

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 38 (1947)

**Heft:** 21

**Artikel:** Die Spannungsbeanspruchung einer Eingangsspule von Wicklungen beim Auftreten von Stossspannungen verschiedener Steilheit

**Autor:** Wellauer, M.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1061448>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 05.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Die Spannungsbeanspruchung der Eingangsspulen von Wicklungen beim Auftreten von Stoßspannungen verschiedener Steilheit

Von M. Wellauer, Zürich

621.3.015.33 : 621.313.045

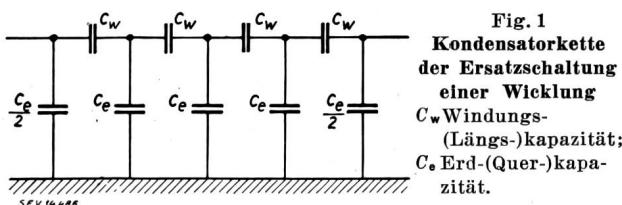
*Bei der Konstruktion elektrischer Maschinen und Transformatoren ist es wichtig, die Grösse der Windungsspannungen zu kennen, die z. B. beim Auftreten von Gewitterüberspannungen entstehen können. Der Autor entwickelt, ausgehend von den einfacheren Verhältnissen einer Zweifachspule, die für die Praxis geeigneten Berechnungsgrundlagen. Anschliessend wird durch Messergebnisse die Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis nachgewiesen.*

*Pour la construction de machines électriques et de transformateurs, il est important de connaître la valeur des tensions entre spires, qui peuvent se présenter par exemple lors de l'apparition de surtensions atmosphériques. Partant du cas le plus simple d'une bobine composée de deux spires, l'auteur établit les bases d'un calcul pratique. Les résultats de mesures prouvent que la théorie concorde bien avec la pratique.*

### 1. Einleitung

Für die Kenntnis der Sicherheit der Maschinenisolation gegenüber Gewitterüberspannungen ist es nötig, sich über die Spannungsbeanspruchungen zwischen den Windungen beim Eintreffen einer Stoßspannung am Eingang der Wicklung ein genaues Bild zu machen. Nur bei Kenntnis der dabei auftretenden Windungsspannungen kann der Konstrukteur die Windungsisolation richtig bemessen. Es ist allgemein bekannt, dass die Beanspruchungen um so gefährlicher sind, je steiler die ankommende Ueberspannung ist. Bekannt ist auch, dass die Steilheit der ankommenden Stoßspannung beim Einziehen in die Wicklung abgeflacht wird. Langsam ansteigende Stoßspannungen sind für die Windungsisolation ungefährlich. Diese allgemeinen Vorstellungen nützen aber nicht viel, wenn die Beziehungen zwischen der Stirnzeit, der Grösse der Windungsspannungen und den Eigenschaften der Wicklung nicht bekannt sind. Es ist der Zweck der vorliegenden Arbeit, diese Zusammenhänge der Rechnung zugänglich zu machen.

Die Windungsspannungen lassen sich einigermaßen genau berechnen, wenn ein Rechteckstoss, d. h. eine Stoßspannung mit der Stirnzeit Null und unendlich langem Rücken auf die Wicklung trifft. Für diesen Fall stellt die Wicklung einen Kettenleiter dar, bestehend aus Windungs- und Erdkapazitäten, wie dies Fig. 1 zeigt. Die Spannungsverteilung längs



der Wicklung ist dann ganz ähnlich wie z. B. in einem Hängeisolator und lässt sich einfach berechnen. Natürlich sind die Längs-(Windungs-) und Quer-(Erd-)kapazitäten nicht so einfach zu bestimmen wie bei einem Hängeisolator. Aber bei gleichmässigen Wicklungen, z. B. der eines Generators mit Einlagenspulen, lassen sich die Windungs- und Erdkapazitäten doch praktisch genügend genau berechnen. Bei bekannter Erd- und Windungskapazität kann die Spannungsverteilung längs der Wicklung einfach berechnet werden und man erhält, wenn  $U_0$  die Höhe des auftreffenden Rechteckstosses ist:

bei isoliertem Ende der Wicklung,

$$u_{m,0} = U \frac{\cosh(n-m)g}{\cosh ng} \quad (1)$$

bei geerdetem Ende der Wicklung,

$$u_{m,0} = U \frac{\sinh(n-m)g}{\sinh ng} \quad (2)$$

$U$  berechnet sich aus dem Reflexionsgesetz

$$U = U_0 Z_m / (Z + Z_m) \quad (3)$$

wo  $Z$  und  $Z_m$  die Wellenwiderstände der Leitung bzw. der Wicklung sind.

In (1) und (2) ist  $n$  die totale Windungszahl der Wicklung pro Strang.  $m$  gibt die Windungsnummer an, gezählt vom Wicklungsanfang ( $m=0$ ) an. Den Uebertragungsfaktor  $g$  erhält man aus

$$\cosh g = 1 + c_e / 2 c_w \quad (4)$$

wo  $c_e$  die Erdkapazität (pro Windung) und  $c_w$  die Windungskapazität sind. Da das Produkt  $ng$  praktisch immer viel grösser als 1 ist, lässt sich schon für  $ng > 4$  der folgende einfache Ausdruck für die grösste Windungsspannung, die an der ersten Windung auftritt, gewinnen:

$$u_{w1max} = U (1 - e^{-g}) \quad (5)$$

Für kleine Werte von  $c_e/2c_w$  kann man die Windungsspannung  $u_{w1}$  an der ersten Windung aus (4) und (5) wie folgt angenähert berechnen. Es ist

$$\cosh g = 1 + c_e / 2 c_w \approx 1 + g^2 / 2 \quad (4a)$$

Dadurch wird  $g \approx \sqrt{c_e/c_w}$  und

$$u_{w1max} \approx U (1 - e^{-g}) \approx U [1 - (1 - g)] \approx U \sqrt{c_e/c_w} \quad (6)$$

Diese einfachen Ausdrücke sind nur gültig für einen Rechteckstoss.

In Netzen treten nun keine Rechteckstosse auf und auch im Laboratorium sind Stoßspannungen mit Stirnzeiten von  $0,1 \mu s$  und weniger sehr schwer herzustellen. Auch bei Ueberschlägen, d. h. bei abgeschnittenen Stoßspannungen erhält man Stirnzeiten von mehr als  $0,2 \mu s$ . Wie man aber sehen wird, kommt es bei der Windungsbeanspruchung weniger auf die absoluten Werte der Stirnzeit an, sondern darauf, in was für einem Verhältnis diese Stirnzeit zu den Eigenschaften der Wicklung steht.

## 2. Die Zweiwindungsspule

Die genaue rechnerische Behandlung einer Spule (Wicklung) mit vielen Windungen mit Selbst- und gegenseitiger Induktivität und mit Windungs- und Erdkapazität ist schwierig und umständlich, weil man die magnetischen Verkettungen nicht mehr vernachlässigen kann. Die Wicklung erscheint als schwingungsfähiges Gebilde, das durch einen Spannungsstoss in Eigenschwingungen gerät. Die Stärke dieser Anregung hängt natürlich von der Form der Stoßspannung ab, in erster Linie von ihrer Steilheit, d. h. der Länge der Stirnzeit. Aus diesen Gründen soll zuerst versucht werden, ob man aus der Berechnung der Windungsspannungen an einer Zweiwindungsspule einige Feststellungen machen kann, die für die Kenntnis der Verhältnisse bei Spulen mit vielen Windungen nützlich sind.

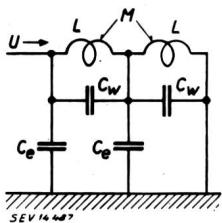


Fig. 2  
Ersatzschaltung für die Zweiwindungsspule  
U angelegte Stoßspannung;  
L Selbstinduktivität einer Windung;  
M gegenseitige Induktivität;  
C<sub>w</sub> Windungskapazität;  
C<sub>e</sub> Erdkapazität.  
SEV 14487

Bei der Zweiwindungsspule (Fig. 2) sei  $L$  die Induktivität einer Windung und  $M$  die gegenseitige Induktivität zwischen den beiden Windungen,  $C_w$  die Windungskapazität und  $C_e$  die Erdkapazität jeder Windung. Die Stoßspannung zwischen Anfang und Ende der Spule soll die Form einer exponentiell ansteigenden Spannung der Höhe  $U$  mit der Zeitkonstanten  $T$  und unendlich langem Rücken haben (Fig. 3). Sie entspricht der Gleichung

$$u = U (1 - e^{-t/T}) \quad (7)$$

$T$  ist ein Mass für die Stirnzeit dieser Stoßspannung. Bezeichnet man die Stirnzeit (oft auch Frontdauer

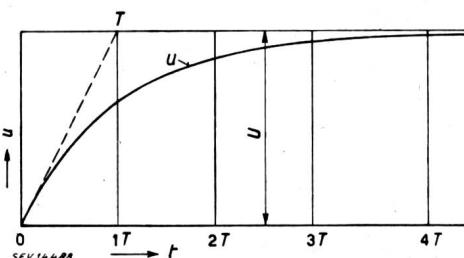


Fig. 3

Stoßspannung mit exponentiellem Anstieg  
 $u$  Stoßspannung, gemessen zwischen Anfang und Ende der Wicklung;  $U$  Maximalspannung;  $T$  Zeitkonstante;  $t$  Zeit.  
SEV 14488

genannt) mit  $T_s$  und berücksichtigt man deren Definition<sup>1)</sup>, so erhält man

$$T_s = 2,74 T \quad (8)$$

Für eine solche Stoßspannung lassen sich die Windungsspannungen genau berechnen und man erhält z. B. für die Windungsspannung der ersten Windung (siehe Anhang)

<sup>1)</sup> Regeln für Spannungsprüfungen, SEV Publ. Nr. 173.

$$u_{w1} = \frac{U}{2} (1 + A_1 \cos 2\pi t/T_k + A_2 \sin 2\pi t/T_k + A_3 e^{-t/T_k}) \quad (9)$$

Die Koeffizienten  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  sind nur abhängig vom Kapazitätsverhältnis  $C_w/C_e$  und vom Verhältnis  $T/T_k$ .  $T_k$  ist die Periode der Eigenschwingung der Spule, die aus später erkennbaren Gründen als «kritische Periode» bezeichnet und aus dem folgenden Ausdruck (10) berechnet wird.

$$T_k = 2\pi \sqrt{\left(\frac{C_e}{2} + C_w\right) L (1 - \mu)} \quad (10)$$

wo  $\mu = M/L$  die Verkettung der beiden Windungen angibt. Das Verhältnis  $T/T_k$  setzt also die Zeitkonstante der Stoßspannung in Beziehung zur Periode der Eigenschwingung der Spule. Bei gegebenem Kapazitäts-Verhältnis  $C_w/C_e$  werden die Windungsspannungen nur durch das Verhältnis  $T/T_k$  bestimmt, wie dies aus den folgenden Fig. 4 bis 8 für ein Verhältnis  $C_w/C_e = 1$  gut zu erkennen ist.

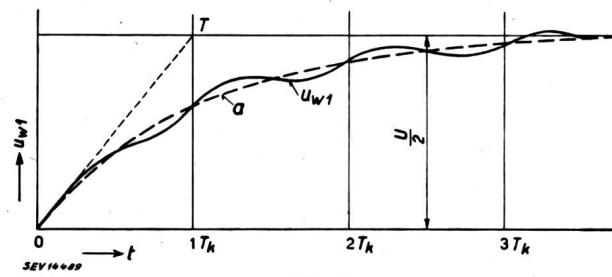


Fig. 4  
Zeitlicher Verlauf der Windungsspannung der ersten Windung  
(für den Fall  $T/T_k = 1$ )

$u_{w1}$  Windungsspannung;  $a$  Exponentielle Kurve des mittleren Spannungsanstiegs;  $U$  angelegte Stoßspannung;  $T$  Zeitkonstante;  $T_k$  Eigenschwingungsperiode;  $t$  Zeit.

Fig. 4 zeigt den zeitlichen Verlauf der Windungsspannung  $u_{w1}$  für ein Verhältnis  $T/T_k = 1$ , d. h. die Stirnzeit der Stoßspannung ist gleich gross wie die kritische Periode der angeregten Eigenschwingung der Spule. Die exponentiell ansteigende Kurve  $a$  entspricht einer Spannung, die ohne jede Schwingung

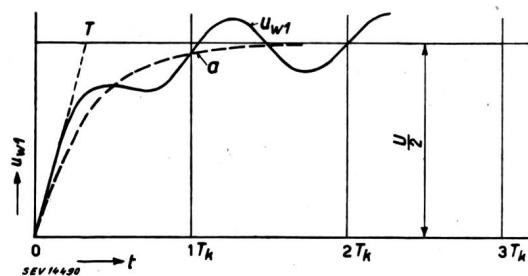


Fig. 5  
Zeitlicher Verlauf der Windungsspannung der ersten Windung  
(für den Fall  $T/T_k = \frac{1}{2}$ )  
Bezeichnungen wie in Fig. 4

vom Anfangszustand Null in den Endzustand übergeht, bei dem die Spannung einer Windung natürlich gleich der halben totalen Spannung  $\frac{U}{2}$  sein muss. Man sieht, dass die Windungsspannung  $u_{w1}$  schwach um diesen exponentiellen Anstieg schwingt.

Die Periode dieser Schwingung ist  $T_k$ . Die Windungsspannung der zweiten Windung  $u_{w2}$  sieht ähnlich aus, nur befindet sich die überlagerte Schwingung in Phasenopposition (siehe Fig. 6 und 7). Die

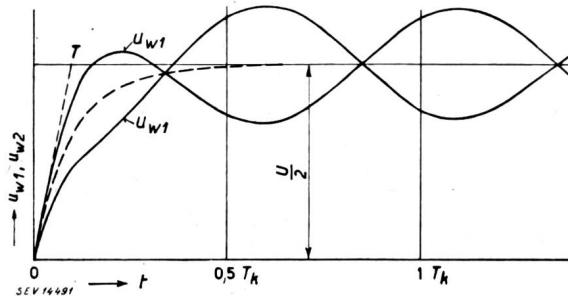


Fig. 6  
Windungsspannung einer Zweiwindungsspule  
( $T/T_k = 0,1$ )

Bezeichnungen wie in Fig. 4

folgenden Fig. 5 und 6 zeigen die Windungsspannungen für Verhältnisse  $T < T_k$ , d. h. für kürzere Stirnzeiten als die Periode  $T_k$  der Eigenschwingung der Spule, bei denen die überlagerte Schwingung immer ausgeprägter wird. Fig. 7 enthält die Windungsspannungen für einen Rechteckstoss. Natürlich ist das Ersatzschema der Spule für sehr kurze Stirnzeiten nicht mehr brauchbar<sup>2)</sup>. Trotzdem erhalten wir aus

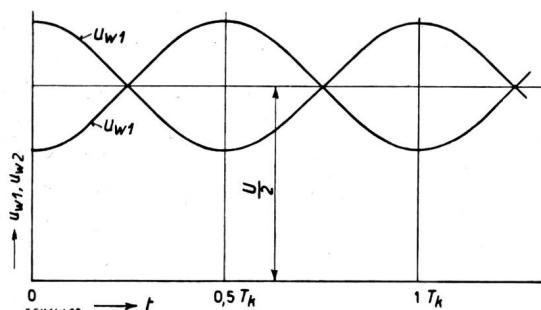


Fig. 7  
Windungsspannungen einer Zweiwindungsspule  
( $T = 0$ )

Bezeichnungen wie in Fig. 4

Gleichung (9) den richtigen, durch die kapazitive Spannungsteilung bestimmten Wert der Windungsspannungen. Für  $T = 0$  ist

$$u_{w \max} = U \frac{C_e + C_w}{C_e + 2 C_w} \quad (11)$$

Fig. 8 gibt den Verlauf der Maximalwerte der Windungsspannungen in Abhängigkeit von  $T/T_k$  für zwei Kapazitätsverhältnisse  $C_w/C_e$  wieder.

Aus der Berechnung der Zweiwindungsspule kann man nun folgendes feststellen:

<sup>2)</sup> Man muss sich bewusst sein, dass diese Zweiwindungsspule eine Idealisierung darstellt, denn es gibt keine Spule mit konzentrierten Windungskapazitäten und Windungsinduktivitäten. Dieses Schema verliert seine Brauchbarkeit, wenn wir zu Vorgängen übergehen, bei denen die Spule als Gebilde mit verteilter Kapazität und Induktivität angesehen werden muss. Dies ist der Fall, wenn die Stirnlänge der Stoßspannung gleich einer Windungslänge wird (siehe Anhang).

a) Die Vergrößerung der Windungsspannungen über die halbe Stoßspannung hängt bei gegebenem Verhältnis  $C_w/C_e$  nur vom Verhältnis  $T/T_k$  ab. Je kleiner dieses Verhältnis ist, desto mehr nähert sich die maximale Windungsspannung dem der kapazitiven Spannungsverteilung entsprechenden

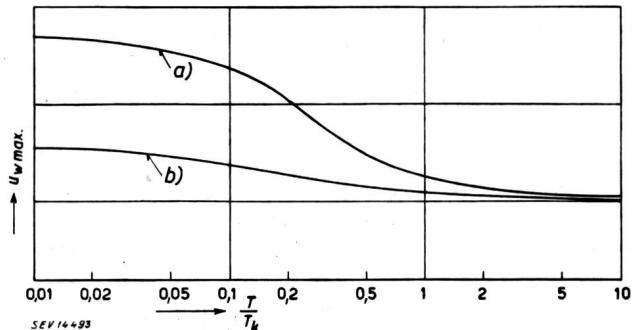


Fig. 8

Maximalwerte der Windungsspannungen einer Zweiwindungsspule in Funktion des Wertes  $T/T_k$

a) Kurve für den Fall  $C_w/C_e = 1$ ,  
bei  $T = 0$  wird  $u_{w \max} = U \frac{C_e + C_w}{C_e + 2 C_w} = 0,667 U$

b) Kurve für den Fall  $C_w/C_e = 4$ ,  
bei  $T = 0$  wird  $u_{w \max} = U \frac{C_e + C_w}{C_e + 2 C_w} = 0,555 U$

Wert. Für grössere Werte als  $T/T_k \approx 2$  ist die Spannungsverteilung für alle Verhältnisse  $C_w/C_e$  ungefähr linear, d. h. die Windungsspannungen sind gleich gross und gleich der halben Stoßspannung.

b) Die kritische Periode  $T_k$  ist von  $L$ ,  $C_w$ ,  $C_e$  und  $\mu$  abhängig. Bei sehr guter Verkettung beider Windungen, d. h.  $\mu = 1$  wird die kritische Periode sehr klein. Die Stoßspannung muss also dann eine sehr kurze Stirnzeit haben, damit die Windungsspannungen den linearen Wert übersteigen.

c) Bei einem kleinen Verhältnis  $T/T_k$  erreicht die Windungsspannung schon innerhalb der ersten Periode das Maximum, so dass bei grosser Dämpfung ein Unterschied der Maximalwerte der beiden Windungsspannungen  $u_{w1}$  und  $u_{w2}$  eintreten kann. Die Dämpfung wirkt sich aber eher in dem Sinne aus, dass sie den anfänglichen Unterschied der beiden Windungsspannungen rascher ausgleicht.

### 3. Die Wicklung mit Zweiwindungsspulen

Geht man nun einen Schritt weiter und betrachtet man eine ganze Wicklung mit hintereinander geschalteten Zweiwindungsspulen, wie sie schematisch in Fig. 9 dargestellt ist, so soll angenommen

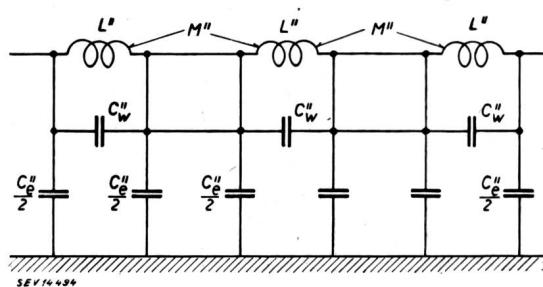


Fig. 9  
Ersatzschaltung für Wicklung, bestehend aus mehreren Zweiwindungsspulen  
Bezeichnungen wie in Fig. 2

werden, dass nur eine Verkettung der nebeneinanderliegenden Spulen vorhanden ist. Fig. 10 und 11 zeigen zwei praktische Ausführungen, wobei die erste Figur Teile einer Maschinenwicklung, die zweite Teile einer Transformatorenwicklung wieder-

gibt. Bezeichnet man die Konstanten der Windungen einer Spule mit  $L'$ ,  $M'$ ,  $C_e'$ ,  $\mu'$  und  $T_k'$  und die entsprechenden Werte einer ganzen Spule (wobei eine Spule als Einheit zählt) mit  $L''$  usw., so können folgende allgemein gültige Aussagen gemacht werden:

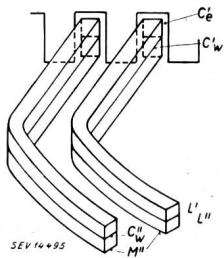


Fig. 10  
Anordnung einer Maschinewicklung, bestehend aus Zweiwindungsspulen

$C_e'$ ,  $C_w'$  Erd- und Windungskapazität einzelner Windungen;  
 $C_w'$ ,  $M'$  Windungskapazität und gegenseitige Induktivität zwischen zwei Spulen;  
 $L'$  Selbstinduktivität einer Windung;  
 $L''$  Selbstinduktivität einer Zweiwindungsspule.

a) *Maschinenspule.* Man erkennt aus Fig. 10 die folgenden Beziehungen  $C_w'/C_e' \approx 1$ , die Windungen liegen nahe aneinander und damit ist  $\mu' \approx 1$ . Man erhält damit

$$T_k' = 2\pi \sqrt{\left(\frac{C_e'}{2} + C_w'\right) L' (1 - \mu')}$$

Für die Verhältnisse zwischen den Spulen gilt  $C_w' \ll C_e'$ , da die Kapazität zwischen den Spulen viel kleiner ist als die Erdkapazität einer Spule. Die magnetische Verkettung ist infolge der Rotorrück-

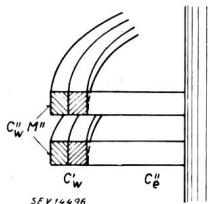


Fig. 11  
Anordnung einer Transformatorwicklung, bestehend aus Zweiwindungsspulen  
Bezeichnungen wie in Fig. 10

wirkung und der schlechten Leitfähigkeit des Eisens bei den in Frage kommenden Frequenzen klein und die Verkettung ist auf den Spulenkopf begrenzt, wo sie infolge des grossen Abstandes der Spule klein ist, daher  $\mu'' \ll 1$ . Damit erhält man

$$T_k'' = 2\pi \sqrt{\frac{C_e''}{2} L''}$$

Vergleicht man nun beide kritischen Perioden, so wird, da  $C_e'' \approx \frac{C_e'}{2}$  und  $L'' \gg L' (1 - \mu')$ , nun  $T_k' \ll T_k''$ .

b) *Transformatorspule.* Hier ist (siehe Fig. 11)  $C_e' \gg C_e''$ ,  $\mu' \approx 1$  und damit  $T_k' \approx 2\pi \sqrt{C_e' L' (1 - \mu')}$ ;  $C_e'' \approx C_e'$ ,  $\mu'' < 1$  und damit  $T_k'' \approx 2\pi \sqrt{\left(\frac{C_e'}{2} + C_w'\right) L''}$

Da  $C_e' \approx C_e''$  und  $L'' \gg L' (1 - \mu')$  gilt für die Transformatorspule ebenfalls  $T_k' \ll T_k''$ .

Die kritische Periode der Windungen einer Spule ist also in den meisten Fällen wesentlich kleiner als die kritische Periode einer Spule der Wicklung. Daraus schliesst man, dass eine Stoßspannung mit genügend kurzer Stirnzeit in den Windungen einer Spule eine lineare Spannungsverteilung mit gleichen

Windungsspannungen erzeugt, während die Spannungsverteilung längs den Spulen der Wicklung bereits einen vom linearen abweichenden Verlauf annimmt<sup>3)</sup>.

#### 4. Die gleichmässige Wicklung mit vielen Windungen und Erdkapazität

##### a) Die «kritische Frequenz» einer Wicklung

Wagner und Rüdenberg [1, 2, 3]<sup>4)</sup> haben eine Spule mit Erd- und Windungskapazität als einen Kettenleiter nach Fig. 12 aufgefasst und die Spannungen beim Auftreffen einer Rechteckstoßspannung

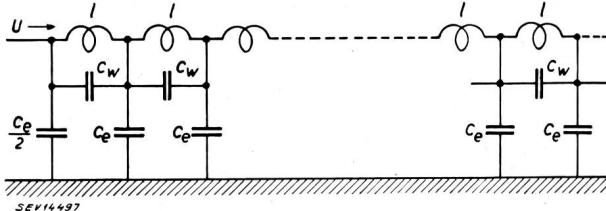


Fig. 12  
Ersatzschaltung einer Wicklung mit vielen Windungen  
 $U$  angelegte Stoßspannung;  $l$ ,  $c_w$ ,  $c_e$  Selbstinduktivität, Windungskapazität und Erdkapazität einzelner Windungen.

berechnet. Sie haben gefunden, dass dieser Kettenleiter mit so viel Eigenfrequenzen schwingt, als er Glieder hat. Die höchste Eigenfrequenz bezeichnen sie als kritische Frequenz. Deren Periode (die wir als kritische Periode bezeichnen) berechnet sich nach Rüdenberg aus

$$T_k = 2\pi \sqrt{l c_w - mc_e} \quad (12)$$

und wenn  $l > m$  und  $c_w > c_e$  ist, wird

$$T_k \approx 2\pi \sqrt{l c_w} \quad (13)$$

Nach Versuchen von Rücklin [4] ist die kritische Frequenz so aufzufassen, dass, bei dieser Frequenz angefangen, die Induktivität der Wicklung den Spannungen einen überwiegenden Widerstand entgegenstellt und die Wicklung mit zunehmender Frequenz als kapazitiver Kettenleiter wirkt, oder anders ausgedrückt, der kapazitive Querstrom wird überwiegen und gibt der Spannungsverteilung einen exponentiell verlaufenden Charakter. Jedoch existiert natürlich keine scharfe Grenze zwischen sinusförmiger (linearer) und exponentieller (hyperbolischer) Spannungsverteilung. Man kann höchstens von einem kritischen Gebiet sprechen. Die aus der Kettenleitertheorie sich ergebende kritische Frequenz fällt in dieses Gebiet (siehe Anhang).

Wie bei der Berechnung der Zweiwindungsspule gezeigt wurde, decken sich die dort erhaltenen Ergebnisse sehr gut mit dieser Auffassung.

##### b) Zusammenhang zwischen der kritischen Periode einer Spule und der Stirnzeit der auftreffenden Stoßspannung

Nachdem im vorhergehenden Abschnitt die Bedeutung der kritischen Frequenz für die Spannungs-

<sup>3)</sup> Dies ist bei normalen Transformatoren bei Beanspruchung mit der genormten Stoßspannung 1/50  $\mu$ s der Fall.

<sup>4)</sup> Siehe Literaturverzeichnis am Schluss.

verteilung in einer Spule dargelegt wurde, soll nun untersucht werden, was für ein Zusammenhang zwischen der dieser Frequenz entsprechenden kritischen Periode und der Stirnzeit der auftreffenden Stoßspannung besteht.

Zu diesem Zweck wird angenommen, dass die Stoßspannung die Form eines Sinusintegrals habe:

$$u = U/2 + U/\pi \int_0^{\Omega} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (14)$$

Damit wird den tatsächlichen Verhältnissen gut entsprochen, was man sofort aus Fig. 13a entnehmen kann. Eine solche Stossfunktion enthält alle Frequenzen  $\omega$  von Null bis  $\Omega$ .  $U$  ist der aus dem Reflexionsgesetz (3) zu bestimmende Scheitelwert der Stoßspannung.

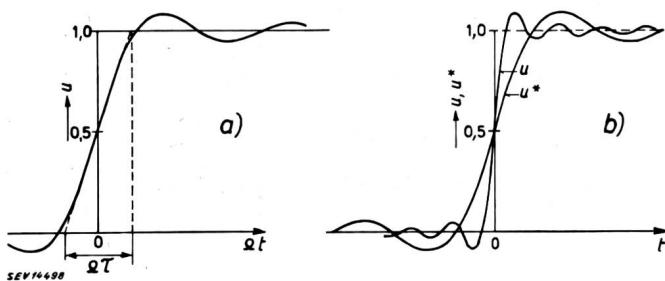


Fig. 13  
Darstellung der Integralsinusfunktion

$$u = \frac{U}{2} + \frac{U}{\pi} \int_0^{\Omega} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega$$

- a) Spannung  $u$  in Funktion von  $\Omega t$  ( $\Omega$  höchste berücksichtigte Frequenz,  $t$  Zeit);
- b) Spannung  $u$  (höchste Frequenz  $\Omega$ ) und  $u^*$  (höchste Frequenz  $\omega_k$ , wo  $\omega_k < \Omega$ ) ( $\omega_k$  kritische Frequenz).

spannung. Der Zusammenhang zwischen der höchsten Frequenz  $\Omega$  dieses Integrals und der Stirnzeit der Stoßspannung, die es ersetzen soll, kann sofort angegeben werden. Berücksichtigt man nämlich, dass der Verlauf des Sinusintegrals für kleine Werte von  $\Omega t$  nahezu linear ist und ersetzt man den Anstieg der Funktion durch den Anstieg der Tangente, so erhält man für den Wert von  $\Omega t$  vom mittleren Nullwert bis zum Schnittpunkt der Tangente mit dem mittleren Scheitelwert  $U$  den Ausdruck

$$\Omega \tau = \pi \quad (15)$$

und damit

$$\tau = \frac{\pi}{\Omega} \quad (16)$$

Wird nun für den Wert  $\tau$  einfach die Stirnzeit  $T_s$  eingesetzt, so wird

$$T_s = \frac{\pi}{\Omega} \quad (17)$$

Trifft nun auf eine Wicklung, die eine kritische Frequenz  $\omega_k$  besitzt, eine Stoßspannung der Form (14) mit der höchsten Frequenz  $\Omega$ , so lässt die Wicklung von allen Spannungen, die die Gleichung (14) enthält, nur diejenigen mit den Frequenzen

<sup>5)</sup> Es wurde im vorigen Abschnitt erklärt, dass diese Grenze tatsächlich nicht scharf ist.

Null bis zur kritischen Frequenz  $\omega_k$  der Wicklung hineinlaufen<sup>5)</sup>. Ist die Stoßspannung so steil, dass  $\Omega > \omega_k$  ist, so hat die in die Wicklung einlaufende Spannung die Form (Fig. 13b):

$$u^* = U/2 + U/\pi \int_0^{\omega_k} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (18)$$

während die nicht in die Wicklung einlaufende Spannung dem Ausdruck entspricht:

$$u^{**} = U/\pi \int_{\omega_k}^{\Omega} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (19)$$

Darin sind also die Frequenzen von  $\omega_k$  bis  $\Omega$  enthalten. Für die Spannung  $u^{**}$  stellt die Wicklung einen reinen kapazitiven Kettenleiter dar und diese Spannung erzeugt in der Wicklung eine stehende exponentiell abfallende Spannungsverteilung.

Die einziehende Spannung  $u^*$  läuft mit einer Geschwindigkeit  $v$  in die Wicklung hinein, die sich nach Messungen von Rücklin mit guter Annäherung aus dem Ausdruck

$$v = \frac{1}{\sqrt{lc_e}} \quad (20)$$

berechnen lässt. Daraus ergibt sich, da die Dämpfung vernachlässigbar ist, dass die Spannung  $u^*$  ohne grosse Änderung die Eingangswindungen durchläuft. Sie erzeugt in allen Windungen gleiche Windungsspannungen, d. h. man erhält durch die Spannung  $u^*$  in der Wicklung eine lineare Spannungsverteilung. Darüber lagert sich die exponentielle Spannungsverteilung der Spannung  $u^{**}$ . Es kann also festgestellt werden, dass in der Wicklung nur dann eine nicht lineare Spannungsverteilung entsteht, wenn die ankommende Stoßspannung eine genügend kurze Stirnzeit hat, so dass eine Spannung  $u^{**}$  vorhanden ist.

Mit diesen Annahmen erhält die kritische Frequenz die Eigenschaft eines Grenzwertes, in dem Sinne, dass Stoßspannungen mit einer höchsten Frequenz  $\omega_k$  eine lineare Spannungsverteilung, d. h. gleichmässige Windungsspannungen hervorrufen, während Stoßspannungen mit einer höchsten Frequenz  $\Omega > \omega_k$  eine ungleichmässige exponentiell abfallende Spannungsverteilung in den Eingangswindungen erzeugen, die sich der linearen Spannungsverteilung überlagert. Eine Stoßspannung, bei der  $\Omega$  viel grösser als  $\omega_k$  ist, erzeugt eine Anfangsspannungsverteilung, die im Abschnitt 1 für den Rechteckstoß berechnet wurde.

Es ist eindringlicher, an Stelle der Frequenzen  $\Omega$  und  $\omega_k$  die Stirnzeit  $T_s$  der Stoßspannung und die kritische Periode mit den Windungsspannungen in Beziehung zu setzen. In diesem Falle kann festgestellt werden:

In den Eingangswindungen einer Wicklung entsteht eine exponentiell abfallende Anfangsspannungsverteilung, wenn die Stirnzeit  $T_s$  der auftreffenden Stoßspannung wesentlich kleiner ist als die halbe kritische Periode der angestossenen Wicklung.

In Formeln ausgedrückt: Es entsteht eine exponentielle Spannungsverteilung, wenn  $\Omega > \omega_k$  ist.

Da aber  $\Omega = \pi/T_s$  und  $\omega_k = 2\pi/T_k$  ist, erhält man für diese Grenze auch

$$T_s < 0,5 T_k \quad (21)$$

Ist die Stirnzeit gleich oder grösser als die halbe kritische Periode der Wicklung, so treten gleiche Windungsspannungen auf. Aus den Messungen muss man schliessen, dass eine exponentielle Spannungsverteilung nur auftritt, wenn  $T_s$  viel kleiner als  $0,5 T_k$  ist.

Ein analoger Zusammenhang wurde bereits bei der Zweiwindungsspule gefunden.

### c) Berechnung der Windungsspannungen bei verschiedenen Stirnzeiten

Mit den aufgestellten Beziehungen können nun die durch die Spannungen  $u^*$  und  $u^{**}$  erzeugten Windungsspannungen  $u_w^*$  und  $u_w^{**}$  abhängig von der Stirnzeit der auftreffenden Stoßspannung berechnet werden (siehe Anhang 36). Für die Maximalwerte der durch die einziehende Stoßspannung erzeugten Windungsspannungen erhält man

$$u_{w \max}^* \approx \frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}} \frac{1}{r} \quad (22)$$

als Funktion vom Verhältnis  $r = \frac{T_s}{T_k/2}$ .

Diese Windungsspannungen sind für alle Windungen gleich gross.

Für den Maximalwert der durch  $u^{**}$  erzeugten Windungsspannung an der ersten Windung ergibt sich

$$u_{w1 \max}^{**} \approx \frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}} f(r) \quad (23)$$

ebenfalls eine Funktion von  $r$ .

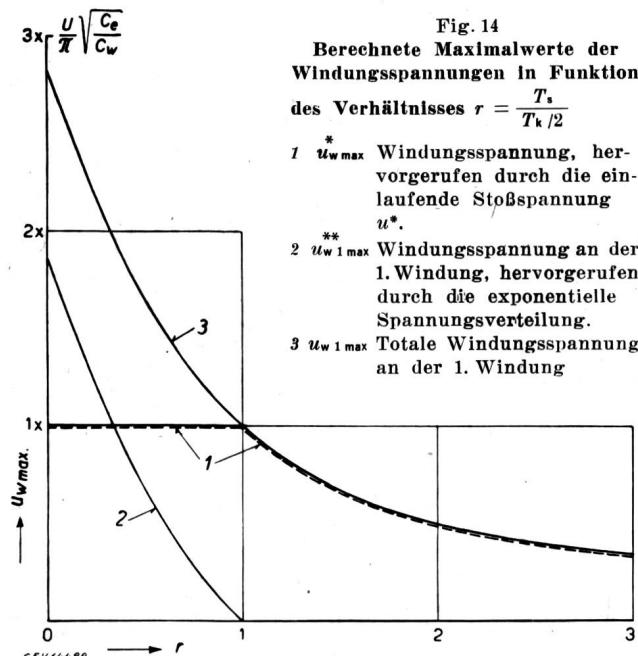


Fig. 14 zeigt diese beiden Windungsspannungen in Abhängigkeit vom Verhältnis  $r = \frac{T_s}{T_k/2}$ . Die Or-

dinate ist als Vielfaches von  $\frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}}$  aufgetragen, so dass die Darstellung für jede Wicklung gilt.

Für  $r = 1$  wird  $u_{w \max} = u_{w \max}^* = \frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}}$  und für wachsende Werte von  $r$  wird die Windungsspannung umgekehrt proportional mit  $T_s$  kleiner. Für Werte von  $r$  kleiner als 1 steigt die Windungsspannung an und erreicht für  $T_s = 0$  (Rechteckstoß) den Wert

$$\frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}} \cdot 2,84 = \frac{U}{1,11} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}} \quad (24)$$

Infolge der gemachten Annahmen erhält man einen etwas kleineren Wert als im ersten Abschnitt Gl. (6).

### 5. Vergleich der Theorie mit Messungen an Spulen und Wicklungen<sup>6)</sup>

Einige Spulen und Wicklungen wurden mit Stoßspannungen mit verschiedener Stirnzeit gestossen und die Windungsspannungen mit dem Kathodenstrahlzilloskop gemessen. (Die Messanordnung ist im Anhang angegeben.)

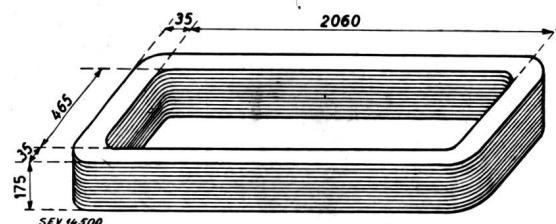


Fig. 15  
Maßskizze der für die Messungen verwendeten Polspule mit 25 Windungen

Die Fig. 16a...c enthalten die Oszillogramme der Windungsspannungen, die an einer Spule mit 25 Windungen nach Fig. 15 aufgenommen wurden. Die Spule hatte eine berechnete kritische Periode von  $T_k = 2,6 \mu s$ . Die Oszillogramme der Fig. 16a wurden mit einer Stoßspannung mit einer Stirnzeit von  $2,5 \mu s$  erhalten. Da  $T_s$  wesentlich grösser als  $0,5 T_k$  ist, liegen die Messungen im linearen Bereich der Spannungsverteilung. Entsprechend den Feststellungen, die an der Zweiwindungsspule für ein Verhältnis  $T > T_k$  (die Berechnung für diesen Fall ist in Fig. 4 dargestellt) gemacht wurden, ist in den Windungsspannungen die Eigenschwingung schwach ausgeprägt und der Verlauf ist ähnlich dem der angelegten Stoßspannung  $U_A$ . Bei den folgenden Oszillogrammen 16b und c wurde die Stirnzeit auf  $0,3 \mu s$  herabgesetzt. Man erhält somit ein Verhältnis  $T_s/T_k = 0,115$ . Die Messungen liegen also im Übergangsgebiet zur nichtlinearen Spannungsverteilung, da  $T_s/T_k$  kleiner als das kritische Verhältnis 0,5 ist. In der Windungsspannung erscheint nun die Eigenschwingung, wie dies in Fig. 5 und 6 für das Verhältnis  $T < T_k$  gezeigt wurde. Die Eigen-

<sup>6)</sup> An diesen Messungen hat sich Herr Dr. M. Kronl durch Diskussion und Anregungen in dankenswerter Weise beteiligt.

schwingungsamplitude ist in Fig. 16b höher, da in diesem Fall die Erdkapazität wesentlich grösser war. Die Windungsspannungen schwingen sich in einen

Obwohl eine Spule mit 25 Windungen vorlag, decken sich die gemessenen Windungsspannungen gut mit dem theoretisch gefundenen Verlauf bei

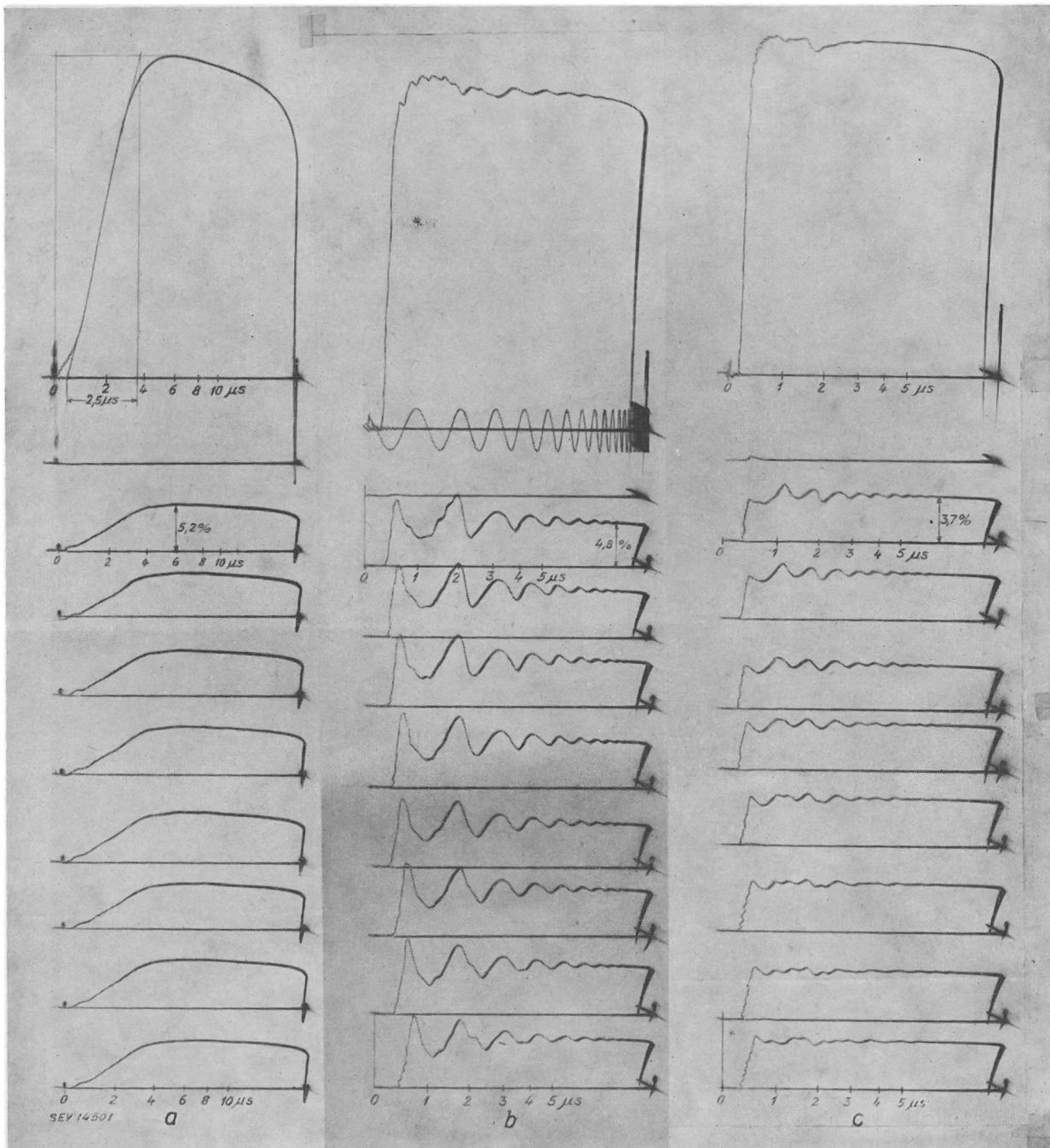


Fig. 16  
Oszillogramme der Windungsspannungen an einer Polspule

Oben: Oszillogramm der Stoßspannung  $U_A$ .

Unten: Oszillogramme der Windungsspannungen an den 8 ersten Windungen der Spule.  
a) Stirnzeit:  
 $T_s = 2,5 \mu s$

b) Stirnzeit:  
 $T_s = 0,3 \mu s$

c) Stirnzeit:  
 $T_s = 0,3 \mu s$ ,  
das Verhältnis  
 $\frac{C_w}{C_e}$  ist hier grösser  
als im Fall b).

stationären Wert von 4,8 bzw. 3,7 % der totalen Stoßspannung ein. Dieser Wert entspricht gut einer linearen Spannungsverteilung, die bei 25 Windungen einer Windungsspannung von 4 % entspricht.

einer Zweiwindungsspule. Fig. 17 enthält die Endwerte der Windungsspannungen bei einer Stirnzeit der Stoßspannung von 0,3  $\mu s$  mit und ohne Erdung des Erdkapazitätsbelages.

In den folgenden Messungen wurden die Windungsspannungen in der Eingangsspule eines Generators bestimmt. Die Spule enthielt 8 Windungen und ist in Fig. 18 skizziert. Sie stellte in diesem Fall nur einen Teil der ganzen Wicklung dar. Die Oszillogramme der Windungsspannungen für eine Stirnzeit von  $0,5 \mu s$  und  $1,1 \mu s$  sind in Fig. 19 ersichtlich. Die kritische Periode lässt sich infolge der komplizierten Form der Spule und deren Einbau im Eisen nicht berechnen. Die gemessenen Maximalwerte der Windungsspannungen sind in Fig. 18 aufgetragen. Alle Windungsspannungen sind praktisch gleich gross und haben einen mittleren Wert, der sich aus der gemessenen Spannung an der Spule und der Windungszahl der Spule ergibt. Dabei ist zu berücksichtigen, dass beim steileren Stoss die Spulenspannung etwas höher ist. Aus dieser Spannungsverteilung kann man schliessen, dass in diesem Falle selbst bei der Stirnzeit der Stoßspannung von  $0,5 \mu s$  noch der lineare Bereich  $T_s > 0,5 T_k$  vorlag. Die Kurve 1 in Fig. 18 zeigt den aus der Anfangsspannungsverteilung berechneten Verlauf der Windungsspannungen, wie er sich bei einem Rechteckstoss ergeben würde.

Fig. 20 enthält die Maximalwerte der Windungsspannungen an den 5 Eingangsspulen eines grossen Generators mit drei Windungen je Spule. Die Stirnzeiten der auftreffenden Stoßspannungen

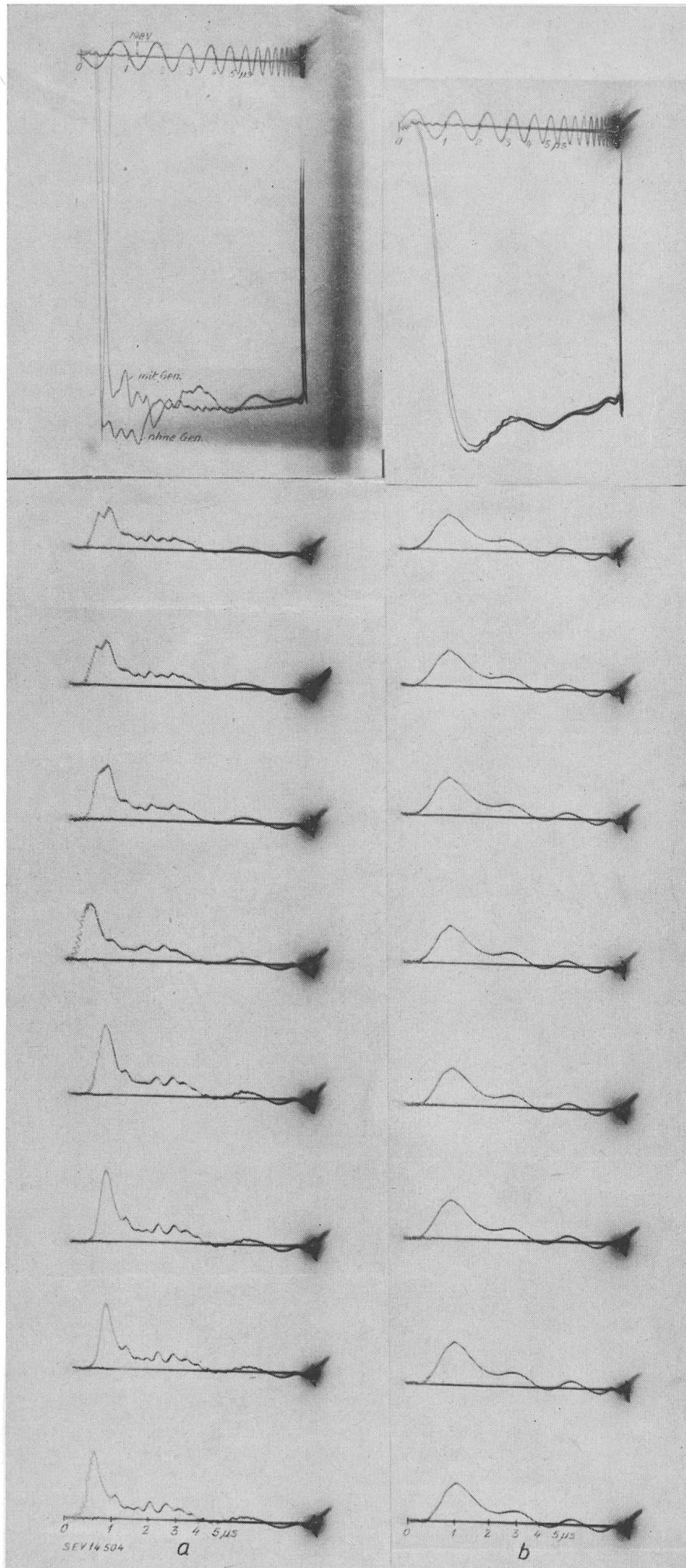


Fig. 19

Oszillogramme der Windungsspannungen an einer Generatorspule

*Oben:*

Oszillogramm der Stoßspannung  $U_A$ , links mit einer Stirnzeit  $T_s = 0,5 \mu s$ , rechts mit  $T_s = 1,1 \mu s$ .

*Unten:*

Oszillogramme der Windungsspannungen der 8 Windungen. Die Betriebsdaten des für diese Messungen verwendeten Generators waren 2350 kVA und 6 kV.

waren 0,5, 1,2, 2,8 u. 8,7  $\mu\text{s}$ . Man sieht, dass die Windungsspannungen in jeder Spule ungefähr gleich gross sind. Die Höhe der Windungsspannungen hängt aber

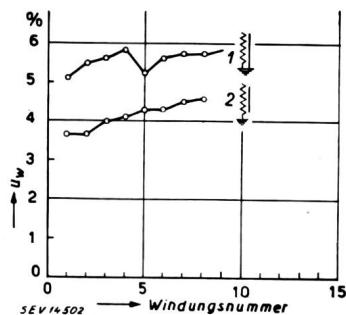


Fig. 17  
Endwerte der Windungsspannungen an einer Polspule nach Ausklingen der Eigenschwingungen  
 $u_w$  Windungsspannungs-Endwert in % der angelegten Stoßspannung;  
1 bei Erdung;  
2 bei Isolierung des Erdkapazitätsbelages.

von der Stirnzeit der Stoßspannung ab. Bei der kürzesten Stirnzeit nehmen die Windungsspannungen der einzelnen Spulen gegen das Wicklungsmittere hin ab. Es liegt der Fall vor, der im Abschnitt 3 diskutiert wurde. Man schliesst aus dieser Messung, dass die Stirnzeit von 0,5  $\mu\text{s}$  für die Einzelspulen über dem kritischen Wert von 0,5  $T_k$  liegt, so dass in den Windungen eine lineare Spannungsverteilung resultiert, während für die ganze Wicklung dieselbe

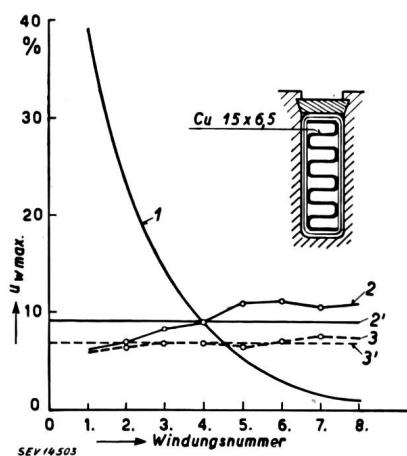


Fig. 18  
Maximalwerte der Windungsspannungen an der Eingangsspule eines Generators  
 $u_w \text{ max}$  Windungsspannungs-Maximalwert in % der angelegten Stoßspannung;  
1 berechnete Werte bei Rechteckstoß ( $T_s = 0$ ); 2 Messwerte bei Stirnzeit  $T_s = 0,5 \mu\text{s}$ ; 3 Messwerte bei Stirnzeit  $T_s = 1,1 \mu\text{s}$ ; 2' und 3' Mittelwerte der 8 Windungen; oben: Skizze der untersuchten Wicklung.

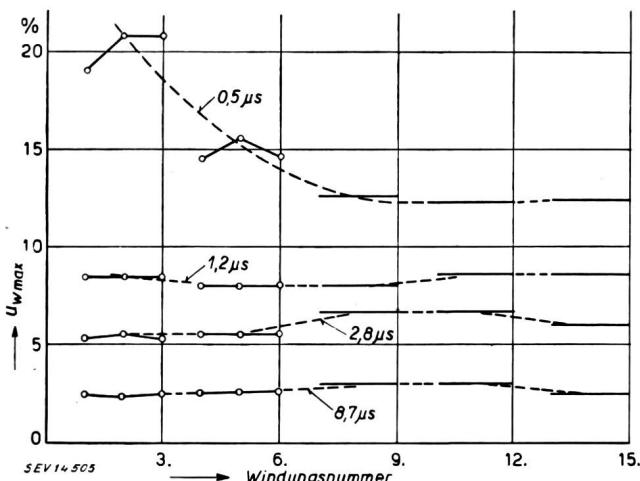


Fig. 20

Maximalwerte der Windungsspannungen an den Eingangsspulen eines Generators

$u_w \text{ max}$  Windungsspannungs-Maximalwert in % der angelegten Stoßspannung mit den Stirnzeiten  $T_s = 0,5, 1,2, 2,8$  und  $8,7 \mu\text{s}$ . Für diese Messungen diente ein grosser Generator mit Spulen zu je 3 Windungen.

Stirnzeit bereits im nicht linearen Bereich liegt. Erst die grösseren Stirnzeiten ergeben für die Spulen der ganzen Wicklung dieselbe Spannung. Sehr deut-

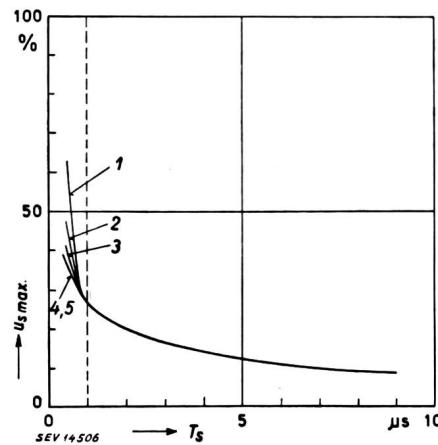


Fig. 21  
Maximalwerte der Spulenspannungen in einer Generatorwicklung

$u_s \text{ max}$  Spulenspannungs-Maximalwert in % der angelegten Stoßspannung in Funktion der Stirnzeit  $T_s$  der Stoßspannung. Die Kurven 1...5 beziehen sich auf die 5 Eingangsspulen des Generators.

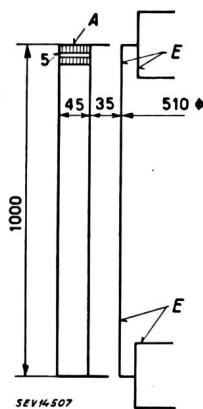


Fig. 22

Maßskizze der für die Messungen verwendeten Transformatorschaltung  
A Abteilungsspulen mit je 10 Windungen;  
E geschlitzte Eisenringe (an Stelle des Eisenkerns).

lich zeigt Fig. 21 den Einfluss der Stirnzeit der auf-treffenden Stoßspannung auf den Verlauf der Spulenspannungen. Für  $T_s > 1 \mu\text{s}$  sind die Spulenspannungen sämtlicher 5 Eingangsspulen gleich

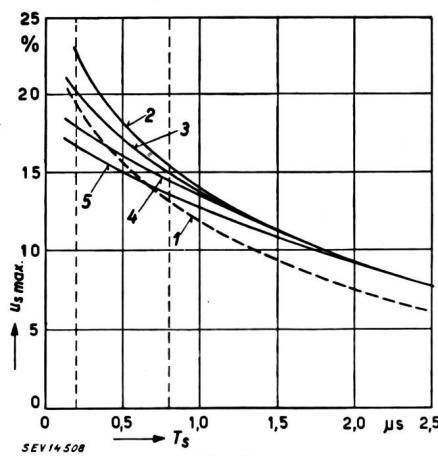


Fig. 23  
Maximalwerte der Spulenspannungen in einer Transformatorenwicklung

$u_s \text{ max}$  Maximalwerte der Spannungen (in % der angelegten Stoßspannung), gemessen an den ersten 5 Doppelabteilungen (Kurven 1...5) der Transformatorenwicklung.  $T_s$  Stirnzeit der Stoßspannung.

gross. Unterhalb  $1 \mu s$  beginnt die ungleichmässige Spannungsverteilung in der Spulenwicklung.

Abschliessend sollen noch einige Messungen an einer Transformatormodellwicklung nach Fig. 22 gezeigt werden. Da es sich um Messungen an einem Modell handelte, wurde an Stelle des Eisenkerns ein Eisenzylinder mit gleichem äusseren Durchmesser verwendet. Fig. 23 zeigt die Spannungen an den ersten 5 Doppelabteilungen in Abhängigkeit von der Stirnzeit der Stoßspannung. Die Spannungsverteilung längs der Wicklung geht bei einer Stirnzeit der Stoßspannung von etwa  $1,5 \mu s$  in die lineare Form über,

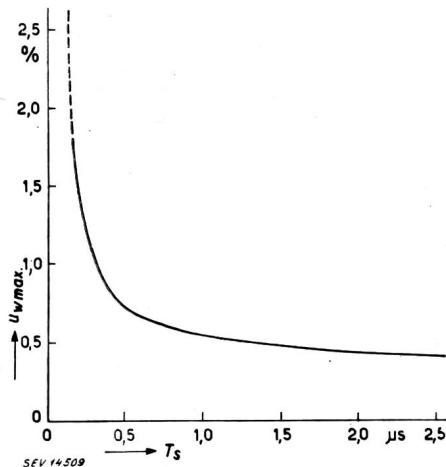


Fig. 24

Maximalwerte der Windungsspannungen in einer Transformatormodellwicklung

$u_{w\max}$  Windungsspannungs-Maximalwert in % der angelegten Stoßspannung.  $T_s$  Stirnzeit der Stoßspannung.

wo die Spannungen an sämtlichen Abteilungen gleich gross werden. (Die Höhe der Spannung an der 1. Doppelabteilung ist etwas niedriger. Wahrscheinlich ist dies auf die unsymmetrische Lage der 1. Abteilung zurückzuführen.) Die kritische Periode dieser Wicklung wurde zu  $3,3 \mu s$  berechnet. Den Verlauf der Windungsspannungen innerhalb der ersten Abteilung ist in Fig. 24 wiedergegeben. Die Messungen zeigen, dass bis zur kleinsten angewandten Stirnzeit praktisch der lineare Bereich der Spannungsverteilung vorliegt.

## 6. Anhang

### a) Berechnung der Zweiwindungsspule

Besteht an den Klemmen einer idealisierten Zweiwindungsspule nach Fig. 1 mit den Konstanten  $L$  (Induktivität einer Windung),  $M$  (Gegenseitige Induktivität der Windungen),  $\mu = M/L$ ,  $C_w$  (Windungskapazität) und  $C_e$  (Erdkapazität einer Windung) eine Stoßspannung der Form

$$u = U (1 - e^{-t/T}) \quad (7)$$

so erhält man z. B. für die Windungsspannung  $u_{w1}$  in Operatorenform

$$u_{w1} = U \frac{p^2 (C_e + C_w) (L - M) + 1}{p^2 (C_e + 2C_w) (L - M) + 2} \quad (25)$$

Nach Ueberführung dieser Unterfunktion in die Zeitfunktion wird

$$u_{w1} = \frac{U}{2} \left( 1 + A_1 \cos \frac{2\pi t}{T_k} + A_2 \sin \frac{2\pi t}{T_k} + A_3 e^{-t/T} \right) \quad (9)$$

Darin bedeuten:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{1+2C_w/C_e} \frac{s^2}{1+s^2} \\ A_2 &= \frac{1}{1+2C_w/C_e} \frac{s}{1+s^2} \\ A_3 &= -\frac{1}{1+2C_w/C_e} \frac{1+2s^2}{1+s^2} + \frac{2C_w/C_e}{1+2C_w/C_e} \text{ und } s = T/T_k \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Der Wert für die Periode  $T_k$  ist

$$T_k = 2\pi \sqrt{\left(\frac{C_e}{2} + C_w\right) L (1-\mu)} \quad (10)$$

Die Windungsspannung  $u_{w1}$  ist demnach nur abhängig von den Verhältnissen  $C_w/C_e$  und  $T/T_k$ , wo das zweite das Verhältnis der Zeitkonstanten der Stoßspannung zur Periode der Eigenschwingung der Zweiwindungsspule ist. Für einen Rechteckstoss ist  $T = 0$ , also  $s = 0$  und damit (siehe Fig. 7)

$$u_{w1} = U/2 [1 + C_e/(C_e + 2C_w) \cos 2\pi t/T_k] \quad (27)$$

Für Werte  $s^2 \gg 1$ , d. h. einer im Verhältnis zur Periode  $T_k$  langsam ansteigenden Stoßspannung wird

$$\begin{aligned} u_{w1} &= \frac{U}{2} \left[ 1 - \frac{2-2C_w/C_e}{1+2C_w/C_e} e^{-t/T} + \frac{1}{1+2C_w/C_e} \left( \cos 2\pi t/T_k + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{s} \sin 2\pi \frac{t}{T_k} \right) \right] \\ &\approx \frac{U}{2} \left( 1 - \frac{2-2C_w/C_e}{1+2C_w/C_e} e^{-t/T} + \frac{1}{1+2C_w/C_e} \cos 2\pi \frac{t}{T_k} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

d. h.  $u_{w1}$  besteht aus einer wie die Stoßspannung exponentiell ansteigenden Spannung, die von einer cos-Schwingung mit der Periode  $T_k$  überlagert ist (siehe Fig. 4).

### b) Bemerkungen zur kritischen Frequenz

Hak [3] sagt: «Jede Berechnung, in der für das Element eine Windung der Spule angenommen wird und in der also auch der Strom und die Spannung längs einer Windung konstant angenommen werden muss, führt zu einer kritischen Frequenz, die als die obere Grenze der möglichen Eigenschwingungen erscheint. Oberhalb dieser Grenze wird die Frequenz imaginär, d. h. es ergibt sich keine lineare, sondern eine hyperbolische Spannungs- und Stromverteilung. Nicht nur die Berechnungen nach Wagner und Rüdenberg (die die gegenseitige Induktivität weitgehend vernachlässigen, Bem. des Verf.), sondern auch die viel allgemeineren Grundgleichungen führen auf eine solche Frequenz. Wenn man aber die Spulenwicklung als eine Raumspirale auffasst, was der Wirklichkeit äusserst nahekommt, erkennt man sofort, dass eine Windung keine besondere Eigenschaft besitzen kann, die einen so grossen Einfluss auf die Eigenfrequenz haben könnte. Die kritische Frequenz würde sich immer höher verschieben, wenn man für das Leiterelement die Hälfte, ein Viertel usw., einer Windung in die Rechnung einführen würde. Die Theorie wurde von Rücklin einer eingehenden experimentellen Untersuchung unterworfen (nur an Einlagenspulen, Bem. des Verf.). Es ergab sich, dass trotz der quantitativen Nichtübereinstimmung der berechneten mit den versuchsweise aufgenommenen Werten die Gleichung (13) die Periodenwerte gut kennzeichnet, an der die kapazitive Wirkung einen überwiegenden Einfluss auf die Spannungsverteilung und damit eine Änderung der Spannungsverteilung eintritt. In diesem Grenzgebiet liegt nämlich die aus der Rechnung von Rüdenberg sich ergebende kritische Frequenz.»

Dass man sich bei der kritischen Frequenz an der Grenze der Zulässigkeit der gemachten Annahmen befindet, zeigt sofort die folgende kurze Rechnung: Nach Rüdenberg berechnet sich die Wellenlänge  $\lambda$  der Eigenschwingungen des angenommenen Kettenleiters aus

$$\lambda = 2\pi \sqrt{\frac{1-l c_w \omega^2}{c_e l}} \quad (29)$$

Setzt man für die kritische Frequenz den entsprechenden

Wert für  $\omega_k$  aus (13) ein, so wird die Wellenlänge der kritischen Eigenschwingung unendlich klein, was unzulässig ist, da sie nicht kleiner sein darf als die Windungslänge.

c) Berechnung der Windungsspannungen bei Annahme einer Stoßspannung entsprechend einem Sinusintegral

Die durch die einziehende Spannung

$$u^* = U/2 + \frac{U}{\pi} \int_0^{\omega_0} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (30)$$

hervorgerufene Windungsspannung  $u_w^*$  berechnet man wie folgt:

Da eine mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  einziehende Spannung  $u^*$  angenommen wird, kann  $u^*$  als Funktion von  $x$  ausgedrückt werden, wo  $x$  die Wicklungslänge (mit  $x=0$  am Wicklungsanfang) bedeutet. Man erhält

$$u^* = U/2 + \frac{U}{\pi} \int_0^{\omega_0} \frac{\sin \omega x/v}{\omega} d\omega \quad (31)$$

$\omega_0$  ist die grösste in  $u^*$  enthaltene Frequenz und muss kleiner sein als  $\omega_k$ . Die Steilheit  $s^*$  dieser Spannung erhält man durch Differentiation nach  $x$ .

$$s^* = du^*/dx = -\frac{U \sin \omega_0 x/v}{\pi x} \quad (32)$$

Die Steilheit erreicht den grössten Wert für  $x=0$  und wird

$$s_{\max}^* = -U \omega_0 / \pi v \quad (33)$$

Wird noch  $\omega_0$  durch die Stirnzeit  $T_s$  ersetzt, so erhält man, da  $\omega_0 \approx \pi/T_s$  ist

$$s_{\max}^* \approx -U/vT_s \quad (34)$$

wo  $T_s \geq T_k/2$  sein muss. Da  $v$  in Windungen je Sekunde ausgedrückt ist, ergibt sich  $S^*$  als die maximale Steilheit in Volt je Windung, d. h. man erhält direkt die maximalen Windungsspannungen  $u_w^*$ . Diese hängen also ab von den Eigenschaften der Wicklung, die in  $v$  zum Ausdruck kommen, und sie sind umgekehrt proportional der Stirnzeit  $T_s$ . Den grössten Wert der Windungsspannungen erhält man durch Einsetzen der kleinsten Stirnzeit  $T_k/2$ , die noch in die Wicklung einzieht. Damit wird, wenn gleichzeitig der Wert für  $v$  nach (20) eingesetzt wird

$$s_{\max}^* = u_{w \max}^* \approx \frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}} \quad (35)$$

Die Windungsspannungen der exponentiell abfallenden Spannungsverteilung erhält man wie folgt:

Für die Spannung  $u^{**}$  verhält sich die Wicklung wie ein Kettenleiter, bestehend aus den Kapazitäten  $c_w$  und  $c_e$ . Man berechnet die Spannung der ersten Windung aus (5) oder (6) durch Einsetzen von  $u^{**}$  an Stelle von  $U$  und man erhält

$$u_{w1}^{**} \approx u^{**} (1 - e^{-\theta}) \approx u^{**} \sqrt{c_e/c_w} \quad (36)$$

Ebenso lassen sich die weiteren Windungsspannungen berechnen.

Man erhält die grösste Windungsspannung, wenn für  $u^{**}$  der zeitlich grösste Wert eingesetzt wird. Nun ist nach (19)

$$\begin{aligned} u^{**} &= U/\pi \int_{\omega_k}^{\Omega} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega = U/\pi [Si(\Omega t) - Si(\omega_k t)] = \\ &= \frac{U}{\pi} \Delta Si \end{aligned}$$

wo  $Si(\Omega t)$  das Symbol bedeutet für ein Sinusintegral mit den Grenzen Null und  $\Omega$ . Das entsprechende gilt für  $Si(\omega_k t)$ :

Man erhält nun den Maximalwert von  $u^{**}$ , indem man in (19) setzt

$$u_{w1}^{** \max} = \frac{U}{\pi} \Delta Si_{\max} \quad [(19 \text{ a})]$$

Dieser Wert in (35) eingesetzt ergibt

$$u_{w1}^{** \max} \approx \frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}} \Delta Si_{\max} \quad (37)$$

A  $Si_{\max}$  wurde berechnet und die Windungsspannung  $u_{w1}^{**}$  in Fig. 14 aufgetragen.

Man kann auch  $u_w^*$  als Funktion von  $r$  erhalten, indem (34) wie folgt umgeformt wird

$$\begin{aligned} u_w^* &= U/vT_s = \frac{U \sqrt{l c_e} T_k}{T_s 2 \pi \sqrt{l c_w}} = \frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}} \frac{T_k}{2 T_s} = \\ &= \frac{U}{\pi} \sqrt{\frac{c_e}{c_w}} \frac{l}{r} \end{aligned} \quad (22)$$

d) Messung der Windungsspannungen

Fig. 25 zeigt die verwendete Meßschaltung, und zwar Fig. 25a den Stosskreis, Fig. 25b die Anschlußschaltung des Kathodenstrahlzosillographen bei Messung der Stoßspannung gegen Erde und Fig. 25c die Schaltung bei Messung der Windungsspannungen. Die Belastungskapazität, die der Kathodenstrahlzosillograph darstellt, ist kleiner als 50 pF. Die

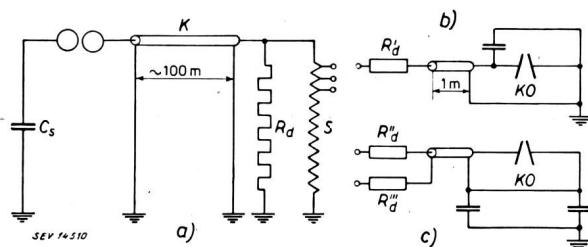


Fig. 25

Schaltungen für die Spannungsmessungen

- a) Stosskreis:  $C_s$  Stosskondensator,  $K$  Kabel,  $R_d$  Abgleichwiderstand,  $S$  Spule.
- b) Schaltung des Kathodenstrahlzosillographen  $KO$  für Messungen der Stoßspannung gegen Erde ( $R'_d$  Dämpfungswiderstand).
- c) Schaltung des Kathodenstrahlzosillographen  $KO$  für Messungen der Windungsspannungen ( $R''_d$ ,  $R'''_d$  Dämpfungswiderstände).

Kapazität des Anschlusskabels ist ungefähr ebenso gross. Die Widerstände haben einige 100 Ohm und sind so gross, dass der Anschlusskreis für sich selbst nicht schwingt. Der Vergleich der Windungskapazitäten mit den angeschlossenen Kapazitäten zeigt, dass deren Anschluss die Messungen nicht wesentlich beeinflusste.

Literatur

- [1] Wagner, Karl Willy: Das Eindringen einer elektromagnetischen Welle in eine Spule mit Windungskapazität. Elektrotechn. u. Maschinenbau Bd. 33(1915), Nr. 8, S. 89..92, u. Nr. 9, S. 105..108.
- [2] Rüdenberg, Reinhold: Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungsscheinungen in Starkstromanlagen. Berlin, 1923.
- [3] Performance of Travelling Waves in Coils and Windings. Electr. Engng., Trans. Sect., Bd. 59(1940), S. 1031 ff.
- [4] Rücklin, Rudolf: Ein experimenteller Beitrag zum Spulenproblem. Arch. Elektrotechn. Bd. 20(1928), Nr. 56, S. 507..532.
- [5] Hak, J.: Eisenlose Drosselspulen. Leipzig, 1938.
- [6] Wellauer, M.: La sollicitation des enroulements de machines par des tensions de choc et la question de la coordination de l'isolement des machines tournantes. CIGRE 1946, Rapp. 117.

Adresse des Autors:

Dr. M. Wellauer, Ingenieur, Leonhardstrasse 8, Zürich 1.