Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 32 (1941)

Heft: 16

Artikel: Wirbelstromverluste in unterteilten Rechteckdrahtspulen von Transformatoren

Autor: Lénárd, S.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1060027

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

E. Zur Prüfung empfohlene Anwendungen von im wesentlichen bekannten Elementen auf Grossanlagen.

1. Rationalisierung der Raumheizung (und allgemein der Wärmeversorgung) durch Heizungszentralen in Verbindung mit Wärmepumpen, in Sonderfällen vielleicht auch Gegendruckturbinen und Kombinationen [2]).
2. Raumheizung mit Sommerwärme und Sommerenergie [3]).
3. Ausrüstung der grossen Durchgangsstrassen mit einer Trolleybusleitung, an der private Last- und Personenwagen fahren können [4]).
4. Organisation der Batterieladung von Akkumulatorenfahrzeugen.

[2]) Vorschlag, eingereicht von B. Jobin, Ingenieur der Schweiz. Elektrizitäts- und Verkehrsgesellschaft, Basel.

[3]) Vorschlag von P. Seehaus, Ingenieur, Mitlödi, veröffentlicht im Bulletin SEV 1940, Nr. 15. Vorschlag von Prof. Dr. A. Gasser, Winterthur, veröffentlicht im Bulletin SEV 1941, Nr. 6.

[4]) Vorschlag, eingereicht von W. von Berlepsch-Valendas, Genf.

F. Forschungsgegenstände.

Akkumulierung elektrischer Energie in irgendwelchen Formen.
Hochdruckelektrolyse.
Herstellung und metallurgische Verwendung des Kalziums, Gewinnung von Kalzium, Magnesium und Kohlenoxyd.
Herstellung von metallischem Beryllium.
Synthetische Herstellung von neuen Werkstoffen, Düngern, Textilien, Treibstoffen.

G. Kraftwerksbau.

(Hierüber folgt ein besonderer Bericht.)

H. Schlusswort.

Sollten die nötigen Werkstoffe, z. B. Eisen, Kupfer, Aluminium u. a., nicht beschafft werden können, oder sollten die allgemeinen Voraussetzungen dieses Programms ganz ändern, dann ist der Schaffung von Ersatzstoffen alle Aufmerksamkeit zu schenken, wie überhaupt das Programm im ganzen und im einzelnen dann von Fall zu Fall und von Ort zu Ort den Verhältnissen angepasst werden müsste.

Wirbelstromverluste in unterteilten Rechteckdrahtspulen von Transformatoren.

Von S. *Lénárd*, Budapest.

621.3.017.22 : 621.314.2

Für die Berechnung der zusätzlichen Kupferverluste von Transformator-Wicklungen findet man in der Literatur gute Näherungsformeln, aus welchen man aber den Einfluss der Unterteilung des Leiterquerschnittes meistens nicht deutlich genug ersehen kann. Die bekannten Rogowskischen Ableitungen über Wirbelstromverluste beziehen sich fast ausnahmslos auf Ankerwicklungen und so scheint es im Hinblick auf die Wichtigkeit des Problems der Mühe wert, eine ausführliche, aber einfache, jedoch physikalisch einwandfreie Ableitung zur Klärung der Verhältnisse anzugeben.

Il existe de bonnes formules approchées permettant de calculer les pertes additionnelles dans le cuivre des enroulements de transformateurs, mais ces formules ne précisent pas assez l'influence de la subdivision de la section des conducteurs. Les développements bien connus de Rogowski concernant les pertes par courants de Foucault se rapportent presque uniquement aux enroulements d'induits. L'auteur estime que l'importance de ce problème justifie la recherche d'un développement simple, mais explicite et physiquement correct.

1. Anordnung der Wicklung.

Uebersichtshalber ist es nötig, auf den einfachsten Fall des nicht unterteilten Querschnittes zurückzugreifen, um dann die weitere Entwicklung auf der so gewonnenen Grundlage aufbauen zu können. Die Wirbelstromverluste sind durch die Verteilung der Stromdichte im Leiterquerschnitt gegeben, und, weil der Stromdichtevektor in jedem Punkt dem Wirbel der magnetischen Feldstärke gleich gesetzt wird, muss zunächst die Verteilung desjenigen magnetischen Feldes, in dem die Spulen eingebettet liegen, also die Verteilung des Streufeldes, untersucht werden.

Der erste Schritt ist die richtige Erfassung der Windungsrichtungen: die Einführung gültiger Bezeichnungen für die Scheibenspulen-, wie für die Zylinderanordnung. Eine ganz bestimmte, aus der Wicklung herausgegriffene Windung habe den Rechteckquerschnitt:

$$q = a \cdot b \text{ cm}^2$$

wobei mit a die *senkrechte* und mit b die zur Hauptstreufeldrichtung *parallele* Kante bezeichnet wird. Es sei ferner:

m_a die Windungszahl in Richtung a, von $1,2...m_a$, also bis zu der herausgegriffenen Windung, und
m_{a0} die ganze Windungszahl in derselben Richtung.

Bei der Scheibenspulen-Anordnung bedeutet dann m_{a0} die halbe (bzw. die ganze bei Doppelspulen) Zahl der Windungen pro Lage, und bei der Zylinder-Wicklung die Zahl der Lagen.

Genau so wollen wir mit

m_b die Windungszahl in Richtung b bezeichnen, und zwar bis zu der betreffenden zu untersuchenden Windung, und mit
m_{b0} die totale Windungszahl in derselben Richtung.

Es bedeutet dann dementsprechend m_{b0} die Zahl der Lagen bei Scheibenwicklung, und bei der Zylinder-Anordnung die Zahl der Windungen pro Lage. Fig. 1 veranschaulicht diese Verhältnisse.

Die Windungszahl $1,2...m_a...m_{a0}$ ist gleichsinnig mit der Zunahme der magnetischen Streufeldstärke numeriert; m_{a0} liegt also im Gebiet des maximalen H_0, während alle m_b-Windungen von $1,2...m_b...m_{b0}$ von einem gleich grossen H_0 durchsetzt werden. Durch diese Bezeichnung erreicht man, dass die entwickelten Formeln für beide Wicklungsarten

gültig bleiben und dass eine etwaige Verwechslung der Lagenzahl mit der Zahl der Windungen pro Lage ausgeschlossen wird.

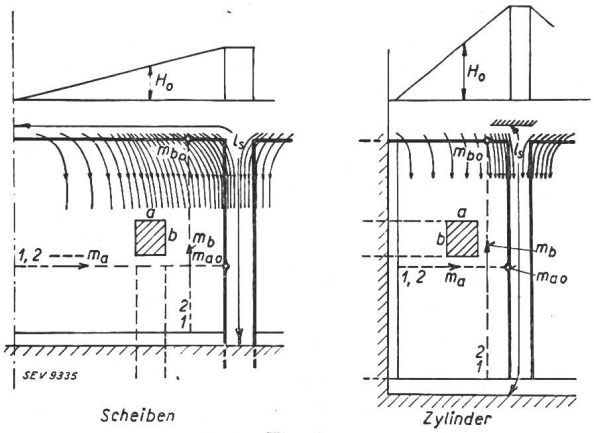

Fig. 1.

2. Der gleichmässig verteilte Strom.

Im Querschnitt $a \cdot b$ wird die mittlere magnetische Feldstärke durch sämtliche Amperewindungen im geschlossenen Kreis $\oint H dl$ erregt, und wenn man mit einer durchschnittlichen, also für alle Windungen konstanten magnetischen Pfadlänge l_s rechnet und die magnetische Spannung im Eisen vernachlässigt, so wird

$$H_0 = \frac{\Sigma (IN)}{l_s} \qquad (1)$$

Die Summe erstreckt sich über alle eingeschlossenen Amperewindungen, welche sich zusammensetzen: einmal aus den Amperewindungen, welche im Gebiet innerhalb der markierten Windungen liegen

$$I \cdot m_{b0} \, (m_a - 1) \qquad (2)$$

und das andere Mal aus den Ampere-Windungen des in Fig. 2 schraffierten Querschnittes selber:

$$I_b \, m_{b0} \qquad (3)$$

begrenzt durch die Linie X—X, wenn mit I_b die Stromstärke des schraffierten Querschnitteiles der

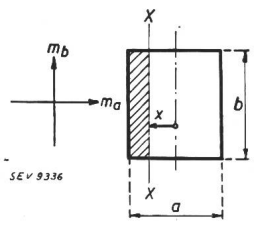

Fig. 2.

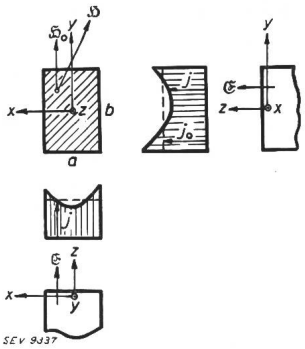

Fig. 3.

Fig. 2 bezeichnet wird. Die gesamten Amperewindungen des *gleichmässig verteilten* Stromes sind also:

$$\Sigma (IN) = I m_{b0} \, (m_a - 1) + I_b \, m_{b0} \qquad (4)$$

Die in A/cm² gemessene Stromdichte j_0 ebenfalls des gleichmässig verteilten Stromes sei

$$j_0 = \frac{i}{ab} = \frac{i_b}{\left(\frac{a}{2} - x\right) b} = \sqrt{2}\, J_0 \sin(\omega t) \qquad (5)$$

so dass die gesuchte mittlere magnetische Streufeldstärke:

$$H_0 = j_0 \left[\frac{m_{b0}\, b}{l_s}\right] \left[a\left(m_a - \frac{1}{2}\right) - x\right] \qquad (6)$$

ist.

3. Die Wirbelstromdichte.

Wir wollen den Zusammenhang zwischen der im Querschnitt örtlich verteilten Stromdichte und des magnetischen Feldes aufsuchen. Es sei in Fig. 3 ein positives rechtwinkliges Koordinatensystem eingeführt und die Stromdichteverteilung in diesem angedeutet.

Es sei (hier ohne Begründung) angenommen, dass mit den nötigen Vernachlässigungen die Stromlinien ausschliesslich parallel mit der z-Axe, und dass die Linien des magnetischen Feldes nur in der x-y-Ebene verlaufen. In Formeln ausgedrückt, soll also:

$$j_x = 0 \quad j_y = 0 \quad j_z \equiv j \quad \mathfrak{H}_z = 0$$

sein. Es lauten die Maxwellschen Gleichungen mit Vernachlässigung der rasch veränderlichen Vorgänge in einem beliebigen Punkt des Querschnittes:

$$\text{rot}\, \mathfrak{E} = \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} \qquad \mathfrak{E} = \varrho\, j$$

$$\text{rot}\, \mathfrak{H} = j \qquad \mathfrak{B} = \Pi\, \mathfrak{H} \qquad (7)$$

alle Zustandsvektoren im technischen, also V-A-F-H-cm-s-System gemessen. Die Permeabilitätskonstante ist dann:

$$\Pi = 4\pi\, 10^{-9} \text{ H/cm}$$

und der spezifische Widerstand des warmen (75 ° C) Kupfers:

$$\varrho = 21{,}5 \cdot 10^{-3}\ \Omega \text{ cm}$$

Die Regeln der Vektoranalyse ergeben mit Berücksichtigung

$$\text{div}\, \mathfrak{H} = 0 \quad \text{rot}\, j = \text{rot rot}\, \mathfrak{H} = -\Delta\, \mathfrak{H}$$

$$\text{rot}\, \mathfrak{E} = \varrho\, (-\Delta\, \mathfrak{H}) = -\Pi \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}$$

so dass

$$\text{rot}\, j = -\frac{\Pi}{\varrho} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \qquad (8)$$

Mit den vorherigen Annahmen über den Verlauf der Strom- und der magnetischen Feldlinien erhält man die Komponentengleichungen:

$$\frac{\partial j}{\partial y} = -\frac{\Pi}{\varrho} \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial j}{\partial x} = +\frac{\Pi}{\varrho} \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial t} \qquad (9)$$

Die *totale* Stromdichte j sowohl als auch das magnetische Feld H kann man sich aus den «gleichmässig verteilten» (Index 0) und reinen Wirbelstromkomponenten (Index 1) zusammengesetzt denken

$$j = j_0 + j_1$$
$$\mathfrak{H}_x = \mathfrak{H}_{1x}$$
$$\mathfrak{H}_y = \mathfrak{H}_0 + \mathfrak{H}_{1y} \qquad (10)$$

Vernachlässigt man das «Verdrängen des magnetischen Feldes», setzt man also

$$\mathfrak{H}_{1x} = 0 \quad \mathfrak{H}_{1y} = 0$$

so wird auch

$$\frac{\partial j_1}{\partial y} = 0$$

und weil sich j_0 weder in Richtung x, noch in y ändert:

$$\frac{\partial j_1}{\partial x} = \frac{\Pi}{\varrho} \frac{\partial \mathfrak{H}_0}{\partial t}$$

$$j_1 = \frac{\Pi}{\varrho} \int_x \frac{\partial \mathfrak{H}_0}{\partial t} \, dx \qquad (11)$$

wobei für H_0 der Wert aus Gl. 6 einzusetzen ist. Die Durchführung der Integration ergibt eine Integrations-Konstante, die man am besten unter Zuhilfenahme der Bedingung: «Stromdichte quellenfrei» bestimmen kann. Der Stromdichtefluss durch den geschlossenen Raum: Querschnitt $q = a \cdot b$ ...Mantelfläche dieser Windung ...Querschnitt etwa ausserhalb des H_0-Feldes, ist

$$\int_q j \, dx \, dy - i = \int_q (j_0 + j_1) \, dx \, dy - i = 0$$

so dass

$$\int_q j_1 \, dx = 0 \qquad (12)$$

d. h. es verschwindet der Mittelwert der Wirbelstromdichte über den Querschnitt.

Es ist zweckmässig, in Gl. 11 die Konstanten zusammenzufassen und wenn man fortab die Stromdichte in A/mm² messen will, d. h.

$$[J_0] \text{ in A/cm}^2 = 10^2 \, [J_0] \text{ in A/mm}^2$$
$$[\varrho] \text{ in } \Omega \text{ cm} = 10^{-2} \, [\varrho] \text{ in (V/cm):(A/mm}^2)$$

setzt, so ergibt das Konstanten-Produkt mit

$$\frac{4 \pi^2}{21{,}5} = 1{,}84$$

$$A = 1{,}84 \left(\frac{f}{50}\right)\left(\frac{21{,}5 \cdot 10^{-3}}{\varrho}\right)\left(\frac{m_{b0} \, b}{l_s}\right) \qquad (13)$$

so dass

$$j_1 = A \, (\sqrt{2} \, J_0 \cos \omega t) \left[C + a \left(m_a - \frac{1}{2}\right) x - \frac{1}{2} x^2\right] \qquad (14)$$

Gl. 12 liefert, wie gesagt, die Integrationskonstante C der Gl. 11, bzw. der Gl. 14.

Der weitere Berechnungsgang ist nun ganz einfach. Man bestimmt den quadratischen Mittelwert der Wirbelstromdichte über den Querschnitt q und dann aus

$$j_0^2 + j_{1m}^2 = K \, j_0^2 \qquad (15)$$

den Wirbelstromfaktor K, welcher also mit den Gleichstrom-Kupferverlusten multipliziert die Gesamt-Kupferverluste anzeigt. Dieser Faktor K ist naturgemäss von Windung zu Windung verschieden, weil selbst der Mittelwert der Wirbelstromdichte in Richtung wachsender Streufeldstärke zunimmt, so dass um einen Durchschnittswert K_m zu erhalten, man noch den Mittelwert des K von sämtlichen Windungen und Lagen zu berechnen hat.

Diese etwas summarischen Ausführungen sind z. T. Wiederholungen der Vidmarschen Gedankengänge, und sollen bloss als Grundlage und Vorbereitung folgender Abschnitte dienen.

4. Unterteilung parallel zur Hauptstreurichtung.

Um das Kernproblem zu lösen, wird es am zweckmässigsten sein, die Wicklung wieder aus insgesamt m_{a0}-Windungen in Richtung a, und m_{b0}-Windungen in Richtung b zerlegt zu denken, wobei aber die zur Hauptstreurichtung senkrechte Kante a in 1,2...z gleiche Teile unterteilt werde, so, dass der Querschnitt $q = a \cdot b$ und auch die Gesamtwicklung aus z parallelen und von einander isolierten

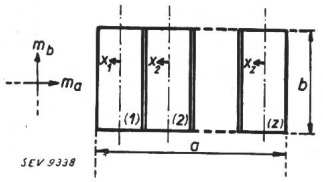

Fig. 4.

Zweigen bestehen soll. Fig. 4 veranschaulicht den Querschnitt.

Der Gesamtstrom sei wieder

$$I = J_0 \, a \, b$$

und die gleichmässig verteilt gedachte Streufeldstärke:

$$H_0 = \frac{\Sigma (IN)}{l_s}$$

welche aber jetzt für die Windungen 1,2...z einzeln zu berechnen ist. Die Amperewindungen, welche im Gebiet innerhalb des gezeichneten Querschnittes q liegen, sind nach wie vor nach Gl. 2

$$(IN) = I \, m_{b0} \, (m_a - 1)$$

und der Beitrag an Amperewindungen jedes Querschnitt-Teiles ist der Reihe nach

$$I_{b1} \, m_{b0}, \; I_{b2} \, m_{b0}, \ldots \; I_{bz} \, m_{b0}$$

wobei die gleichmässig verteilten Ströme aus

$$I_{b1} = J_0 \, b \left[\frac{1}{2} \frac{a}{z} - x_1\right]$$

$$I_{b2} = J_0 \, b \left[\frac{3}{2} \frac{a}{z} - x_2\right]$$

- -

$$I_{b(z-1)} = J_0 \, b \left[\frac{2z-3}{2} \frac{a}{z} - x_{z-1}\right]$$

$$I_{bz} = J_0 \, b \left[\frac{2z-1}{2} \frac{a}{z} - x_z\right] \qquad (16)$$

berechnet werden können, wenn, wie in Fig. 4 angedeutet, die in a-Richtung liegenden veränderlichen

$$x_1 \quad x_2 \ldots x_k \ldots x_z$$

von den Halbierungsgeraden der Einzelquerschnitte aus positiv im Sinne der sinkenden Streufeldstärke genommen werden. Die zur Berechnung der einzelnen Streufeldstärken

$$H_{01}, \quad H_{02} \ldots H_{0k} \ldots H_{0z}$$

nötigen Gesamtamperewindungen sind nach den Gl. 1, 2, 16

$$\sum_1 (IN) = (J_0\, ab)\, m_{b0}\, (m_a - 1) + J_0\, b \left[\frac{1}{2}\,\frac{a}{z} - x_1\right] m_{b0}$$

$$\sum_2 (IN) = (J_0\, ab)\, m_{b0}\, (m_a - 1) + J_0\, b \left[\frac{3}{2}\,\frac{a}{z} - x_2\right] m_{b0}$$

- -

$$\sum_z (IN) = (J_0\, ab)\, m_{b0}\, (m_a - 1) + J_0\, b \left[\frac{2z-1}{2}\,\frac{a}{z} - x_z\right] m_{b0} \tag{17}$$

und demnach die einzelnen Feldstärken:

$$H_{01} = J_0 \frac{b\, m_{b0}}{l_s} \left[a\left(m_a - \frac{2z-1}{2z}\right) - x_1\right]$$

$$H_{02} = J_0 \frac{b\, m_{b0}}{l_s} \left[a\left(m_a - \frac{2z-3}{2z}\right) - x_2\right]$$

- -

$$H_{0z} = J_0 \frac{b\, m_{b0}}{l_s} \left[a\left(m_a - \frac{1}{2z}\right) - x_z\right] \tag{18}$$

Die Wirbelstromdichten berechnet man wieder auf Grund der Gl. 11 und also mit genau derselben Konstanten A (Gl. 13) der Reihe nach

$$j_{x1} = A\,(\sqrt{2}\, J_0 \cos \omega t)\left[C_1 + a\left(m_a - \frac{2z-1}{2z}\right) x_1 - \frac{1}{2}\, x_1^2\right]$$

$$j_{x2} = A\,(\sqrt{2}\, J_0 \cos \omega t)\left[C_2 + a\left(m_a - \frac{2z-3}{2z}\right) x_2 - \frac{1}{2}\, x_2^2\right]$$

- -

$$j_{xz} = A\,(\sqrt{2}\, J_0 \cos \omega t)\left[C_z + a\left(m_a - \frac{1}{z}\right) x_z - \frac{1}{2}\, x_z^2\right] \tag{19}$$

Die Konstanten C werden wieder auf Grund der Gl. 12 bestimmt und es muss daher, allgemein im k-ten Querschnitt

$$\int_{2k} j_{xk}\, \mathrm{d}x_k = 0$$

werden, oder

$$\int_{2k} \left[C_k + a\left(m_a - \frac{2z - (2k-1)}{2z}\right) x_k - \frac{1}{2}\, x_k^2\right] \mathrm{d}x_k =$$

$$\left[C_k\, x_k + a\left(m_a - \frac{2z - 2k + 1}{2z}\right) \frac{1}{2}\, x_k^2 - \frac{1}{6}\, x_k^3\right]_{-\frac{a}{2z}}^{+\frac{a}{2z}} =$$

$$\frac{a}{z}\, C_k - \frac{1}{6}\, \frac{a^3}{4\, z^3} = 0.$$

Wir kommen zum Ergebnis, dass alle

$$C_1 = C_2 = \ldots C_k = \ldots C_z = \frac{1}{24}\left(\frac{a}{z}\right)^2 \tag{20}$$

Wir folgen weiter den Anweisungen des im Abschnitt 3 entwickelten Gedankenganges, und berechnen den quadratischen Mittelwert der Wirbelstromdichte im k-ten Querschnitt, und erhalten mit den Abkürzungen:

$$\alpha_1 = \frac{2z-1}{2z} \qquad m_{a1} = m_a - \alpha_1$$

$$\alpha_2 = \frac{2z-3}{2z} \qquad m_{a2} = m_a - \alpha_2$$

- -

$$\alpha_k = \frac{2(z-k)+1}{2z} \qquad m_{ak} = m_a - \alpha_k$$

- -

$$\alpha_z = \frac{1}{2z} \qquad m_{az} = m_a - \alpha_z \tag{21}$$

$$j_{km}^2 = \left(\frac{z}{a}\right) \int_{-\frac{a}{2z}}^{+\frac{a}{2z}} j_{xk}^2\, \mathrm{d}x_k =$$

$$(\sqrt{2}\, J_0 \cos \omega t)^2 A^2 \frac{a^4}{12\, z^2}\left[m_{ak}^2 + \frac{1}{60\, z^2}\right] \tag{22}$$

Um einen Durchschnittswert aller $1,2 \ldots m_a \ldots m_{a0}$-Windungen *desselben k-ten Querschnittes* zu erhalten, benützt man die Beziehungen:

$$\frac{1}{m_{a0}} \sum_1^{m_{a0}} m_a^2 = \frac{1}{3}\, m_{a0}^2 + \frac{1}{2}\, m_{a0} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{m_{a0}} \sum_1^{m_{a0}} m_a = \frac{1}{2}\, m_{a0} + \frac{1}{2} \tag{23}$$

Es ist mit Gl. 21 und Gl. 23 der Mittelwert von m_{ak} aller m_{a0}-Windungen:

$$(m_{ak}^2)_m = \left[\frac{1}{3}\, m_{a0}^2 + \frac{1}{2}\, m_{a0} + \frac{1}{6}\right] - \alpha_k\, (m_{a0} + 1) + \alpha_k^2 \tag{24}$$

und somit der Mittelwert des Wirbelstromfaktors aller Windungen des k-ten Querschnittes:

$$K_{km} = 1 + \frac{A^2\, a^4}{36\, z^2}\left[m_{a0}^2 + 3\, m_{a0}\left(\frac{1}{2} - \alpha_k\right) + \left(\frac{1}{2} - 3\,\alpha_k + 3\,\alpha_k^2\right) + \frac{1}{20\, z^2}\right] \tag{25}$$

Nun soll der Durchschnitts-Wirbelstromfaktor von $1,2 \ldots z$ aller k Querschnitte berechnet werden; man setzt zu dem Zweck in Gl. 25 die Mittelwerte der α_k-Faktoren ein. Diese sind:

$$(\alpha_k)_m = \sum_{k=1}^{z} \alpha_k = \frac{1}{2}$$

$$(\alpha_k^2)_m = \sum_{k=1}^{z} \alpha_k^2 = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{4\, z^2}\right) \tag{26}$$

Mit diesen Werten ist der gesuchte Durchschnitts-Wirbelstromfaktor aller Windungen und Querschnitte:

$$K_{zm} = 1 + \frac{A^2 a^4}{36 z^2} \left[m_{a0}^2 - \frac{0{,}2}{z^2} \right]$$

Setzt man aus Gl. 13 den Wert von A hier ein, so wird:

$$K_{zm} = 1 + \left[\frac{m_{a0}^2 - \frac{0{,}2}{z^2}}{10{,}6\, z^2} \right] \left[\left(\frac{f}{50}\right) \left(\frac{21{,}5 \cdot 10^{-3}}{\varrho}\right) \left(\frac{m_{b0}\, q\, a}{l_s}\right) \right]^2 \quad (27)$$

Wir wollen diesen Ausdruck noch weiter vereinfachen. Ist z. B. eine Typenreihe, oder aber auch ein spezieller Transformator zu entwerfen, so wird die Schichtenisolation meist bekannt sein, d. h. man wird den «*Isolations-Streulängenfaktor*» leicht abschätzen können. Es sollen darunter das Verhältnis der «effektiven», also der reinen Kupferlänge zu der etwas erweiterten «geometrischen», also bewickelten Länge der Wicklungsbreite, bzw. der Streulänge verstanden werden. In Formeln:

$$f_{is} = \frac{m_{b0} \cdot b}{l_s} \quad (28)$$

Man erhält für die Frequenz 50 Hz den vereinfachten Ausdruck des Durchschnitt-Wirbelstromfaktors des warmen Kupfers:

$$K_{zm} = 1 + \frac{(z\, m_{a0})^2 - 0{,}2}{10{,}6} f_{is}^2 \left(\frac{a}{z}\right)^4 \quad (29)$$

Wenn man den Wirbelstromfaktor nach Abschnitt 3 ausrechnet, die Zahl der Lagen (bei Zylinderwicklung) ver-z-facht, und die Kante a des Querschnittes z-fach verkürzt, so kommt man ebenfalls auf Gl. 29 und die Untersuchung im Abschnitt 4 bestätigt nur, dass die Parallelteilung in bezug auf die Wirbelstromverluste dieselbe Wirkung hat. Ausserdem ermöglichen die entwickelten Gleichungen, wenn nötig, auch die Berechnung der Wirbelströme in den einzelnen parallelen Zweigen.

Werte von $(K_z - 1)$. Tabelle 1.

$m_{a0} =$	1	2	3	4
$z = 1$	0,076	0,358	0,830	1,490
2	0,022	0,093	0,211	0,375
3	0,010	0,042	0,094	0,167
4	0,006	0,024	0,053	0,094
$z = 1$	100 %	100 %	100 %	100 %
2	29,6	26	25,4	25,2
3	13,5	11,7	11,3	11,2
4	7,7	6,6	6,4	6,3

Beispiele.

Der Rechteckquerschnitt einer einlagigen Spule habe die zur Hauptstreurichtung senkrechte Kante von $a = 1{,}5$ cm. Sicherheitshalber sei mit $f_{is} = 1$ gerechnet. Ist nun der Querschnitt nicht unterteilt ($z = 1$), so errechnet man den Durchschnitt-Wirbelstromfaktor nach Gl. 29:

$$K_{1m} = 1 + \frac{0{,}8}{10{,}6} \cdot 1{,}5^4 = 1{,}382$$

Man hätte also bei 50 Hz und etwa 75° C gegenüber Gleichstrom eine Erhöhung von rund 38 % Ist eine Verdoppelung der Windungszahl, z. B. in Hinblick auf die Eisenverluste oder Kurzschlussspannung nicht möglich, so hilft eine einfache Unterteilung ($z = 2$), womit dann

$$K_{2m} - 1 = \frac{3{,}8}{10{,}6} \cdot 0{,}75^4 = 0{,}113$$

also 11,3 % erreicht werden.

5. Unterteilung senkrecht zur Hauptstreurichtung.

Wie im Abschnitt 4, bestehe die Wicklung eines Kernes wieder aus $m_{a0} \cdot m_{b0}$-Windungen, doch sei hier die zur Hauptstreurichtung *parallele* Kante b des Querschnittes q in 1,2...y gleiche, von einander isolierte Teile unterteilt (Fig. 5).

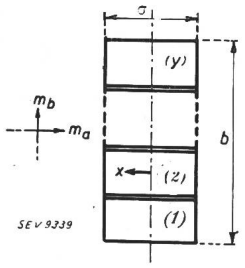

Fig. 5.

Die Gesamtwicklung besteht also aus y parallelen Zweigen mit den Querschnitten von:

$$a \cdot b / y$$

Die gleichmässig verteilten Ströme sind in den einzelnen Zweigen alle einander gleich, und

$$I_{b1} = I_{b2} = \ldots I_{by} = J_0 \left(\frac{b}{y}\right) \left(\frac{a}{2} - x\right) \quad (30)$$

Die Amperewindungen, begrenzt durch die Gerade X—X der Fig. 2, sind:

$$\Sigma I N = I_0\, m_{b0} (m_a - 1) + \Sigma I b_y m_{b0} =$$
$$= J_0\, a\, b\, m_{b0} (m_a - 1) + \left\{ J_0 \frac{b}{y} \left(\frac{a}{2} - x\right) \right\} y =$$
$$= J_0\, m_{b0}\, b \left[a \left(m_a - \frac{1}{2} \right) - x \right] \quad (31)$$

Dieser Ausdruck ist aber von y unabhängig und deckt sich völlig mit Gl. 6. Man kommt auf das Resultat, dass die hier behandelte Unterteilung in bezug auf die Verminderung der Wirbelstromverluste wirkungslos, und dass also eine noch so feine Lamellierung senkrecht zur Hauptstreurichtung theoretisch verfehlt ist. Versuche bestätigen dieses Resultat durchaus.