

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 32 (1941)  
**Heft:** 21  
  
**Artikel:** Seriiekreis, gekoppelte Kreise und Bandfilter [Fortsetzung und Schluss]  
**Autor:** Gruyter, Erwin de  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060037>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SCHWEIZERISCHER ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

# BULLETIN

## REDAKTION:

Generalsekretariat des Schweiz. Elektrotechn. Vereins und des  
Verbandes Schweiz. Elektrizitätswerke, Zürich 8, Seefeldstr. 301

## ADMINISTRATION:

Zürich, Stauffacherquai 36 ♦ Telefon 5 17 42  
Postcheck-Konto VIII 8481

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet

XXXII. Jahrgang

N<sup>o</sup> 21

Mittwoch, 22. Oktober 1941

## Serielle, gekoppelte Kreise und Bandfilter.

Zweite Fortsetzung und Schluss.\*)

Von Erwin de Gruyter, Zürich.

621.396.611.3 : 621.396.662.3.

Nachdem im vorigen Kapitel Betrachtungen über Koppel-  
Frequenzen und -Dämpfungen von Uebertragern in Funktion  
der Eigenfrequenz eines variablen Kreises angestellt wurden,  
wird im hier folgenden, letzten Kapitel\*) das Verhalten der  
Bandfilter mit identischen Kreisen nach Impedanz und Phase  
in Funktion der Kopplung untersucht, wobei auch die Grenz-  
gebiete der entarteten Bandfilter ihre Berücksichtigung  
finden.

Nach einleitenden Definitionen erscheint zu Anfang der  
Abhandlung eine Zusammenstellung der möglichen Zwei-  
kreis-Kopplungen in Tabellenform, und beschlossen werden  
die Einzelberechnungen durch einen charakterisierenden  
Filterkurvenvergleich. Weiter werden zwei Beispiele über-  
schlüssig gerechnet und einige experimentelle Untersuchungs-  
methoden angegeben. Darauf folgt eine abschliessende Be-  
trachtung dieser Aufsatzreihe mit einem Literaturnachweis.

Faisant suite aux considérations du précédent chapitre sur  
les fréquences et les amortissements du couplage des trans-  
formateurs en fonction de la fréquence propre d'un circuit  
variable, l'auteur examine, dans ce dernier chapitre, le com-  
portement des filtres passe-bande, à circuits identiques au  
point de vue impédance et phase, en fonction du couplage.  
Il considère également les cas à la limite des filtres passe-  
bande dégénérés.

L'auteur présente tout d'abord les définitions et un ta-  
bleau des couplages possibles de deux circuits. Les calculs  
individuels sont suivis d'une comparaison marquante des  
courbes de filtres. Deux exemples sont calculés par la mé-  
thode approximative et des méthodes d'expérimentation sont  
indiquées. Ce chapitre se termine par quelques remarques au  
sujet de cette série d'articles et par une bibliographie.

Zunächst betrachten wir das Ersatzschaltbild  
zweier gekoppelter Kreise (Fig. 1), nur mit dem  
Unterschied gegen früher, dass uns jetzt die Vor-

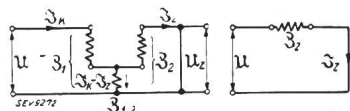


Fig. 1.  
Ersatzschaltbild zweier  
gekoppelter Kreise und  
Einführung der Band-  
filter-Impedanz.

gänge im zweiten Kreise interessieren. Die vorkom-  
menden Impedanzen seien wieder reine Seriellkreise.  
Die Spannungsgleichungen lauten dann:

$$\begin{aligned} U &= Z_K (Z_1 - Z_{12}) + (Z_K - Z_Z) Z_{12} \\ U &= Z_K Z_1 - Z_Z Z_{12} \end{aligned}$$

und analog:

$$U_Z = Z_Z Z_2 - Z_K Z_{12} = 0$$

daraus  $Z_K = Z_Z Z_2 / Z_{12}$  ergibt eingesetzt:

$$U = Z_Z (Z_1 Z_2 - Z_{12}^2) / Z_{12}$$

Man definiert nun

$$U / Z_Z = Z_Z$$

und nennt diesen Ausdruck die *Bandfilter-Impedanz*. Es fliesst im kurzgeschlossenen zweiten Kreis  
des Filters ein Strom, der die gleiche Grösse und  
dieselbe Phase gegen die Eingangsspannung besitzt  
wie ein Strom, der durch diese Spannung in einer

angeschlossenen Impedanz  $Z_Z$  erzeugt würde. Wir  
erhalten damit die gesuchte Durchlässigkeit des  
Filters in Abhängigkeit von der Frequenz:

$$Z_Z = (Z_1 Z_2 - Z_{12}^2) / Z_{12}$$

Nach Trennung von Widerstand und Reaktanz  
heisst die allgemeine Gleichung explizit:

$$\begin{aligned} Z_Z &= \frac{\{R_{12}(R_1 R_2 - X_1 X_2 - Z_{12}^2) + X_{12}(R_1 X_2 + R_2 X_1)\} + \\ &\quad + j\{X_{12}(X_1 X_2 - R_1 R_2 - Z_{12}^2) + R_{12}(X_1 R_2 + X_2 R_1)\}}{Z_{12}^2} \\ Z_Z &= R_Z + j X_Z \end{aligned}$$

Die Analogie im Aufbau der Komponenten ist total.

### C. Bandfilter.

Mit der in der Einleitung zuletzt genannten For-  
mel ist die Berechnung von Uebertragern und ver-  
stimmten Koppelfiltern<sup>1)</sup> allgemein möglich. Unter  
*Bandfilter* wollen wir aber ein *nicht* verstimmtes  
Koppelfilter verstehen, dessen beide gekoppelte  
Kreise die gleiche ideale Schwingfrequenz besitzen,  
weswegen sie meist *identisch* gebaut sind. Die Be-  
rechnung vereinfacht sich daher.

<sup>1)</sup> Nicht zu verwechseln mit den reinen *Verstimmungs-*  
*filtern*, bei denen zwei *nicht* gekoppelte Kreise z. B. in zwei  
verschiedenen neutralisierten Verstärkerstufen eine geringe  
Verstimmung aufweisen. Die erhaltenen Selektionskurven  
ähneln den Bandfilterkurven, nur ist die Flankensteilheit  
ausserhalb der Resonanz bedeutend geringer.

\*) Die vorgängigen 3 Aufsätze sind im Literaturnachweis  
am Schluss des Aufsatzes angegeben.

$$\begin{aligned}\mathfrak{Z}_1 &= \mathfrak{Z}_2 = \mathfrak{Z}; \mathfrak{Z}_{12} = \mathfrak{Z}_k; \text{eingesetzt ergibt:} \\ \mathfrak{Z}_Z &= (\mathfrak{Z}^2 - \mathfrak{Z}_k^2)/\mathfrak{Z}_k \text{ oder relativ:} \\ \underline{\mathfrak{Z}_Z} &= (\mathfrak{Z}^2 - \mathfrak{Z}_k^2)/\mathfrak{Z}_k\end{aligned}$$

Die Relativwerte der Impedanzen sind auf den kritischen Widerstand, und die der Frequenzen auf die ideale Schwingfrequenz der identischen Einzelkreise bezogen. Wenn bei Grenzfällen die Kopplung oder die Dämpfung extrem stark wird, ist bei der Berechnung die Variation des kritischen Widerstandes und der Schwingfrequenz zu berücksichtigen, wozu Anleitung im vorigen Kapitel B gegeben wurde.

Laut entsprechendem Ersatzschema nach Fig. 1 arbeitet das Bandfilter mit den Seriellkreis-Impedanzen  $\mathfrak{Z}$  und  $\mathfrak{Z}_k$  auf Kurzschluss; entsprechend müsste ein Bandfilter mit Impedanzen in Form von Parallelkreisen auf Leerlauf arbeiten, wenn man den Vorteil der einfachen Inversion bei der Rechnung mit Relativwerten ausnutzen will. Dies entspricht aber den Tatsachen bei leistungslos gesteuerten Röhren, wobei man die Röhrenimpedanz in zweckmässiger Schaltung als Teil der Impedanz des zweiten Kreises auffassen kann.

Die explizite relative Darstellung des allgemeinen Koppelfilters mit identischen Kreisen lautet:

$$\underline{\mathfrak{Z}_Z} = \frac{\{r_k(z^2 - z_k^2) + 2x(rx_k - r_kx)\} + j\{x_k(z^2 - z_k^2) + 2r(xr_k - x_kr)\}}{z_k^2}$$

$$\underline{\mathfrak{Z}_Z} = r_Z + jx_Z$$

$$\text{Grösse: } z_Z = \sqrt{r_Z^2 + x_Z^2}; \text{ Phase: } \zeta_Z = x_Z/r_Z$$

Der nun folgenden mathematischen Entwicklung von Bandfilter-Impedanz- und Phasenwerten soll das Resultat in Form einer Uebersicht aller Filter-Arten vorausgenommen werden. Angefangen mit der allgemeinsten Impedanz-Kopplung erhält man durch Spezialisierung des Koppelgliedes alle Fälle der echten und entarteten Bandfilter. Diese erste Unterscheidung sei wie folgt definiert:

**Echte n-Kreis-Bandfilter** haben im *Phasengang* bei endlichen Frequenzwerten total  $(2n-1)$  verschiedene Nullstellen, wobei im Grenzfall auch ein Pol ungerader Ordnung als Nullstelle gilt. — **Entartete** Filter haben im Phasengang *weniger* Nullstellen.

Je nachdem der *Impedanzverlauf* beim Zweikreisfilter ein einfaches Extremum, ein dreifaches oder drei einfache Extrema aufweist, nennt man die drei Koppelfälle:

1. unterkritisch:  $\kappa^2 < 1$
2. kritisch:  $\kappa^2 = 1$
3. überkritisch:  $\kappa^2 > 1$

Die Impedanzkopplung hat den Wert

$$\kappa = \sqrt{\kappa_D^2 - k_R^2}$$

<sup>2)</sup> Bei Frequenz- und Impedanzwerten sind stets die Absolutwerte gemeint, auch ohne dass Absolutwert-Striche gesetzt oder Wurzeln mit dem positiven Vorzeichen versehen sind.

wie später gezeigt wird. Sie kann also auch gleich Null oder sogar imaginär werden.  $\kappa=0$  würde man im vorliegenden System konsequenterweise mit *Impedanz-Neutralisation* bezeichnen. Bei Resonanz ist die einzige Koppelgleich der Eigenfrequenz und die Zusatzdämpfung<sup>3)</sup> verschwindet:

$$v^2 = v_2^2 = 1; r'/r = 0$$

$$\text{daraus folgt } \left(\frac{k_L - k_C}{r}\right)^2 - k_R^2 = 0$$

oder  $\kappa^2=0$  was zu beweisen war.

$\kappa^2 \geq 0$  ist demnach das Kriterium dafür, ob bei gekoppelten Kreisen in Resonanz, also auch bei Bandfiltern, eine Bedämpfung, keine Dämpfungsänderung oder eine Entdämpfung gegenüber dem Einzelkreis auftritt. An der Entdämpfung sind aber keine negativen Widerstände beteiligt.

Die Impedanz-neutralisierten Filter haben im Gegensatz zu den Reaktanz-neutralisierten keine reziprok-symmetrische Impedanzkurven.

Eine gänzliche Entkopplung in der Resonanz (totale Neutralisation) ist allein in Reaktanzkopplung möglich und daher nur näherungsweise bei  $k_R \rightarrow 0$  erreichbar. Für die Resonanzfrequenz würde sich das Filter wie zwei voneinander abgeschirmte Schwingkreise verhalten und daher keine Energie durchlassen.

Es folgt eine Zusammenfassung der Definitionen für die Koppelfaktoren.

|                          |               |
|--------------------------|---------------|
| Spulen-Koppelfaktor      | $k_L = L_k/L$ |
| Kondensator-Koppelfaktor | $k_C = C/C_k$ |
| Widerstands-Koppelfaktor | $k_R = R_k/R$ |

Daraus abgeleitet:

|                                |  |
|--------------------------------|--|
| Differenz-Koppelfaktor         | $k_D = k_L - k_C$                      |
| X-Neutralisations-Koppelfaktor | $k_N = (k_L = k_C); k_D = 0$           |
| Impedanz-Koppelfaktor          | $k^2 = k_D^2 - r^2 k_R^2$              |
| Z-Neutralisations-Koppelfaktor | $k_O^2 = (k_D^2 = r^2 k_R^2); k^2 = 0$ |
| Homogener Koppelfaktor         | $k_H = (k_L = k_C = k_R)$              |

Allgemein entsteht die «Kopplung» aus dem «Koppelfaktor» durch Division mit der Dämpfung eines Einzelkreises:

$$\kappa = k/r$$

Weiter eine Aufzählung der Symbole, Namen und Definitionen aller Wechselstrom-Widerstandsgrössen.

Die Absolutwerte nennt man allgemein:

|  |                 |
|--|-----------------|
| $Z$ = Impedanz oder Scheinwiderstand: $Z^2 = R^2 + X^2$                        | } <sup>4)</sup> |
| $R$ = Resistanz oder Wirkwiderstand, nicht-phasenschiebende Komponente von $Z$ |                 |
| $X$ = Reaktanz oder Blindwiderstand, phasenschiebende Komponente von $Z$       |                 |

<sup>3)</sup> Bull. SEV 1939, Nr. 19, S. 427 rechts oben.

<sup>4)</sup> Im «Internationalen elektrotechnischen Wörterbuch» sind die folgenden, in der Literatur anzutreffenden Bezeichnungen der Reziprokwerte als «grundlegende elektrotechnische Ausdrücke» gekennzeichnet:

|  |
|--|
| $1/Z = Y$ = Admittanz oder Scheinleitwert, |
| $1/R = G$ = Konduktanz oder Wirkleitwert,  |
| $1/X = S$ = Suszeptanz oder Blindleitwert. |

Die Einheit hierfür ist  $1/\Omega$  in der deutschen Literatur häufig mit Siemens [S] bezeichnet, in der angelsächsischen mit mho (Ohm, rückwärts gelesen). — Man lasse sich aber nicht irreführen durch andere Bezeichnungen und Definitionen wie S statt X früher in der deutschen Literatur und S definiert zu  $X/Z^2$  in der französischen.

$Z_L$  = Spulen-Impedanz:  $Z_L^2 = R_L^2 + X_L^2$  <sup>5)</sup>  
 $X_L$  = Induktanz, Spulen-Reaktanz:  $X_L = L_\omega f$   
 $Z_C$  = Kondensator-Impedanz:  $Z_C^2 = R_C^2 + X_C^2$  <sup>5)</sup>  
 $X_C$  = Kapazität, Kondensator-Reaktanz:  $X_C = 1/C_\omega f$

Alle diese Widerstandsgrößen werden in der *praktischen elektrischen Masseinheit* Ohm gemessen. Diese Einheit basiert auf dem *elektromagnetischen CGS-System*. Die Definition lautet:

$$\text{Ohm } [\Omega]: 1 \Omega = 10^9 \text{ cm/s}$$

Für die zur Widerstands- reziproke Leitwertgröße ist als Einheit üblich geworden:

$$\text{Siemens } [S]: 1 S = 1/\Omega = 10^{-9} \text{ s/cm}$$

Die Wechselstromtechnik bedient sich der zur Zeit reziproken Frequenzgröße mit der Einheit:

$$\text{Hertz } [Hz]: 1 Hz = 1/s$$

In diesen Einheiten gemessen besitzt die Induktivität die abgeleitete Einheit  $\Omega/Hz$  und die Kapazität  $S/Hz$ . Diese Bezeichnungen zeigen anschaulich die mit der Frequenz steigende Reaktanz der Induktivität bzw. Suszeptanz der Kapazität. Man hat hierfür die abgekürzten Bezeichnungen **Henry** [H] bzw. **Farad** [F] eingeführt. Die Beziehungen lauten:

$$1 \Omega/Hz = 1 H = 1 \Omega s = 10^9 \text{ cm}$$

$$1 S/Hz = 1 F = 1 S s = 10^{-9} \text{ s}^2/\text{cm}$$

Vom elektrostatischen Maßsystem her ist leider heute noch vielfach für die Kapazität die Dimension cm üblich. Die Beziehung zum elektromagnetischen System lautet:

$$1 F_{\text{el. magn.}} = 0,9 \cdot 10^{12} \text{ cm}_{\text{el. stat.}}$$

Die in der folgenden Zusammenstellung erscheinenden symbolischen Abkürzungen sind beispielsweise wie folgt zu lesen:

$Z$ -Koppl. = Impedanz-Kopplung,  
 $X_L$ -totale  $Z_L$ -Koppl. = Induktanz-totale Spulen-Impedanz-Kopplung,  
 $X_C$ -totale  $X$ -Koppl. = Kapazität-totale Reaktanz-Koppl.,  
 $X$ -totale  $X$ -Koppl. = totale Reaktanz-Kopplung,  
 $X$ -neutral.  $X$ -Koppl. = total-neutralisierte Kopplung.

$$z_Z = \frac{1}{v} \cdot \sqrt{\frac{v^8 (1 - k_L^2)^2 - v^6 \cdot 2 \{2 (1 - k_L^2) (1 - k_L k_C) - r^2 [(1 - k_L k_R)^2 + (k_L - k_R)^2]\} + v^4 \{6 (1 - k_L k_C)^2 - 2 k_D^2 - r^2 [4 (1 + k_L k_C) (1 + k_R^2) - 8 k_R (k_L + k_C) - r^2 (1 - k_R^2)^2]\} - v^2 \cdot 2 \{2 (1 - k_C^2) (1 - k_L k_C) - r^2 [(1 - k_C k_R)^2 + (k_C - k_R)^2]\} + (1 - k_C^2)^2}{k_L^2 v^4 - (2 k_L k_C - r^2 k_R^2) v^2 + k_C^2}}$$

### Zusammenstellung der möglichen Zweikreis-Kopplungen.

Die durchwegs echten Bandfilter sind durch Fettdruck hervorgehoben.

Bei Erfüllung der in Klammer stehenden Gleichungen sind die in den entsprechenden Klammern stehenden Symbole anzuwenden.

#### I. Allgemein

(asymmetrisch)

$$1) k_L \neq k_C; k_R (=0) \{=1\}$$

{R-totale}

**$Z(X)$ -Kopplung**

$$2) k_L \neq k_C = 0;$$

$k_R (=0) \{=1\}$

{R-totale}

**$Z_L(X_L)$ -Kopplung**

#### II. X-Neutralisiert

(reziprok-symmetrisch)

$$1) [k_L = k_C] = k_N \neq 1;$$

$k_R (=0) \{=1\}$

{R-totale} symmetrische

**$Z$ -Kopplung**

bzw. (Totale Neu-

tralisation)

<sup>5)</sup> Nicht zu verwechseln mit einer (für eine bestimmte Frequenz) induktiven, bzw. kapazitiven Impedanz, die eine kombinierte Spulen-Kondensator-Impedanz sein kann. — International gebräuchliche Ausdrücke wie für die andern Größen gibt es nicht.

$$3) k_C \neq k_L = 0;$$

$k_R (=0) \{=1\}$

{R-totale}

**$Z_C(X_C)$ -Kopplung**

$$4) k_L = 1 \neq k_C (=0);$$

$k_R [=0] \{=1\}$

{R- und}  $X_L$ -totale

**$Z_{(L)}[X_{(L)}]$ -Kopplung**

**Hochpass**

$$5) k_C = 1 \neq k_L (=0);$$

$k_R [=0] \{=1\}$

{R- und}  $X_C$ -totale

**$Z_{(C)}[X_{(C)}]$ -Kopplung**

**Tiefpass**

$k_N \neq 2k_R$  {Duplex-Filter  
Kritische  
Neutralisation  
Simplex-Filter}

Diese Filter entarten im Bereich

$$k_N \leq \frac{2k_R}{1+k_R^2} \text{ bis } k_R \leq \frac{2k_N}{1+k_N^2}$$

mit der homogenen Kopplung

$$[k_N = k_R] = k_H \text{ in der Mitte}$$

$$2) k_N = 0 \neq k_R (=1)$$

partielle (totale) R-

Kopplung

$$3) k_N = 1 \neq k_R (=0)$$

X-totale

**$Z(X)$ -Kopplung**

### I. Allgemeine, asymmetrische Filter.

#### 1a. Impedanzkopplung.

Impedanzwert

$$z_Z = \sqrt{r_Z^2 + x_Z^2}$$

Nach Einsetzen der Komponenten aus der relativen Vektorgleichung am Anfang des Kapitels erhält man die Impedanzwert-Gleichung in der impliziten Form:

$$z_Z = \frac{1}{z_k} \sqrt{z^4 - 2 \{z^2 z_R^2 - 2 (r x_k - r_k x)^2\} + z_R^4}$$

Da  $r_k = r k_R$ ;  $x_k = k_L v - k_C/v$ , lautet die Gleichung in  $v$  explizit:

Der Impedanzverlauf eines zweigliedrigen Bandfilters zeigt in Resonanznähe meist 3 Extrema, die bei den in der Radiotechnik üblichen, annähernd kritisch-gekoppelten Filtern dicht benachbart in der Nähe der Einzelkreis-Schwingfrequenz liegen. Zur Bestimmung der Extrempunkte kann man daher die allgemeine implizite Impedanzwert-Gleichung vereinfachen, indem man  $x \approx 0$  setzt und damit  $x_k \approx k_D$ . Man eliminiert so die in Resonanznähe sehr geringe Asymmetrie der Filterkurve: Die symmetrischen Glieder mit  $x^2$  und  $x^4$  müssen selbstverständlich erhalten bleiben.

$$z_Z \approx \frac{1}{r} \sqrt{\frac{r^4 \{(\kappa_D^2 - k_R^2 - 1)^2 + 4 [\kappa_D^2 (1 + k_R^2) - k_R^2]\} - 2 r^2 (\kappa_D^2 - k_R^2 - 1) x^2 + x^4}{k_R^2 + \kappa_D^2}}$$

Der Zähler ist hier als vollständiges Quadrat mit



Störungsglied<sup>6)</sup> geschrieben; zusammengefasst lautet das erste Glied:

$$r^4 \{1 + 2(\kappa_D^2 - k_R^2) + (\kappa_D^2 + k_R^2)^2\}$$

Die Extrema liegen bei  $d(z_Z^2)/dx=0$ , folglich bei den Verstimmungen:

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_e = \pm r \sqrt{\kappa_D^2 - k_R^2 - 1} \end{cases}$$

Allgemein gilt in Resonanznähe

$$\begin{aligned} x &= v - 1/v; \quad v = x/2 + \sqrt{(x/2)^2 + 1} \\ x_e &\approx 0; \quad v_e = x_e/2 + 1 \end{aligned}$$

Die entsprechenden Frequenzwerte sind

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_e = 1 \pm \frac{r}{2} \sqrt{\kappa_D^2 - k_R^2 - 1} \end{cases}$$

$$\text{oder } v_e = 1 \pm \frac{r}{2} \sqrt{\kappa^2 - 1}; \quad \kappa^2 = \kappa_D^2 - k_R^2$$

Die Nebenextrema fallen ins (Resonanz-)Hauptextremum oder verschwinden, wenn die schon eingangs erwähnte und hier abgeleitete Impedanzkopplung  $\kappa \geq 1$  wird.

Die extremalen Impedanzwerte lauten

$$\begin{aligned} z_{oZ} &= r \sqrt{\frac{1 + 2\kappa^2 + (\kappa_D^2 + k_R^2)^2}{\kappa_D^2 + k_R^2}} \\ z_{eZ} &= 2r \sqrt{\frac{\kappa^2 + \kappa_D^2 k_R^2}{\kappa_D^2 + k_R^2}} \end{aligned}$$

Für die Praxis ist noch die *Lochtiefe*  $\tau$  bei überkritisch-gekoppelten Filtern wissenswert. Die Einsattelung ruft z. B. in Tonfiltern Lautstärkeschwankungen hervor, die, wie *Nahgang* durch Hörversuche feststellte, auf 0,5...0,1 Neper beschränkt bleiben müssen, damit je nach Obertonstärke die Klangfarbe nicht gefälscht erscheint.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{z_{oZ} - z_{eZ}}{z_{eZ}} = z_{oZ}/z_{eZ} - 1 \\ \tau &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 + 2\kappa^2 + (\kappa_D^2 + k_R^2)^2}{\kappa^2 + \kappa_D^2 k_R^2}} - 1 \end{aligned}$$

Die Beziehungen zwischen der erlaubten Schwingung in Neper [N], Bel [b] oder Dezibel [db] und der Lochtiefe lauten:

$$p_{\text{Neper}} = \ln(1 + \tau); \quad q_{\text{Bel}} = \lg(1 + \tau); \quad 1 \text{ b} = 10 \text{ db}$$

Die allgemeine Filterkurve hat bei  $v \approx \sqrt{k_C/k_L}$  eine Unregelmässigkeit, nämlich ein viertes Extremum. Der im Nenner stehende Koppelimpedanzwert hat dort ein Minimum, der Filterimpedanzwert dementsprechend ein Maximum, das mit dem

<sup>6)</sup> Das Störungsglied verschwindet bei  $\kappa_D^2 = k_R^2/(1 + k_R^2)$ ; bei  $k_R^2 \ll 1$  ist  $\kappa_D^2 \approx k_R^2$  und daraus folgt

$$z_Z = \frac{z^2}{r k_R \sqrt{2}} = \frac{z^2}{k_D \sqrt{2}}$$

Koppelwiderstand abnimmt. Es ist also ausser der Einzelkreis- noch eine Koppelkreis-Resonanz vorhanden, die reziprok wirkt. — Durch verschiedene Stellung der Koppelkreis- zur Einzelkreis-Resonanz kann die Filterkurve für spezielle Zwecke verformt werden.

Ausserhalb der Resonanz ist  $r \ll x \neq 0$  womit folgende Näherungsgleichung in Kraft tritt

$$z_Z \approx \frac{x^2 - x_k^2}{z_k} = \frac{(v - 1/v)^2 - (k_L v - k_C/v)^2}{\sqrt{r^2 k_R^2 + (k_L v - k_C/v)^2}}$$

die zur Bestimmung der Tangenten-Richtung im Unendlichen bei der Reziprok-Darstellung dienen kann:

$$\text{tg} \psi_0 = -\frac{k_C}{1 - k_C^2}; \quad \text{tg} \psi_\infty = +\frac{k_L}{1 - k_L^2}$$

Aus den bisherigen Untersuchungen gehen die Einflüsse der Parameter auf den Impedanzverlauf schon deutlich hervor. Bei den niedrigen Frequenzen spielt der Kapazitäts-, bei den hohen der Induktivitäts-Koppelfaktor die Hauptrolle; in Resonanznähe dagegen die Differenz der beiden und der Widerstands-Koppelfaktor samt der Dämpfung. Das Verhältnis der beiden erstgenannten bestimmt die Lage der Koppelkreis-Schwingfrequenz und damit den Ort der Störung durch das Zwischen-Maximum.

Als Beispiel zeigt Fig. 2 den Impedanzwertverlauf eines unterkritisch Impedanz-gekoppelten Filters, bei dem die Haupt(zusätzliche) dämpfung sich

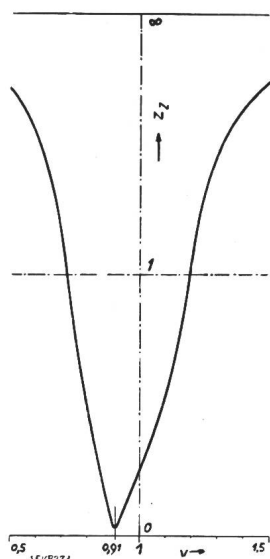


Fig. 2.  
Impedanzverlauf.

Imaginäre Impedanzkopplung (Zusatzdämpfung ganz im Koppelglied).  $r^2 = 0,04$ ;  $k_L^2 = 0,03$ ;  $k_C^2 = 0,1$ ;  $k_R^2 = 0,9$   
 $\kappa^2 \approx -0,4$ .

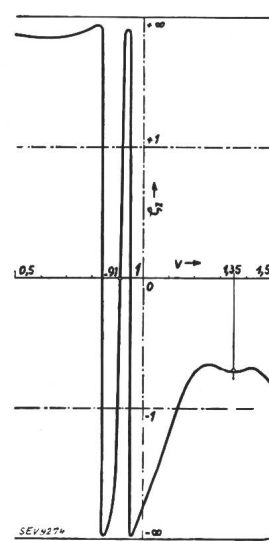


Fig. 3.  
Phasengang.

im Koppelglied befindet. Dadurch wird die Kopplung sogar imaginär:  $\kappa^2 \approx -0,4$ . Es tritt also in Resonanznähe Entdämpfung auf. (Vgl. auch Fig. 22 im Bull. SEV 1940, Nr. 19, S. 427, die sich auf die gleichen Daten bezieht. Nur muss es dort richtig  $\kappa_D \approx 0,7$  heissen statt falsch  $\kappa_D \approx 1,2$ .)

Phasenwert

$$\zeta_Z = \frac{x_Z}{r_Z}$$

Nach Einsetzen der Komponenten aus der relativen Vektor-Gleichung erhält man:

$$\zeta_Z = \frac{x_r(z^2 - z_r^2) - 2r(rx_r - xr_r)}{r_r(z^2 - z_r^2) + 2x(rx_r - xr_r)}$$

oder in  $v$  explizit:

$$\zeta_Z = \frac{1}{rv} \cdot \frac{v^6(1 - k_L^2)k_L - v^4\{2k_L + (1 - 3k_L^2)k_C + r^2[(1 + k_R^2)k_L - 2k_R]\} + v^2\{2k_C + (1 - 3k_C^2)k_L + r^2[(1 + k_R^2)k_C - 2k_R]\} - (1 - k_C^2)k_C}{v^4\{2k_L - (1 + k_L^2)k_R\} - v^2\{2(k_L + k_C) - 2(1 + k_L k_C)k_R - r^2(1 - k_R^2)k_R\} + \{2k_C - (1 + k_C^2)k_R\}}$$

#### Allgemeine Diskussion.

Ein Bruch, dessen Zähler dritten und dessen Nenner zweiten Grades ist, hat im allgemeinsten Fall drei Nullstellen und zwei Pole, die paarweise konjugiert-komplex werden können.

Der Phasenwert eines echten Zwei-Kreis-Bandfilters hat laut allgemeiner Definition im ganzen nur drei reelle Nulldurchgänge plus Sprünge (einfache Pole).

Der vorliegende Ausdruck für den Phasengang des allgemeinsten Zwei-Kreis-Bandfilters besteht, vom Faktor  $1/rv$  abgesehen, aus einem Bruch mit bikubischem Nenner und biquadratischem Zähler, mit der speziellen Eigenschaft, genau drei reelle Nullstellen plus Pole zu haben. — Es ist daher

*erstens* ein Paar Nullstellen oder ein Paar Pole konjugiert-komplex; oder es fallen

*zweitens* zwei Pole zusammen (z. B. bei  $k_R = 1$ ) zu einem Pol zweiter Ordnung, gleichbedeutend mit einem Extremum im Unendlichen (waagrechte Tangente in der Reziprok-Darstellung); oder

*drittens* fällt eine Nullstelle mit einem Pol zusammen (z. B. bei  $k_R = 0$ ), wobei man den Bruch kürzen kann auf einen biquadratischen Zähler und bilinearen (rein quadratischen) Nenner. Dann sind aber alle Lösungen beim echten Bandfilter stets reell.

Mit weiterer Vereinfachung der Phasengleichung tritt Entartung ein.

Phasenwert bei Resonanz ( $v=1$ ):

$$\zeta_{oz} = \frac{\kappa_D}{k_R} \cdot \frac{\kappa_D^2 + k_R^2 + 1}{\kappa_D^2 + k_R^2 - 1}$$

In Resonanz geht die Phase nur bei  $\kappa_D=0$  durch Null, also bei den reziprok-symmetrischen Filtern der Reaktanz-neutralisierten Kopplungsart. Phasensprünge können ausserdem auftreten, wenn  $k_R \rightarrow 0$  geht, oder wenn  $\kappa_D^2 + k_R^2 = 1$  ist.

Die Grenzwerte, welche die Phase erreicht bei  $v \rightarrow 0; \infty$  richten sich nach den Vorzeichen der Nennglieder ohne  $v$  und mit  $v^4$ :

$$v \rightarrow 0; \infty; \zeta_Z \rightarrow \mp \infty \text{ bei } k_R \leq \frac{2k_C/(1 + k_C^2)}{2k_L/(1 + k_L^2)} \\ \zeta_Z \rightarrow \pm \infty \text{ bei } k_R > \frac{2k_C/(1 + k_C^2)}{2k_L/(1 + k_L^2)}$$

Demnach sind auch Phasengänge herstellbar, die bei den Grenzwerten das gleiche, beliebige Vor-

<sup>7)</sup> Normalfall wie bei der üblichen Reaktanz-Kopplung.

zeichen tragen, und zwar dann, wenn der Widerstandskoppelfaktor zwischen den beiden Grenzausdrücken steht:

$$v \rightarrow 0; \infty$$

$$\zeta_Z \rightarrow -\infty \text{ bei } \frac{2k_L}{1 + k_L^2} < k_R \leq \frac{2k_C}{1 + k_C^2}; \\ \text{daraus folgt: } k_L < k_C$$

$$\zeta_Z \rightarrow +\infty \text{ bei } \frac{2k_C}{1 + k_C^2} < k_R \leq \frac{2k_L}{1 + k_L^2}; \\ \text{daraus folgt: } k_C < k_L$$

Generell ist der «Abstieg» der Phase mit wachsendem Frequenzwert immer steiler als der «Anstieg», um im Grenzfalle zu einem Pol auszuarten. — Die Endwert-Tangenten im Unendlichen haben in der Reziprok-Darstellung folgende Richtung:

$$v = 0; \operatorname{tg} \psi_0 = r \frac{2k_C - (1 + k_C^2)k_R}{(1 - k_C^2)k_C}$$

$$v = \infty; \operatorname{tg} \psi_\infty = r \frac{2k_L - (1 + k_L^2)k_R}{(1 - k_L^2)k_L}$$

Als Beispiel zeigt Fig. 3 den Phasengang eines Filters mit imaginärer Impedanzkopplung (vgl. auch die Bemerkungen zum Impedanzverlauf).

Bandbreite.

Für die nun folgende Berechnung der Bandbreite soll vorausgesetzt werden, dass Einzel- und Koppelkreisresonanz sich in einem Abstand befinden, dass sie sich gegenseitig nicht stören, d. h.  $k_L$  sei genügend verschieden von  $k_C$ .

Da bei den technischen Bandfiltern immer in der Nähe der kritischen Kopplung gearbeitet wird, ist die Voraussetzung, dass die Bandbreite  $x_b = b \ll 1$  ist, und somit  $v_b \approx 1$  erfüllt, weswegen man die Berechnung auf die früher genannte Näherungsgleichung basieren kann. — Bei reziprok-symmetrischen Filterkurven ist auch diese Einschränkung nicht nötig.

Zum Vergleich von Filtern jeder Art, also auch einkreisigen, kann es zweckmässig sein, die Bandbreite zum Dämpfungswert oder zum extremalen Impedanzwert in Beziehung zu setzen, was die Anschaulichkeit stark erhöht:

$$\text{Relative Bandbreite: } b/r = b_r \\ \text{reduzierte Bandbreiten: } \begin{cases} b/z_{oz} = b_o \\ b/z_{ez} = b_e \end{cases}$$

Entsprechend den Ueberlegungen beim Saugkreis soll die Impedanz an der Bandgrenze das  $\sqrt{2}$ -fache der extremalen Impedanz betragen.

Für unterkritisch-gekoppelte Filter bezieht man also den Impedanzwert an der Bandgrenze auf den Resonanz-Impedanzwert:

$$z_{bz} = z_{oz} \sqrt{2}; x_b = b$$

eingesetzt in die Näherungsgleichung ergibt:

$$\kappa < 1; b_r = \sqrt{\frac{1}{2} (1 + \kappa_D^4 + k_R^4) - (1 - \kappa^2)}$$

Bei *kritisch-gekoppelten* Filtern ist

$$\kappa = 1 \text{ und folglich } \begin{cases} \kappa_D^2 = 1 + k_R^2 \\ k_R^2 = \kappa_D^2 - 1 \end{cases}$$

daraus ergibt sich die relative Bandbreite zu

$$\kappa = 1; b_r = \left\{ \sqrt[4]{\frac{1}{4} (1 + k_R^2 + k_R^4)} \right. \\ \left. \sqrt[4]{\frac{1}{4} (1 - \kappa_D^2 + \kappa_D^4)} \right\}$$

Für *überkritisch-gekoppelte* Filter bezieht man den Impedanzwert an der Bandgrenze auf den extremalen Impedanzwert:

$$z_{bZ} = z_{eZ} \sqrt{2}$$

ergibt eingesetzt:

$$\kappa > 1; b_r = \sqrt{2 \sqrt{\kappa^2 + \kappa_D^2 k_R^2 + (\kappa^2 - 1)}}$$

Setzt man  $\kappa = 1$ , so erhält man richtig wieder die gleichen Ausdrücke für die Bandbreite bei kritischer Kopplung wie beim Grenzübergang vom unterkritisch-gekoppelten Filter her.

Die *Flankensteilheit* wird beim Filterkurvenvergleich nach Behandlung der symmetrischen Impedanzkopplung diskutiert.

Für Berechnung der *Anpassungsbreite* und der *Saugwirkung* gelten dieselben Grundsätze wie sie beim Saugkreis aufgestellt worden sind. Ein Eingehen auf Einzelheiten erübrigt sich hier.

Ein neu einzuführendes Charakteristikum, die *Asymmetrie*  $\alpha$  wird zweckmässig als der Absolutwert des Produktes aus beiden sie bestimmenden Faktoren definiert:

$$\text{Allgemein: } \alpha = (v - 1/v) (k_L - k_C) \\ \alpha = \varphi k_D$$

$$\text{bei Bandbreite: } \alpha_b = b k_D; b = r b_r \\ \alpha_b = r^2 b_r \kappa_D$$

Dabei ist dann symmetrische Filterschaltung mit identischen Kreisen und symmetrische Kreise in reiner Serie- oder Parallel-Schaltung, bzw. in symmetrischen gemischten Schaltungen mit gleichen Spulen- und Kondensator-Verlustwiderständen vorausgesetzt. — Der Vollständigkeit halber und zum Vergleich sei nachträglich die Asymmetrie eines Einzelkreises mit Parallelschaltung von Induktivität und Kapazität und Serieschaltung der Verlustwiderstände angegeben:

$$\text{Allgemein: } \alpha = (v - 1/v) (r_L - r_C) \\ \alpha = \varphi r_D$$

$$\text{Bei Bandbreite: } \alpha_b = b r_D; b = r \\ \alpha_b = r^2 r'_D; r'_D = \frac{r_L - r_C}{r_L + r_C}$$

Die Entwicklung für die reziproke Schaltung (Bull. SEV, 1940, S. 417) erfolgt analog.

Die Asymmetrie einer Filterkurve ist im allgemeinen zu vernachlässigen, wenn sie im betrachteten Gebiet unter 1 % liegt, wie z. B. bei Ton-Bandfiltern.

Bei *Impedanz-Neutralisation* wird die Zusatzdämpfung in Resonanz zu Null, aber der Impedanz- und Phasenverlauf zeigen keine prinzipiellen Abweichungen gegenüber der allgemeinen Impedanzkopplung.

### 1 b. Reaktanzkopplung: $k_R = 0$

Der Widerstandskoppelfaktor wird hier zu Null, was praktisch nur näherungsweise erreicht werden kann. Die Formeln vereinfachen sich etwas. Man sei sich aber darüber im klaren, dass der Pol gerader Ordnung im Impedanzverlauf als ausgeprägtes Extremum, und der Pol ungerader Ordnung im Phasengang als steiler Nulldurchgang aufzufassen ist.

$$r_k = 0; z_Z = \frac{1}{x_k} \sqrt{z^4 - 2(z^2 - 2r^2)x_k^2 + x_k^4}$$

$x_k = k_L v - k_C/v$  ist gleich geblieben, und so lautet die Gleichung in  $v$  explizit:

$$z_Z = \frac{\sqrt{v^8 (1 - k_L^2)^2 - v^6 \cdot 2 \{ 2(1 - k_L^2)(1 - k_L k_C) - r^2(1 + k_L^2) \} + v^4 \{ 6(1 - k_L k_C)^2 - 2k_D^2 - r^2[4(1 + k_L k_C) - r^2] \} - v^2 \cdot 2 \{ 2(1 - k_C^2)(1 - k_L k_C) - r^2(1 + k_C^2) \} + (1 - k_C^2)^2}}{v (k_L v^2 - k_C)}$$

Pol gerader Ordnung bei  $v_p = \sqrt{k_C/k_L}$ .

Die Extrema liegen bei

$$v_0 = 1; z_{0Z} = r (1/\kappa_D + \kappa_0) \\ v_0 = 1 \pm \frac{r}{2} \sqrt{\kappa_D^2 - 1}; z_{0Z} = 2r \neq F(k_D)$$

Der *extremale Impedanzwert* ist doppelt so hoch wie beim Saugkreis und unabhängig vom Differenzkoppelfaktor.

Der Verlauf des relativen Resonanz-Impedanzwertes  $z_{0Z}/r = z_0 = F(\kappa_0)$  ist in Abhängigkeit der Differenzkopplung in Fig. 4 aufgetragen. — Fig. 5 zeigt als Beispiel den Impedanzverlauf bei überkritischer Reaktanzkopplung.

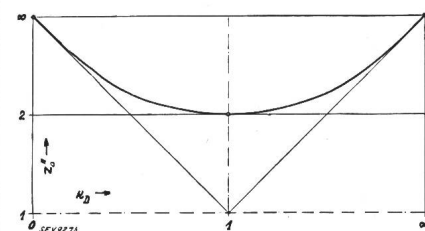


Fig. 4.  
Reduzierter Resonanzwiderstands-  
wert in Funktion der  
Differenz-Kopplung.

Bandbreite.

Die Formeln ergeben sich aus den allgemeinen wie folgt:

$$\kappa = \kappa_D \leq 1; b_r = \left\{ \sqrt[4]{\frac{1}{2} (1 + \kappa_D^4) - (1 - \kappa_D^2)} \right. \\ \left. \sqrt[4]{\frac{1}{2} (1 + \kappa_D^4) - (1 - \kappa_D^2)} \right\}$$

Die reduzierten Bandbreiten  $b'_0 = F_0(\kappa_D)$  und  $b'_e = F_e(\kappa_D)$  sind in Funktion der Differenzkopplung in Fig. 7 aufgetragen.

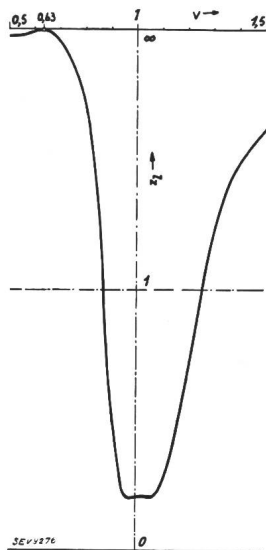


Fig. 5.  
Impedanzverlauf.  
Ueberkritische Reaktanzkopplung.  
 $r = 0,1; k_L = 0,2; k_C = 0,08; k_R = 0; \kappa_D = \kappa = 1,2.$

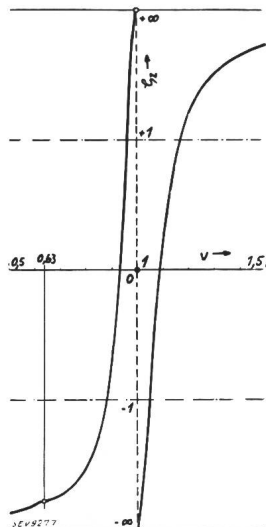


Fig. 6.  
Phasengang.

Phasenwert

$$\zeta_Z = \frac{x^2 - x_k^2 - r^2}{2rx}$$

oder in  $v$  explizit:

$$\zeta_Z = \frac{v^4(1 - k_L^2) - v^2\{2(1 - k_L k_C) + r^2\} + (1 - k_C^2)}{2rv(v^2 - 1)}$$

Pol bei  $v_p = 1$

Nullstellen bei

$$v_n = \sqrt{\frac{2(1 - k_L k_C) + r^2 \pm \sqrt{4k_C^2 + 4r^2(1 - k_L k_C)^2 + r^4}}{2(1 - k_L^2)}}$$

2 a. Spulenimpedanzkopplung:  $k_C = 0$

3 a. Kondensatorimpedanzkopplung:  $k_L = 0$

Die impliziten Gleichungen für Impedanz- und Phasenwert lauten gleich wie für die Impedanzkopplung allgemein; in  $v$  explizit heissen sie:

Impedanzwert

$$z_Z = \frac{1}{v^2} \cdot \sqrt{\frac{v^8(1 - k_L^2)^2 - v^6 \cdot 2\{(1 - k_L^2) - r^2[(1 - k_L k_R)^2 + (k_L - k_R)^2]\} + v^4\{2(3 - k_L^2) - r^2[4(1 + k_R^2) - 8k_L k_R - r^2(1 - k_R^2)^2]\} - v^2 \cdot 2\{2 - r^2(1 + k_R^2)\} + 1}{k_L^2 v^2 + r^2 k_R^2}}$$

$$z_Z = \frac{1}{v} \cdot \sqrt{\frac{v^8 - v^6 \cdot 2\{2 - r^2(1 + k_R^2)\} + v^4\{2(3 - k_C^2) - r^2[4(1 + k_R^2) - 8k_C k_R - r^2(1 - k_R^2)^2]\} - v^2 \cdot 2\{2(1 - k_C^2) - r^2[(1 - k_C k_R)^2 + (k_C - k_R)^2]\} + (1 - k_C^2)^2}{r^2 k_R^2 v^2 + k_C^2}}$$

Phasenwert

$$\zeta_Z = -\frac{v}{r} \cdot \frac{v^4(1 - k_L^2)k_L - v^2\{2k_L - r^2[2k_R - (1 + k_R^2)k_L]\} + (k_L - 2r^2k_R)}{v^4\{(1 + k_L^2)k_R - 2k_L\} - v^2\{2(k_R - k_L) + r^2(1 - k_R^2)k_R\} + k_R}$$

$$\zeta_Z = -\frac{1}{rv} \cdot \frac{v^4(k_C - 2r^2k_R) - v^2\{2k_C - r^2[2k_R - (1 + k_R^2)k_C]\} + (1 - k_C^2)k_C}{v^4k_R - v^2\{2(k_R - k_C) + r^2(1 - k_R^2)k_R\} + \{(1 + k_C^2)k_R - 2k_C\}}$$

und für technische Bandfilter:

$$v_n \approx 1 \pm \frac{r}{2} \sqrt{1 + \kappa_D^2}$$

Bei  $v \rightarrow 0; \infty$  geht  $\zeta_Z \rightarrow \mp \infty$  wie beim Saugkreis. Die Tangenten im Unendlichen haben bei der Reziprok-Darstellung die Richtung:

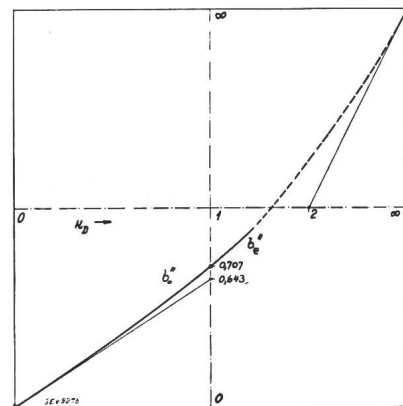


Fig. 7.

Die auf das Impedanzwert-Minimum reduzierte Bandbreite in Funktion der Differenzkopplung.

$$\left. \begin{aligned} v=0; \quad \operatorname{tg} \psi_0 &= \frac{2r}{1 - k_C^2} \\ v=\infty; \quad \operatorname{tg} \psi_\infty &= \frac{2r}{1 - k_L^2} \end{aligned} \right\} \approx 2r \text{ für technische Bandfilter}$$

$$v=1; \quad \operatorname{tg} \psi_1 = \frac{4}{r(1 + \kappa_D^2)} = (2 \dots 4) \varrho.$$

Fig. 6 zeigt als Beispiel den Phasengang bei überkritischer Reaktanzkopplung.

Die noch folgenden echten asymmetrischen Filter, die sich unter 2. und 3. entsprechen, können jeweils simultan behandelt werden, da deren Impedanzwertkurven sich reziprok-symmetrisch bezüglich ( $v=1$ ) und deren Phasenwertkurven sich reziprok-zentrisch-symmetrisch bezüglich ( $v=1; \zeta_Z=0$ ) verhalten, wenn  $k_L$  mit  $k_C$  vertauscht wird.

Kritische Kopplung ( $\kappa=1$ ) bei

$$k_{L;C} = r \sqrt{1 + k_R^2}$$

Impedanz-neutralisierte Kopplung ( $\kappa=0$ ) bei

$$(k_{L;C} = r k_R) = k_0$$

Die Formeln für Extremalwerte und Bandbreite erfahren keine besondere Vereinfachung gegenüber der Impedanzkopplung, so dass die Angabe hier unterbleibt.

Die folgenden Spulen- und Kondensator-Reaktanzkopplungen sind nur annähernd zu realisieren

2 b. Induktanzkopplung:  $k_C = k_R = 0$

3 b. Kapazitanzkopplung:  $k_L = k_R = 0$

Die impliziten Gleichungen für Impedanz- und Phasenwert lauten gleich wie für die Reaktanzkopplung allgemein; in  $v$  explizit heissen sie:

Impedanzwert

$$z_Z = \frac{1}{k_L v^3} \cdot \sqrt{\frac{v^8 (1 - k_L^2)^2 - v^6 \cdot 2 \{2(1 - k_L^2) - r^2(1 + k_L^2)\} + v^4 \{2(3 - k_L^2) - r^2(4 - r^2)\} - v^2 \cdot 2 \{2 - r^2\} + 1}{1}}$$

$$z_Z = \frac{1}{k_C v} \cdot \sqrt{\frac{v^8 - v^6 \cdot 2 \{2 - r^2\} + v^4 \{2(3 - k_C^2) - r^2(4 - r^2)\} - v^2 \cdot 2 \{2(1 - k_C^2) - r^2(1 + k_C^2)\} + (1 - k_C^2)^2}{1}}$$

Phasenwert

$$\zeta_Z = \frac{(1 - k_L^2) v^4 - (2 + r^2) v^2 + 1}{2 r v (v^2 - 1)}$$

$$\zeta_Z = \frac{v^4 - (2 + r^2) v^2 + (1 - k_C^2)}{2 r v (v^2 - 1)}$$

Nullstellen bei

$$v_n = \sqrt{\frac{(2 + r^2) \pm \sqrt{(2 + r^2)^2 - 4(1 - k_L^2)}}{2(1 - k_L^2)}}$$

$$v_n = \sqrt{\frac{(2 + r^2) \pm \sqrt{(2 + r^2)^2 - 4(1 - k_C^2)}}{2}}$$

Der einzige Pol liegt fest bei  $v_p = 1$ .

Bei  $v \rightarrow 0; \infty$  geht  $\zeta_Z \rightarrow \mp \infty$ , wie dies auch stets bei Reaktanzkopplung der Fall ist.

Eine Vereinfachung der Richtungsgleichungen gegenüber denen für Reaktanzkopplung tritt nur bei den Tangenten für die Resonanz bei  $\pm \infty$  in der Reziprok-Darstellung ein:

$$v = 1; \operatorname{tg} \psi_1 = \frac{4}{r(1 + k_{L;C}^2)} \approx 2Q \text{ für technische Bandfilter}$$

Die Formeln für Extremwerte und Bandbreite erfahren keine besondere Vereinfachung gegenüber der Reaktanzkopplung, so dass die Angabe hier unterbleibt.

Für technische Bandfilter ( $k_{L;C}; r \ll 1$ ) lassen sich die Nullstellen für beide Filterarten einfacher darstellen:

$$v_n \approx 1 \pm \frac{r}{2} \sqrt{1 + k_{L;C}^2}$$

Bei kritischer Kopplung sogar:

$$v_n \approx 1 \pm r/\sqrt{2}$$

Weil die Bandbreite hierfür  $r\sqrt{2}$  beträgt, durchläuft die Phase gerade innerhalb der Bandbreite zweimal alle möglichen Werte; die positiven in der untern und die negativen in der obern Bandhälfte:

$$v = (1 - r/\sqrt{2}) \dots 1 \dots (1 + r/\sqrt{2})$$

$$\zeta_Z = 0 \dots \pm \infty \dots 0$$

Es folgen nun die *entarteten asymmetrischen* Bandfilter, von denen der ausgesprochene Hoch- und Tiefpass schon grosse technische Bedeutung haben. — Die allgemeinen Gleichungen können simultan behandelt werden.

4 a.  $X_L$ -totale  $Z_L$ -Kopplung:  $k_L = 1$

5 a.  $X_C$ -totale  $Z_C$ -Kopplung:  $k_C = 1$

Auch hier erfahren nur die in  $v$  expliziten Formeln eine Vereinfachung:

Impedanzwert

$$z_Z = \frac{1}{v} \cdot \sqrt{\frac{v^6 \cdot 4 r^2 (1 - k_R^2)^2 + v^4 \{4(1 - k_C^2) - r^2[4(1 + k_C)(1 - k_R)^2 - r^2(1 - k_R^2)^2]\} - v^2 \cdot 2 \{2(1 - k_C^2)(1 - k_C) - r^2[(1 - k_C k_R)^2 + (k_C - k_R)^2]\} + (1 - k_C^2)^2}{v^4 - (2 k_C - r^2 k_R^2) v^2 + k_C^2}}$$

$$z_Z = \sqrt{\frac{v^6 (1 - k_L^2)^2 - v^4 \cdot 2 \{2(1 - k_L^2)(1 - k_L) - r^2[(1 - k_L k_R)^2 + (k_L - k_R)^2]\} + v^2 \{4(1 - k_L^2) - r^2[4(1 + k_L)(1 - k_R)^2 - r^2(1 - k_R^2)^2]\} + 4 r^2 (1 - k_R^2)^2}{k_L^2 v^4 - (2 k_L - r^2 k_R^2) v^2 + 1}}$$



## Phasenwert

$$\zeta_Z = -\frac{1}{rv} \cdot \frac{v^4 \{2(1-k_C) + r^2(1-k_R)^2\} - v^2 \{(1+k_C)^2 - 4k_C^2 + r^2[(1+k_R^2)k_R - 2k_R]\} + (1-k_C^2)k_C}{v^4 \cdot 2(1-k_R) - v^2 \{2(1+k_C)(1-k_R) - r^2(1-k_R^2)k_R\} + \{2k_C - (1+k_C^2)k_R\}}$$

$$\zeta_Z = \frac{v}{r} \cdot \frac{v^4(1-k_L^2)k_L - v^2 \{(1+k_L)^2 - 4k_L^2 + r^2[(1+k_R^2)k_L - 2k_R]\} + \{2(1-k_L) + r^2(1-k_R)^2\}}{v^4 \{2k_L - (1+k_L^2)k_R\} - v^2 \{2(1+k_L)(1-k_R) - r^2(1-k_R^2)k_R\} + 2(1-k_R)}$$

Die Diskussion erfolgt erst im Anschluss an die nachstehenden Spezialfälle, die praktisch bedeutungsvoller sind.

## 4 b. Ausgesprochener Hochpass

$$k_C = 0$$

$$r^2 \ll 1$$

## Impedanzwert

$$z_Z = \frac{1}{v^2} \sqrt{\frac{4r^2(1-k_R)^2v^6 + 4v^4 - 4v^2 + 1}{v^2 + r^2k_R^2}}$$

$$v \rightarrow \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}; z_Z \rightarrow \begin{cases} \infty \\ 2r(1-k_R) \end{cases}$$

$$v = 1; \quad \text{tg } \psi_{0;\infty} = 0$$

$$v = 1; \quad z_Z = 1; \quad \text{tg } \psi_1 = \pm 1$$

## Phasenwert

$$\zeta_Z = -\frac{v}{r} \cdot \frac{2v^2 - 1}{2(1-k_R)(v^2 - 1)v^2 k_R}$$

$$v = 1; \quad \zeta_Z = \pm \varrho/k_R$$

Nullstellen bei  $v = 0; \infty$

$$\text{tg } \psi_0 = -\varrho/k_R$$

$$\text{tg } \psi_\infty = \varrho/(1-k_R)$$

$$v_n = 1/\sqrt{2}$$

und bei

$$\text{tg } \psi_n = 4\varrho/(1+k_R)$$

Pole bei

$$v_p = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{2k_R}{1-k_R}} \right)}$$

$$k_R = 0 \dots 1; \quad v_p = \begin{cases} 1 \dots \infty \\ 0 \dots \text{imag.} \end{cases}$$

## 5 b. Ausgesprochener Tiefpass

$$k_L = 0$$

$$z_Z = \sqrt{\frac{v^6 - 4v^4 + 4v^2 + 4r^2(1-k_R)^2}{r^2k_R^2v^2 + 1}}$$

$$v \rightarrow \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}; z_Z \rightarrow \begin{cases} 2r(1-k_R) \\ \infty \end{cases}$$

$$\zeta_Z = \frac{v}{r} \cdot \frac{v^2 - 2}{k_R v^4 + 2(1-k_R)(v^2 - 1)}$$

$$\text{tg } \psi_0 = \varrho/(1-k_R)$$

$$\text{tg } \psi_\infty = -\varrho/k_R$$

$$v_n = \sqrt{2}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{1-k_R}{k_R} \left( \pm \sqrt{1 + \frac{2k_R}{1-k_R}} - 1 \right)}$$

gültig für  $0 < k_R < 1$

$$k_R = 0 \dots 1; \quad v_p = \begin{cases} 1 \dots 0 \\ \infty \dots \text{imag.} \end{cases}$$

(Aus Reziprozitätsgründen ohne Grenzwertbildung aus den Formeln für den Hochpass ableitbar.)

Das negative Vorzeichen der Wurzel hat nur Sinn für den Grenzfall  $k_R = 0$ . Im allgemeinen ist also nur ein Pol vorhanden. — Es ist kein Widerspruch, wenn eine Nullstelle mit einem Pol zusammenfällt: Es ist dies der Grenzfall zweier eng benachbarter Phasensprünge.

Fig. 10 gibt eine Uebersicht des Phasenganges von Hoch- und Tiefpass bei verschiedenen Parametern, einschliesslich der Grenzkurven für  $r \rightarrow 0$ ; diejenigen des Impedanzverlaufs sind bei den prak-

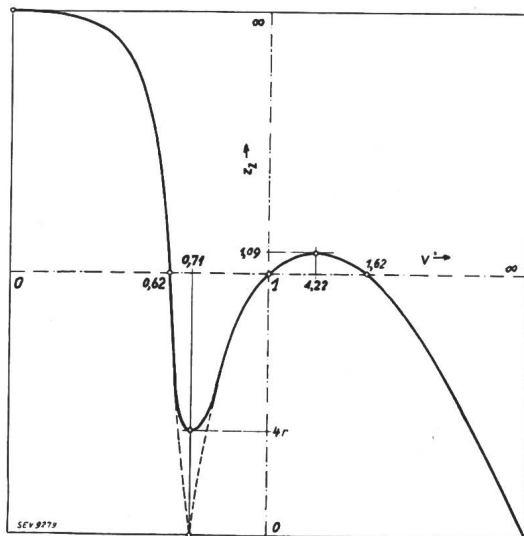


Fig. 8.  
Hochpass

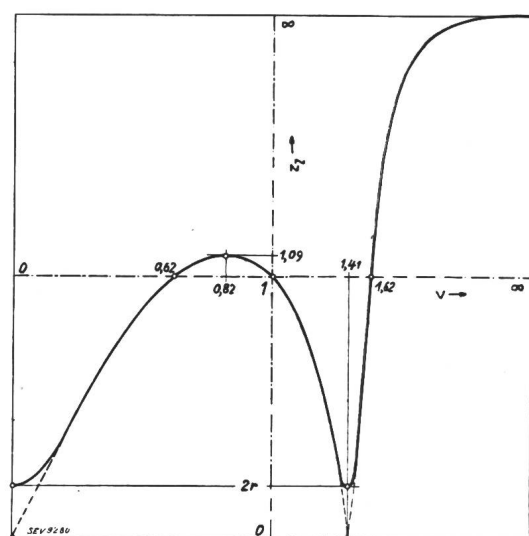
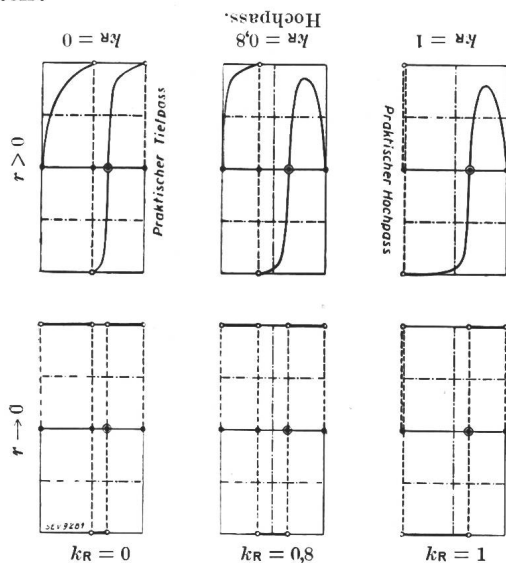


Fig. 9.  
Tiefpass.

—— praktischer, - - - - - idealer ( $r = 0$ ) Impedanzverlauf.

tisch vorkommenden Filterkurven in Fig. 8 und 9 gestrichelt miteingezeichnet. Diese Grenzkurven lauten:



(Nach Umdrehen des Blattes gelten dieselben Figuren für den Hochpass.)

Fig. 10.

Phasengang von Hoch- und Tiefpass.

#### 4 c. Idealer Hochpass 5 c. Idealer Tiefpass

Impedanzwert für  $r=0$

$$z_Z = (2v^2 - 1)/v^3 \quad z_Z = v(v^2 - 2)$$

$$v = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}; z_Z = \begin{cases} \infty \\ 0 \end{cases}; \operatorname{tg} \psi_{0;\infty} = \begin{cases} 0 \\ -2 \end{cases} \quad v = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}; z_Z = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}; \operatorname{tg} \psi_{0;\infty} = \begin{cases} +2 \\ 0 \end{cases}$$

Keilförmige Nullstelle bei

$$v_n = 1/\sqrt{2}; \quad \operatorname{tg} \psi_n = \mp 8; \quad v_n = \sqrt{2}$$

$$z_Z = 1; \quad v_m = 1; \quad \frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1)$$

$$v_m = \begin{cases} 0,62 \\ 1 \\ 1,62 \end{cases}; \quad \operatorname{tg} \psi_m = \begin{cases} \mp 0,85 \\ \mp 1 \\ \mp 15,2 \end{cases}$$

Extremum bei

$$v_e = \sqrt{3/2} = 1,22 \quad v_e = \sqrt{2/3} = 0,82$$

$$z_{eZ} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} = 1,09 = 1/0,92$$

wiegenden Spulenverluste entgegengesetzte Grenzwerte annimmt.

#### 4 d. Praktischer Hochpass: $k_R \rightarrow 1$

Impedanzwert

$$z_Z = \frac{1}{v^2} \sqrt{\frac{4v^4 - 4(1-r^2)v^2 + 1}{v^2 + r^2}}$$

$$v = \infty; \quad z_Z = 0$$

$$v = 1/\sqrt{2}; \quad z_Z = \frac{4r}{\sqrt{1+2r^2}} \approx 4r$$

Phasenwert (allgemein nur für  $r \ll 1$ )

$$\zeta_Z = v(2v^2 - 1)/r$$

Nullstellen bei

$$v = 0 \text{ und } v_n = 1/\sqrt{2} = 0,707$$

$$\operatorname{tg} \psi_0 = -\varrho; \quad \operatorname{tg} \psi_n = 2\varrho$$

Extremum bei

$$v_e = 1/\sqrt{6} = 0,408$$

$$\zeta_{eZ} = \frac{2}{3r\sqrt{6}} = 3,68r = 0,272\varrho$$

$$v \rightarrow \infty; \quad \zeta_Z \rightarrow \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_\infty = 0$$

$$v = 1; \quad \zeta_Z = \varrho; \quad \operatorname{tg} \psi_1 = 5r$$

#### 5 d. Praktischer Tiefpass: $k_R \rightarrow 0$

Impedanzwert

$$z_Z = \sqrt{v^6 - 2(2-r^2)v^4 + (4-r^2(4-r^2))v^2 + 4r^2}$$

$$v = 0; \quad z_Z = 2r$$

$$v = \sqrt{2}; \quad z_Z = r\sqrt{2(2+r^2)} \approx 2r$$

Phasenwert

$$\zeta_Z = \frac{v}{2r} \cdot \frac{v^2 - 2}{v^2 - 1}$$

Nullstellen bei  $v = 0$  und  $v_n = \sqrt{2} = 1/0,707$

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \varrho \quad \operatorname{tg} \psi_n = 4\varrho$$

Pol bei  $v = 1$ ;

$$\operatorname{tg} \psi_p = 4r$$

$$v \rightarrow \infty; \quad \zeta_Z \rightarrow \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_\infty = 2r$$

## II. Reaktanz-Neutralisation.

Reziprok-symmetrische Filter

### I a. Symmetrische Impedanzkopplung: $k_D = 0$

$$(k_L = k_C) = k_N; \quad x_k = k_N x$$

eingesetzt in die allgemeine implizite Gleichung gibt für den Impedanzwert folgenden Ausdruck:

$$z_Z = \sqrt{\frac{r^4(1-k_R^2)^2 - 2r^2\{(1-k_R^2)(1-k_N^2) - 2(1-k_R k_N)^2\}x^2 + (1-k_N^2)^2x^4}{r^2 k_R^2 + k_N^2 x^2}}$$

oder in  $v$  explizit:

$$z_Z = \frac{1}{v} \cdot \sqrt{\frac{v^8(1-k_N^2)^2 - v^6 \cdot 2\{2(1-k_N^2)^2 - r^2[(1-k_N k_R)^2 + (k_N - k_R)^2]\} + v^4\{6(1-k_N^2)^2 - r^2[4(1-k_N k_R)^2 + 4(k_N - k_R)^2 - r^2(1-k_R^2)]\} - v^2 \cdot 2\{2(1-k_N^2)^2 - r^2[(1-k_N k_R)^2 + (k_N - k_R)^2]\} + (1-k_N^2)^2}{k_N^2 v^4 - (2k_N^2 - r^2 k_R^2)v^2 + k_N^2}}$$

Rechnerisch kann die Vereinfachung, auch bei Berücksichtigung geringer Dämpfung, noch weiter getrieben werden. Simultane Behandlung von Hoch- und Tiefpass ist dann nicht mehr möglich, da der Widerstandskoppelfaktor wegen der über-

$$v = 0; \infty; \quad z_Z = \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_{0;\infty} = k_N/(1-k_N^2)$$

Der Zähler der impliziten Gleichung ist als vollständiges Quadrat mit praktisch nie verschwindendem Störungsglied geschrieben; zusammengefasst lautet das Mittelglied:

$$+ 2 r^2 \{ (k_R - k_N)^2 + (1 - k_R k_N)^2 \} x^2$$

Die Extrema liegen bei  $d(z_Z^2)/dx=0$ ; folglich bei den Verstimmungen

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_e = \pm r \sqrt{\frac{\left(\frac{k_R}{k_N}\right)^4 - \frac{2 \{ (k_R - k_N)^2 + (1 - k_R k_N)^2 \} k_R^2 - (1 - k_R^2) k_N^2}{(1 - k_N^2)^2 k_N^2} - \left(\frac{k_R}{k_N}\right)^2}}{1 - k_N^2}} \end{cases}$$

Im Grenzfall sind zwei Seitenextrema noch vorhanden, wenn der zweite Summand unter der inneren Wurzel verschwindet, also bei

$$k_N \geq k_R \sqrt{\frac{2(1 - k_R^2)^3 - 4 k_R^2}{1 - 4 k_R^2 - k_R^4}}$$

Damit diese Gleichung überhaupt erfüllt werden kann, muss zunächst  $k_R \ll 1$  sein, und damit vereinfacht sich die Grenzbedingung zu

$$k_N^2 \geq 2 k_R^2$$

daraus

$$x_e = \pm r \sqrt{\frac{\left(\frac{k_R}{k_N}\right)^4 - \frac{2 k_R^2 - k_N^2}{(1 - k_N^2)^2 k_N^2} - \left(\frac{k_R}{k_N}\right)^2}{1 - k_N^2}}$$

und für technische Bandfilter ( $k_N^2 \ll 1$ ) noch einfacher

$$x_e = \pm r \sqrt{1 - 2 (k_R/k_N)^2}$$

Die entsprechenden Frequenzwerte lauten dann

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_e = 1 \pm \frac{r}{2} \sqrt{1 - 2 (k_R/k_N)^2} \end{cases}$$

eingesetzt in die Impedanzwertgleichung gibt die extremalen Impedanzwerte:

$$z_{oZ} = r (1/k_R - k_R) \neq F(k_N); \quad z_{oZ}/r = z'_0 = F(k_R) \quad \text{siehe Fig. 11.}$$

$$z_{eZ} = \frac{r}{k_N^2}$$

$$\sqrt{\frac{(2 - k_N^2)^2 (k_N^2 - k_R^2)^2 + 4 k_N^2 (k_N^2 - 2 k_R^2) (k_N - k_R)^2}{k_N^2 - k_R^2}}$$

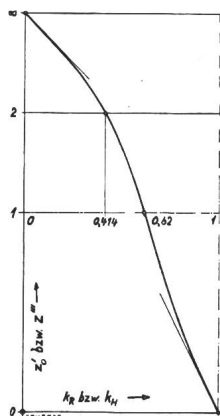


Fig. 11.

Reduzierter Resonanzwiderstandswert in Funktion des Widerstands-Koppelfaktors, bzw. reduzierter Impedanzwert in Funktion des homogenen Koppelfaktors.

Einige Impedanzwertkurven zeigt Fig. 14.

Wird  $k_N^2 = 2 k_R^2$ , so fallen die Nebenextrema ins Resonanz-Extremum, wie das Einsetzen obiger Gleichung in den Impedanzwert für die Nebenextrema beweist. Diese Kopplung bezeichnet man zweckmässig mit *kritisch-neutralisierter Kopplung* (dreifacher Extrempunkt). Bei  $k_N^2 \leq 2 k_R^2$  spricht man

analog von *unter-, bzw. überkritischer Neutralisation* (ein, bzw. drei einfache Extrema).

Wie bei Behandlung des Phasenganges gezeigt wird, entarten die symmetrischen Bandfilter zwischen der sogenannten Reaktanz- und Widerstandsgrenzkopplung: Inmitten dieses Gebietes liegt die unterkritisch-neutralisierte *homogene* Kopplung ( $k_L = k_C = k_R$ ) =  $k_H$ . Setzt man dementsprechend:

$$r_k = k_H r; \quad x_k = k_H x; \quad z_k = k_H z$$

so erhält man folgenden Ausdruck für den Impedanzwert:

$$z_Z = (1/k_H - k_H) z$$

Dieses Filter arbeitet also wie ein Saugkreis mit einem «Anpassungsfaktor»:

$$z_Z/z = z''' = F(k_H) \quad \text{dargestellt in Fig. 11.}$$

Die in  $v$  explizite Form lautet:

$$z_Z = \frac{1 - k_H^2}{k_H v} \sqrt{v^4 - (2 - r^2) v^2 + 1}$$

Die Bandbreitenformeln lauten:

$$b_r = 1 \quad \text{wie beim Saugkreis}$$

$$\text{und} \quad b_o = 1/z''' = k_H/(1 - k_H^2)$$

Die Steilheit an der Bandgrenze ist

$$\beta_Z = 2 z''' = 2(1/k_H - k_H)$$

Mit wachsendem homogenen Koppelfaktor nimmt die reduzierte Bandbreite zu und die Flankensteilheit ab.

Die kritische Neutralisation liegt nach Fig. 12 näher an der Reaktanz-Grenzkopplung und zwar etwas unterhalb. Dies bedeutet, dass wir uns in

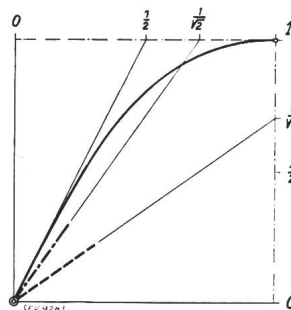


Fig. 12.  
Grenzkopplungen und kritische Neutralisation.

$$\begin{aligned} \text{—} & k_N = \frac{2 k_R}{1 + k_R^2} \quad \text{und} \\ k_R &= \frac{2 k_N}{1 + k_N^2} \\ \text{---} & k_N = k_R \cdot \sqrt{2}; \\ \text{-.-.-} & k_R = k_N / \sqrt{2}. \end{aligned}$$

der Phasengang-Uebersicht Fig. 16 zwischen dem dritten und vierten Bild befinden. Bei Reaktanz-Grenzkopplung (drittes Bild) haben wir gerade noch überkritische Neutralisation. Die Filter in dieser Gegend sind äusserst interessant: Im Gegensatz zu allen andern Bandfiltern verläuft die Phase innerhalb Bandbreite sehr flach in der Nähe von

Null, obwohl drei enghenachbarte Impedanz-Extrema vorhanden sind.

Impedanzwert:

$$z_z = \frac{1 - k_R^2}{k_R (1 + k_R^2)} \cdot \sqrt{\frac{r^4 (1 + k_R^2)^4 + 2 r^2 (1 + k_R^2)^3 x^2 + (1 - k_R^2)^2 x^4}{r^2 (1 + k_R^2)^2 + 4 x^2}}$$

Die Bandbreite sei der Einfachheit halber auf das Mittelextremum bezogen:

$$z_{bZ}^2 = 2z_{oZ}^2; \text{ daraus folgt:}$$

$$b_r = \frac{1 + k_R^2}{1 - k_R^2} \sqrt{(3 - k_R^2) + \sqrt{(3 - k_R^2)^2 + (1 - k_R^2)^2}}$$

$$b_o = \frac{k_R}{(1 - k_R^2)^2} \sqrt{(3 - k_R^2) + \sqrt{(3 - k_R^2)^2 + (1 - k_R^2)^2}}$$

Anstatt der Kurvendarstellung dieser Bandbreiten in Funktion des Koppelfaktors sind in der folgenden kleinen Tabelle spezielle Angaben herausgegriffen, und zwar für die Grenzwerte der Resonanzimpedanz ( $0; \infty$ ) wie für die Werte, die der Reaktanzkopplung ( $2r$ ) und dem Saugkreis ( $r$ ) entsprechen:

|                   |        |        |          |
|-------------------|--------|--------|----------|
| $z_{oZ} = \infty$ | $2r$   | $r$    | $0$      |
| $k_R = 0$         | $0,41$ | $0,62$ | $1$      |
| $b_r = 2,5$       | $3,4$  | $7,0$  | $\infty$ |
| $b_o = 0$         | $1,7$  | $7,0$  | $\infty$ |

Zu beachten ist, dass bei Reaktanz-Neutralisation die Nebenextrema nicht durch Aufspaltung des Hauptextremums infolge stärkerer Kopplung entstehen, sondern durch die mehr oder minder stark ausgeprägte Störung durch die Koppelkreis-Resonanz, die ja bei symmetrischer Kopplung in die Einzelkreis-Resonanz fällt. Daher liegen die Extrema auch nicht bei den gleichen Frequenzen, wie die Nulldurchgänge der Phase.

Die Nebenextrema bleiben bei Variation von  $k_R$  innerhalb des kleinen Frequenzwertbereiches von  $1 \pm r/2$ , und das Hauptextremum wird daher bei kleiner Koppelkreisdämpfung ausserordentlich scharf im Gegensatz zu den nicht-neutralisierten, überkritisch-gekoppelten Filtern, bei denen die Extrema mit zunehmender Kopplung von der Resonanzstelle wegwandern und das Hauptextremum viel flacher verläuft.

Es ist daher schon zweckmässig, den überkritisch-neutralisiert-gekoppelten Filtern den besonderen Namen *Duplex-Filter* zu geben und analog die kritisch- und unterkritisch-neutralisierten Filter *Simplex-Filter* zu nennen.

Duplex-Filter könnten geeignet sein für sogenannte *Unterlagerungs-Uebertragungen*. Hierbei wird der für die zu übertragende Darbietung nicht nötige untere Frequenzbereich herausgesiebt und gleichzeitig für andere Zwecke benutzt: Beispielsweise zur Unterlagerungs-Telegraphie (beim Fernsprechen) und -Telephonie (beim Fernsehen), oder allgemein zur Fern-Speisung, -Steuerung und -Ueberwachung.

Phasenwert.

Der Phasenwert lautet in  $v$  explizit sehr ähnlich der allgemeinsten Form, so dass sich hier eine Wiedergabe erübrigt. Zur Diskussion des Phasenganges bei verschiedenen Parameterwerten<sup>8)</sup> sei die in  $x$  geordnete Form gegeben:

$$\zeta_z = \frac{x}{r} \cdot \frac{k_N (1 - k_N^2) x^2 + r^2 \{k_N (1 - k_R^2) - 2(k_N - k_R)\}}{\{k_R (1 - k_N^2) + 2(k_N - k_R)\} x^2 + r^2 k_R (1 - k_R^2)}$$

Nullstellen bei

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_n^2 = r^2 \frac{k_N (1 + k_R^2) - 2 k_R}{k_N (1 - k_N^2)} \end{cases}$$

$$\text{reell bei } k_N \geq \frac{2 k_R}{1 + k_R^2} = \text{Reaktanz-Grenzkopplung}$$

Pole bei

$$x_p^2 = r^2 \frac{k_R (1 - k_R^2)}{k_R (1 + k_N^2) - 2 k_N}$$

$$\text{reell bei } k_R \geq \frac{2 k_N}{1 + k_N^2} = \text{Widerstands-Grenzkopplung}$$

Fig. 12

Zwischen diesen Grenzen der Parameterwerte gibt es nur die Nullstelle  $x_0 = 0$ ;  $v_0 = 1$  und keine Pole: In diesem Gebiet ist das Filter ein *entartetes Bandfilter*.

Die Tangentengleichungen für die Resonanz lauten allgemein:

$$v = 1; \quad \text{tg } \psi_1 = \frac{2 Q}{k_R} \cdot \frac{2 k_R - k_N (1 + k_R^2)}{1 - k_R^2}$$

Die Phasensteilheit in Resonanz kann negativ und positiv sein und auch gleich Null.

$$\text{tg } \psi_1 = 0 \quad \text{bei } k_N = \frac{2 k_R}{1 + k_R^2}$$

also bei der Reaktanz-Grenzkopplung.

Ebenso verhält es sich mit den Endwert-Steilheiten in der Reziprok-Darstellung:

$$v = 0; \infty; \quad \text{tg } \psi_{0; \infty} = \frac{r}{k_N} \cdot \frac{2 k_N - k_R (1 + k_N^2)}{1 - k_N^2}$$

$$\text{tg } \psi_{0; \infty} = 0 \quad \text{bei } k_R = \frac{2 k_N}{1 + k_N^2}$$

also bei der Widerstands-Grenzkopplung.

Bei den Grenzkopplungen lauten die Phasenwertgleichungen:

$$k_N = \frac{2 k_R}{1 + k_R^2}; \quad \zeta_z = \frac{2 (1 - k_R^2)}{r (1 + k_R^2)} \cdot \frac{x^3}{(3 + k_R^2) x^2 + r^2 (1 + k_R^2)^2}$$

Dreifache Nullstelle bei  $x = 0$  ( $v = 1$ )

$$\text{tg } \psi_{0; \infty} = \frac{r}{2} \cdot \frac{(2 + k_R^2)^2 - 1}{1 - k_R^2}; \quad \text{tg } \psi_1 = 0$$

$$k_R = \frac{2 k_N}{1 + k_N^2}; \quad \zeta_z = \frac{x (1 + k_N^2)}{2 (1 - k_N^2)} \cdot \frac{(1 + k_N^2)^2 x^2 + r^2 (3 + k_N^2)}{r^3}$$

Einfache Nullstelle bei  $x = 0$  ( $v = 1$ )

$$\text{tg } \psi_{0; \infty} = 0; \quad \text{tg } \psi_1 = Q \frac{(2 + k_N^2)^2 - 1}{1 - k_N^2}$$

Bei der homogenen \*Kopplung gehorcht die Phase der Gleichung:

$$\zeta_z = \zeta = (v^2 - 1)/rv \neq F(k_H)$$

*Die homogen-gekoppelten Filter haben alle genau denselben Phasengang wie der Saugkreis: Der Koppelfaktor ist ohne Einfluss.*

<sup>8)</sup> Zusammenfassung am Schluss der symmetrischen Impedanzkopplung anhand von Fig. 16.

### 1 b. Widerstands-totale, symmetrische Impedanzkopplung: $k_R = 1$

Diese Koppelart ist praktisch nur näherungsweise ausführbar, da bei  $k_R \rightarrow 1$  der Widerstandskoeffizient die Grenze nicht erreichen kann.

Der Impedanzwert lautet nach Einsetzen von  $k_R = 1$ :

$$z_Z = x(1 - k_N) \sqrt{\frac{4r^2 + x^2}{r^2 + k_N^2 x^2}}$$

vgl. Fig. 15: Ausgezogene Kurve.

Keilförmige Nullstelle bei  $x = 0$ .

Die Impedanzwertgleichung heisst in  $v$  explizit:

$$z_Z = \frac{(1 - k_N)(v^2 - 1)}{k_N v} \sqrt{\frac{v^4 - 2(1 - 2r^2)v^2 + 1}{v^4 - 2(1 - r^2/2k_N^2)v^2 + 1}}$$

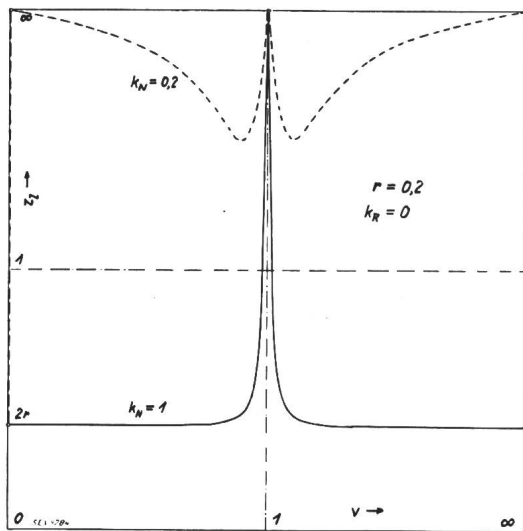


Fig. 13.

Impedanzverlauf bei totaler Reaktanzkopplung ——— und bei totaler Neutralisation - - - - -

Nullstelle bei  $v = 1$ ;  $\operatorname{tg} \psi_1 = \mp 4(1 - k_N)$   
 $v = 0; \infty$ ;  $\operatorname{tg} \psi_0; \infty = \mp k_N/(1 - k_N)$

Phasenwert

$$\zeta_Z = - \frac{k_N(1 - k_N^2)x^2 + 2r^2(1 - k_N)}{r(1 - k_N)^2 x}$$

Nur ein Pol bei  $x = 0$ : Entartetes Bandfilter.

$$\zeta_Z = - \left\{ (1 + k_N)k_N x/r + 2r/x \right\} / (1 - k_N) \text{ oder}$$

$$\zeta_Z = - \frac{k_N}{r} \cdot \frac{1 + k_N}{1 - k_N} \cdot \frac{v^4 - 2 \left\{ 1 - \frac{r^2}{k_N(1 + k_N)} \right\} v^2 + 1}{(v^2 - 1)v}$$

und für technische Bandfilter:

$$\zeta_Z = - (k_N x/r + 2r/x) \text{ oder}$$

$$\zeta_Z = - \frac{k_N}{r} \cdot \frac{v^4 - 2(1 - r^2/k_N)v^2 + 1}{(v^2 - 1)v}$$

$$v \rightarrow 0; \infty; \quad \zeta_Z \rightarrow \pm \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_0; \infty = - \frac{r}{k_N} \cdot \frac{1 - k_N}{1 + k_N}$$

$$x = 0; \quad v = 1; \quad \operatorname{tg} \psi_p = 0(1 - k_N)$$

Phasenextrema

$$\text{bei } x_e^2 = \frac{2r^2}{k_N(1 + k_N)}; \quad \zeta_{eZ} = \pm \frac{2\sqrt{2k_N(1 + k_N)}}{1 - k_N} \neq F(r)$$

Technisches Bandfilter  $x_e = \pm r\sqrt{2/k_N}$ ;  $\zeta_{eZ} = \pm 2\sqrt{2k_N}$

$$v_e = 1 \pm r/\sqrt{2k_N}$$

Sonderfall:  $k_N = 1/2$ .

Impedanzwert

$$z_Z = x \neq F(r)$$

Der Impedanzwert ist identisch mit dem eines verlustlosen Saugkreises!

$$\operatorname{tg} \psi_0; \infty = \mp 1; \quad \operatorname{tg} \psi_1 = \mp 2$$

Phasenwert

$$\zeta_Z = - \frac{8r^2 + 3x^2}{2rx}$$

$$\operatorname{tg} \psi_0; \infty = - \frac{2}{3} r; \quad \operatorname{tg} \psi_p = 0/2$$

Extrema bei  $x_e^2 = \frac{8}{3} r^2$ ;  $\zeta_{eZ} = \pm 2\sqrt{6}$

$$v_e \approx 1 \pm r/\sqrt{2/3}$$

### 1 c. Totale Neutralisation: $k_R = 0$

Diese Koppelart ist wie die vorige praktisch nur näherungsweise ausführbar; hier wird aber  $k_R = 0$ .

Impedanzwert

$$z_Z = \frac{1}{k_N x} \sqrt{z^4 - 2(z^2 - 2r^2)k_N^2 x^2 + k_N^4 x^4}$$

oder

$$z_Z = \frac{1}{k_N x} \sqrt{r^4 + 2r^2(1 + k_N^2)x^2 + (1 - k_N^2)^2 x^4}$$

oder in  $v$  explizit (Fig. 13: Gestrichelte Kurve):

$$z_Z = \frac{\sqrt{v^8(1 - k_N^2)^2 - v^6 \cdot 2 \{ 2(1 - k_N^2)^2 - r^2(1 + k_N^2) \} + v^4 \{ 6(1 - k_N^2)^2 - r^2[4(1 + k_N^2) - r^2] \} - v^2 \cdot 2 \{ 2(1 - k_N^2)^2 - r^2(1 + k_N^2) \} + (1 - k_N^2)^2}}{k_N v(v^2 - 1)}$$

$$v \rightarrow 0; \infty; \quad z_Z \rightarrow \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_0; \infty = \mp k_N(1 - k_N^2)$$

Pol bei Resonanz; hier gilt:

$$v \approx 1; \quad z_Z \approx \frac{r^2}{k_N x} = \frac{r^2 v}{k_N(v^2 - 1)}; \quad \operatorname{tg} \psi_1 = \pm 2Q^2 k_N$$

Bei totaler Neutralisation hat das Filter in Bandmitte ein entgegengesetztes Extremum in Keilform, ähnlich dem des verlustfreien Sperrkreises: Nur ist hier die Resonanz viel schärfer.

Die Extrema liegen bei

$$x_e = \pm r/\sqrt{1 - k_N^2}; \quad z_{eZ} = 2r/k_N$$

$$v_e \approx 1 \pm r/2.$$

Der Koeffizient beeinflusst bei der totalen Neutralisation entscheidend den Impedanzwert der Extrema, nicht aber deren Abstand, gerade umgekehrt wie bei nicht-neutralisierten, überkritisch-gekoppelten Filtern.

Phasenwert

$$\zeta_Z = \frac{(1 - k_N^2)x^2 - r^2}{2rx}; \quad \frac{d\zeta_Z}{dx} = \frac{(1 - k_N^2)x^2 + r^2}{2rx^2}$$

oder in  $v$  explizit:

$$\zeta_Z = \frac{(1 - k_N^2)v^4 - \{ 2(1 - k_N^2) + r^2 \} v^2 + (1 - k_N^2)}{2r(v^2 - 1)v}$$



Pole bei  $v = 0; \infty$ ;  $\operatorname{tg} \psi_0; \infty = 2r/(1-k_N^2)$   
 und bei  $v_p = 1^9$ ;  $\operatorname{tg} \psi_p = 4Q$   
 Nullstellen bei  $x_n = \pm r/\sqrt{1-k_N^2}$   

$$\left. \begin{array}{l} v_n = 1 \pm r/2 \\ \operatorname{tg} \psi_n = 2Q(1-k_N^2) = 2Q \end{array} \right\} \text{für technische Bandfilter}$$
  

$$\underline{x_n = x_e}$$

Der Nulldurchgang der Phase erfolgt *genau* bei extremalem Impedanzwert, im Gegensatz zu den Filtern mit Dämpfung im Koppelglied (II, 1a).

## 2 a. Partielle Widerstandskopplung: $k_N = 0$

Der Impedanzwert heisst bei  $x_k = 0$ :

$$z_Z = \frac{1}{r_k} \sqrt{z^4 + 2(z^2 - 2r^2)r_k^2 + r_k^4}$$

oder

$$z_Z = \frac{1}{r k_R} \sqrt{r^4(1 - k_R^2)^2 + 2r^2(1 + k_R^2)x^2 + x^4}$$

oder in  $v$  explizit (Fig. 14):

$$z_Z = \frac{\sqrt{v^8 - v^6 \cdot 2\{2 - r^2(1 + k_R^2)\} + v^4\{6 - r^2[4(1 + k_R^2) - r^2(1 - k_R^2)^2]\} - v^2 \cdot 2\{2 - r^2(1 + k_R^2)\} + 1}}{r k_R v^2}$$

Resonanz:  $z_{vZ} = r(1/k_R - k_R)$  gleich wie bei der symmetrischen Impedanzkopplung.

$z_{oZ}/r = z' = F(k_R)$  siehe Fig. 11.

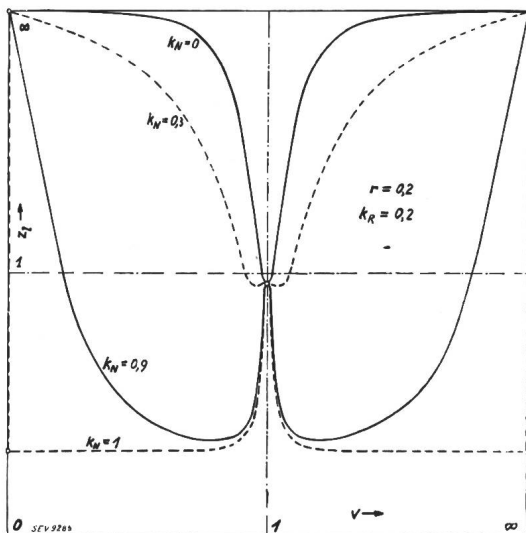


Fig. 14.

Impedanzverlauf bei Reaktanz-Neutralisation mit dem Neutralisations-Kopplfaktor als Parameter.

— echte, - - - - - entartete Bandfilter.

Phase

$$\zeta_Z = \frac{2rx}{r^2(1 - k_R^2) - x^2}$$

Diese Phasengleichung ist reziprok-ähnlich der für totale Neutralisation. In  $v$  explizit heisst sie:

<sup>9)</sup> Entartete Nullstelle, da  $k_R = 0$  nicht möglich.

$$\zeta_Z = \frac{2rv(1-v^2)}{v^4 - v^2\{2 + r^2(1 - k_R^2)\} + 1}$$

$$\text{Nullstellen bei } v = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \psi_0; \infty = 2r; \operatorname{tg} \psi_1 = \frac{4}{r(1-k_R^2)} = 4Q \dots \infty$$

$$\text{Pole bei } x_p = \pm r\sqrt{1-k_R^2}$$

$$r^2 \ll 1; \quad v_p = 1 \pm \frac{r}{2} \sqrt{1-k_R^2}$$

$$rk_R \ll 1; \operatorname{tg} \psi_p = 2Q$$

Bei  $k_R = 1$  entartet das Filter zur totalen Widerstandskopplung mit nur *einem* Phasensprung.

Die Pol-Tangenten erhält man am einfachsten durch schrittweise Derivation:

$$\operatorname{tg} \psi_p = - \left[ \frac{d(1/\zeta_Z)}{dx} \right]_{x=x_p} \cdot \left[ \frac{dx}{dv} \right]_{v=v_p} z = 1.$$

Die Ableitung der Verstimmung nach dem Frequenzwert hat in Resonanznähe den Wert 2.

Bandbreite

$$b'_r = \sqrt{\sqrt{2(1+k_R^4)} - (1+k_R^2)}$$

$$b'_o = \frac{k_R}{1-k_R^2} \sqrt{\sqrt{2(1+k_R^4)} - (1+k_R^2)}$$

$$\left. \begin{array}{ll} k_R = 0 & \dots 1 \\ b'_r = 0,643 \dots 0 & \\ b'_o = 0 & \dots 0,5 \end{array} \right\} \text{siehe Fig. 17 a und b}$$

Die reduzierte Bandbreite beträgt also nur

*maximal* 0,5

gegenüber 0,7 beim kritisch-gekoppelten Reaktanzfilter

und 1 beim einfachen Saugkreis.

## 2 b. Totale Widerstandskopplung: $k_N = 0$ ; $k_R = 1$

Diese Koppelart ist aus den gleichen Gründen praktisch nur näherungsweise ausführbar wie die Arten 1 b und 1 c.

Aus der weiteren Forderung  $k_R = 1$  ergibt sich der Impedanzwert zu:

$$z_Z = \frac{x}{r} \sqrt{(2r)^2 + x^2}$$

oder in  $v$  explizit:

$$z_Z = \frac{v^2 - 1}{r v^2} \sqrt{v^4 - 2(1 - 2r^2)v^2 + 1}$$

Vgl. Fig. 15: Gestrichelte Kurve.

Keilförmige Nullstelle bei  $v = 1$ , wie beim verlustfreien Saugkreis; die Flankensteilheit ist hier aber doppelt so hoch.

$$v = 1; \quad \operatorname{tg} \psi_1 = +4 \neq F(r)$$

$$v = 0; \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_0; \infty = 0.$$

Phasenwert

$$\zeta_Z = - \frac{2r}{x} = - \frac{2}{\zeta}^{10)}$$

<sup>10)</sup> Die Phasenwerte für totale Widerstands- und Reaktanzkopplung sind nur durch den Faktor 4 verschieden und im wesentlichen reziprok zu denen des Saugkreises.

oder in  $v$  explizit:

$$\zeta_Z = \frac{2rv}{1-v^2} \text{ zeigt die Entartung des Filters.}$$

$$\begin{aligned} \text{Nullstellen bei } v &= 0; \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_{0;\infty} = 2r \\ \text{einziger Pol bei } v_p &= 1; \quad \operatorname{tg} \psi_p = 0 \end{aligned}$$

Damit sind wir in der Phasengang-Reihe der Fig. 16 am Bilde rechts aussen (gestrichelte Kurve) angelangt. Wie die Fussnote 10 sagt, erreichen wir am anderen Ende der Reihe links aussen eine ähnliche Phasengangkurve, nachdem wir alle Parameterverhältnisse  $k_N/k_R$  durchlaufen haben.

### 3 a. Reaktanz-totale Impedanzkopplung: $k_N = 1$

Gegenüber der symmetrischen Impedanzkopplung wird  $k_N = 1$ , und somit heisst der Impedanzwert:

$$z_Z = r(1-k_R) \sqrt{\frac{r^2(1+k_R)^2 + 4x^2}{r^2 k_R^2 + x^2}}$$

oder in  $v$  explizit (Fig. 14):

$$z_Z = 2r(1-k_R) \sqrt{\frac{v^4 - \{2 - (r/2)^2(1+k_R)^2\}v^2 + 1}{v^4 - \{2 - r^2 k_R^2\}v^2 + 1}}$$

$$x \rightarrow \mp \infty; \quad z_{\infty Z} \rightarrow 2r(1-k_R); \quad \operatorname{tg} \psi_{0;\infty} \rightarrow 0$$

Im Grenzfall werden aber andere Werte erreicht:

$$x = \mp \infty; \quad z_{\infty Z} = \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_{0;\infty} = \mp \infty$$

$$\begin{aligned} x = 0; \quad z_{0Z} &= r(1/k_R - k_R) \\ z_{0Z}/r &= z_0' = F(k_R) \text{ siehe Fig. 11.} \end{aligned}$$

Der Resonanzimpedanzwert ist gleich wie bei symmetrischer Impedanzkopplung, da dort  $z_{0Z} = F(k_N)$ .

Die sperrkreis-ähnliche Siebwirkung des Filters ist vom folgenden Impedanzwert-Verhältnis abhängig:

$$\frac{z_{0Z}}{z_{\infty Z}} = S = \frac{1+k_R}{2k_R}; \text{ Fig. 18}$$

$$k_R \rightarrow \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}; \quad S \rightarrow \begin{cases} 1 \\ \infty \end{cases}$$

Die Siebwirkung steigt also mit abnehmender Dämpfung im Koppelglied.

Bandbreite

$$b_r = \frac{k_R}{\sqrt{1-2\left(\frac{2k_R}{1+k_R}\right)^2}} = \frac{k_R}{\sqrt{1-2/S^2}}; \text{ Fig. 18}$$

$$b_r = 1 \quad \text{bei} \quad k_R = 0,46$$

$$b_r \rightarrow \infty \quad \text{bei} \quad k_R \rightarrow \frac{1}{7}(1+\sqrt{8}) = 0,546$$

$$k_R \leq 1; \quad b_r \approx k_R$$

Phasenwert

$$\zeta_Z = \frac{-r(1-k_R)x}{r^2 k_R(1+k_R) + 2x^2}$$

oder in  $v$  explizit:

$$\zeta_Z = \frac{-(r/2)(1-k_R)(v^2-1)v}{v^4-2\{1-(r/2)^2(1+k_R)k_R\}v^2+1}$$

$$\text{Nullstellen bei } v = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \psi_{0;\infty} = \frac{r}{2}(1-k_R); \quad \operatorname{tg} \psi_1 = -\frac{2}{rk_R} \cdot \frac{1-k_R}{1+k_R}$$

$$k_R \ll 1; \quad \operatorname{tg} \psi_1 \approx -2Q/k_R$$

Phasenextrema bei

$$x_e = \mp r\sqrt{(1+k_R)k_R/2}; \quad \zeta_{eZ} = \pm \frac{1-k_R}{2\sqrt{2k_R(1+k_R)}}$$

$$\left. \begin{aligned} x_e &\approx \mp r\sqrt{k_R/2} \\ v_e &\approx 1 \mp \frac{r}{2}\sqrt{\frac{k_R}{2}} \end{aligned} \right\}; \quad \zeta_{eZ} \approx \pm \frac{1}{2\sqrt{2k_R}}$$

Die Näherungszeichen gelten für  $k_R \ll 1$ .

### 3 b. Totale Reaktanzkopplung: $k_N = 1; k_R = 0$

Wie die übrigen Fälle der Fig. 13 und 15, so ist auch diese Koppelart praktisch nur näherungsweise ausführbar.

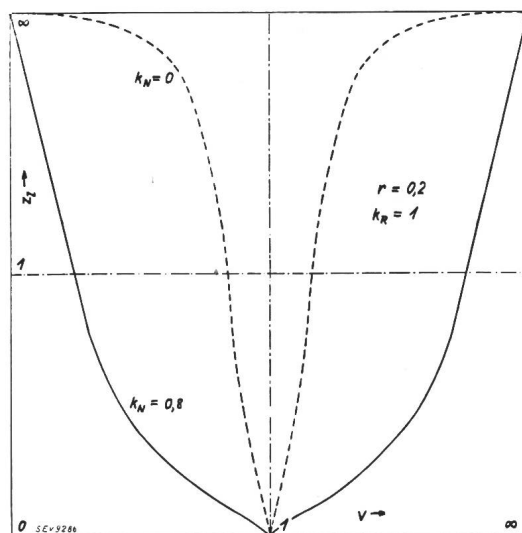


Fig. 15.

Impedanzverlauf bei totaler Widerstandskopplung .....  
und bei Widerstands-totale, symmetrischer Impedanzkopplung ———

Aus der weiteren Forderung  $k_R = 0$  ergibt sich der Impedanzwert zu:

$$z_Z = \frac{r}{x} \sqrt{r^2 + (2x)^2}$$

oder in  $v$  explizit (Fig. 13: Ausgezogene Kurve):

$$z_Z = \frac{2r}{v^2-1} \sqrt{v^4-2\{1-(r/2)^2\}v^2+1}$$

Keilförmiger (doppelter) Pol bei Resonanz

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \pm 2Q^2$$

Dies bedeutet eine ausserordentlich scharfe Resonanz!

$$x \rightarrow \mp \infty; \quad z_{\infty Z} \rightarrow 2r; \quad \operatorname{tg} \psi_{0;\infty} \rightarrow 0$$

Im Grenzfall werden aber dieselben Werte erreicht wie bei Fall 3a:

$$x = \mp \infty; \quad z_{\infty Z} = \infty; \quad \operatorname{tg} \psi_{0; \infty} = \mp \infty$$

Phasenwert

$$\zeta_Z = -\frac{r}{2x} = -\frac{1}{2\xi} \quad (10)$$

oder in  $v$  explizit:

$$\zeta_Z = \frac{rv}{2(1-v^2)}$$

Nullstellen bei  $v = 0; \infty; \operatorname{tg} \psi_{0; \infty} = r/2$

einzigster Pol bei  $v_p = 1; \operatorname{tg} \psi_p = 4\varrho$

Damit sind wir in der Phasengang-Reihe der Fig. 16 am Bilde links aussen (gestrichelte Kurve) angelangt und haben dabei, wie Fussnote 10 sagt, eine ähnliche Phasen-Kurve erreicht, wie am anderen Ende der Reihe rechts aussen.

sperrkreis-ähnlichen Schmalbandfilter Platz. Fig. 15 zeigt das andere Extrem: Hier befindet sich die Dämpfung ganz im Koppelglied. Wir erhalten Kurven ähnlich denen von verlustlosen Saugkreisen, deren Resonanzimpedanz bis auf Null heruntergeht. Die Bandbreite und Flankensteilheit kann mit dem Neutralisationskoppelfaktor geregelt werden.

Fig. 16 zeigt in einer Reihe von Bildern die Aenderung des Phasenganges bei schrittweiser Aenderung des Verhältnisses  $k_R/k_N$ . — Bei grossem  $k_N$  kann von den drei Nullstellen die mittlere bei  $k_R=0$  zu einem Pol entarten. Bei  $k_N < 1$  tritt an den Endwerten je ein Pol auf, und die äusseren Nullstellen wandern der mittleren zu, um sich bei Reaktanz-Grenzkopplung in einem Terrassenpunkt zu vereinigen. Weiterhin verschwinden zwei Nullstellen ins Imaginäre, die Kurve streckt sich und

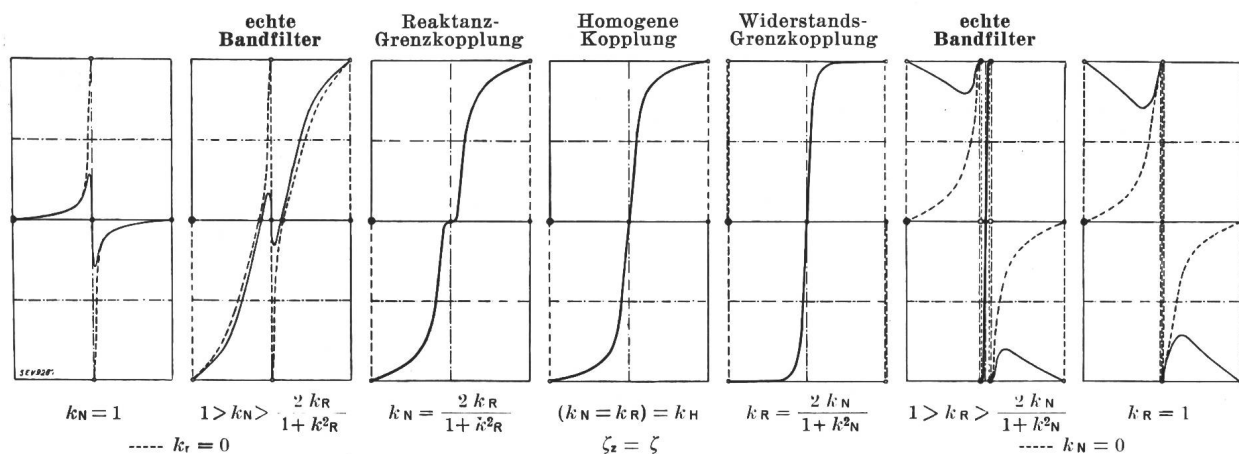


Fig. 16a.

Phasengang bei symmetrischer Impedanzkopplung mit  $k_N$  und  $k_R$  als Parameter ( $r=0,2$ ).

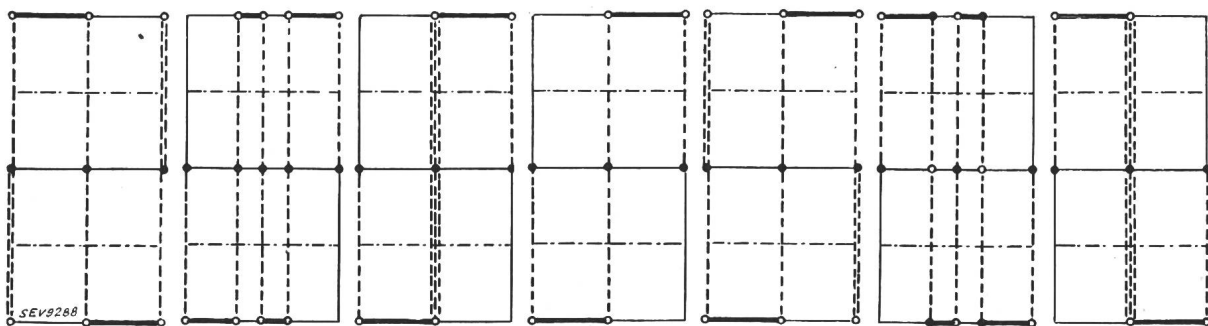


Fig. 16b.

Phasengang-Entwicklung von Fig. 16a für  $r \rightarrow 0$ .

### Zusammenfassende Betrachtung der symmetrischen Impedanzkopplung (Fig. 13...16)

Fig. 14 bringt die Impedanzwertkurven praktisch realisierbarer Filter. Der Resonanzwert hängt allein vom Widerstandskoppelfaktor ab. Der grösser werdende Neutralisationskoppelfaktor lässt die reziprok wirkende Koppelkreisresonanz stärker hervortreten (Duplex-Filter). Fig. 13 zeigt als Folge des gänzlich entdämpften Koppelkreises die bis ins Unendliche gehende, ausserordentlich scharfe Koppelkreisresonanz. Das Duplex-Filter für  $k_N \neq 1$  macht bei  $k_N = 1$  einem

wird bei homogener Kopplung identisch mit der Phasengangkurve des Saugkreises; sie ist daher unabhängig von  $k_H$ . Dann verlaufen bei steilerem Nulldurchgang die Endwert-Tangenten flacher, bis sie bei Widerstands-Grenzkopplung waagrecht sind. Gleichzeitig werden zwei echte Pole reell, die der Mitte zuwandern. Die beiden andern bedeuten wieder entartete Nullstellen, die zu echten werden können, wenn  $k_N = 0$  wird, wie die beiden letzten Bilder zeigen. Bei  $k_R = 1$  schliesslich fallen die beiden Pole und die mittlere Nullstelle zusammen, und wir erhalten für  $k_R = 1; k_N = 0$  einen ähnlichen

Phasengang wie am Anfang der Reihe bei  $k_N=1$ ;  $k_R=0$ .

Die Gleichung für die Endwert-Tangenten ergibt eine stetige Veränderung der Steilheit in Abhängigkeit vom Verhältnis  $k_R/k_N$ . Unterhalb der Widerstands-Grenzkopplung ist die Steilheit positiv, um in der Grenzlage Null zu werden und oberhalb negativ. Der Phasengang ist als *stündig* stetig anzusehen, wenn man die Linien für  $\zeta = +\infty$  und  $\zeta = -\infty$  zusammenfallen lässt, wie man das auch für die Linien  $\zeta = +0$  und  $\zeta = -0$  normalerweise tut. Es wäre dies eine konsequente Weiterführung der reziproken Darstellungsweise: Aufrollen der Darstellungsebene zu einer Zylinderfläche. In unserem Falle würde dann die Phase zwei komplette stetige Umläufe um diesen Zylindermantel machen. — Führt man die Konsequenz bis zum Letzten durch, so kommt man auf die Kugelfläche mit einem «Null»-Pol, einem «Unendlich»-Pol und einem «Eins»-Äquator. Die beiden Koordinaten-Axen werden zu zwei vollen Meridiankreisen, die sich senkrecht kreuzen.

Die ganze Reihe enthält nur 2 Fälle von echten Bandfiltern, im zweiten und vorletzten Bild, mit der Einschränkung, dass die Nulldurchgänge, bzw. Phasensprünge nicht nur in Resonanznähe stattfinden können, sondern im ganzen Frequenzbereich. Das vorletzte Bild ist insofern interessant, als einzig dort bei einem realisierbaren Filter, das dazu noch ein echtes Bandfilter ist, bei endlichen Frequenzwerten echte Pole im Phasengang auftreten. Bei der Darstellung auf einer Zylinder- oder Kugelfläche bedeuten Pole ungerader Ordnung *komplette* Umläufe der Kurve durch  $\infty$ , nicht nur extrem grosse Schwankungen um 0. — Die Parameterwerte  $r=0$ ;  $k_R=0$ ;  $k_R=1$  sind, wie man sich leicht überzeugen kann, nicht realisierbar. Die Entwicklung für  $r \rightarrow 0$  zeigt den vollkommen reziprosymmetrischen Charakter, der für  $r > 0$  nicht ohne weiteres zu erkennen ist.

#### Filterkurven-Vergleich.

Ausserhalb der Resonanz ist die Dämpfung zu vernachlässigen:

$$v \neq 1; r \ll x$$

Einkreis-Filter

$$z \approx x$$

Saugkreis

Zweikreis-Filter

$z_Z \approx \varrho x^2 v^{-1}$   
kritische  
Induktanz-  
Kopplung

$z_Z \approx \varrho x^2 (v^0)$   
totale  
Widerstands-  
Kopplung

$z_Z \approx \varrho x^2 v^{+1}$   
kritische  
Kapazitanz-  
Kopplung

Ausserhalb der Resonanz (und auch des Bandbreite-Bereiches) verhalten sich die *gekoppelten* ähnlich wie *nicht* gekoppelte Zweikreisfilter: Die resultierende, relative Impedanz ist das Produkt

der Einzel-Impedanzen, nur dass noch der Faktor  $\varrho$  hinzutritt, der eine weitere Steilheitsvergrösserung bewirkt. Bei den Reaktanz-Kopplungen macht sich

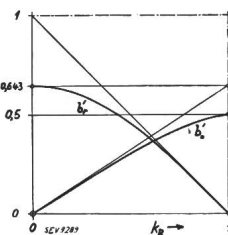


Fig. 17a.

Die auf die Dämpfung ( $b_r'$ ) und auf den Resonanzwiderstandswert ( $b_o'$ ) reduzierte Bandbreite in Funktion des Widerstandskopplungsfaktors ( $k_R$ ).

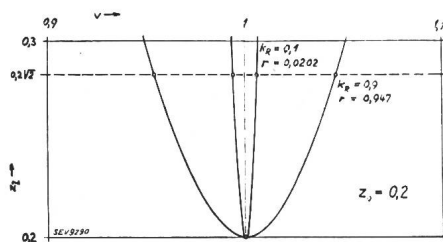


Fig. 17b.

10- und 90prozentige Widerstandskopplung bei gleichem Resonanzwiderstandswert.

ausserdem ein Asymmetriefaktor  $v \neq 1$  bemerkbar (Fig. 19).

Zu untersuchen ist noch das Verhalten bei Bandbreite (Fig. 20). Ist die Dämpfung klein, so ergibt sich für die Flankensteilheit des Saugkreises der

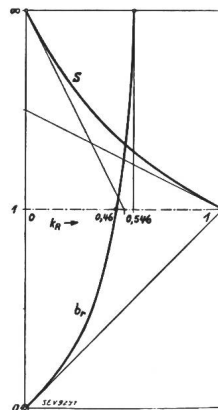


Fig. 18.

Relative Bandbreite und Sperrwirkung bei reaktanz-totaler Impedanzkopplung.

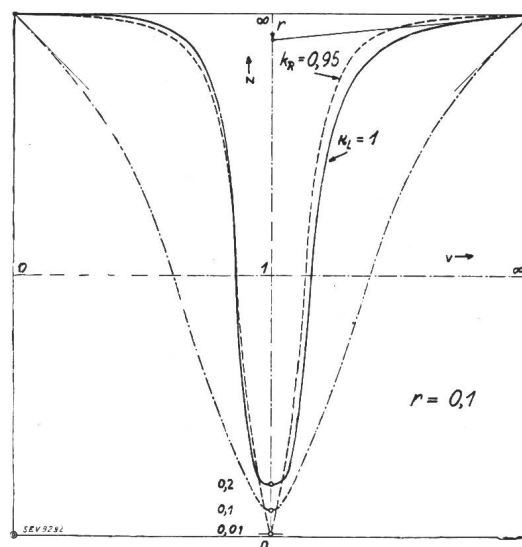


Fig. 19.

Filterkurven-Vergleich bei gleicher Kreisdämpfung.  
- - - - - Saugkreis.  
— Bandfilter mit induktiv-kritischer Kopplung.  
- - - - - Bandfilter mit 95% (fast totaler) Widerstandskopplung.

dämpfungsunabhängige Wert  $\beta = 2$ . Für die Reaktanz-kritisch-gekoppelten Filter lautet der Impedanzwert in Resonanznähe nach Einsetzen von  $x_R \approx r$ :

$$z_Z \approx \frac{1}{r} \sqrt{4r^4 + x^4}$$

und die Bandbreite:

$$b_Z = r \sqrt{2}$$

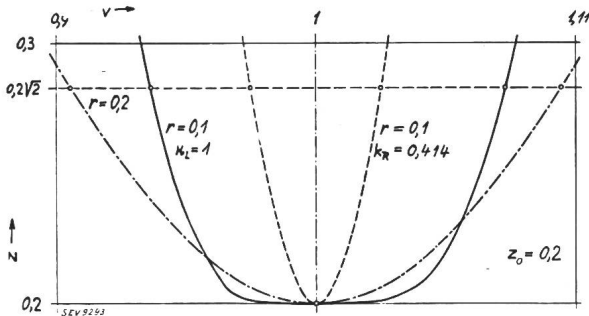


Fig. 20.

Filterkurven-Vergleich in der Nähe der Bandbreite bei allgemein gleichem Resonanzwiderstandswert und bei gleicher Einzelkreisdämpfung der Bandfilter.

- - - - - Saugkreis.
- Bandfilter mit induktiv-kritischer Kopplung.
- ..... Bandfilter mit 41% Widerstandskopplung.

Es ergibt sich daraus für die Flankensteilheit des Bandfilters an den Bandgrenzen:

$$\beta_Z = \left[ \frac{d z_Z}{d x} \right]_{x=b} \cdot \left[ \frac{d x}{d v} \right]_{v=1}$$

$$\beta_Z = 4 \neq F(r)$$

Für das normale, technische Zweikreis-Bandfilter ergibt sich bei geringer Dämpfung auch eine dämpfungsunabhängige Flankensteilheit, die im wesentlichen doppelt so gross ist wie beim Einzelkreis.

Allgemein ist die Flankensteilheit bei verlustarmen Bandfiltern unabhängig von der Güte; der Wert beträgt bei  $n$ -Kreis-Filtern:

$$\beta_n = 2^n$$

### Beispiele zur Ueberschlags-Rechnung.

#### a) Bandfilter für Ton.

- 1) Gegeben:  $Z_L$ -Kopplung,  $k_R = k_L$ ,  $f_0 = 450$  kHz
- 2) Gewünscht: Bandbreite  $f_b = 9$  kHz  
Lochtiefe  $\tau = 8$  %
- 3) Gesucht: Impedanzkopplung  $\kappa$   
Einzelkreisgüte  $Q$   
Asymmetrie  $\alpha_b$  0/100  
Lautstärkeschwankung  $p$  [N]  
Induktivität  $L$  [ $\mu$ H]  
Kapazität  $C$  [pF]  
Impedanz bei Bandbreite für  
 $T$ -Glieder mit Saugkreisen  $Z_{bT}$  [ $\Omega$ ]  
 $II$ -Glieder mit Sperrkreisen  $Z_{bII}$  [k $\Omega$ ]

Bei  $Z_L$ -Kopplung ist  $k_C = 0$ ; mit der weiteren Bedingung  $k_R = k_L$  ergibt sich:

$$\kappa^2 = \kappa_L^2 (1 - r^2); \quad \text{für Ton: } r^2 \ll 1$$

$$\kappa \approx \kappa_L; \quad \kappa_D = \kappa_L; \quad k_R = r \kappa_L$$

Diese Beziehungen sind in alle allgemeinen Formeln einzusetzen, um unsern speziellen Fall zu erhalten.

$$b = f_b / f_0 = 9/450$$

$$b = 0,02$$

(1)

allg.

$$\tau = z_{oZ} / z_{eZ} - 1$$

$$2(1 + \tau) = \sqrt{\frac{1 + 2\kappa^2 + (\kappa_D^2 + k_R^2)^2}{\kappa^2 + \kappa_D^2 k_R^2}}$$

spez.

$$2,16 = \sqrt{\frac{1 + 2\kappa^2 + \kappa^4}{\kappa^2 + r^2 \kappa^4}}$$

$$\sqrt{\kappa^2 + r^2 \kappa^4} = 0,463 (1 + \kappa^2)$$

(2)

allg.

$$b = r \sqrt{2 \sqrt{\kappa^2 + \kappa_D^2 k_R^2 + (\kappa^2 - 1)}}; \quad (1) \text{ eingesetzt}$$

spez.

$$0,0004 = r^2 \{ (\kappa^2 - 1) + 2 \sqrt{\kappa^2 + r^2 \kappa^4} \}; \quad (2) \text{ eingesetzt}$$

$$k^2 = 0,0383 r^2 + 0,000207$$

(3)

Aus (2) folgt:

$$4,66 k^2 r^2 (1 + k^2) = (r^2 + k^2)^2; \quad k^2 \ll 1$$

$$0 = r^4 - 2,66 k^2 r^2 + k^4; \quad (3) \text{ eingesetzt}$$

$$0 = 0,899 r^4 - 0,000535 r^2 + 0,000000428$$

$$r^2 = 0,000095$$

$$r = 0,00975$$

$$Q = 103$$

$r^2$  in (3) eingesetzt ergibt:

$$k^2 = 0,000211$$

$$k = 0,0145$$

$$\kappa = \frac{k}{r} = \frac{0,0145}{0,00975}$$

$$\kappa = 1,5$$

Asymmetrie bei Bandbreite

$$\alpha_b = b k_D$$

$$\alpha_b = 0,02 \cdot 0,0145$$

$$\alpha_b = 0,3 \text{ } ^\circ/_{100}$$

Lautstärkeschwankung:

$$p = \ln(1 + \tau)$$

$$p = 2,3 \cdot \lg 1,08$$

$$p = 0,077 \text{ N}$$

$$r = R \sqrt{C/L}$$

$$2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC}$$

$$\sqrt{L/C} = 103 R$$

$$\sqrt{LC} = \frac{1}{2\pi \cdot 450 \cdot 000}$$

$$\sqrt{L/C} \cdot \sqrt{LC} = L$$

$$\sqrt{C/L} \cdot \sqrt{LC} = C$$

$$L_{\mu H} = \frac{103 R}{2\pi \cdot 0,45}$$

$$C_{pF} = \frac{1}{2\pi \cdot 0,45 \cdot 103 \cdot R}$$

$$L_{\mu H} = 36,4 R_{\Omega}$$

$$C_{pF} = 3430/R_{\Omega}$$

Bei  $R = 7 \Omega$  ist z. B.  $L = 255 \mu H$  und  $C = 490 pF$

Impedanz bei Bandbreite:

$$\text{allg.} \quad z_{eZ} = 2r \sqrt{\frac{\kappa^2 + \kappa_D^2 k_R^2}{\kappa^2 + \kappa_D^2 k_R^2}}$$

$$\text{spez.} \quad z_{eZ} = 2r \sqrt{\frac{1 + k^2}{1 + r^2}}; \quad k^2; r^2 \ll 1$$



$$z_{eZ} = 2r$$

$$z_{eZ} = 0,0195$$

$$R_0 = \varrho R$$

$$R_0 = 103 \cdot 7$$

$$R_0 = 721 \Omega$$

$$Z_{bT} = R_0 \cdot z_{eZ} \sqrt{2}$$

(4) und (5) eingesetzt ergibt:

$$Z_{bT} = 721 \cdot 0,0195 \cdot 1,41$$

$$Z_{bT} = 20 \Omega$$

$$Z_{bT} \sim R$$

$$Z_{b\Pi} = \frac{R_0}{z_{eZ} \sqrt{2}}$$

$$Z_{b\Pi} = \frac{721}{0,0195 \cdot 1,41}$$

$$Z_{b\Pi} = 26 \text{ k}\Omega$$

$$Z_{b\Pi} \sim 1/R$$

Die Impedanz bei Bandbreite kann mit dem Dämpfungswiderstand geregelt werden; sie besitzt jedoch beim  $T$ -Glieder eine untere und beim  $\Pi$ -Glieder eine obere Grenze, die durch das praktisch herstellbare  $R_{\min}$  gegeben ist. — Wird ausser den gegebenen Vorschriften auch die Anpassungs-Impedanz festgelegt, so ist das Bandfilter eindeutig bestimmt.

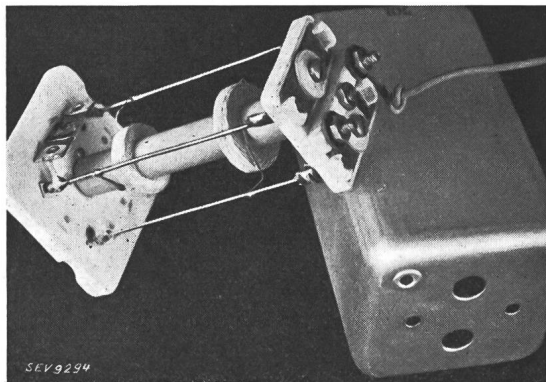


Fig. 21.  
Ton-Bandfilter.

Fig. 21 zeigt ein im Handel befindliches Ton-Bandfilter, das aber asymmetrisch gebaut ist. Das Übersetzungsverhältnis beträgt  $R_{01} : R_{02} = \bar{u} = 2 : 3$ . Das Bandfilter übernimmt in diesem Falle gleichzeitig die Aufgabe eines Anpassungstransformators von der niedrigeren Röhren-Ausgangs-impedanz an die höhere Röhren-Eingangs-impedanz.

#### b) Bandfilter für Bild.

Fig. 22 zeigt ein Kurzwellen-Bandfilter, wie es in den Fernseh-Empfängern der Eidg. Techn. Hochschule (ETH) an der Landesausstellung 1939 eingebaut war; Fig. 23 gibt das Schaltschema.

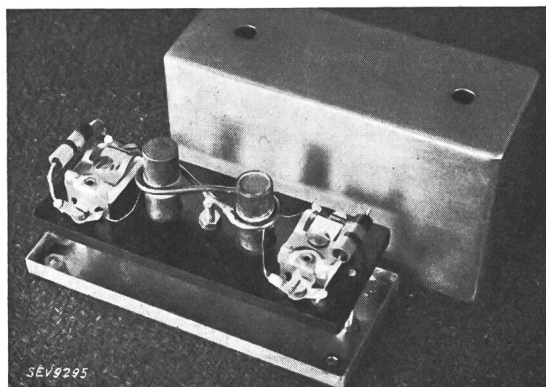


Fig. 22.  
Bild-Bandfilter.

(4) Bei Kurzwellen ist zuerst experimentell zu prüfen, ob das Ersatzschaltbild, nach dem wir rechnen wollen, die wirklichen Vorgänge deckt. Vielleicht ist schon die Voraussetzung

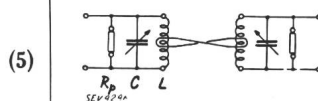


Fig. 23.

Bild-Bandfilter, Schaltschema.

der Konzentration von Induktivität und Kapazität nicht erfüllt. Gegebenenfalls lassen sich die elektrischen Verhältnisse durch geeigneten mechanischen Aufbau klarer gestalten.

- 1) Gegeben: X-Kopplung,  $f_0 = 12 \text{ MHz}$
- 2) Gewünscht: Bandbreite  $f_b = 4 \text{ MHz}$   
6 % überkritische Kopplung
- 3) Gesucht: Einzelkreisgüte  $Q$   
Asymmetrie  $\alpha_b \text{ ‰}$   
Intensitätsschwankung  $q \text{ [db]}$   
Frequenzabstand der Impedanz-Extrema  $f_E \text{ [MHz]}$   
Induktivität  $L \text{ [}\mu\text{H]}$   
Kapazität  $C \text{ [pF]}$   
Parallelwiderstand  $R_p \text{ [k}\Omega\text{]}$   
für ein  $\Pi$ -Glieder mit Sperrkreisen, unter der Voraussetzung, dass die Eigendämpfung gegenüber der zusätzlichen vernachlässigbar ist.

Aus der X-Kopplung ergibt sich  $k_R = 0$  und somit wird:

$$\begin{aligned} \kappa_D &= \kappa = 1,06 \\ b &= f_b / f_0 = 4/12 \\ b &= \frac{1}{3} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{allg.} \quad b = r \sqrt{(1 + \kappa_D)^2 - 2}; \quad (1) \text{ eingesetzt}$$

$$\begin{aligned} \text{spez.} \quad 1 &= 3r \sqrt{(1 + 1,06)^2 - 2} \\ r &= 0,223 \end{aligned}$$

$$Q = 4,5$$

Asymmetrie bei Bandbreite:

$$\begin{aligned} \alpha_b &= b \cdot r \cdot \kappa_D \\ \alpha_b &= \frac{0,223 \cdot 1,06}{3} \end{aligned}$$

$$\alpha_b = 7,9 \text{ ‰} \quad \text{nicht vernachlässigbar!}$$

Anschauungsbeispiele: Die ausgezogene Filterkurve von Fig. 20 hat 1,4, diejenige von Fig. 5 hat 2,0 % Asymmetrie bei Bandbreite.

Lochtiefe:

$$\text{Allg.} \quad 1 + \tau = z_{eZ} / z_{eZ}$$

$$\text{spez.} \quad 1 + \tau = 0,5 (1/\kappa_D + \kappa_D)$$

$$1 + \tau = 0,5 (1/1,06 + 1,06)$$

$$1 + \tau = 1,002; \quad \tau = 2 \text{ ‰}$$

Intensitätsschwankung:

$$q = \lg(1 + \tau)$$

$$q = \lg 1,002$$

$$q = 0,001 \text{ b}$$

$$q = 0,01 \text{ db}$$



von uns als Bandfilter-Impedanz definiert worden. Man misst also mit dieser Anordnung:

$$U_2/I_1 = Z_Z = F(f); Z_Z \sqrt{\frac{C}{L}} = z_z;$$

daraus:                      relativ

$$f/(2\pi\sqrt{LC}) = v; z_z = F(v)$$

Dieses Thema ist im vorliegenden Aufsatz theoretisch behandelt worden.

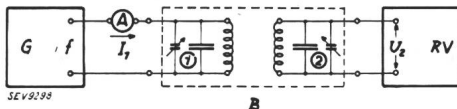


Fig. 25.

Anordnung zur Bestimmung der Filterkurve.

B Zu untersuchendes Bandfilter.

G HF-Generator variabler Frequenz.

A Thermokreuz-mA-Meter ( $I_1$ ).

RV Röhrenvoltmeter ( $U_2$ ).

### Resonanzkurvenbilder im Kathodenstrahl-Oszillographen mit Hilfe des Wobblers.

Die Industrie hat für die Kontrolle der Bandfilter-Verstärkung im Kundendienst einen handlichen, kleinen HF-Oszillator entwickelt, dessen Frequenz im 25-Perioden-Rhythmus in einer einstellbaren Bandbreite bis 25 kHz um einen ebenfalls einstellbaren Mittelwert schwankt. Diese Schwankung ist mit der Ablenkfrequenz des benutzten Kathodenstrahl-Oszillographen synchronisiert. Die regelbare Ausgangsspannung dieses Wobblers (Taufelfrequenz-Erzeuger, Wobulator, Ganging-Oszillator) genannten Generators ist klein, da sie nur zur Prüfung kompletter Radioapparate gedacht ist; für die direkte Untersuchung eines einzelnen Bandfilters reicht sie nicht aus.

Der Verfasser hat nun zu Beobachtungs- und Demonstrationszwecken ein Bandfilter nach Schaltung Fig. 26 konstruiert, das streng dem Ersatz-

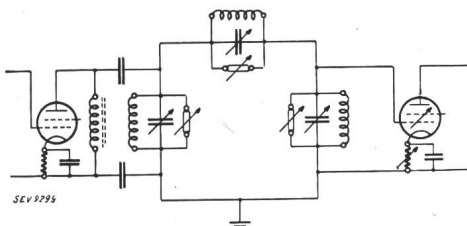


Fig. 26.

Demonstrations-Bandfilter, Filter-Aufbau.

schaltbild eines  $\Pi$ -Gliedes mit Sperrkreisen entspricht. Zur Entkopplung und Verstärkung dienen eine steile HF-Penthode am Eingang und eine Regelpenthode am Ausgang des Filters. Die Widerstände und Kondensatoren sind regelbar; ausserdem kann man feste Kondensatoren zuschalten und die Spulen auswechseln.

Die Apparatur (Fig. 27) zeichnet sich infolge Verwendung von HF-Eisen-Topfspulen und wegen günstiger Anordnung und Verdrahtung durch eine ausserordentlich geringe Streu-Kopplung aus, obwohl nirgends Abschirmungen angebracht sind. Viele Bandfilter-Typen lassen sich damit reprodu-

zieren, auch entartete. Die qualitativen Untersuchungen lassen sich schnell durchführen und dabei ist es sehr eindrucksvoll, im Kurvenbild sofort die Wirkung zu erkennen, welche die Aenderung eines Parameters hervorruft<sup>11)</sup>.

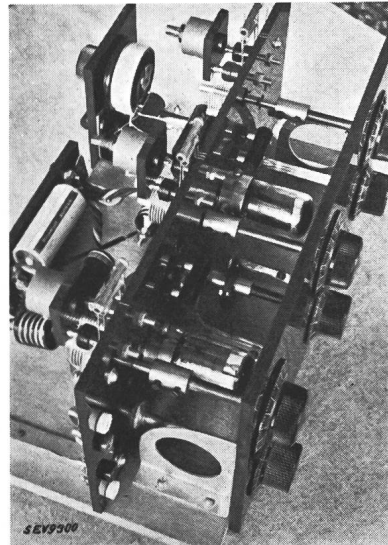


Fig. 27.

Demonstrations-Bandfilter.

Fig. 28 zeigt schliesslich die Zusammenstellung der nötigen Apparate für die Demonstration: Im Vordergrund das Bandfilter, dahinter, links der Kathodenstrahl-Oszillograph, in der Mitte das Netzgerät mit gittergesteuerter Stabilisation und rechts der Wobbler. — Die Apparatur dient jetzt beim Unterricht an der ETH zur Bandfilter-Demonstration.

Für Niederfrequenzfilter kommt noch in Frage die

Registrierung von Impedanzkurven mit dem Siemens-Pegelschreiber.

Diese zur Dämpfungs-Bestimmung von Leitungen konstruierte, etwas umfangreiche Apparatur zeichnet automatisch den Frequenzgang im Bereich

<sup>11)</sup> Vorsicht bei Schlussfolgerungen! Das Ersatzschaltbild Fig. 1 zeigt, dass in praktischen Fällen mit der Parameter-Aenderung meist auch eine Bezugsgrössen-Aenderung eintritt. Variiert man z. B. die Kopplung  $\mathfrak{K}_{12}$  des Uebertragers so ändert sich auch der erste Kreis  $\mathfrak{K}_1$  und damit seine Schwingfrequenz, auf die in der relativen Rechnung alle Frequenzwerte bezogen sind. Um nun z. B. die absolute Abhängigkeit der Resonanz-Koppelfrequenzen von der Kopplung zu erhalten, muss man den tatsächlichen Schwingfrequenzwert des ersten Kreises in Funktion des Koppelfaktors berechnen. Es stellt sich für diesen Fall heraus, dass bei Serieschaltung und kapazitiver Kopplung die untere Koppelfrequenz immer identisch mit der Schwingfrequenz ist, und die obere entsprechend der Kopplung nun doppelt so stark zunimmt. Bei induktiver Kopplung bleibt die obere Koppelfrequenz konstant; das reziproke tritt bei Parallelschaltung ein.

Diese Lösung ist durchaus nicht trivial: Es ist im Gegenteil höchst seltsam, dass bei Ueberlagerung von zwei Vorgängen — Schwingfrequenz- und Koppelfrequenz-Aenderung durch Variation der Kopplung — für die eine Koppelfrequenz sich die Effekte gerade kompensieren, so dass sie von der Kopplung unabhängig ist. Beim Bandfilter ist das in der Nähe der kritischen Kopplung nicht mehr der Fall.

von 30...10 000 Hz auf. Zur Untersuchung von Niederfrequenzfiltern ist es dabei wichtig, die Anpassung nicht zu vernachlässigen: Entweder ist das Filter in der betreffenden Schaltung zu untersuchen, oder Ein- und Ausgang sind für 1 kHz entsprechend dieser Schaltung ohmisch abzuschliessen.

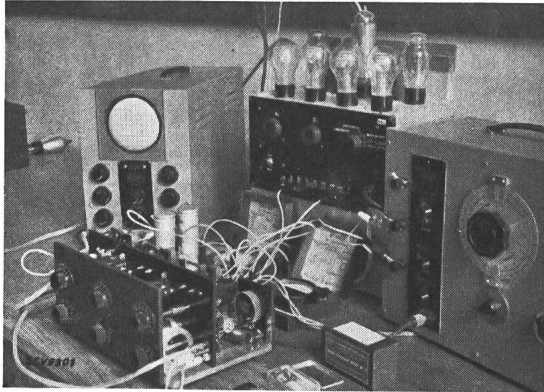


Fig. 28.  
Bandfilterkurven-Demonstration.

Zum Schluss seien noch an Hand des Literaturnachweises, auf den sich die Zahlen in eckigen Klammern beziehen, drei Methoden der Phasemessung zitiert.

#### Phasengang-Bestimmung:

- durch Röhren-Phasemesser [9] mit Thermokreuz und Galvanometer als Anzeiger;
- mit der Braunschen Röhre [10], rotierender Leuchtstrich als Anzeiger (nur für NF);
- durch Registrierung mit dem Siemens-Pegelschreiber (nur für NF) unter Zuhilfenahme eines Röhren-Phasendiskriminators [11].

Eine Apparatur zur Erzeugung von Phasengangbildern in Verbindung mit Wobbler und Kathodenstrahl-Oszillograph ist nach Wissen des Verfassers noch nicht entwickelt worden.

#### Schlusswort zu den 4 Aufsätzen.

Meine Vorschläge, das Thema «Schwingkreise» physikalisch sinnvoll und einheitlich zu behandeln, gehen von dem Grundgedanken aus, den Schwingkreis als einen mit der Frequenz veränderlichen Wechselstromwiderstand zu betrachten. Aus der Fülle der sich darbietenden Erscheinungsformen (3 Parameter:  $L$ ,  $C$ ,  $R$ ) gilt es, den *Typ* herauszuarbeiten, das heisst die charakteristische Frequenz und den charakteristischen Widerstand zu finden. Der erste Wert ist allgemein geläufig: Es ist dies die Schwingfrequenz des verlustlosen Kreises  $f_0^2 = 1/L_0 C_0$ . Der zweite Wert ist auch bekannt, doch spielte er bis jetzt eine untergeordnete Rolle: Der kritische Widerstand  $R_0^2 = L_0/C_0$ . Dieser Wert hat aber dieselbe Bedeutung wie die Schwingfrequenz: Genau wie die Frequenz muss auch die Impedanz «angepasst» sein, damit der Schwingkreis zu 100 % seine Aufgabe in der Schaltung erfüllen kann. Die

Praxis hat diese Gleichberechtigung schon erkannt; die Vernachlässigung bei der theoretischen Behandlung rächte sich schwer. Von einer einheitlichen Betrachtungsweise des Schwingkreisproblems konnte bis jetzt nicht die Rede sein. Diese Aufsatzreihe soll Antrieb und Grundlage dazu geben.

Bezieht man bei der Resonanzkurve die Frequenzen auf die Schwingfrequenz und die Impedanzen auf den kritischen Widerstand des betrachteten Schwingkreises, so erhält man die mathematische Darstellung eines Schwingkreis-Typus, der  $\infty^2$  Scharen deckt und nur noch die Dämpfung  $r = R/\sqrt{C/L}$  als Parameter besitzt: Die Mannigfaltigkeit ist dadurch um 2 Potenzen, von 3 auf 1, zurückgegangen, ohne dass dabei irgendein konkreter Fall vernachlässigt wird.

Diese *mathematisch-relative* Darstellung ist der erste Schritt zur Typisierung. Die in den Gleichungen enthaltenen Grössen sind dimensionslos und daher unabhängig von irgend welchem Maßsystem, gelten also ebensogut z. B. für mechanische wie für elektrische Systeme. Diese dimensionslosen Grössen haben aber eine physikalische Bedeutung, sind also keine reinen Zahlen: Hierauf sei mit allem Nachdruck hingewiesen. Und dies vor allem im Zusammenhang mit dem von mir neu eingeführten, zweiten Schritt zur Typisierung, der *graphisch-reziproken* Darstellungsweise. Diese stützt sich auf das reziproke Verhalten des Wechselstromwiderstandes von Induktivität und Kapazität mit der Frequenz. Die Darstellungs-Ebene wird automatisch endlich: Die Schwingfrequenz und der kritische Widerstand fungieren als Mittelachsen dieser Ebene.

Die allgemeine Voraussetzung der mathematischen Behandlung irgend eines elektrischen Netzwerk-Problems ist die Ueberführung dieses Netzwerkes in eine Ersatzschaltung mit konzentriert gedachten Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten. Um möglichst grosse Annäherung an die Wirklichkeit zu erhalten, ist die von Fall zu Fall sorgfältige Wahl des Ersatzschemas von grundlegender Bedeutung.

Beim *Schwingkreisproblem* gibt es zwei wesentliche Schaltungen, die «reine», symmetrische und die «gemischte», i. a. asymmetrische Schwingkreis-schaltung. Die erste Art besteht aus einer reinen Parallel- oder Serieschaltung aller Schwingkreiselemente, die zweite Art aus einer Parallelschaltung von Induktivität und Kapazität mit zu diesen in Serie geschalteten Verlustwiderständen, und umgekehrt. Die Parameterzahl erhöht sich dabei um 1: Der Kreisverlust wird aufgelöst in den Spulen- und Kondensatorverlust. Dieses sehr wichtige Ersatzschaltbild ist zum erstenmal von mir ausführlich behandelt worden.

Beim *Bandfilterproblem* sind die zwei wesentlichen Schaltungen das  $T$ -Glieder mit Seriekreisen und das  $\Pi$ -Glieder mit Parallelkreisen.

Elektrisch symmetrisch aufgebaute Kreise haben in der Reziprok-Darstellung symmetrische Impedanzkurven; linear-symmetrische Filterkurven gibt es überhaupt nicht. Weiter zeigt sich die Zweck-



mässigkeit dieser Darstellungsweise darin, dass man z. B. bei gewissem Parametertausch (asymmetrische Kreise und Bandfilter) nur die Richtung, in der man die Frequenzwerte liest, zu tauschen braucht; dies gilt auch für die Impedanzwerte, wenn man eine Serie- in die *entsprechende* Parallelschaltung der Schwingkreis-Elemente überführt. Dadurch werden Formvergleiche von Sperr- und Saugkurven überhaupt erst möglich, wie z. B. die Diskussion über die Flankensteilheit einer Filterkurve. Bei linearer Darstellung hätte ein Saugkreis mit denselben Elementen wie ein Sperrkreis eine ganz andere Flankensteilheit an der Bandgrenze wie dieser, was offenbar sinnlos ist. — Endlich ist es gleich, ob man von den relativen Abszissenwerten auf Frequenz oder Wellenlänge umrechnet, oder von den relativen Ordinatenwerten auf Wechselstrom-Widerstand oder -Leitwert, weil die entsprechenden Grössen unter sich reziprok-proportional sind.

Wir haben nun eingesehen, dass die graphisch-reziproke Darstellungsweise physikalisch begründbar ist, und dass die dazu nötige Vorbedingung der relativen Gleichungen die Mannigfaltigkeit stark herabsetzt. Rein äusserlich läuft das relativ-Machen auf eine Maßstabsänderung hinaus: Doch diese scheinbare Identität birgt eine böse Fussangel in sich. Maßstabsänderungen erfolgen durch *reine Zahlen* und sollen nur die Uebersichtlichkeit erhöhen; die Axenwerte behalten ihre Dimensionen. Bei Bestimmung der Kurvensteilheit sind die Axenmaßstäbe zu berücksichtigen; auch ist die Steilheit i. a. dimensionsbehaftet.

Das relativ-Machen erfolgt durch Division mit charakteristischen Grössen gleicher Dimension; die entstehenden relativen Grössen sind *dimensionslos*, aber keine reine Zahlen, da sie einen physikalischen Sinn haben: Ein Spannungsverhältnis bedeutet immer ein Spannungsverhältnis und wird nie zu einem Stromverhältnis, obwohl beides dimensionslose Grössen sind; höchstens der Wert kann gleich werden. Bei dimensionslosen Zahlen ist also zwischen Wert und Bedeutung wohl zu unterscheiden; reine Zahlen haben nur einen Wert, aber keine physikalische Bedeutung. Und damit kommen wir zum Kernpunkt der Sache.

*Maßstabsfaktoren dürfen allgemein nur reine Zahlen sein, oder bei der linearen Darstellung für beide Axen Zahlen gleicher physikalischer Bedeutung, und bei der Reziprok-Darstellung auch noch Zahlen reziproker Bedeutung. Schlüsse auf die Kurvenform können nur bei Berücksichtigung der Maßstabsfaktoren gezogen werden.*

Bei Nichtbefolgung dieser Regeln sind Trugschlüsse unvermeidbar. Dividiert man z. B. die Impedanzwerte einer Sperrkreis-kurvenschär durch  $Q$ , so erscheinen alle Kurven mit der gleichen Scheitelhöhe. Die Kurven werden also *verschieden* gestaucht, wodurch eine *scheinbare* Abhängigkeit der Flankensteilheit an der Bandgrenze von  $Q$  sich ergibt: In Wirklichkeit ist sie ja dämpfungsunabhängig. — Ich weise besonders darauf hin, weil

Fehlschlüsse dieser Art in der Literatur häufig anzutreffen sind.

Die beiden typisierenden Methoden erlangen erhöhte Bedeutung bei der Behandlung gekoppelter Kreise. Es stellt sich nämlich heraus, dass die mathematischen Relationen von streng reziprok-symmetrischem, und damit durchsichtigem Aufbau werden, wenn man das Koppelglied allgemein als Impedanz auffasst, ähnlich den Einzelkreis-Impedanzen. Damit treten aber gleich 3 weitere Parameter auf, nämlich die Koppelfaktoren für Widerstand, Induktivität und Kapazität. Man erhält dann für die entstehenden Koppelfrequenzen schon Gleichungen dritten Grades, die nur durch den Kunstgriff des Vertauschens von freier und abhängiger Variabler in (mit Buchstaben) *allgemein* lösbare quadratische Gleichungen übergehen. Dies ist auch mit ein Grund, weswegen diese Studie mit dem Zweikreisfilter beendet wird: Beim Mehrkreisfilter tritt nichts prinzipiell Neues hinzu, die Lösungen können aber nicht mehr allgemein niedergeschrieben werden.

Dass hier vom Phasengang nicht die Rede war, liegt in der Natur der Sache. Meist wird der Tangens des Phasenwinkels betrachtet, der schon eine relative Grösse ist, und zwar das Verhältnis der imaginären zur reellen Komponente der als komplexe Grösse dargestellten Impedanz.

Zum Abschluss folgt ein Literaturnachweis. Ausser den ersten drei Teilen dieser Aufsatzreihe braucht keine der zitierten Arbeiten für das Verständnis dieser Abhandlung zu Rate gezogen zu werden, da sie sich nicht auf diese stützt und auch nicht als ihre Weiterentwicklung zu betrachten ist.

Die vorliegende Abhandlung ist eine in sich geschlossene Arbeit über Schwingkreise und gekoppelte Kreise, die mit physikalisch begründbaren neuen Methoden der mathematischen und graphischen Darstellung das Problem allgemeiner und einfacher zu lösen sucht und dabei eine Vereinheitlichung der Betrachtungsweise anstrebt. Es zeigt sich, dass bei Berücksichtigung der Dämpfung von vornherein die Lösungen wesentlich anders ausfallen, als bei Gleichungsansatz unter Vernachlässigung der Dämpfung. Man kann wohl für viele praktisch vorkommende Fälle nachträglich die Dämpfung in einigen Gliedern des mathematischen Ausdrucks vernachlässigen: Ein Schluss vom vereinfachten Ansatz auf das Verhalten bei Vorhandensein von Dämpfung kann aber zu direkt falschen Ergebnissen führen.

#### Literaturnachweis.

##### I. Allgemeines über Bandfilter, nach Autoren geordnet.

1. Erwin de Gruyter: «Der verlustbehaftete Parallel-Resonanzkreis als Wechselstromwiderstand», Bull. SEV, 1939, Nr. 4, S. 99, mit Berichtigung in Nr. 6, S. 174.
2. do.: «Serie-Resonanzkreis, gekoppelte Kreise und Bandfilter», Bull. SEV, 1939, Nr. 19, S. 637.
3. do., Fortsetzung, Bull. SEV, 1940, Nr. 19, S. 416, mit Berichtigung in Nr. 21, S. 493, und Schluss im vorliegenden Heft.
4. Backhaus: «Theorie kurzer Siebketten», Z. f. HF-Techn., 1924, Bd. 24, S. 11; 39 und 53,



5. *F. Troeltsch und J. Steinmetz*: «Die praktische Seite der Berechnung von Rundfunkbandfiltern», HF-Techn. u. El.-Ak., 1936, Nr. 5, S. 156, mit Bemerkung dazu von *H. Baumgartner*: «Symmetrie-Bedingung bei Koppelfiltern», 1937, Nr. 2, S. 65.
6. *J. Mühlner*: «Bandfilter ohne und mit Rückkopplung», HF-Techn. u. El.-Ak., 1939, S. 80.
7. *do.*: «Der Eingangsleitwert zweikreisiger Hochfrequenzbandfilter bei Entdämpfung des Sekundärkreises», HF-Techn. u. El.-Ak., 1940, S. 137.
8. *R. Feldtkeller*: «Rundfunk-Siebschaltungen», Verlag Hirzel, Leipzig, 1940.

## II. Messmethoden, nach Titeln geordnet.

9. «Ein neuartiger Röhren-Phasenmesser» von *G. Opitz*, HF-Techn. u. El.-Ak., 1937, S. 52.
10. «Direkte Phasenmessung mit der Braunschen Röhre» (nur für NF), von *W. Lutz*, ENT, 1937, Nr. 10, S. 307.
11. «Ein Verfahren zur Messung und automatischen Registrierung der Phasenwinkel von Scheinwiderständen in Abhängigkeit von der Frequenz» (nur für NF in Verbindung mit dem Siemens-Pegelschreiber), von *W. Hübner*, ENT, 1940, Nr. 7, S. 150.

## III. Patentschau.

12. «Geringere Frequenz-Abhängigkeit von Bandfiltern bei gemischter L-C-Kopplung» im Aufsatz «Moderne Bandfilter», Der Deutsche Rundfunk, 1932, Nr. 8, S. 64 (Buch).
13. «Induktive und kapazitive Bandfilterkopplung mit Verstimmungsausgleich» im Aufsatz «Die höhere technische Leistung», Funk, 1937, Nr. 15, S. 424 (Telefunken- und Ideal-Werke).
14. *do.*, Funk, 1939, Nr. 7, S. 183, linke Spalte (Magnaphon).
15. *do.*, rechte Spalte (General Electric Comp.).
16. «Hochfrequente Gegenkopplung in Bandfilter-Empfängern», Radio-Amateur, Wien, 14. Jahrg., 7. Folge, S. 398.

# Der Jahresspeicher für Raumheizung.

Von *Ad. Rittershausen*, Kassel.

621.364.3 : 620.91

Im Anschluss an die Veröffentlichungen von *Seehaus und Gasser* über Raumheizung mit Ausnützung von Sommerenergie und Sommerwärme wird hier der Einzel-Jahresspeicher beim Bezüger zahlenmässig untersucht. Es wird errechnet, dass, je nach der Betriebsart, die das energieliefernde Werk wählt, ein Speicher von 123 oder 92 oder 62 m<sup>3</sup> nötig ist, bezogen auf eine Wohnung, die zur Heizung 8 Millionen kcal braucht. Auch die Tarifförm wird begründet.

Der Autor lädt die Elektrizitätswerke ein, sich über die Betriebsart solcher Einzel-Jahresspeicher zu äussern.

*Faisant suite aux travaux publiés par Seehaus et par Gasser, au sujet du chauffage des locaux à l'aide d'énergie et de chaleur accumulées durant l'été, l'auteur examine le cas d'un accumulateur thermique annuel individuel. Il calcule que, suivant le mode d'exploitation choisi par le fournisseur d'énergie, le chauffage d'un appartement consommant 8 millions de kcal exige un accumulateur thermique de 123, de 92 ou de 62 m<sup>3</sup>. Il propose également une tarification appropriée.*

*L'auteur invite les fournisseurs d'énergie électrique à exprimer leurs avis sur le mode d'exploitation de ces accumulateurs thermiques annuels individuels.*

Der Jahresspeicher nach dem Prinzip «Winterheizung mit Sommerenergie» ist das idealste Energieverbrauchs-Gerät für die Füllung unwirtschaftlicher Täler in der Jahresbelastungskurve der Elektrizitätswerke. Er übertrifft in dieser Beziehung noch den normalen elektrischen Heisswasserspeicher mit seiner 24-Stunden-Periode, weil er eben jahreszeitliche Belastungsunterschiede ausgleichen kann.

Diese Wirkung hat nicht nur ein Mammut-Jahresspeicher, sondern mindestens ebenso vollkommen ein Einzel-Jahresspeicher beim Bezüger. Es entspricht keineswegs den Erfahrungen, dass dem Mammutspeicher der wirtschaftliche Vorzug gebührt, denn man weiss:

1. dass nur bei möglichster Ausschaltung aller Rohrleitungsverluste die Elektro-Edelwärme im Speicher wirtschaftlich verwertet werden kann,

2. dass geringere Oberflächenverluste bei Mammutspeichern nur von ganz untergeordnetem Einfluss auf den Gesamtwirkungsgrad sind,

3. dass die Wärmeverluste in den grossen Zentralspeichern und den langen Rohrleitungen für die zu heizenden Wohnungen reine Verluste bedeuten, während der im zu heizenden Hause untergebrachte Jahresspeicher fast sämtliche Wärmeabgänge dem zu heizenden Objekt zugute kommen lässt.

Für die Verwendbarkeit der Einzel-Jahresspeicher sind die folgenden Fragen von ausschlaggebender Bedeutung:

1. Sind die Einzelspeicher in den zu heizenden Häusern selbst unterzubringen?

2. Wie wirkt sich deren Energieverbrauch auf die Belastung der Werke aus?

Die 3 Darstellungen nach Fig. 1 bis 3 geben erschöpfend Antwort; sie beziehen sich auf die Heizung einer Normal-Wohnung (nach *Seehaus und Gasser*)<sup>1)</sup> mit einem Jahreswärmebedarf von 8 Gcal.<sup>2)</sup> Hierbei ist angenommen, dass während 9 Monaten Raumheizung erforderlich ist, und zwar

volle Heizung in den 3 Monaten Dezember, Januar und Februar;

<sup>2/3</sup> Heizung in den 3 Monaten 15. 10. bis 30. 11. und 1. 3. bis 15. 4.;

<sup>1/3</sup> Heizung in den 3 Monaten 1. 9. bis 15. 10. und 15. 4. bis 31. 5.

**Darstellung I.** Der ganze Jahres-Wärmebedarf von 8 Gcal wird in den 3 Sommermonaten Juni bis August erzeugt. Dieser Vorrat steht dann für die 9 Heizmonate zur Verfügung. Zur Aufnahme dieser Wärmemenge muss der Speicher einen Wasserinhalt von 123 m<sup>3</sup> haben. Bei einem Wirkungsgrad von 85 % für den Speicher sind für die Erzeugung von 8 Gcal 10 900 kWh erforderlich. Bei Tag- und Nacht-Betrieb der Ladung werden diese in 90 Tagen mit 5,05 kW erzeugt.

**Darstellung II.** Kann das Werk auch noch in den anschliessenden 4 Monaten September, Oktober und April, Mai billige Heizenergie zur Verfügung stellen, dann verringert sich der Inhalt des Speichers auf rund 5,8 Gcal, denn in den 4 Uebergangsmonaten wird die verbrauchte Wärme immer gleich wieder durch die Nachheizung ersetzt. Dadurch

<sup>1)</sup> Bulletin SEV 1940, Nr. 15, und 1941, Nr. 6.

<sup>2)</sup> 1 Gcal = Gigacalorie = 10<sup>9</sup> cal = 10<sup>6</sup> kcal = 1 Million Kilocalorien.