

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 30 (1939)  
**Heft:** 4

**Artikel:** Der verlustbehaftete Parallel-Resonanzkreis als Wechselstromwiderstand  
**Autor:** Gruyter, Erwin de  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060807>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Der verlustbehaftete Parallel-Resonanzkreis als Wechselstromwiderstand. \*)

Von Erwin de Gruyter, Zürich.

621.396.611.1

In der Einleitung führt die mathematisch-theoretische Abhandlung über die rechnerisch dimensionslose, also **relative Darstellung**, von Spulen- und Kondensator-Impedanz auf die graphische Methode der **reziproken Darstellung**. Diese neue Darstellungsweise entspricht dem Charakter von Spule und Kondensator und bewirkt bei der Behandlung des Parallel-Resonanzkreises im Hauptteil des Aufsatzes, dass man das Verhalten des Kreises leicht erfasst und alle wesentlichen Punkte auf einmal überblickt. Erstmals werden die exakten Formeln angegeben in Gegenüberstellung mit den Annäherungswerten, die in der Rundfunktechnik üblich sind. Die exakten Formeln haben ihre Bedeutung für **extrem hohe Frequenzen**, die beim Fernsehen benötigt werden, und für **stark gedämpfte Kreise**, die man heute bei der Frequenzgangbeeinflussung von Niederfrequenzverstärkern benutzt. Für die Rundfunkpraxis erfolgt im Anhang eine Zusammenstellung der neuen relativen und der entsprechenden massbehafteten Formeln samt ihren Definitionen. Dann sind dort zwei Beispiele durchgerechnet, und es wird mit dem Hinweis geschlossen, wo man beim Schwingkreis mit den Verbesserungen einsetzen muss, um mit dem kleinsten Aufwand den grössten Erfolg zu erzielen. — In allen Teilen des Aufsatzes wird der Anschluss an die Praxis hergestellt mit Näherungsformeln, Diagrammen und durch Nennung von bereits veröffentlichten Tabellen.

Dans l'introduction, l'étude mathématique-théorique aboutit, en passant par la représentation algébrique sans dimensions, donc **relative** des impédances de bobines et de condensateurs, à la méthode graphique de la **représentation réciproque**. Ce nouveau mode de représentation correspond au caractère des bobines et condensateurs. Lors de l'étude du circuit résonnant parallèle, qui forme la partie principale de l'article, ce mode facilite la compréhension des fonctions du cercle et permet d'englober simultanément tous les points importants. L'auteur indique pour la première fois les formules exactes et les compare aux formules approchées courantes en radiophonie. Les formules exactes sont nécessaires pour les **très hautes fréquences** utilisées en télévision et pour les **circuits à fort amortissement** que l'on emploie aujourd'hui dans les amplificateurs à basse fréquence. Pour la pratique radiophonique, l'auteur groupe en un appendice les nouvelles formules relatives et les formules correspondantes absolues, avec leurs définitions. Il calcule ensuite deux exemples, pour indiquer à la fin où il faut améliorer les circuits oscillants pour obtenir le succès maximum avec un minimum d'effort. — Dans tout l'article l'auteur reste en contact avec la pratique par des formules approchées, par des diagrammes et par la citation de tables déjà publiées.

## Einleitung:

### Festlegung der Definitionen.

### Behandlung von Spule und Kondensator.

Fig. 1 zeigt das Schaltbild des Parallel-Resonanzkreises, und Fig. 2 bis 4 die Vektordiagramme, die

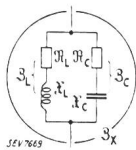


Fig. 1.

Schema des verlustbehafteten Parallel-Resonanzkreises.

zur Bestimmung des resultierenden Widerstandes (der Impedanz) für eine bestimmte Frequenz führen.

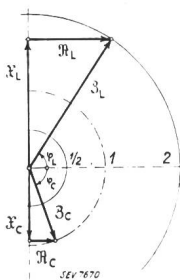


Fig. 2.  
Zusammen-  
setzung.

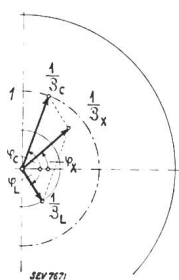


Fig. 3.  
Inversion und  
Addition.

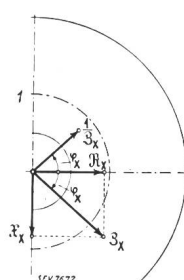


Fig. 4.  
Reversion und  
Aufspaltung.

Die Gleichung für die Parallel-Schaltung der Impedanzen lautet:

$$\frac{1}{Z_X} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} \quad \text{oder} \quad Z_X = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C}$$

Impedanz  $\begin{cases} \text{der Spule: } Z_L = R_L + jX_L \\ \text{des Kond.: } Z_C = R_C + jX_C \end{cases}$

$$\text{Reaktanz} \begin{cases} \text{der Spule: } X_L = j 2\pi L f = jX_L \\ \text{des Kond.: } X_C = -j \frac{1}{2\pi C f} = -jX_C \end{cases}$$

$$\text{Grösse von } Z_X : Z_X = + \sqrt{R_X^2 + X_X^2}$$

$$\text{Richtung von } Z_X : \tan \varphi_X = \frac{X_X}{R_X}$$

Zunächst seien die Reaktanzen betrachtet, d. h. die Wechselstromwiderstände der verlustfreien Spule und des verlustfreien Kondensators.

$$X_L = 2\pi L f \quad X_C = \frac{1}{2\pi C f}$$

Wir dividieren alle dimensionsbehafteten Grössen mit frequenzunabhängigen Konstanten der gleichen Dimension:

$$\frac{X_L}{R_m} = \frac{2\pi L f}{L_0 f_0} \quad \frac{X_C}{R_n} = \frac{C_0 f_0}{2\pi C f}$$

$$f_0 = \text{beliebig; } L_0 = 2\pi L; \quad C_0 = 2\pi C$$

$$\text{daraus folgt: } R_m = f_0 L_0; \quad R_n = \frac{1}{f_0 C_0}$$

damit die Gleichungen erfüllt sind.

D. h. die ganze Operation kommt einer Massstabsänderung gleich;  $f_0$  ist eine beliebige interessierende Frequenzgrösse. Die beiden Gleichungen werden somit dimensionslos, die Darstellungen werden **relativ**. Die entsprechenden Werte bezeichnen wir mit kleinen Buchstaben:

$$\frac{X_L}{R_m} = x_m \quad \frac{X_C}{R_n} = x_n \quad \frac{f}{f_0} = v$$

Die relativen Gleichungen lauten dann:

$$\underline{x_m = v} \quad \underline{x_n = \frac{1}{v}}$$

\*) Eingang des Manuskripts: 18. Jan. 1938.

Die graphischen Darstellungen zeigen Fig. 5 und 6. Für alle verlustfreien Spulen und Kondensatoren genügen die beiden Reaktanz-Frequenz-Diagramme, die jedoch noch ihre Schönheitsfehler haben.

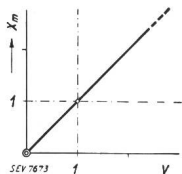


Fig. 5.

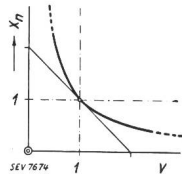


Fig. 6.

1. Bei reziprotem Verhalten der Reaktanzwerte mit der Frequenz kommen zwei verschiedenartige Kurven heraus.
2. Die Diagramme erstrecken sich in beiden Achsenrichtungen bis ins Unendliche.

Beide Fehler sind mit einem Schlage behoben, wenn man dem Charakter von Spule und Kondensator entsprechend die *Reziprok-Teilung* beider Achsen einführt. Die Teilung ist linear von 0 bis 1, dann reziprok von 1 bis  $\infty$ , wobei die beiden Abschnitte die gleiche Länge besitzen; die um 1 symmetrisch liegenden Punkte sind wertmässig reziprok.

Die Darstellungen Fig. 5 und 6 transformiert sehen dann aus, wie Fig. 7 und 8 zeigen.

Hier ist die Ähnlichkeit schon grösser; man kann jetzt sogar beide Diagramme kombinieren wie Fig. 9 zeigt.

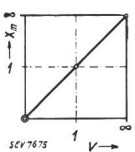


Fig. 7.

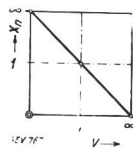


Fig. 8.

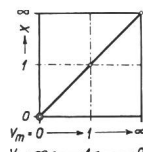


Fig. 9.

Fig. 9.  
Kombinierte Reziprok-Darstellung von Spulen- und Kondensator-Reaktanz.

Damit ist also die Darstellungsweise gefunden, die dem Charakter von Spule und Kondensator entspricht und übersichtlich ist. Für die graphische Darstellung ist zu sagen, dass man auch in den drei nicht-linearen Gebieten des Reziprok-Darstellungsfeldes die Tangenten-Richtung der Kurve festlegen kann, indem man je nach dem Gebiet eine oder beide Grössen der Kurvengleichung durch ihren Reziprokwert ersetzt, worauf man wie gewohnt rechnen, also auch differenzieren kann.

Die Vorteile der kombinierten Reziprok-Darstellung treten rechnerisch hier noch nicht so in Erscheinung, weil man für die Substitutionen ebenso viel Zeit aufwendet wie für das direkte Ausrechnen. Deutlicher sieht man diesen Vorteil schon bei Spule und Kondensator mit Verlusten, der sich dann bei verlustbehafteten Schwingkreisen am besten auswirkt.

Nach dem Vektordiagramm Fig. 2 ist

$$Z_L = +\sqrt{R_L^2 + X_L^2} \quad Z_C = +\sqrt{R_C^2 + X_C^2}$$

setzt man  $\frac{R_L}{R_m} = r_m$   $\frac{R_C}{R_n} = r_n$ , so erhält man

$$Z_m = +\sqrt{r_m^2 + v^2} \quad Z_n = +\sqrt{r_n^2 + \frac{1}{v^2}}$$

Auch diese Gleichungen sind in  $v$  reziprok; weiter ist

$$r_m = \frac{1}{Q_L} \quad r_n = \frac{1}{Q_C}$$

$Q_L$  und  $Q_C$  sind die «Frequenzwiderstandswerte» für Spule und Kondensator bei  $v=1$  ( $f=f_0$ ). Diese Werte haben im Deutschen <sup>1)</sup> die Bezeichnung «Güte  $G$ »; in der angelsächsischen Literatur heissen sie «Dissipation-Factor  $Q$ » <sup>2)</sup>.

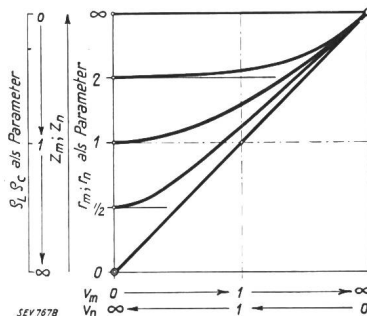


Fig. 10.  
Kombinierte Reziprok-Darstellung von Spulen- und Kondensator-Impedanz.

Die Kurven beginnen auf der Ordinate mit den Parameterwerten  $r_m$ ,  $r_n$ .  $e_L$  und  $e_C$  gilt für  $v=1$ .

Bei der Besprechung des Schwingkreises am Schluss wird auch ein Beispiel gegeben, wie man mit Hilfe dieser Grössen überschlagsmässig rechnen kann.

Fig. 10 zeigt das Diagramm für Spule und Kondensator mit Verlusten.

## Hauptteil:

### Der Parallel-Resonanzkreis.

Nach diesen Vorbereitungen sei nun der Schwingkreis betrachtet. Die dort interessierende Frequenz ist die Eigenfrequenz des ungedämpften Kreises

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

Damit wird automatisch  $R_m$  identisch mit  $R_n$ , welche Grösse mit  $R_0$ , dem *kritischen Widerstand* des Parallel-Resonanzkreises bezeichnet sei:

$$R_0 = f_0 L_0 = \frac{1}{f_0 C_0} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Man erinnert sich dabei an die Substitutionen

$$L_0 = 2\pi L \quad C_0 = 2\pi C$$

«Kritisch» heisst  $R_0$  deshalb, weil

1. die resultierende Impedanz nicht mehr rein ohmisch werden kann, wenn ein Zweigwiderstand diesen Wert überschreitet;
2. keine freie Eigenschwingung mehr möglich ist, wenn der *mittlere* Zweigwiderstand grösser als  $R_0$  wird.

<sup>1)</sup> Nach einem Vorschlag von Wilke im «Funk» 1937, Heft 24, S. 698.

<sup>2)</sup> Siehe «The Radio Engineering Handbook 1935», S. 135, wo auch Durchschnittswerte tabellarisch angegeben sind.

Zieht man zum Vergleich die Bezeichnungen der Mechanik heran, so unterscheidet man dort drei Fälle:

1.  $0 \leq \frac{R}{2} < R_0$ : periodisch (ungedämpfter oder gedämpfter Schwingfall).
2.  $\frac{R}{2} = R_0$ : aperiodisch (mit schwingfreier, kürzester Rückstellzeit, z. B. bei Systemen elektr. Anzeige-Instrumente).
3.  $\frac{R}{2} > R_0$ : hyperaperiodisch (Kriechfall).

Die neuen relativen Grössen seien nun folgendermassen bezeichnet:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{R_L}{R_0} = n: \text{ Spulen} \\ \frac{R_C}{R_0} = m: \text{ Kond.} \end{array} \right\} \text{Widerstandswert}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Z_X}{R_0} = z: \text{ Impedanzwert} \\ \operatorname{tg} \varphi_X = \zeta: \text{ Phasenwert} \end{array} \right\} \text{des Parallel-Kreises}$$

Im Schwingkreis haben die Impedanzwerte für Spule und Kondensator folgenden Ausdruck:

$$z_L = +\sqrt{m^2 + v^2} \quad z_C = +\sqrt{n^2 + \frac{1}{v^2}}$$

Widerstands- und Frequenzwiderstandswerte haben unter sich folgende Beziehungen:

$$m = \frac{v}{Q_L} \quad n = \frac{1}{v Q_C}$$

Da nach Titel der Parallel-Resonanzkreis als Wechselstromwiderstand betrachtet wird, interessiert zunächst einmal, wann der Widerstand rein ohmisch wird, d. h. wann nur der Realteil der Impedanz übrigbleibt.

Um nicht unübersichtlich viele Indizes zu haben, seien folgende Umbezeichnungen eingeführt, je nach den Parametergrössen  $m$  und  $n$ :

$$\left. \begin{array}{l} (m; n) \quad v \quad z \quad \zeta \\ (m; 0) \quad d \quad p \quad \delta \\ (0; n) \quad e \quad q \quad \varepsilon \end{array} \right\} \text{einseitig gedämpft}$$

$$m=n=W \quad V \quad P \quad \Theta \quad \text{symmetrisch}$$

**A. Realfrequenzwert  $v_r$  gesucht ( $\zeta_r = 0$ ).**

1. *Spule allein verlustbehaftet (Schema Fig. 11).*

$$R_C = 0; R_L \text{ variabel; } v = d$$

Die Kreis-Impedanz gehorcht folgender Gleichung:

$$\Re X = \frac{X_C^2 R_L - j X_C (R_L^2 - X_L X_C + X_L^2)}{R_L^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Bei rein ohmischem Verhalten muss der Imaginärteil der Impedanz zu 0 werden; daraus folgt:

$$\left(\frac{f_r}{f_0}\right)^2 + \left(\frac{R_L}{R_0}\right)^2 = 1$$

$$d_r^2 + m^2 = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} d_r = +\sqrt{1-m^2} \\ d_r = +j\sqrt{m^2-1} \end{array} \right.$$

Hier hat die imaginäre Lösung von  $d_r$  keine Bedeutung (es interessieren nur reelle Frequenzen, bei denen der Phasenwinkel 0 ist), wohl aber bei beidseitig gedämpftem Kreis, wie später gezeigt wird.

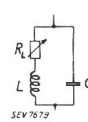
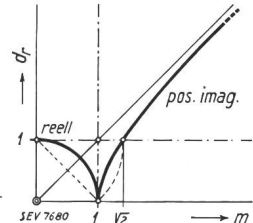


Fig. 11 (oben).

Fig. 12 (rechts).  
Realfrequenzen bei spulen-seitig gedämpftem Kreis.



Die zwei Diagramme Fig. 12 und 14 haben die normale Darstellungsweise, Fig. 16 ist wieder eine kombinierte Reziprok-Darstellung.

2. *Kondensator allein verlustbehaftet (Schema Fig. 13).*

$$R_L = 0; R_C \text{ variabel; } v = e$$

Die Kreis-Impedanz lautet:

$$\Re X = \frac{X_L^2 R_C + j X_L (R_C^2 - X_C X_L + X_C^2)}{R_C^2 + (X_L - X_C)^2}$$

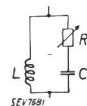
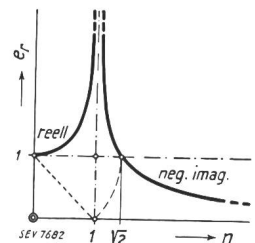


Fig. 13 (oben).

Fig. 14 (rechts).  
Realfrequenzen bei kondensator-seitig gedämpftem Kreis.



Phasenwert = 0 bei

$$\left(\frac{f_r}{f_0}\right)^2 + \left(\frac{R_C}{R_0}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{e_r^2} + n^2 = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} e_r = \frac{1}{+\sqrt{1-n^2}} \\ e_r = -j \frac{1}{+\sqrt{n^2-1}} \end{array} \right.$$

dargestellt in Fig. 14.

3. *Spule und Kondensator verlustbehaftet (Schema Fig. 15).*

$$R_L \text{ und } R_C \text{ variabel.}$$

Die Kreis-Impedanz lautet allgemein:

$$\Re X = \frac{\{R_L (R_C^2 + X_C^2) + R_C (R_L^2 + X_L^2)\} + j \{X_L (R_C^2 + X_C^2) - X_C (R_L^2 + X_L^2)\}}{(R_L + R_C)^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Phasenwert=0 bei

$$\left(\frac{f_r}{f_o}\right)^2 = \frac{1 - \left(\frac{R_L}{R_o}\right)^2}{1 - \left(\frac{R_C}{R_o}\right)^2} \quad v_r = + \sqrt{\frac{1 - m^2}{1 - n^2}}$$

Daraus folgt:  $v_r(m; n) = d_r(m) \cdot e_r(n)$

Man erhält also den Frequenzwert  $v_r$  bei beliebigen Dämpfungswerten  $m; n$  in den beiden Zweigen des Kreises, indem man die jeweiligen Frequenzwerte  $d_r$  und  $e_r$  miteinander multipliziert, die man bei einseitiger Dämpfung  $m$  bzw.  $n$  erhält.

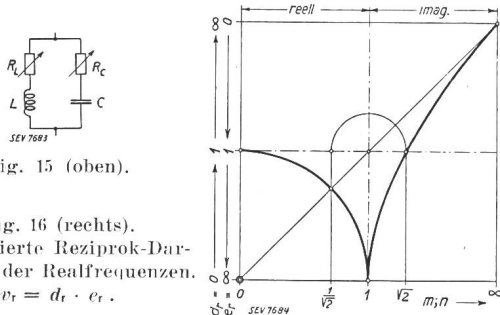


Fig. 15 (oben).

Fig. 16 (rechts).  
Kombinierte Reziprok-Darstellung der Realfrequenzen.  
 $v_r = d_r \cdot e_r$ .

Jetzt sieht man auch die Bedeutung der imaginären Aeste ein: Der eine ist positiv und der andere, reziproke, automatisch negativ:

$$\frac{1}{j} = -j$$

Werte dieser beiden Aeste miteinander multipliziert geben positive *reelle* Zahlen. Man erkennt aus der kombinierten Reziprok-Darstellung Fig. 16, dass

$$m \text{ und } n \leq 1$$

*Bedingung für das Vorhandensein einer Realfrequenz ist.*

Nennt man den Absolutwert der Parallelkreis-Impedanz wie bisher  $Z_X$  und analog den des Seriokreises  $Z_Y$ , so erhält man die allgemein gültige Beziehung

$$Z_X Z_Y = Z_L Z_C \text{ oder relativ } z_X z_Y = z_L z_C$$

Wenn man also drei von diesen Grössen kennt, bzw. messen kann, ist die vierte durch diese Gleichung bestimmt.

Da künftig nur der Impedanzwert  $z_x$  des Parallelkreises behandelt wird, sei er einfach mit  $z$  ohne Index bezeichnet.

## B. Impedanzwert $z$ und Phasenwert $\zeta$ in Funktion des Frequenzwertes $v$ .

### 1. Allgemein mit den Parametern $m$ und $n$ .

Dies gibt die Resonanz- und Phasenkurve für den allgemeinsten Fall. Später wird dann noch der symmetrische und der einseitig gedämpfte Kreis behandelt. Die Formeln vereinfachen sich dabei stark, und häufig geben diese Kurven eine genügende Annäherung.

Allgemein gilt:

$$Z_X = + \sqrt{\frac{(R_L^2 + X_L^2)(R_C^2 + X_C^2)}{(R_L + R_C)^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

oder relativ ausgedrückt:

$$z = + \sqrt{\frac{m^2 + \{1 + m^2 n^2\} v^2 + n^2 v^4}{1 - \{2 - (m + n)^2\} v^2 + v^4}}$$

Diese Kurve ist zentrisch-symmetrisch; hier interessieren nur die positiven Werte von  $z$  und  $v$ , also der erste Quadrant. Ausserdem ist die Gleichung in  $v$  reziprok, wenn man  $m$  und  $n$  vertauscht. Die Kurve eignet sich also zur kombinierten Reziprok-Darstellung.

$v = 0; z = m$  } wagerechte Tangente mit Ausnahme von  
 $v = \infty; z = n$  }  $m; n = 0$  oder  $\infty$ , wo die Tangente eine Neigung von  $45^\circ$  hat.

Das Maximum der Kurve liegt bei

$$v_k = + \sqrt{\frac{(1 - mn) \sqrt{(1 - mn)^2 + 2(m + n)^2(1 + mn)} - (m^2 - n^2)}{(1 - n^4) + 2n^2(1 - mn)}}$$

Der Realpunkt hat die Koordinaten

$$v_r = + \sqrt{\frac{1 - m^2}{1 - n^2}} \quad z_r = \frac{1 + mn}{m + n}$$

Bei der Eigenfrequenz des verlustlosen Kreises ist

$$v_o = 1 \quad z_o = \frac{+ \sqrt{(1 + m^2)(1 + n^2)}}{m + n} = \varrho$$

Der Serie-Resonanzpunkt liegt bei

$$\left. \begin{aligned} v_s &= + \sqrt{1 - \left(\frac{m + n}{2}\right)^2} \\ v_s &= + \sqrt{1 - w^2} \end{aligned} \right\} \text{ dies ist der Frequenzwert der freien Eigenschwingung eines gedämpften Schwingkreises.}$$

Hier kommt nur die Summe der Widerstandswerte von Spule und Kondensator vor, weil bei der freien Eigenschwingung die Anschlüsse fehlen und somit die Verteilung des Widerstandes auf die beiden Zweige des Kreises belanglos ist.  $v_s$  fällt eigentlich nicht unter das Thema des Aufsatzes; doch soll bei dem allgemeinen Beispiel gezeigt werden, wie die wichtigsten Punkte des Parallel-Resonanzkreises beim gedämpften streuen, die beim ungedämpften in den Kulminationspunkt fallen.

Die Grösse  $w = \frac{m + n}{2}$  nennt man zweckmässig den mittleren Zweigwiderstandswert und  $2w$  den Dämpfungswert des Schwingkreises. In der Radiotechnik sind folgende Näherungsgleichungen üblich:

$$v_s \approx v_k \approx v_r \approx v_o = 1$$

$$z_s \approx z_k \approx z_r \approx (z_o \equiv \varrho) \approx \frac{1}{m + n} = \frac{1}{2w}$$

Im praktischen Maßsystem bedeutet das

$$f = f_{res}; \quad R_{res} = \frac{L}{R C}$$

wo  $R$  der Gesamtwiderstand des Kreises ist.

Für das Reziprok-Diagramm gilt nach den Näherungsgleichungen, dass der Abstand des Maximums von der  $\infty$ -Linie gleich ist der Summe der Ordinatenwerte für 0 und  $\infty$ .

Der Resonanzwiderstandswert  $z_o = \varrho$  (Resonanzschärfe) hat in der Literatur wieder die Bezeich-

nung «Güte  $G$ »<sup>3)</sup> oder «Dissipation-Faktor  $Q$ » des Schwingkreises. Er bewegt sich zwischen 20 und 400: Werte um 200 sind nach dem heutigen Stande der Technik als sehr gut zu bezeichnen.

Jetzt soll der Phasengang betrachtet werden. Allgemein ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_x = \frac{X_L(R_C^2 + X_C^2) - X_C(R_L^2 + X_L^2)}{R_L(R_C^2 + X_C^2) + R_C(R_L^2 + X_L^2)}$$

oder in der relativen Darstellung:

$$\zeta = v \frac{(1 - m^2) - (1 - n^2)v^2}{m + mn(m + n)v^2 + n v^4}$$

Die Kurve ist in  $v$  negativ-reziprok, wenn man  $m$  und  $n$  vertauscht; auch sie eignet sich also zur kombinierten Reziprok-Darstellung.

Diskussion:  $\zeta = 0$  bei  $v = \begin{cases} 0 \\ \infty \\ v_r \end{cases}$

Für die Tangentenrichtung im Anfangs- und Endpunkt gilt:

$$v \rightarrow 0; \operatorname{tg} \varphi'_0 = \frac{1}{m} - m$$

für die Reziprok-Darstellung:  $\frac{1}{v} \rightarrow 0; \operatorname{tg} \varphi'_\infty = n - \frac{1}{n}$

Fig. 17 gibt ein Beispiel für den Impedanz- und Phasenwertverlauf bei einem stark gedämpften asymmetrischen Kreis.

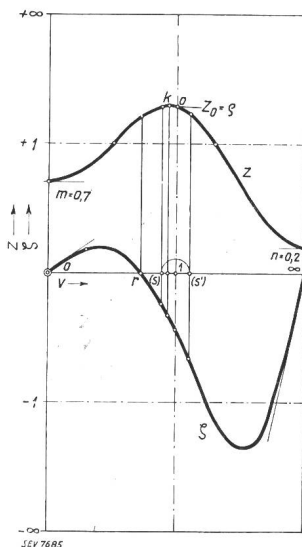


Fig. 17.

Stark gedämpfter, asymmetrischer Kreis.

Diese Kurven gelten auch für  $n=0,7$  und  $m=0,2$ , wenn man  $v$  durch  $\frac{1}{v}$  ersetzt (also von rechts nach links liest) und  $\zeta$  durch  $-\zeta$ .

Nur  $v_s$  behält die gleiche Grösse, rückt also nach  $v_s$ .

## 2. Symmetrischer Kreis.

Das ist der praktisch bedeutendste Fall, weil er das erstrebenswerte Ideal darstellt, wie später gezeigt wird.

<sup>3)</sup> Man beachte die verschiedenen Definitionen des Faktors  $G$  für Spule, Kondensator und Schwingkreis! Ich mache deswegen einen Unterschied in der Bezeichnung:  $q_L$  und  $q_C$  nenne ich die Frequenzwiderstandswerte für Spule und Kondensator, da sie frequenzabhängig sind, während  $q$  der Resonanzwiderstandswert des Schwingkreises sich auf die Resonanzfrequenz bezieht.

Ausserdem ist er für näherungsweise Darstellung von asymmetrischen Kreisen geringer Dämpfung sehr brauchbar. Man hat es nur mit einem Parameter zu tun und damit werden die Formeln einfacher. Bei der anderswo<sup>4)</sup> häufig angewandten Methode, den Kondensatorwiderstand zu vernachlässigen, muss man den Gesamtwiderstand  $R$  des Kreises auf die Spulenseite schlagen. Zweckmässiger ist es, die Annahme zu treffen, dass  $R$  auf beide Zweige gleichmässig verteilt sei. Die in der Radiotechnik üblichen Näherungen treffen dort exakt zu mit Ausnahme derjenigen für den Serienresonanzpunkt, der hier ja eigentlich nicht zur Diskussion steht.

Bei symmetrischen Kreisen ist:

$$m=n=W$$

$$v=V; z=P; \zeta=\Theta$$

Die Impedanzwerte gehorchen folgender Gleichung:

$$P = + \sqrt{\frac{W^2 + (1 + W^4) V^2 + W^2 V^4}{1 - 2(1 - 2W^2) V^2 + V^4}}$$

Die Gleichung ist reziprok-symmetrisch, d. h. in der Reziprok-Darstellung ist die Kurve auch wirklich symmetrisch, und zwar zum Abszissenwert 1.

$$\left. \begin{matrix} V_r \\ V_k \\ V_o \end{matrix} \right\} = 1 \quad \left. \begin{matrix} P_r \\ P_k \\ P_o \end{matrix} \right\} = \frac{1 + W^2}{2W} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{W} + W \right)$$

Nur die freie Eigenschwingung findet bei anderen Werten statt:

$$v_s = + \sqrt{1 - W^2} \quad P_s = + \frac{\sqrt{1 + W^2 - W^4}}{1 - (3/4) W^2}$$

Wird der Parameter  $W$  eliminiert, so erhält man den geometrischen Ort der Serienresonanzpunkte (gestrichelte Kurve in Fig. 18):

$$P_s = + \sqrt{\frac{1 + V_s^2 - V_s^4}{1 + 2V_s^2 - 3V_s^4}}$$

Bei  $W < 0,1$  ist die Näherung zulässig:

$$P_s \approx \frac{\sqrt{1 + W^2}}{2W}$$

welche Formel übersichtlicher ist.

Die Tangenten für die  $P$ -Kurve sind bei  $V=0; 1; \infty$  wagerecht.

Beim verlustlosen Kreis ist  $W=0$  und damit

$$P = \left| \frac{V}{1 - V^2} \right|$$

Für die Tangenten bei der Reziprok-Darstellung gilt:

$$\begin{matrix} V=0 \text{ und } \infty; \operatorname{tg} \varphi' = 1 \\ V=1; \operatorname{tg} \varphi' = \pm 2 \end{matrix}$$

Der Phasenwert hat die Gleichung

$$\Theta = \frac{V}{W} \left\{ \frac{(1 - W^2)(1 - V^2)}{1 + 2W^2 V^2 + V^4} \right\}$$

Die Kurve ist reziprok-zentrisch-symmetrisch in bezug auf  $V=1$ .

$$\Theta = 0 \text{ bei } V = \begin{cases} 0 \\ 1 \\ \infty \end{cases}$$

<sup>4)</sup> Z. B. auch in dem schon erwähnten «Radio-Engineering Handbook 1935».



Die Tangentenrichtung am Anfang und Ende der Kurve ist:

$$\operatorname{tg} \psi_0 = -\operatorname{tg} \psi_\infty = \frac{1}{W} - W$$

Die Serie-Resonanzpunkte liegen bei:

$$V_s = +\sqrt{1-W^2} \quad \Theta_s = \frac{W\sqrt{(1-W^2)^3}}{2-W^4}$$

Nach Elimination des Parameters lautet die Gleichung für den geometrischen Ort:

$$\Theta_s = \frac{V_s^3 \sqrt{1-V_s^2}}{1+2V_s^2-V_s^4}$$

Diese Kurve ist in Fig. 19 gestrichelt eingezeichnet.

Die Fig. 18 und 19 zeigen eine Uebersicht über den Verlauf von  $P$  und  $\Theta$  für ein paar Werte von  $W$ .

Es sei jetzt die praktische Auswertung betrachtet. Ist  $W \ll 1$ , wie in der Rundfunktechnik üblich, so kann man  $P_0 \approx \frac{1}{2W}$  setzen. Der Impedanzwert  $P$  lässt sich dann mit  $P_0$  ( $=G=Q=\varrho$ ) als Parameter

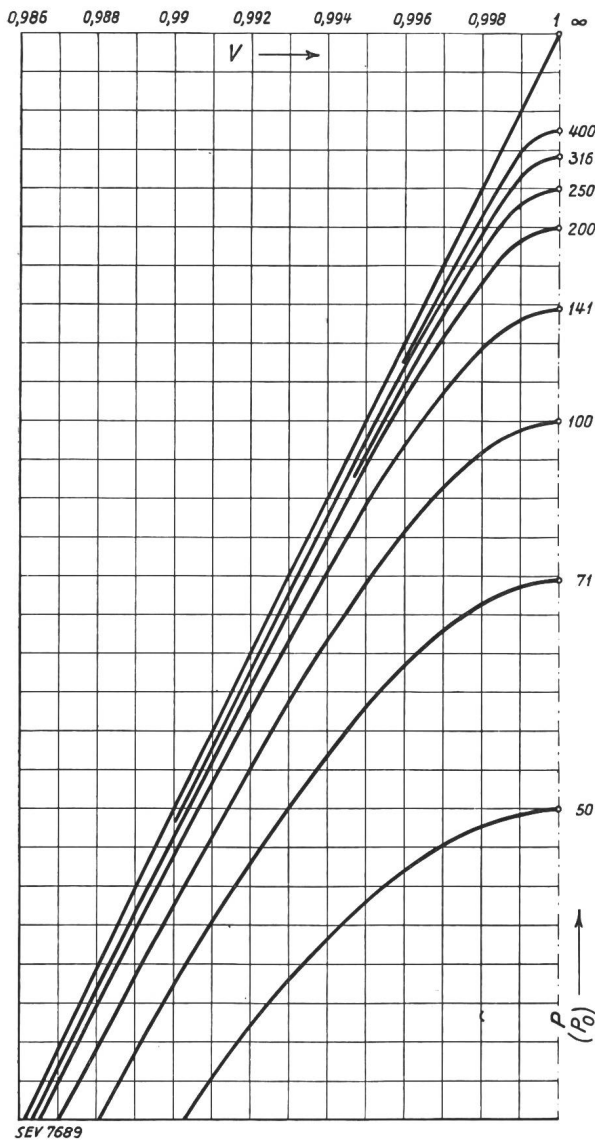


Fig. 20a.

Verlauf von  $P$  in der Nähe der Resonanzstelle

für praktisch vorkommende  $P_0$ -Werte (sehr guter Rundfunk-Schwingkreis:  $P_0 \approx 200$ ).

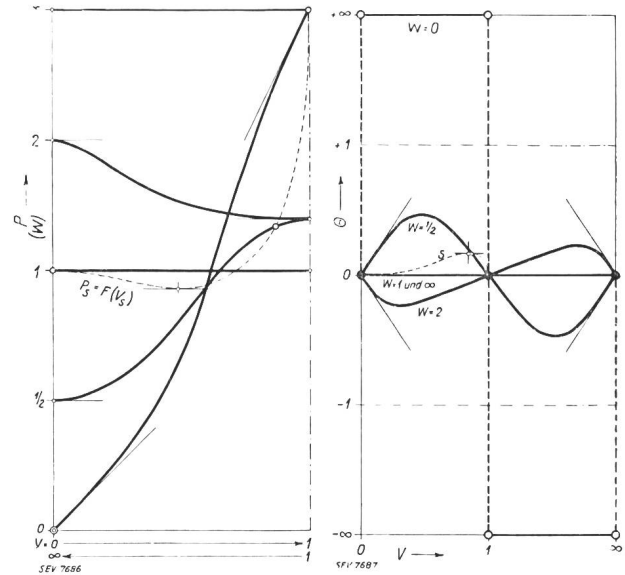


Fig. 18.

Impedanzwerte

Fig. 19.

Phasenwerte

des symmetrischen Kreises mit der Dämpfung als Parameter. Die gestrichelte Kurve (s) stellt den geometrischen Ort der Serie-Resonanzpunkte dar (freie Eigenschwingung).

in einer für die Rechnung praktischen Form wie folgt ausdrücken:

$$P_0 \approx 50$$

$$P \approx + \sqrt{\frac{1}{4P_0^2} + \frac{1}{P_0^2 + \left(\frac{1}{V} - V\right)^2}}$$

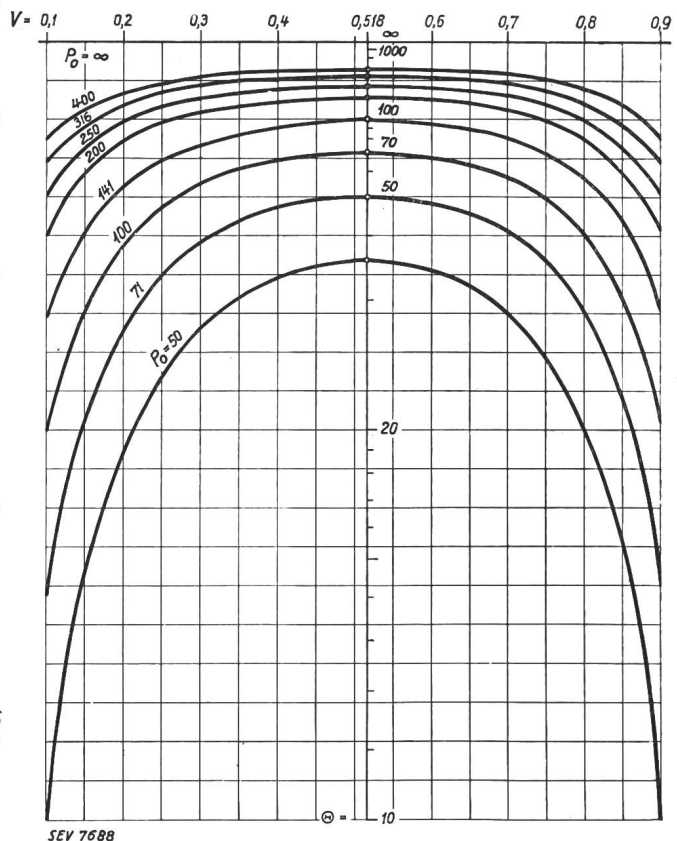


Fig. 20b.

Verlauf von  $\Theta$  zwischen  $V = 0.1$  und  $0.9$

$$\theta \approx 2P_0 \frac{1}{V^2 + V^2} \frac{1}{V - V} \quad \text{Die Extremwerte für } \theta \text{ liegen bei } V = 1,225 \pm 0,707$$

Die Formel für  $P$  ist dem Praktiker unangenehm. Es tritt dort eine Differenz auf, die in der Nähe des Resonanzwertes Unterschiede von der Grössenordnung  $10^{-5}$  ergibt. Für ein paar gebräuchliche Werte von  $P_0 = \varrho$  ist deswegen in Fig. 20a die Kurvenschar für  $P$  in der Nähe der Maxima stark vergrössert herausgezeichnet. Dort gilt für

$$P_0 \leq 50 \text{ und } V \approx 1; \quad P \approx \frac{P_0}{1 + \sqrt{1 + P_0^2 \left( \frac{1}{V} - V \right)^2}}$$

Die Werte für die Differenz sind hierbei mit einer 9stelligen Rechenmaschine berechnet worden. Man hat also weiterhin 3stellige Genauigkeit, wie beim Rechenschieber, womit die anderen Rechenoperationen ausgeführt wurden für  $P$  wie auch für  $\theta$  in Fig. 20b. Dort ist der Bereich wiedergegeben von  $V=0,1$  bis  $0,9$ , wobei die Ordinatenwerte gegenüber den Abszissenwerten der Uebersichtlichkeit halber aufs Zehnfache gedehnt erscheinen. Die Kurvenscharen sind nach den letzten beiden Näherungsgleichungen berechnet worden; Fig. 21 gibt schliesslich einen Anhalt über deren Lage.

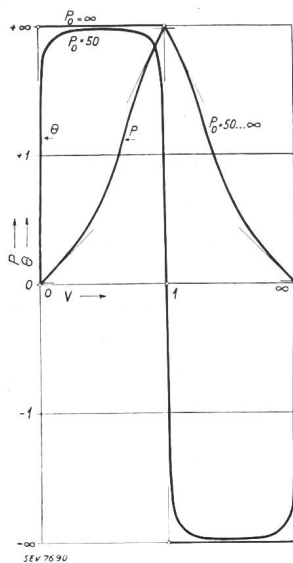


Fig. 21.  
Lage der praktisch vorkommenden Kurvenscharen für  $P$  und  $\theta$ .

Die Abweichungen für  $P$  sind so gering, dass sie innerhalb der Strichstärke fallen. Für  $P_0 \infty$  sind, wie angedeutet, die Tangenten bei  $V = 0, 1, \infty$  waagrecht.

Für das Entnehmen von Ordinatenwerten aus den Fig. 20a und 20b dient folgender Kunstgriff: Man messe von der  $\infty$ -Linie linear bis zum gewünschten Punkt und nehme den Reziprokwert des so erhaltenen Resultates.

Für den Frequenzwert der freien Eigenschwingung gilt die Näherung bei

$$W \ll 1: \quad V_s \approx 1 - \frac{W^2}{2}$$

Das Korrekturglied hat für den Rundfunkbereich die Grössenordnung  $10^{-6}$ . Der geometrische Ort der Serie-Resonanzpunkte fällt daher auch bei der stark vergrösserten Darstellung auf Fig. 20a mit der

Senkrechten  $V=1$  zusammen. In der Rundfunkpraxis ist also auch die Näherung  $V_s \approx 1$  durchaus erlaubt.

Nach dem heutigen Stande der Technik ist bei Rundfunk-Schwingkreisen der Dämpfungswert bei Spulen 3- bis 20mal grösser als bei Kondensatoren. Es handelt sich also um ausgesprochen asymmetrische Kreise. In den obigen Berechnungen wurde dann  $W=w$  gleich dem mittleren Zweigwiderstandswert des Kreises gesetzt. Würde man mit einseitiger Dämpfung rechnen, müsste man den gesamten Widerstandswert  $m+n=2w$  auf die Spulenseite verlegen. Da man heute sehr hochwertige Kondensatoren bauen kann, ist es interessant, überblicken zu können, wie der Schwingkreis sich bei einseitiger Dämpfung verhält, was im dritten Kapitel behandelt wird.

### 3. Einseitig gedämpfter Kreis.

Bei den allgemeinen Formeln für die Impedanz- und Phasenwerte eines Kreises wurde betont, dass die Gleichungen im Frequenzwert  $v$  positiv-, bzw. negativ-reziprok sind, wenn man die Dämpfungswerte  $m$  und  $n$  vertauscht. Man kann also den kondensatorseitig und spulenseitig verlustbehafteten Schwingkreis in kombinierten Reziprok-Darstellungen gleichzeitig behandeln. — Auch für die Kurvendiskussion sei auf die allgemeinen Formeln verwiesen.

Nach der getroffenen Vereinbarung ist bei

$$\begin{aligned} n=0 : z=p; \quad v=d; \quad \zeta=\delta \\ m=0 : z=q; \quad v=e; \quad \zeta=\varepsilon \end{aligned}$$

Für die kombinierte Reziprok-Darstellung gilt dann:

$$m=n=\alpha; \quad p=q=\beta; \quad e=\frac{1}{d}; \quad \varepsilon=-\delta$$

Gleichungen der Widerstandswerte:

$$\beta = + \sqrt{\frac{\alpha^2 + d^2}{1 - (2 - \alpha^2)d^2 + d^4}} = + e \sqrt{\frac{1 + \alpha^2 e^2}{1 - (2 - \alpha^2)e^2 + e^4}}$$

Die Realpunkte haben die Koordinaten:

$$\begin{aligned} d_r = + \sqrt{1 - m^2} < 1 \\ e_r = \frac{1}{+ \sqrt{1 - n^2}} > 1 \end{aligned} \quad \beta_r = \frac{1}{\alpha}$$

Nach Elimination der Parameter erhält man den geometrischen Ort der Realpunkte, welche Kurve in Fig. 22 strichpunktiert eingezeichnet ist.

$$\beta_r = \frac{1}{+ \sqrt{1 - d_r^2}} = + \sqrt{e_r^2 - 1}$$

Die Maxima haben die Koordinaten:

$$\begin{aligned} d_k = + \sqrt{1 + 2m^2 - m^2} < 1 \\ e_k = \frac{1}{+ \sqrt{1 + 2n^2 - n^2}} > 1 \end{aligned} \quad \beta_k = \frac{1}{+ \sqrt{2(\sqrt{1 + 2\alpha^2} - 1) - \alpha^2}}$$

Nach Elimination der Parameter:



$$\beta_k = \frac{1}{\frac{1}{e_k} + \sqrt{\{(1-d_k^2) + \sqrt{2(1-d_k^2)}\} - [\sqrt{1+2\{(1-d_k^2) + \sqrt{2(1-d_k^2)}\}} - 1]^2} + \sqrt{\{(e_k^2-1) + e_k \sqrt{2(e_k^2-1)}\} - [\sqrt{e_k^2+2\{(e_k^2-1) + e_k \sqrt{2(e_k^2-1)}\}} - e_k]^2}}$$

welche Kurve in Fig. 22 gestrichelt wiedergegeben ist.

Weiterhin ist bei

$$d_0 = e_0 = 1; \quad \beta_0 = + \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + 1} > 1$$

Die Serie-Resonanzpunkte haben die Koordinaten

$$d_s = e_s = + \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2} < 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} p_s = + \sqrt{\frac{1 + 3\left(\frac{m}{2}\right)^2}{4\left(\frac{m}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{m}{2}\right)^4}} \\ q_s = + \sqrt{\frac{1 + 3\left(\frac{n}{2}\right)^2 - 8\left(\frac{n}{2}\right)^4 + 4\left(\frac{n}{2}\right)^6}{4\left(\frac{n}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{n}{2}\right)^4}} \end{array} \right.$$

Hier ist eine kombinierte Reziprok-Darstellung also nicht möglich, da jede Dämpfung die Serie-Resonanzfrequenz heruntersetzt.

Nach Elimination der Parameter lauten die beiden Gleichungen:

$$p_s = + \sqrt{\frac{4 - 3d_s^2}{1 + 2d_s^2 - 3d_s^4}} \quad q_s = + e_s \sqrt{\frac{1 + 4e_s^2 - 4e_s^4}{1 + 2e_s^2 - 3e_s^4}}$$

Diese Kurven sind in Fig. 22 punktiert dargestellt.

Beim Vergleich des einseitig gedämpften Schwingkreises (Fig. 22) mit dem symmetrischen Kreis (Fig. 18) ist zu beachten, dass die einseitige

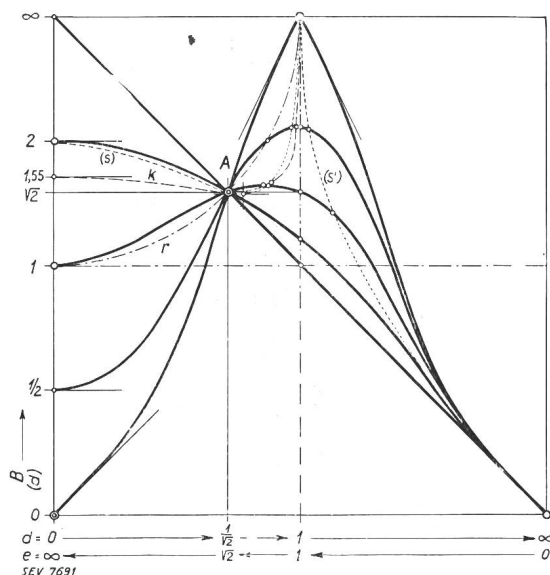


Fig. 22.  
Impedanzwerte

des einseitig gedämpften Kreises mit der Dämpfung als Parameter. Die dünn gezeichneten Kurven sind die geometrischen Orte der Realpunkte (r), strichpunktierter der Maxima (k), gestrichelter, und der Serie-Resonanzpunkte (s) bzw. (s'), punktiert.

die gesamte Dämpfung ausmacht: Es ist also  $\alpha = 2w$ ; im Gegensatz dazu ist der Parameterwert  $W = w$ .

Eigenartig beim einseitig gedämpften Schwingkreis ist, dass alle Impedanzwertkurven (aber auch die geometrischen Orte) durch einen Punkt A gehen. Dies besagt, dass es eine bestimmte Frequenz gibt ( $d_A = 0,71$  bzw.  $e_A = 1,41$ ), bei welcher die resultierende Impedanz des Kreises der Grösse nach ( $\beta_A = 1,41$ ) von der Dämpfung ( $\alpha$ ) unabhängig ist!

$\beta_A$  ist gleichzeitig auch das kleinste Impedanzwertmaximum für  $\alpha = 1,22$ . Die Realkurve (r) hat bei A den Parameterwert  $\alpha = 0,71$  und die Kurve der freien Eigenschwingung (s) den von  $m = 1,41$ .

Gleichungen der Phasenwerte:

$$\delta = d \frac{(1-\alpha^2) - d^2}{\alpha};$$

$$\varepsilon = \frac{1 - (1-\alpha^2) e^2}{\alpha e^3}$$

Diskussion siehe beim allgemeinen Fall. Hier im besonderen liegt der eine vorhandene Extremwert, wenn  $\alpha \leq 1$  bei

$$\left. \begin{array}{l} d_k = + \sqrt{\frac{1-m^2}{3}} \\ e_k = + \sqrt{\frac{3}{1-n^2}} \end{array} \right\} \delta_k; \quad \varepsilon_k = \frac{\pm 2 \sqrt{3(1-\alpha^2)^3}}{9 \alpha}$$

Nach Elimination des Parameters heissen die Gleichungen:

$$\delta_k = \frac{2 d_k^3}{+ \sqrt{1-3d_k^2}} \quad \varepsilon_k = \frac{2}{-e_k^2 \sqrt{e_k^2-3}}$$

Diese Kurve ist in Fig. 23 gestrichelt eingezeichnet.

Weiterhin ist  $\delta_0; \varepsilon_0 = \pm \alpha$ , d. h. die Kurven schneiden beim negativen bzw. positiven Parameterwert die Senkrechte  $d = e = 1$ <sup>5)</sup>. Die Tangente hat dort die Neigung:

$$0 \leq \alpha \leq 1: \operatorname{tg} \psi_1 = - \frac{2 + \alpha^2}{\alpha}$$

$$1 \leq \alpha \leq \infty: \operatorname{tg} \psi_1 = - \frac{2 + \alpha^2}{\alpha^3}$$

Die Realpunkte liegen bei  $\delta = \varepsilon = 0$ . Dort ist (vgl. Impedanzwerte):

$$d_r = + \sqrt{1-m^2}$$

$$e_r = \frac{1}{+ \sqrt{1-n^2}}$$

Für die Serie-Resonanzpunkte ist wieder die kombinierte Darstellung nicht möglich.

$$d_s = e_s = + \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta_s = - \frac{3}{2} \left(\frac{m}{2}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{m}{2}\right)^2} \\ \varepsilon_s = \frac{\left(\frac{n}{2}\right) \left\{ 5 - 4 \left(\frac{n}{2}\right)^2 \right\}}{+ 2 \sqrt{\left\{ 1 - \left(\frac{n}{2}\right)^2 \right\}^3}} \end{array} \right.$$

<sup>5)</sup> Allgemein schneiden sich die Kurven unter sich bei

$$d_{12} = + \sqrt{1 + m_1 m_2}; \quad e_{12} = \frac{1}{+ \sqrt{1 + n_1 n_2}}$$

<sup>6)</sup> Vgl. die Vorbemerkung über die Reziprok-Darstellung in der Einleitung.

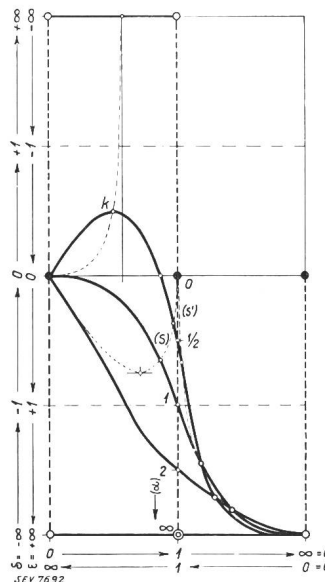


Fig. 23.  
Phasenwerte

Nach der Elimination der Parameter lauten die beiden Kurvengleichungen:

$$\delta_s = -\frac{3}{2} d_s \sqrt{1-d_s^2} \quad \varepsilon_s = + \frac{(1+4e_s^2) \sqrt{1-e_s^2}}{2e_s^3}$$

Diese Kurven sind in Fig. 23 punktiert dargestellt.

### A n h a n g :

#### Zusammenfassung und Vergleich mit den bisherigen Bezeichnungen. Beispiele aus der Rundfunktechnik. Schlussfolgerung.

Ist  $\gamma$  der Verlustwinkel des Kreises, so folgt aus der Gleichung des Dämpfungsdreiecks (Fig. 24)

$$v_s = \sqrt{1-w^2}$$

$$\begin{array}{ll} \text{mittlerer Zweigwiderstandswert} & w = \sin \gamma \quad 0 \dots 1 \\ \text{Serie-Resonanzfrequenzwert} & v_s = \cos \gamma \quad 1 \dots 0 \\ \text{relatives Dämpfungsmass} & D = \tan \gamma \quad 0 \dots \infty \end{array}$$

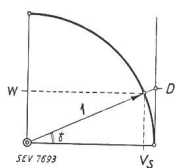


Fig. 24.

Dämpfungsdreieck eines  
Schwingkreises.

Im folgenden gilt das Näherungszeichen für Rundfunk-Schwingkreise:

$$w \ll 1; \quad v_s \approx 1; \quad D \approx w$$

$$\text{Frequenzwiderstands-} \left\{ \begin{array}{l} \text{wert} \\ \text{der Spule: } \varrho_L = \frac{v}{m} \\ \text{des Kond.: } \varrho_C = \frac{1}{n v} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{Resonanzwiderstandswert des Kreises: } \varrho &\approx \frac{1+m n}{m+n} \\ &\approx \frac{1}{m+n} = \frac{1}{2w} \end{aligned}$$

Alle drei Werte haben in der angelsächsischen Literatur die Bezeichnung «Dissipation-Factor  $Q$ » und in der deutschen «Güte  $G$ ». Ich habe etwas umständlichere Bezeichnungen gewählt, die aber ihren Definitionen entsprechen und eine Vorstellung von den Grössen geben.

Die folgende Beziehung zwischen den Widerstandswerten von Spule, Kondensator und Parallel-Kreis lautet dann analog der Gleichung von parallelgeschalteten Widerständen und ist daher leicht zu behalten:

$$\frac{1}{\varrho} \approx \left( \frac{1}{\varrho_L} + \frac{1}{\varrho_C} \right)_{v=1}$$

Der reziproke Resonanzwiderstandswert eines Parallel-Kreises ist gleich der Summe der reziproken Frequenzwiderstandswerte von Spule und Kondensator für die Resonanzfrequenz.

Es folgt ein Vergleich der bisher üblichen mit den neuen relativen Grössen samt ihren Definitionen.

Abkürzungen:  $L_0 = 2\pi L$ ;  $C_0 = 2\pi C$

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

$$R_0 = f_0 L_0 = \frac{1}{f_0 C_0} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Neu: Relativ und dimensionslos	Beziehung	Alt: Dimensionen $\left\{ \begin{array}{l} \text{Hz} = \text{Herz} \\ \Omega = \text{Ohm} \\ \text{H} = \text{Henry} \\ \text{P} = \text{Parad} \end{array} \right.$
<b>Allgemeine Grössen:</b>		
Frequenzwert $v$	$v = \frac{f}{f_0}$	Frequenz $f$ [Hz]
Widerstandswert Spule: $m$	$m = \frac{R_L}{R_0}$	Widerstand Spule: $R_L$ [ $\Omega$ ]
Kond.: $n$	$n = \frac{R_C}{R_0}$	Kond.: $R_C$ [ $\Omega$ ]
Frequenzwiderstands- wert		Güte $G$ [dimensionslos] = Dissipation-Faktor $Q$
Spule: $\varrho_L = \frac{v}{m}$	$\varrho_L = G_L$	Spule: $G_L = \frac{X_L}{R_L}$
Kond.: $\varrho_C = \frac{1}{n v}$	$\varrho_C = G_C$	Kond.: $G_C = \frac{X_C}{R_C}$
<b>Grössen des Parallel-Kreises:</b>		
Dämpfungswert $2w = m + n$	$2w = \frac{R}{R_0}$	Dämpfungswiderstand $R = R_L + R_C$ [ $\Omega$ ]
Impedanzwert Grösse: $z = +$ $\sqrt{\frac{m^2 + \{1 + m^2 n^2\} v^2 + n^2 v^4}{1 - \{2 - (m+n)^2\} v^2 + v^4}}$	$z = \frac{Z_X}{R_0}$	Impedanz Grösse: $Z_X = + \sqrt{R_X^2 + X_X^2}$ [ $\Omega$ ]
Richtung: $\zeta = \frac{(1-m^2) - (1-n^2) v^2}{m + mn(m+n)v^2 + nv^4}$	$\zeta = \tan \varphi_X$	Richtung: $\tan \varphi_X = \frac{X_X}{R_X}$
rel. Dämpfungsmass		log. Dämpfungsdekrement [dimensionslos] $2\pi \left( \frac{R}{2} \right)$
$D = \frac{w}{\sqrt{1-w^2}}$	$2\pi D = D_0$	$D_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{L}{C} - \left( \frac{R}{2} \right)^2}}$
$D \approx w$		$D_0 \approx \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}$
<b>Halbwertsbreite</b>		
$h \approx 2w$	$h = \frac{f_h}{f_0}$	$f_h \approx \frac{R}{L_0}$ [Hz]
bei $z_h = \frac{z_0}{\sqrt{2}}$		$\eta^{0/0} \approx 100 R \sqrt{\frac{C}{L}}$
Resonanzwiderstands- wert		Resonanzwiderstand
$z_0 = \varrho \approx \frac{1 + m n}{m + n}$	$\varrho = \frac{R_{\text{res}}}{R_0}$	$R_{\text{res}} \approx \frac{L}{R C} = \frac{R_0^2}{R}$ [ $\Omega$ ]
$\varrho \approx \frac{1}{R}$	$\varrho \approx \frac{R_0}{R}$	Güte $G$ [dimensionslos] = Dissipation-Faktor $Q$
$\varrho \approx \frac{1}{2w}$	$\varrho = G = Q$	$G \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$
<b>Senderabstand = Frequenzabweichung</b>		
	$a = \frac{f_a}{f_0}$	
<b>Bandbreite</b>		
$b = 2a$	$b = \frac{f_b}{f_0}$	$f_b = 2 f_a$ [Hz] oder Verstimmung $\varphi^{0/0} = 200 f_a \sqrt{L_0 C_0}$
<b>Trennschärfe [dimensionslos]</b>		
$T = \sqrt{1 + \left( \frac{b}{h} \right)^2}$		$T = \sqrt{1 + \left( \frac{f_b}{f_a} \right)^2} = \sqrt{1 + \left( \frac{\varphi}{\eta} \right)^2}$

Die Gesamttrennschärfe bei mehreren Kreisen ist dann  $T = T_1 \cdot T_2 \dots$  z. B. bei einem Zweikreisler in Geradeausschaltung mit Rückkopplung ist  $T \approx 300$ .

Die Formel für  $T$  sagt aus, dass man bei verringertem Senderabstand die Halbwertsbreite entsprechend verkleinern muss, um die gleiche Trennschärfe zu erhalten; dabei wird aber auch das übertragbare Tonspektrum kleiner. Der Senderabstand beträgt zur Zeit im Mittel 9 kHz. Das Tonspektrum bei den heutigen Empfängern hat im Mittel eine Ausdehnung bis 4,5 kHz und ist bei regelbaren Bandfilter-Empfängern im Maximum von 3 bis 6 kHz veränderlich.

### Die für die Rundfunkpraxis nötigen Formeln mit 2 Beispielen.

Es genügt das leicht zu behaltende Formelpaar

$$\frac{1}{Q} \approx \left( \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C} \right)_{v=1}$$

wo auch die Querbeziehungen zu beachten sind!

$Q_L$  und  $Q_C$  werden gemäss ihren Definitionen gemessen oder für eine Ueberschlagsrechnung den  $Q$ -Tabellen des «Radio-Engineering Handbook» o. ä. entnommen. — Weiter interessieren noch die Grössen, welche im folgenden relativ und absolut definiert sind:

$$\text{Resonanzwiderstand } R_{res} = z_0 R_0 \approx \frac{L}{R C} [\Omega]$$

$$\text{Halbwertsbreite } f_h \approx \frac{f_0}{z_0} \approx \frac{R}{L_0} [\text{Hz}]$$

$$\text{Trennschärfe } T = \sqrt{1 + (2 a z_0)^2} = \sqrt{1 + \left( \frac{2 f_a L_0}{R} \right)^2}$$

$$z_0 \equiv Q$$

Für mässige bis sehr gute Kreise ist bei dem heutigen Stande der Technik

$$z_0 = Q = 100 \text{ bis } 200$$

$$\text{und } T = 2 \text{ bis } 3$$

$$\text{bei } f_0 = 1 \text{ MHz}$$

$$\text{und } f_a = 9 \text{ kHz}$$

#### 1. Beispiel.

Gegeben:

$$f_0 = 6 \cdot 10^5 \text{ Hz} = 0,6 \text{ MHz}$$

$$(\lambda_0 = 500 \text{ m})$$

$$L = 2 \cdot 10^{-4} \text{ H} = 0,2 \text{ mH}$$

$$\left. \begin{array}{l} R_L = 5 \Omega \\ R_C = 1,5 \Omega \end{array} \right\} R = 6,5 \Omega$$

$$f_0 L_0 = \frac{1}{f_0 C_0}$$

$$C = \frac{1}{(2 \pi f_0)^2 L}$$

$$C = \frac{1}{4 \pi^2 36 \cdot 10^{10} 2 \cdot 10^{-4}}$$

Kapazität:  $C = 350 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 350 \text{ pF}$

$$R_0 = 2 \pi f_0 L$$

$$R_0 = 2 \pi 6 \cdot 10^5 2 \cdot 10^{-4}$$

Kritischer Widerstand:  $R_0 = 754 \Omega$

$$R_{res} = \frac{R_0^2}{R}$$

$$R_{res} = \frac{754^2}{6,5}$$

Resonanzwiderstand:  $R_{res} = 87,5 \cdot 10^3 \Omega = 87,5 \text{ k}\Omega$

$$Q = \frac{R_0}{R}$$

$$Q = \frac{754}{6,5}$$

Resonanzwiderstandswert:  $Q = 116$  (mässig guter Kreis)

Annahme: Senderabstand  $f_s = 9 \text{ kHz}$

$$a = \frac{f_s}{f_0}$$

$$a = \frac{9 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^5}$$

rel. Frequenzabweichung:  $a = 0,015$

$$T = \sqrt{1 + (2 \cdot 0,015 \cdot 116)^2}$$

Trennschärfe:  $T = 3,64$  bei 0,6 MHz

#### 2. Beispiel.

Gegeben:  $f_0 = 1 \text{ MHz}$  ( $\lambda_0 = 300 \text{ m}$ )

Spule mit HF-Eisen:  $Q_L = 150$

Drehkondensator mit keramischer Isolation:  $Q_C = 3000$  für 1 MHz

Kapazität im Mittel:  $C = 350 \text{ pF}$

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{150} + \frac{1}{3000}$$

$$Q = 143 \text{ (guter Kreis)}$$

$$R_0 = \frac{1}{2 \pi f_0 C}$$

$$R_0 = \frac{1}{2 \pi 10^6 350 \cdot 10^{-12}}$$

$$R_0 = 455 \Omega$$

$$R_{res} = r_0 R_0$$

$$R_{res} = 143 \cdot 455$$

$$R_{res} = 65,1 \text{ k}\Omega$$

Annahme: Senderabstand

$$f_s = 9 \text{ kHz}$$

$$a = \frac{f_s}{f_0}$$

$$a = \frac{9 \cdot 10^3}{10^6}$$

$$a = 0,009$$

$$T = \sqrt{1 + (2 \cdot 0,009 \cdot 143)^2}$$

$$T = 2,76 \text{ bei } 1 \text{ MHz}$$

Bei einem Drehkondensator mit Bakelit-Isolation wäre und damit

$$Q_C = 700 \text{ für } 1 \text{ MHz}$$

$$Q = 123 \text{ (mässig guter Kreis)}$$

$$R_{res} = 56,0 \text{ k}\Omega$$

$$T = 2,43 \text{ bei } 1 \text{ MHz}$$

Der Aufsatz zeigte auf neuen rechnerischen und graphischen Wegen das Wesen des Parallel-Kreises, den man meist nur in der Form des verlustarmen Schwingkreises zu behandeln gewohnt ist. Mit den erörterten allgemeinen Grundlagen ist jede Abart zugänglich.

Mit einer einzigen Ausnahme ist der Parallelkreis der Impedanz und der Phase nach frequenz-

abhängig. Bei kleiner Dämpfung findet bei einer bestimmten Frequenz eine starke Impedanzerhöhung statt (1 : 10<sup>5</sup>). Mit grösserer Dämpfung wird die Resonanzkurve flacher, bis schliesslich Frequenzunabhängigkeit herrscht bezüglich Impedanz und Phase, wenn in beiden Zweigen der kritische Widerstand erreicht wird. Steigt die Dämpfung weiter, so ändert der bisher als Sperrkreis wirkende Parallel-Kreis sein Verhalten und hat ferner bei einer bestimmten Frequenz eine Impedanzerniedrigung (maximal nur 1 : 2), wirkt also in der Art eines Serie(saug)kreises, wenn auch viel schwächer.

Man weiss, dass nach dem heutigen Stande der Technik für Rundfunkzwecke der Kondensatorzweig der bessere ist. Die Güte eines Kreises wird erhöht, wenn man den Dämpfungswert  $2w$  erniedrigt, also  $m$  und  $n$  möglichst klein macht. Die Frage ist nur, mit welchem von den beiden Werten erreicht man am meisten? Um sie zu beantworten sei angenommen, dass der Dämpfungswert  $2w$  konstant sei. Wie muss man dann  $n$  im Verhältnis zu  $m$  wählen, damit die Sperrimpedanz möglichst gross wird? Bei kleiner Dämpfung fallen nun die behandelten besonderen Impedanzwerte zusammen; es sei daher für die Untersuchung die einfachste Form <sup>7)</sup> gewählt, welche

$$z_r = \frac{1 + m n}{m + n}$$

lautet. Diese umgeschrieben ergibt

$$z_r = \frac{1 + (2w - n)n}{2w}$$

Man setzt

$$\frac{\partial z_r}{\partial n} = 0$$

um die grösste Impedanz zu erhalten. Als Bedingung dafür ergibt sich, dass  $n=m$  sein muss, was nach der symmetrischen Formel auch zu erwarten war.

*Bei gegebenem Dämpfungswert ist der symmetrische Kreis der günstigste.*

Die Bemühungen müssen also dahin gehen, die Spulenverluste zu verringern, die heute noch ein vielfaches der Kondensatorverluste betragen.

<sup>7)</sup> Die anderen Formen geben dasselbe Resultat.

## Nachwort.

Seit Einreichung der Arbeit bis zur Drucklegung haben viele, in der Schweiz an der ETH auch der Verfasser, Versuche gemacht, den Schwingkreis zu verbessern.

Für die Ultrakurzwellen kann man bedeutende Fortschritte verzeichnen. Wegen der Kleinheit der benötigten Induktivitäten und Kapazitäten kam man auf den Gedanken, den Schwingkreis mechanisch als Einheit zu konstruieren. Es entstanden topfartige Gebilde mit innenliegender Kapazität, deren Belege über den Topfmantel aussen verbunden sind, welche Verbindung die Induktivität darstellt. Die rein Ohmschen Verluste sind in der Spule wegen des grossen Leiter-Querschnittes gering und im Kondensator wegen des Luftdielektrikums. Vor allem sind aber die zusätzlichen Verluste durch Streuung und der dadurch hervorgerufenen Wirbelstromwärme wesentlich kleiner. Die Streuverluste wie auch die mit der Frequenz ansteigenden Verluste durch Stromverdrängung vergrössern die Dämpfungswiderstände  $R_L$  und  $R_C$ .

Der Frequenzbereich dieser Schwingkreis-Bauart ist aber aus mechanischen und elektrischen Gründen engbegrenzt. Schwierig ist auch die Ankopplung an Generatorröhren oder an andere Kreise, welche meist kapazitiv oder galvanisch erfolgt. Die Kopplungspunkte sind sorgfältig nach der am Schluss der vorliegenden Arbeit aufgestellten Forderung auszuwählen, will man die Vorteile ganz ausnutzen.

Die Verluste in der Koppereinrichtung übersteigen die internen Kreisverluste um ein vielfaches. Aussichtsreich für die Meter- und Dezimeterwellen ist sicher eine mechanische Verschmelzung von Röhre, Schwingkreis und Antenne. Durch elektrische Synchronisierung mehrerer derartiger Systeme lassen sich auch praktisch verwertbare Strahlungsleistungen erzielen.

Die Erkenntnisse aus dieser Arbeit sind aber allgemein verwertbar, betreffe es nun die Hochfrequenz-, Niederfrequenz- oder Starkstromtechnik oder gar die Mechanik. Aus diesem Grunde wurden auch die Bezeichnungen möglichst entsprechend den Vorschlägen der Commission Electrotechnique International (CEI) gewählt.

## Hochfrequenztechnik und Radiowesen — Haute fréquence et radiocommunications

### Der verlustbehaftete Parallel-Resonanzkreis als Wechselstromwiderstand.

Von E. de Gruyter, Zürich.

Siehe Seite 99.

### Impuls-Peilung.

621.396.993.2

Die gewöhnliche Peilung mit einer Rahmenantenne oder mit der Anordnung nach Bellini-Tosi, welche aus zwei in zueinander senkrecht stehenden Vertikalebenen angeordneten Rahmen besteht, kann nur zuverlässige Resultate ergeben,

wenn die senkrecht zur Erdoberfläche polarisierte Bodenwelle empfangen wird. In der Nacht wird aber auch die an der Ionosphäre reflektierte Welle empfangen, die im allgemeinen je nach den atmosphärischen Verhältnissen, der Bodenleitfähigkeit usw. verschiedene Polarisationsrichtungen besitzt. Dies hat zur Folge, dass z. B. ein einfacher Peilrahmen bei einer falschen Richtung das Minimum der Empfangsstärke anzeigt. Man kann dem Uebel im Prinzip auf zwei verschiedene Weisen begegnen, erstens indem man daselbe an der Wurzel fasst und den Empfang der störenden Horizontalkomponenten durch geeignete Antennensysteme unterdrückt (Marconi-Adcock- oder Diamond-Antenne, die