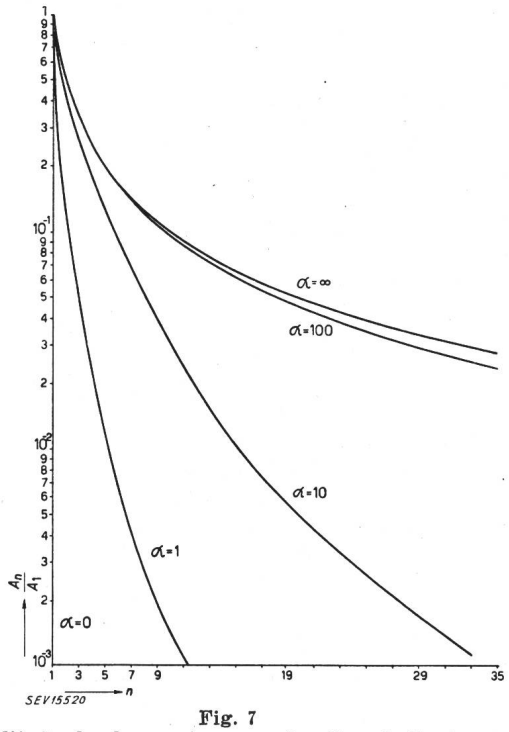

Fig. 7
Amplitude des harmoniques en fonction de l'ordre n et du facteur α
(Tension de choc $\hat{u}$ de front de durée nulle)

L'éq. (5) est formée d'un nombre infini de termes qui représentent chacun une *onde stationnaire.*

On obtient en effet de l'éq. (5), en appelant λ_n la longueur d'onde de l'harmonique d'ordre n:

$$A_n \sin b_n \xi \cos \beta_n \tau = A_n \sin \frac{2\pi}{\lambda_n} \xi \cos \frac{2\pi}{\lambda_n} v_n \tau = \tag{10}$$

$$= \frac{A_n}{2} \sin \frac{2\pi}{\lambda_n} (\xi - v_n \tau) + \frac{A_n}{2} \sin \frac{2\pi}{\lambda_n} (\xi + v_n \tau)$$

Les éq. (10) montrent que chaque onde stationnaire peut être décomposée en une onde progressive et une onde régressive.

La présence des unes est liée à celle des autres. Elles ont des longueurs d'onde égales et même amplitude; leurs constantes de phase sont opposées.

Les harmoniques sont d'ordre impair; leur longueur d'onde est:

$$\lambda_n = \frac{4}{n} = \frac{2\pi}{b_n} \tag{11}$$

En particulier, la première harmonique ($n = 1$) a la longueur d'onde $\lambda_1 = 4$, c'est-à-dire elle oscille en quart d'onde.

La vitesse de propagation des harmoniques est:

$$v_n = \frac{\beta_n}{b_n} = \frac{\lambda_n}{T_n} = \frac{1}{\sqrt{1+(b_{n/\alpha})^2}} = \sqrt{1-\frac{\beta_n^2}{\beta_K^2}} \tag{12}$$

En augmentant l'ordre de l'harmonique, la vitesse diminue et devient nulle pour $n = \infty$, c'est-à-dire, comme nous l'indiquons plus bas, pour la fréquence critique f_K de pulsation β_K (voir fig. 8).

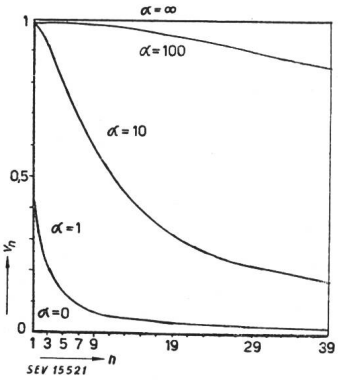

Fig. 8
Vitesse de propagation des harmoniques en fonction de l'ordre n

La pulsation de l'harmonique d'ordre n est

$$\beta_n = \frac{b_n}{\sqrt{1+(b_{n/\alpha})^2}}; \tag{13}$$

en augmentant l'ordre n de l'harmonique, elle tend vers une valeur finie, *la pulsation critique:*

$$\beta_K = \lim_{n\to\infty} \beta_n = \alpha \tag{14}$$

de période $T_K = 2\pi/\alpha$ appelée «période critique» (voir fig. 9) [5]).

Nous ne parlerons pas ici du thème de la fréquence critique, car d'autres ouvrages ont été publiés à ce sujet (voir p. ex. [5] et [6]). Nous désirons simplement rappeler que le réseau récurrent considéré se comporte comme un filtre dont la constante d'affaiblissement est nulle pour $0 < f < f_K$, infinie pour $f = f_K$ et décroissante pour $f > f_K$; la constante d'affaiblissement tend vers la limite $\sqrt{\frac{C'}{K'}}$ pour f tendant vers l'infini. Or, nous avons déjà vu plus haut que nous ne pouvons pas avoir de fréquence d'oscillation libre supérieure à la fréquence critique; par conséquent, celle-ci représente, au point de vue physique, une fréquence de coupure.

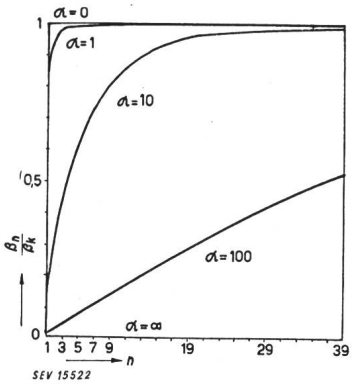

Fig. 9
Pulsation des harmoniques en fonction de l'ordre n

Observation: Les différentes grandeurs qui apparaissent dans les expressions employées ne sont pas indépendantes les unes des autres. Leur corrélation, indiquée déjà dans les paragraphes précédents, peut être également exprimée par des relations déduites de celles qui sont sus-mentionnées.

Ainsi, un réseau récurrent, du type schématisé à la fig. 1, est déterminé de manière univoque par quatre des grandeurs suivantes:

$$L'\ C'\ K'\ L\ C\ K\ l\ v\ \alpha\ T_l\ T_K\ \beta_K\ f_K$$

p. ex. les courbes des fig. 5, 11, 12 et 13 sont valables pour $\alpha = 10$, lorsque la tension incidente a une durée de front déterminée, et le réseau récurrent trois grandeurs variables.

4. Tension de choc de front de durée finie

Dans le paragraphe précédant, nous avons examiné le cas où la tension de choc incidente est de front de durée nulle (c'est-à-dire de raideur infinie); nous étudions ici le cas où la tension de choc a un front de durée finie (de raideur finie), égale à T_s; elle diffère seulement en cela de l'onde dont

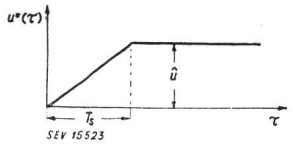

Fig. 10
Tension de choc u^* de front de durée finie T_s

nous nous sommes occupés précédemment, c'est-à-dire (voir fig. 10):

$$\begin{aligned} 0 \leqq \tau \leqq T_s \qquad & u^*(\tau) = \hat{u}\,\frac{\tau}{T_s} \\ T_s \leqq \tau \leqq \infty \qquad & u^*(\tau) = \hat{u} = \text{const.} \end{aligned} \tag{15}$$

[5]) La pulsation critique, en fonction de t et non de τ (cf. note 4), est $\frac{\alpha}{T_l} = \frac{1}{\sqrt{L'K'}}$

a) Généralisation des résultats obtenus par Wagner pour un front de durée quelconque [6])

Pour calculer la répartition de tension dans le réseau récurrent, donnée par l'onde de front de durée finie, appliquons l'intégrale de *Duhamel:*

$$u(\xi, \tau) = \int_0^{\tau} \dot{u}^*(\zeta) \cdot u_1(\tau - \zeta)\, d\zeta \qquad (16)$$

où u_1 est la tension au point ξ et à l'instant τ sous l'action de la tension de choc $\hat{u} = 1$ V, de front de durée nulle;

$u(\xi, \tau)$ est la tension au point ξ et à l'instant τ sous l'action de la tension de choc $u^*(\tau)$;

$$\dot{u}^*(\tau) = \frac{d\, u^*(\tau)}{d\, \tau};$$

ζ est une variable auxiliaire de temps. En tenant compte que u_1 est donnée par l'éq. (5) et $u^*(\tau)$ par l'éq. (15), nous obtenons ainsi les solutions suivantes:

$\tau \leqq T_s$

$$u = \hat{u}\left[\frac{\tau}{T_s} - \sum_{n=1}^{n=\infty} B_n \sin b_n \xi \quad \sin \beta_n \tau\right] \qquad (17)$$

$$\text{où } B_n = \frac{A_n}{\beta_n T_s};$$

$\tau \geqq T_s$

$$u = \hat{u}\left[1 - \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n \sin b_n \xi \quad \cos \beta_n\left(\tau - \frac{T_s}{2}\right)\right] \qquad (18)$$

$$\text{où } C_n = A_n \frac{\sin \frac{T_s}{2} \beta_n}{\frac{T_s}{2} \beta_n}$$

b) Discussion des résultats

Examinons maintenant le phénomène transitoire dû à la tension de choc de front de durée finie, en étudiant les éq. (17) et (18), soit analytiquement, soit graphiquement, à l'aide des courbes des fig. 11, 12 et 13 (tracées pour $\alpha = 10$ et pour différents T_s).

L'éq. (5) est une solution particulière des éq. (17) et (18); ces dernières représentent la solution générale.

Ainsi, en passant à la limite de l'éq. (18), pour T_s tendant vers zéro, nous obtenons:

$$\lim_{T_s \to 0} u = \lim_{T_s \to 0} \hat{u}\left[1 - \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n \sin b_n \xi \cos \beta_n\left(\tau - \frac{T_s}{2}\right)\right] =$$

$$= \hat{u}\, u_1, \text{ car } \lim_{T_s \to 0} C_n = A_n \qquad \text{c. q. f. d.}$$

[6]) *Einhorn* [3] a étudié, entre autres, le problème traité dans le présent article. Il prend en examen une tension de choc à front exponentiel, et déduit une relation exprimant la pente de la tension dans le réseau récurrent: mais, ne déduisant rien d'intéressant de la relation susmentionnée, il préfère s'occuper du problème au point de vue expérimental.

Les éq. (17) et (18) sont composées d'une infinité de termes, dont chacun représente une onde

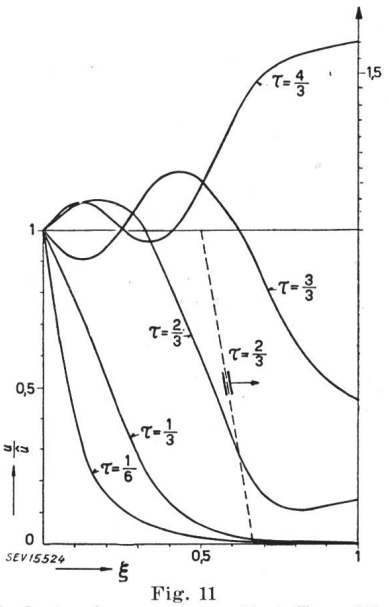

Fig. 11
Répartition de la tension pour $\alpha = 10$ et $T_s = 1/6$ en fonction de τ et de ξ
(Tension de choc u^* de front de durée finie)

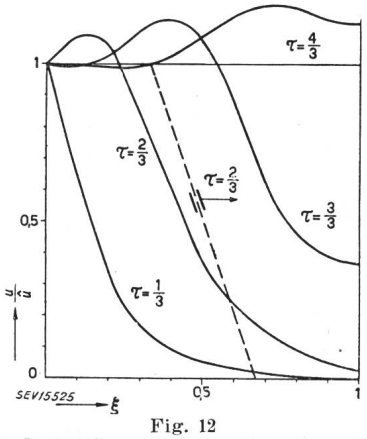

Fig. 12
Répartition de la tension pour $\alpha = 10$ et $T_s = 1/3$ en fonction de τ et de ξ
(Tension de choc u^* de front de durée finie)

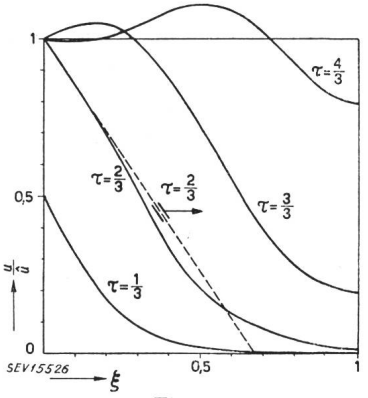

Fig. 13
Répartition de la tension pour $\alpha = 10$ et $T_s = 2/3$ en fonction de τ et de ξ
(Tension de choc u^* de front de durée finie)

stationnaire; les observations faites, dans le paragraphe 3c, sur la longueur d'onde, la vitesse de propagation, la pulsation et la fréquence critique sont valables pour chacun d'eux.

Il est intéressant de noter que l'on ne peut plus, pour $T_s \neq 0$, considérer comme phénomènes distincts la période de charge et la période des oscillations. En effet, pour $\tau = 0$ (et $T_s \neq 0$), la tension incidente a une valeur nulle sur tout l'enroulement (elle rejoint son maximum seulement pour $\tau = T_s$).

Comparons les éq. (17) et (18) avec l'éq. (5): la solution obtenue pour $T_s = 0$ diffère de celle obtenue pour $T_s \neq 0$, parce que chaque harmonique de cette dernière est multipliée par le facteur

$$\left| \frac{\sin \frac{T_s}{2} \beta_n}{\frac{T_s}{2} \beta_n} \right| = \left| \frac{C_n}{A_n} \right| \leqq 1 \qquad (19)$$

et a un déphasage constant $= \frac{T_s}{2}$

Il est difficile de déduire directement, des éq. (17) et (18), les particularités des fonctions qu'elles représentent; il convient plutôt de les dessiner pour les étudier [7]).

c) Gradient de tension (Pente)

Nous obtenons, des éq. (17) et (18), la valeur du gradient de tension $\frac{du}{d\xi}$.

Ainsi (17) donne pour $\tau \leqq T_s$:

$$\frac{du}{d\xi} = S = -\hat{u} \sum_{n=1}^{n=\infty} D_n \cos b_n \xi \ \sin \beta_n \tau \qquad (20)$$

$$\text{où } D_n = A_n \frac{b_n}{T_s \beta_n} = B_n b_n$$

et (18) donne pour $\tau \geqq T_s$:

$$\frac{du}{d\xi} = S = -\hat{u} \sum_{n=1}^{n=\infty} E_n \cos b_n \xi \ \cos \beta_n \left(\tau - \frac{T_s}{2}\right) \qquad (21)$$

$$\text{où } E_n = C_n b_n$$

Des éq. (20) et (21), on déduit que le gradient est maximum pour $\xi = 0$, c'est-à-dire à l'entrée de la machine; les courbes des fig. 11, 12 et 13 le confirment également.

(Dans un réseau récurrent, tant qu'il n'existe aucune liaison d'induction mutuelle, la pente maximum est toujours dans les premiers éléments [3]).

Les éq. (20) et (21) pour $\xi = 0$ donnent:

$$\tau \leqq T_s \qquad S = -\hat{u} \sum_{n=1}^{n=\infty} D_n \sin \beta_n \tau \qquad (22)$$

$$\tau \geqq T_s \qquad S = -\hat{u} \sum_{n=1}^{n=\infty} E_n \cos \beta_n \left(\tau - \frac{T_s}{2}\right) \qquad (23)$$

Nous devons encore déterminer l'instant $\tau = \tau_M$ pour lequel la pente est maximum [soit relativement au temps, soit relativement à l'espace ($\xi = 0$)].

Pour trouver la valeur de τ_M on s'est servi de méthodes graphiques et analytiques, en calculant tout d'abord S pour différents instants et différentes durées de front, et en cherchant ensuite l'instant τ_M pour lequel S est maximum.

Lorsque $\alpha = 3$ à 100 il résulte que

$$\begin{array}{ll} \text{pour } T_s \leqq 0{,}44\ T_K & \tau_M = T_s \\ \text{pour } T_s \geqq 0{,}44\ T_K & \tau_M = 0{,}44\ T_K \end{array} \qquad (24)$$

Observation. L'instant τ_M pour lequel nous avons la pente maximum ne peut donc être plus grand que T_s: par conséquent, pour la calculer, il faut se servir de l'éq. (22), qui est toujours valable.

d) Formule approchée pour le calcul du gradient maximum de tension (S_m)

En nous servant de l'éq. (22), nous calculons la valeur du gradient maximum de tension S_m (c'est-à-dire la pente pour $\xi = 0$ et $\tau = \tau_M$)

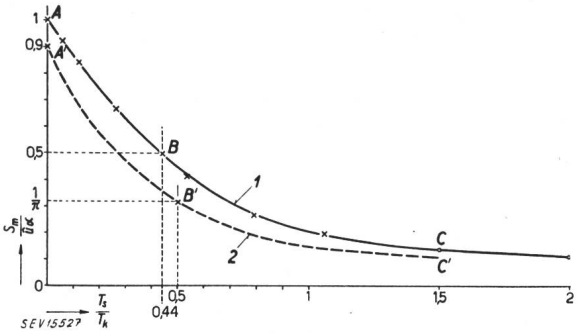

Fig. 14
Gradient de la tension en fonction des grandeurs caractéristiques de l'enroulement et de la tension de choc

pour différentes valeurs de T_s et de α, et dessinons ensuite (fig. 14, courbe $A\,B\,C$) la fonction

$$\frac{S_m}{\hat{u}\,\alpha} = F\left(\frac{T_s}{T_K}\right) \qquad (25)$$

qui est indépendante du facteur α.

La courbe obtenue peut être considérée, avec une bonne approximation, comme divisible en deux parties: l'une exponentielle (A–B) et l'autre hyperbolique (B–C). Le point B, passage de la partie exponentielle à la partie hyperbolique, a pour abscisse $\frac{T_s}{T_K} = 0{,}44$ et pour ordonnée $\frac{S_m}{\hat{u}\,\alpha} = 0{,}5$.

Ainsi, nous pouvons substituer à la courbe réelle une courbe qui en suit approximativement le tracé, et qui est exprimée analytiquement par les équations suivantes:

$$\frac{S_m}{\hat{u}\,\alpha} = e^{-\frac{\pi}{2}\frac{T_s}{T_K}} \qquad (26)$$

pour $0 \leqq T_s \leqq 0{,}44\ T_K$;

$$\frac{S_m}{\hat{u}\,\alpha} = \frac{1}{2}\,\frac{0{,}44\ T_K}{T_s} \qquad (27)$$

pour $0{,}44\ T_K \leqq T_s \leqq \infty$

On peut aussi écrire l'éq. (27) de la manière suivante:

---

[7]) Une partie des calculs numériques fut effectuée par *W. Sax.*

$$S_m = 1{,}39 \frac{\hat{u}}{\lambda_s} \qquad (28)$$

où $\lambda_s = T_s =$ longueur d'onde de la tension de choc incidente [8]).

Les éq. (26) et (27) montrent clairement quelle est l'influence de la durée du front de la tension de choc incidente, sur la pente maximum de la tension dans l'enroulement, c'est-à-dire sur la sollicitation maximum des spires. Nous avons ainsi non seulement une donnée qualitative, mais aussi une donnée quantitative.

La pente maximum de tension dépend d'éléments soit internes, soit externes, par rapport à la machine, c'est-à-dire du facteur $\alpha = l \sqrt{\frac{C'}{K'}}$ (subdivision des capacités) et du rapport $\frac{T_s}{T_K}$ de la durée du front à la période critique (et non pas seulement de la durée du front de la tension de choc incidente).

Si l'on augmente la durée du front jusqu'à 0,44 T_K, la sollicitation maximum diminue tout d'abord rapidement, puis lentement. En pratique, les ondes ont des durées de front très petites, mais finies. On déduit des éq. (26) et (27) qu'il y a une diminution de sollicitation sensible et immédiate dès que la durée de front augmente (à partir de zéro).

5. Ondes stationnaires et ondes mobiles

Il est bien connu que la théorie des ondes stationnaires est équivalente, au point de vue mathématique, à celle des ondes mobiles.

L'une ou l'autre peut être plus ou moins apte à résoudre des problèmes différents, ou capable de donner une bonne image d'un phénomène déterminé.

Mais il est certain qu'en se servant de l'une ou de l'autre théorie, un problème déterminé (c'est-à-dire un problème dont les hypothèses sont définies de façon précise) aura en général une seule et même solution; celle-ci est transformable, tout en restant équivalente, que l'on suive l'une ou l'autre méthode.

Rüdenberg [4] s'est intéressé au problème des phénomènes oscillatoires, surgissant dans une machine électrique soumise à une tension de choc de front de durée nulle, en se servant d'un schéma de principe (fig. 1) identique au nôtre et en appliquant la théorie des ondes mobiles.

Il obtient aussi une solution simple, qui donne une image suggestive de la tension de choc entrant dans un réseau récurrent. Il fit également quelques remarques à propos de l'influence de la durée du front de la tension de choc incidente sur le gradient de tension.

Wellauer [5] reprend l'argument et le complète, en suivant la route tracée par *Rüdenberg*. Il obtient une solution très analogue à la nôtre, quoiqu'un peu différente (fig. 14, courbe $A' B' C'$). Nous confronterons avant tout sa solution et la nôtre, en faisant ensuite quelques considérations sur l'origine probable des divergences.

Nous reportons, l'une à côté de l'autre, les deux courbes $\frac{S_m}{\hat{u}\,\alpha} = F\left(\frac{T_s}{T_K}\right)$ qui proviennent des deux méthodes différentes (fig. 14).

Comparons directement ci-dessous les deux résultats:

Solutions, suivant la théorie des ondes mobiles	Solutions, suivant la théorie des ondes stationnaires
La courbe $S_m = \hat{u}\,\alpha\, F\left(\frac{T_s}{T_K}\right)$ est composée de deux parties: 1° une exponentielle 2° une hyperbolique	
Pour $\frac{T_s}{T_K}$ quelconque, S_m déduit à l'aide de la théorie des ondes mobiles a des valeurs inférieures à celles déduites à l'aide de la théorie des ondes stationnaires.	
pour $T_s \geqq 0{,}5\ T_K$: pente maximale $S_m = \frac{\hat{u}}{\lambda_s} =$ pente de la tension de choc	pour $T_s \geqq 0{,}44\ T_K$: pente maximale $S_m = 1{,}39 \frac{\hat{u}}{\lambda_s} =$ pente de la tension de choc

Au point de vue strictement théorique, nous pourrions supposer que les résultats, en tant que solution d'un problème déterminé, résolu par deux méthodes différentes, mais équivalentes, devraient être les mêmes. Nous confrontons en réalité *deux solutions approchées*, et non *deux solutions exactes;* ceci explique et justifie, à notre avis, les analogies ainsi que les divergences mentionnées.

En adoptant *la méthode des ondes stationnaires*, nous avons suivi une voie rigoureuse, mais nous nous sommes servis en partie de procédés graphiques, et nous n'avons pas pu tenir compte du nombre infini d'harmoniques; la tension de choc a un front linéaire.

En appliquant *la théorie des ondes mobiles*, *Rüdenberg* et *Wellauer*, dans le désir de trouver une voie plus simple, durent absolument faire des approximations, entre autres supposer que le déphasage des harmoniques est nul (c'est-à-dire considérer la vitesse de propagation constante pour toute la bande de fréquence comprise entre la fréquence nulle et la fréquence critique) et se servir d'expressions approchées pour exprimer le sinus intégral. Puis *Wellauer* [5] suppose que la tension incidente a la forme d'un sinus intégral (qui comprend les fréquences variant de zéro à une fréquence déterminée).

[8]) En fonction de x et t (cf. note 4) $\lambda_s(x, t) = v\, T_s\,(x, t)$

Toutefois, nous pensons que notre approximation s'écarte moins que l'autre de la réalité, car il ne nous semble pas juste que l'onde pour $T_s \geqq 0{,}5\, T_K$, entre sans déformation dans l'enroulement [5]. En effet, comme nous l'avons vu plus haut, l'onde traverse le réseau récurrent en subissant *toujours* (sauf pour $\alpha = \infty$) une déformation, quand la tension de choc a un front de durée nulle; quelle que soit la forme de l'onde, le résultat est certainement le même.

Au point de vue pratique, l'examen des deux solutions, ainsi que la comparaison des mesures de *Wellauer* [5] prouve que les résultats obtenus par les deux méthodes concordent d'une manière satisfaisante [9]).

[9]) *Norris* [7], dans son travail «The ligthning strength of power transformers», paru après l'envoi en rédaction du présent article, étudie la même question, en suivant la théorie des ondes mobiles. Il obtient une solution, laquelle, bien que d'approximation plus grossière, concorde passablement avec celle de Wellauer [5] et avec la nôtre.

Bibliographie

[1] *Wagner, Karl Willy:* Das Eindringen einer elektromagnetischen Welle in eine Spule mit Windungskapazität. Elektrotechn. u. Maschinenbau t. 33(1915), n° 8, p. 89...92, et n° 9, p. 105...108.

[2] *Fraenckel, Alfred:* Theorie der Wechselströme. Berlin, 1930. p. 254 ff.

[3] *Einhorn, Heinz:* Einschwingvorgänge in Spulen. Diss. TH Berlin, 1933.

[4] *Rüdenberg, Reinhold:* Performance of Travelling Waves in Coils and Windings. Electr. Engng. Trans. Sect. t. 59(1940), p. 1031 ff.

[5] *Wellauer, Max:* Die Spannungsbeanspruchung der Eingangsspulen von Wicklungen beim Auftreten von Stoßspannungen verschiedener Steilheit. Bull. ASE t. 38 (1947), n° 21, p. 655...665.

[6] *Flegler, E.:* Spule und Wanderwelle. Arch. Elektrotechn. t. 25(1931), n° 1, p. 35...72.

[7] *Norris, E. T.:* The ligthning strength of power transformers. J. Instn. Electr. Engr"., Part II, t. 95(1948), n° 46, p. 389...401.

Adresse de l'auteur:
Dr. Ing. *F. Jalla*, Bahnhaldenstrasse 4, Zürich 52.

Die Wirtschaftlichkeit von Drehstrom-Hochleistungsübertragungen mit Betriebsspannungen von 110...440 kV*)

Von *E. Senn*, Innsbruck

621.315.1.025.3

Durch eine systematische Untersuchung im Bereiche der Betriebsspannungen von 110...440 kV und zusammenhängend damit im Bereiche der praktisch in Frage kommenden Leiterquerschnitte soll eine übersichtliche Darstellung der Kosten von Hochleistungsübertragungen erreicht werden. Daraus ergibt sich auch ein übersichtliches Verfahren zur Ermittlung der wirtschaftlichsten Ausführung.

Une étude systématique du domaine des tensions d'exploitation de 110 à 440 kV et des sections de conducteurs entrant pratiquement en considération doit permettre de se rendre nettement compte du coût des lignes de transport d'énergie électrique de grande puissance et de déterminer plus facilement quelle est l'exécution la plus économique.

Allgemeines

Wir gehen bei diesen Untersuchungen von einer Grundthese aus, die *Piloty* [1] [1]) folgendermassen formulierte:

«Wirtschaftliche Untersuchungen von Fernleitungsprojekten beziehen sich stets in erster Linie auf die Ermittlung der Fernleitungskosten. Diese setzen sich zusammen aus den Anlagekosten sowie aus den Kosten für die Verluste und verursachen eine Verteuerung der Einheit der elektrischen Arbeit.»

Daher muss man folgerichtig die jährlich anfallenden Kosten für die Anlage und für die Verluste ermitteln und durch die jährlich übertragene Energiemenge dividieren.

Es ist zuerst festzulegen, auf welche Grundlagen wir alle Berechnungen beziehen wollen.

Unsere Wahl fiel darauf, die übertragene *Leistung* (Höchstleistung) als Bezugsgrösse zu wählen, denn die Anlagekosten hängen direkt mit der übertragenen Leistung überhaupt nicht zusammen und die Verlustleistungen lassen sich daraus schnell berechnen, ebenso die übertragene Energiemenge, wenn die Vollastbenützungsdauer bekannt ist. Weil aber gerade die Vollastbenützungsdauer, bei der die gleichen Verluste auftreten wie beim tatsächlichen Belastungsverlauf, sehr schwer im vorhinein festzulegen ist, unterteilen wir die Rechnung in zwei Arbeitsgänge. Im ersten Arbeitsgang stellen wir die *billigste* überhaupt mögliche Leitungsausführung in Abhängigkeit von der Übertragungsleistung fest; im zweiten Arbeitsgang nehmen wir eine bestimmte Vollastbenützungsdauer an (z. B. 12-Stundentag) und ermitteln die Fernleitungskosten pro übertragene Kilowattstunde. Ändert sich die Vollastbenützungsdauer, so lässt sich dies, wie wir sehen werden, durch eine einfache Änderung des Maßstabes berücksichtigen; man braucht aber diese unsichere Grösse nicht während des ganzen Rechnungsganges mitzuschleppen.

Die angeführten Überlegungen gelten für den Fall, dass von einem Kraftwerk die Energie über eine einzige Leitung fortgeschafft wird. Handelt es sich bei der Errichtung einer Leitung um die Erweiterung eines bestehenden Netzes, so sind noch andere Überlegungen nötig, die von Fall zu Fall verschieden sind. Beispielsweise wird durch eine neue Leitung meistens nicht nur ein neues Absatzgebiet erschlossen, sondern es werden im ganzen bessere Preise erzielt, besonders wenn durch die neue Leitung die Abhängigkeit von einem einzigen Abnehmer aufgehoben ist. Auf derartige Probleme soll hier nicht eingegangen werden, sondern wir

*) Nach einem Vortrag des Verfassers im Österreichischen Ingenieur- und Architekten-Verein Wien.

[1]) Siehe Literatur am Schluss.