

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 28 (1937)
Heft: 13

Artikel: Die Posthumus-Schwingungen im Magnetron
Autor: Fischer, F. / Lüdi, F.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1059852>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

REDAKTION:
Generalsekretariat des Schweiz. Elektrotechn. Vereins und des
Verbandes Schweiz. Elektrizitätswerke, Zürich 8, Seefeldstr. 301

ADMINISTRATION:
Zürich, Stauffacherquai 36 ♦ Telefon 51.742
Postcheck-Konto VIII 8481

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet

XXVIII. Jahrgang

N^o 13

Mittwoch, 23. Juni 1937

Die Posthumus-Schwingungen im Magnetron.

Von F. Fischer und F. Lüdi¹⁾, Zürich.

(Mitteilung aus dem Institut für technische Physik der Eidg. Technischen Hochschule, Zürich.)

621.396.615.14

Durch Betrachtung der Cykloidenbewegung zwischen zwei ebenen Platten, wobei die obere geschlitzt ist, wird gezeigt, dass unter der Annahme eines elektrischen Gleichfeldes zwischen der oberen und unteren Platte und eines überlagerten Drehfeldes an der oberen Platte die energieabgebenden Elektronen an die Anode und die energieaufnehmenden an die Kathode zurückwandern. Alle Elektronen, die auf die Anode wandern, geben an diese dieselbe Energie ab. Im Grenzfall kleiner Cykloidenhöhe gegen Plattenabstand beträgt daher der Wirkungsgrad 100%. Für die Cykloidenhöhe vergleichbar mit Plattenabstand sinkt der Wirkungsgrad; er kann aber immer noch grösser sein als für die Schwingungen erster Art, da bei den Posthumus-Schwingungen ein charakteristischer Unterschied im zweiten Aussortiermechanismus gegen denjenigen bei den Schwingungen erster Art auftritt. Die Zieherscheinungen finden ihre Erklärung im Verhältnis der Cykloidenhöhe h zum Abstand Kathode-Anode.

Par l'examen du mouvement de roulette entre deux plaques planes, dont la supérieure est munie de fentes, les auteurs montrent que si l'on admet un champ électrique continu entre les deux plaques et un champ tournant superposé à la plaque supérieure, les électrons restituant de l'énergie retournent à l'anode et ceux absorbant de l'énergie à la cathode. Tous les électrons qui retournent à l'anode cèdent à celle-ci la même quantité d'énergie. Dans le cas limite où la hauteur des roulettes est faible par rapport à la distance entre plaques, le rendement est de ce fait 100%. Pour des hauteurs de l'ordre de la distance entre plaques, le rendement tombe, mais il peut toujours encore être supérieur à celui des oscillations de premier ordre car, pour les oscillations de Posthumus, il existe une différence caractéristique dans le second mécanisme de triage par rapport à celui des oscillations de premier ordre. Les phénomènes de décrochage sont expliqués par le rapport de la hauteur h de la roulette à la distance entre anode et cathode.

Im Magnetron treten hauptsächlich drei Typen von Schwingungen auf:

Erstens die Elektronenschwingungen, bei welchen die Kreisfrequenz nur vom Magnetfeld abhängt $\omega_0 = \frac{e}{m} \frac{B}{c}$ (B = magnetische Induction, c = Lichtgeschwindigkeit, e = Elektronenladung, m = Elektronenladung); der Mechanismus wird verständlich aus der Forderung der Energieabgabe, welche nur möglich ist, wenn die Elektronen sich in einem Wechselfeld bewegen, dessen Schwingungsdauer mit der Laufzeit der periodischen Bewegung der Elektronen im Magnetfeld übereinstimmt. Diese ist hier die Kreisbewegung im Magnetfeld, welche in erster Näherung von der Spannung unabhängig ist. Wesentlich für die Energiebilanz ist auch hier wie bei den Schwingungen der Bremsfeldröhre²⁾ ein charakteristischer Assortiermechanismus. Diejenigen Elektronen, welche in Mitphase zum äusseren Wechselfeld starten (die falschphasigen) vergrössern ihre Amplitude auf Kosten der Schwingenergie des äusseren Systems und werden bald von der Anode aussortiert. Die gegenphasigen Elektronen geben Energie an das Aussensystem ab und verkleinern dabei ihre Am-

plitude. Wichtig ist, dass die Elektronen beim Minimum der Amplitude abgefangen werden, da sie sonst wieder durch Aufnahme von Energie aus dem Aussensystem die Amplitude vergrössern. Bei der Bremsfeldröhre geschieht diese zweite Aussortierung durch das Gitter, beim Magnetron durch Schrägstellung des Magnetfeldes oder durch Endplatten. Diese Schwingungsart ist rechnerisch am ausführlichsten durch K. Fritz³⁾ und J. J. Müller⁴⁾ behandelt. Sie tritt sowohl beim Nullschlitzmagnetron als auch beim Schlitzmagnetron auf.

Zweitens treten im Schlitzmagnetron (und nur in diesem) energiereiche Schwingungen auf, deren Kreisfrequenz $\omega = \frac{2 U_a}{r^2 B}$ also umgekehrt proportional dem Magnetfeld B und proportional der Anodenspannung U_a ist. Hier ist ein Schrägstellen des Magnetfeldes zur Anodenaxe nicht erforderlich. Posthumus kam zu seiner Frequenzformel durch Energiebetrachtungen ohne die Auflösung der Bewegungsgleichungen⁵⁾. Diese beiden Schwingungsarten werden Laufzeitschwingungen genannt, weil das Aussensystem auf die Eigenfrequenz des Innen-

³⁾ K. Fritz, Telefunkenztg. Bd. 17 (1936), Nr. 72, S. 31.

⁴⁾ J. J. Müller, Züricher Diss., Vorl. Mitteil. in Hochfrequenztechnik u. Elektroakustik, November 1936.

⁵⁾ K. Posthumus, Wireless Eng. Bd. 12 (1935), S. 126. Wir sind Herrn Prof. Tank für den Hinweis auf diese wichtige Arbeit zu Dank verpflichtet.

¹⁾ F. Lüdi im Auftrag der A.-G. Brown, Boveri & Cie., Baden.

²⁾ M. Dick, Züricher-Diss., Sonderheft der Elektr. Nachr. Techn. Bd. 13.

systems, welche durch dessen Parameter festgelegt ist, abgestimmt werden muss.

Drittens gibt es noch eine Art von Schwingungen, die sog. Habanschwingungen, deren Frequenz im Gegensatz zu den Laufzeitschwingungen durch die Konstanten des Ankopplungskreises festgelegt wird. Sie treten bei relativ langen Wellen auf, wo die Laufzeit der Elektronen klein gegenüber der Schwingungsdauer ist, und werden hervorgerufen durch eine negative Charakteristik.

1.

Wir beschäftigen uns hier mit der zweiten Schwingungsart etwas näher. Wesentlich für den Mechanismus ist auch hier, dass man in der Bewegungsform der Elektronen in gekreuzten Feldern eine zweite Zeitabhängigkeit erkennt, die auf eine Periodizität vom Posthumusschen Typus führt. Dies ist tatsächlich der Fall, wenn man die Bewegung des Elektrons in einem homogenen elektrischen und dazu senkrechten Magnetfeld betrachtet. Für elektrisches Feld in der y -Richtung, magnetisches in der z -Richtung bekommt man für die x -Richtung eine Cykloidenbewegung mit

$$x = -\frac{E}{B}t + \varrho \sin \omega_0 t - x_0$$

$$y = \varrho \cos \omega_0 t - y_0$$

Die Translationsgeschwindigkeit $v = \frac{E}{B}$ ($E =$ Feldstärke) führt nun auf die geforderte Periodizität, wenn man mit Herriger und Hülster⁶⁾ weiter annimmt, dass die Elektronen längs dem geschlitzten Anodenzyylinder Cykloiden beschreiben, wobei das elektrische Radialfeld als weitgehend homogen betrachtet wird. Durch die Forderung, dass die Elektronen auf ihrer fortschreitenden Bewegung beim Passieren der Schlitze immer gegen das Feld zwischen den Schlitzen anlaufen müssen, um Energie abgeben zu können, wird die Frequenz des äußeren Wechselfeldes durch die Fortschritts- geschwindigkeit der Elektronen festgelegt und man kommt mit dieser Vorstellung, wie Herriger und Hülster zeigen, auf die Posthumussche Formel.

Das gegebene Bild zeigt nun, dass es möglich sein muss, das zylindrische Problem von Posthumus (dessen Differentialgleichungen, weil zweiter Ordnung und zweiten Grades, schwer lösbar sein dürften) auf den ebenen Fall zurückzuführen. Man wird dabei auch einen genaueren Einblick in den Aussortierungsmechanismus und das Zustandekommen des relativ hohen Wirkungsgrades bekommen. Wir stellen uns also ein unendlich langes ebenes Plattenpaar vor, dessen obere Platte die geschlitzte Anode und dessen untere Platte die Kathode bedeutet (Fig. 1). Nach Posthumus kann man das Wechselfeld zwischen den Anodensegmenten in zwei entgegengesetzt laufende Drehfelder mit je einer Tan-

gentialkomponente und einer Radialkomponente aufspalten. Wir betrachten gleich den einfacheren Fall eines räumlich sinusförmigen, mit der fortschreitenden Elektronenbewegung mitlaufenden Drehfeldes, da Posthumus schon plausibel gemacht

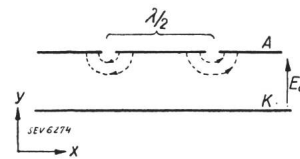


Fig. 1.

hat, dass das gegenlaufende Drehfeld wenigstens für Schwingungen höherer Ordnung zu vernachlässigen ist; den Grund hierfür werden wir ausführlicher sehen.

2.

Felddiskussion und Bewegungsgleichungen.

Das Gleichfeld in der y -Richtung habe das Potential

$$V_1 = \frac{V_0}{y_0} y \quad (1)$$

das Drehfeld habe das Potential

$$V_2 = s(y) \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right) \text{ mit } s(y) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} y \right) \quad (2)$$

es genügt der Laplaceschen Gleichung. Man setzt

$$A \cdot \sin \cdot \frac{2\pi}{\lambda} y_0 = \gamma V_0 \quad (\gamma \text{ kleine Zahl})$$

also

$$V_2 = \gamma \frac{V_0}{\sin \frac{2\pi}{\lambda} y_0} \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} y \right) \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right)$$

für $y < y_0 \ll \lambda$ darf man mit genügender Genauigkeit $\sin \frac{2\pi}{\lambda} y$ entwickeln, so dass

$$V_2 \cong \gamma \frac{V_0}{y_0} y \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right)$$

Die elektrischen Kräfte auf das Elektron sind also mit $V = V_1 + V_2$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \gamma \frac{V_0}{y_0} \frac{2\pi}{\lambda} y \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{V_0}{y_0} + \gamma \frac{V_0}{y_0} \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right)$$

Die Bewegungsgleichungen lauten:

$$\ddot{y} = \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial y} - \omega_0 \dot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial x} + \omega_0 \dot{y}$$

$$\omega_0 = \frac{e H}{m c}$$

oder

$$\ddot{y} = \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} + \gamma \frac{V_0}{y_0} \frac{e}{m} \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right) - \omega_0 \dot{x} \quad (3)$$

⁶⁾ F. Herriger und F. Hülster, Telefonen-Röhre 1936, Heft 8, S. 221. Dort sind auch die andern Schwingungen anschaulich dargestellt.

$$\ddot{x} = \gamma \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \frac{2\pi}{\lambda} y \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right) + \omega_0 \dot{y} \quad (4)$$

Damit die Gleichungen dieselbe Gestalt bekommen, transformiert man das Gleichfeld mit einem ersten Fahrzeug weg.

$$x = \xi + vt + \xi_0 \quad (5)$$

ξ_0 ist die Phase der räumlich und zeitlich verschieden startenden Elektronen; bei einem Drehfeld kann man die zeitliche Phase immer auf eine räumliche zurückführen.

Mit (5) wird (3)

$$\ddot{y} = \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} - v\omega_0 + \gamma \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t \right) - \omega_0 \dot{\xi} \quad (3a)$$

Durch die Wahl von

$$v = \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0 \omega_0} = \frac{V \cdot c}{y_0 \cdot B} \quad (6)$$

fallen die beiden ersten Glieder weg, und (3) und (4) lauten:

$$\ddot{y} = \gamma \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \xi + \left(\frac{2\pi}{\lambda} v - \omega \right) t + \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 \right) - \omega_0 \dot{\xi} \quad (7)$$

$$\ddot{\xi} = \gamma \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \frac{2\pi}{\lambda} y \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \xi + \left(\frac{2\pi}{\lambda} v - \omega \right) t + \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 \right) + \omega_0 \dot{y} \quad (8)$$

Indem man weiter die Kreisfrequenz des äusseren Drehfeldes

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} v = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{V_0 \cdot c}{y_0 \cdot B} \quad (9)$$

setzt, verschwinden die mittleren Glieder in sin und cos.

(6) bedeutet, dass im ersten mitbewegten Bezugssystem die Elektronen in erster Näherung einen Kreis, den Rollkreis beschreiben.

(9) ist bereits die Posthumusformel für den ebenen Fall. Hier bedeutet sie, dass das Drehfeld im mitbewegten Bezugssystem ein zeitlich konstantes Gleichfeld ist mit einer x - und einer y -Komponente. In diesem ersten Bezugssystem wird also der Rollkreis noch eine Bewegung in der y -Richtung sowie in der x -Richtung ausführen. Es ist wichtig, dass dieses Gleichfeld zeitlich konstant ist und sein Vorzeichen nicht ändert, sonst würde die Bewegung in der y -Richtung dauernd ihr Vorzeichen ändern und die Elektronen kämen nicht auf die Anode. Aus diesem Grunde fällt bereits das gegenlaufende Drehfeld für die Aussortierung der Elektronen auf die Anode oder auf die Kathode ausser Betracht. Man sieht auch, dass die Bewegung in der y -Richtung, hervorgerufen durch die x -Komponente des Gleichfeldes, ein Schrägstellen des Magnetfeldes wie bei der Schwingung erster Art nicht erfordert.

Nun entwickelt man in (7) und (8) für $\xi \ll \lambda$ nach Mac-Laurin: Die Zulänglichkeit dieser Entwicklung wird später begründet.

$$\ddot{y} = \gamma \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \sin \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 + \gamma \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \frac{2\pi}{\lambda} \xi \cos \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 - \omega_0 \dot{\xi} \quad (10)$$

$$\ddot{\xi} = \gamma \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \frac{2\pi}{\lambda} y \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 + \omega_0 \dot{y} \quad (11)$$

Um die Gleichungen wieder von ähnlicher Gestalt zu machen, transformiert man die fortschreitende Bewegung in der ξ -Richtung durch ein zweites Fahrzeug weg, so dass man in diesem Fahrzeug nur noch eine Bewegung des Rollkreises in der y -Richtung hat:

$$\xi = \zeta + wt \quad (12)$$

mit

$$w = \frac{\gamma}{\omega_0} \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \sin \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 \quad (13)$$

Zur Abkürzung sei noch

$$\kappa = \gamma \frac{e}{m} \frac{V_0}{y_0} \frac{2\pi}{\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 \cdot \frac{1}{\omega_0^2} \quad (14)$$

gesetzt, so dass die Bewegungsgleichungen übergehen in

$$\ddot{y} = \kappa \omega_0^2 \zeta - \omega_0 \dot{\zeta}$$

$$\ddot{\zeta} = \kappa \omega_0^2 y + \omega_0 \dot{y}$$

Für die beiden simultanen Differentialgleichungen macht man den Ansatz:

$$y = Y \cdot e^{et} \quad \varphi = Z \cdot e^{et}$$

so dass

$$\begin{aligned} Y \varrho^2 - Z (\kappa \omega_0^2 - \omega_0 \varrho) &= 0 \\ Y (\kappa \omega_0^2 + \omega_0 \varrho) - Z \varrho^2 &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Die Erfüllung der beiden Gleichungen verlangt, dass die Determinante 0 sei; dies gibt die Bestimmungsgleichung für ϱ

$$\varrho^4 + \omega_0^2 \varrho^2 - \kappa^2 \omega_0^4 = 0$$

mit den 4 Wurzeln für ϱ

$$\varrho_1 = -\varrho_2 = \omega_0 \beta \quad \beta = + \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + 4\kappa^2}}{2}}$$

$$\varrho_3 = -\varrho_4 = j\omega_0 \alpha \quad \alpha = + \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 4\kappa^2}}{2}}$$

$$\text{da } \kappa \ll 1 \text{ ist auch } \beta \ll \alpha. \quad (17)$$

Aus der zweiten Gl. (16) folgt

$$\frac{Y}{Z} = \frac{\varrho^2}{\kappa \omega_0^2 + \omega_0 \varrho}$$

$$\text{also } Y = A \varrho^2; \quad Z = A (\kappa \omega_0^2 + \omega_0 \varrho)$$

Indem diese Werte in (15) eingesetzt werden, bekommt man für Y und Z je eine Summe von 4 Gliedern, entsprechend den 4 Wurzeln $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3, \varrho_4$ mit den Konstanten A_1, A_2, A_3, A_4 . Diese Konstanten werden aus den 4 Anfangsbedingungen bestimmt; diese heissen:

$$\dot{\zeta}_{t=0} = \dot{\zeta}_0 \quad \zeta_{t=0} = 0 \quad y_{t=0} = 0 \quad \dot{y}_{t=0} = 0$$

Mit den bestimmten Konstanten lauten schliesslich die Gleichungen für y und ζ explizit, wenn man noch berücksichtigt, dass $\beta \ll \alpha$ ist und man nach Gliedern wie $\frac{\beta}{\alpha}$, $\frac{\beta^2}{\alpha^2}$ usw. ordnet:

$$y = -\frac{\dot{\zeta}_0 \alpha^2}{\omega_0 (\alpha^2 + \beta^2)} \left\{ \left(\frac{\beta}{\kappa} \right)^2 \mathfrak{C} \mathfrak{D} \mathfrak{S} \omega_0 \beta t - \left(\frac{\beta}{\kappa} \right) \mathfrak{S} \sin \omega_0 \beta t - \left(\frac{\beta}{\kappa} \right)^2 \cos \omega_0 \alpha t + \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{\beta}{\kappa} \right) \sin \omega_0 \alpha t \right\}$$

$$\zeta = -\frac{\dot{\zeta}_0 \alpha^2}{\omega_0 (\alpha^2 + \beta^2)} \left\{ \left(\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa} \right) \mathfrak{C} \mathfrak{D} \mathfrak{S} \omega_0 \beta t + \left(\frac{\beta}{\kappa^2} - \frac{1}{\beta} \right) \sin \omega_0 \beta t + \left(\frac{\beta^2}{\alpha^2 \kappa} - \frac{\beta^2}{\kappa \alpha^2} \right) \cos \omega_0 \alpha t - \left(\left(\frac{\beta}{\kappa} \right)^2 \frac{1}{\alpha} + \frac{\beta^2}{\alpha^3} \right) \sin \omega_0 \alpha t \right\}$$

und jetzt wird nach (17) für kleines κ

$$\beta \cong + \sqrt{\frac{-1 + 1 + 2 \kappa^2}{2}} = |\kappa| \quad \alpha \cong 1$$

Mit Berücksichtigung $\beta \ll \alpha$ und $\frac{\beta}{\kappa} = \frac{|\kappa|}{\kappa}$ ($= \pm 1$ je nach Vorzeichen von κ) wird y auf

$$y = -\frac{\dot{\zeta}_0}{\omega_0} (e^{-\omega_0 \kappa t} - \cos \omega_0 t)$$

reduziert. In ζ verschwinden das erste und dritte Glied. Im vierten Glied ist der erste Summand $\frac{1}{\alpha}$

da $\left(\frac{\beta}{\kappa} \right)^2$ wegen $\frac{|\kappa|^2}{\kappa} = +1$ ist; der zweite Summand kann daneben vernachlässigt werden. Zu untersuchen bleibt noch

$$\frac{\beta}{\kappa^2} - \frac{1}{\beta}$$

Nach (17) gilt für kleines κ

$$\begin{aligned} \beta^2 - \kappa^2 &= \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \kappa^2}}{2} - \kappa^2 \\ &= \frac{-1 + 1 + 2 \kappa^2 - \frac{1}{2} \kappa^4 - 2 \kappa^2}{2} \cong -\frac{1}{4} \kappa^4 \end{aligned}$$

also

$$\frac{\beta^2 - \kappa^2}{\kappa^2 \beta} = -\frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\beta} \cong -\frac{1}{4} \kappa \cong 0.$$

Endlich lauten die beiden Gleichungen für ζ und y in diesen Näherungen:

$$y = -\frac{\dot{\zeta}_0}{\omega_0} (e^{-\omega_0 \kappa t} - \cos \omega_0 t) \quad (18a)$$

$$\zeta = -\frac{\dot{\zeta}_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t \quad (18b)$$

$$\text{mit} \quad \xi = \frac{\dot{\zeta}_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t + w t \quad (19a)$$

$$\dot{\zeta}_0 = -(v + w) \cong -v \quad (19b)$$

(19b) folgt aus (5), (12) und (6).

Aus (18) ist also ersichtlich, dass im zweiten Fahrzeug die Elektronen Kreise beschreiben mit einer überlagerten Translationskomponente in der y -Richtung; die exponentielle Abhängigkeit wird verständlich durch das Anwachsen des Feldes in Schlitznähe. Das Vorzeichen der Bewegungsrichtung hängt wegen (14) von der Phase ξ_0 , d. h. vom Startmoment der Elektronen ab. Die Elektronen wandern entweder auf die Anode oder aber auf die Kathode zurück, und zwar überlegt man sich leicht, dass diejenigen Elektronen gegen die Anode laufen, für welche das Drehfeld eine Gegenkomponente ($\kappa = \text{negativ}$) zur Fortschreitungsrichtung der Elektronen hat; diejenigen Elektronen, für welche das Drehfeld im Startpunkt eine Komponente in der $+x$ -Richtung ($\kappa = \text{positiv}$) hat, laufen auf die Kathode. Wir zeigen jetzt, dass alle Elektronen, welche auf die Anode gelangen, die Energie

$$(y_0 - h) \frac{V_0}{y_0}$$

abgeben (h Cykloidenhöhe gleich Rollkreisdurchmesser); dazu ist nötig, zu zeigen, dass die Elektronen im Scheitelwert der Cykloide unabhängig von y immer dieselbe kinetische Energie haben, dass also $\dot{x}_{max} = \text{konst}$ ist. Nach (5) und (18) ist

$$\dot{x} = (v + w) \cdot (1 - \cos \omega_0 t)$$

und also

$$\dot{x}_{max} = v + w \tau$$

d. h. unabhängig von y im Gegensatz zum ebenen Fall, wo nur ein überlagertes Wechselfeld in der y -Richtung ist; dort liefert die Integration der zweiten Bewegungsgleichung:

$$\dot{x} = w_0 y + K \quad (K = \text{Integrationskonstante}).$$

Die Verhinderung der Geschwindigkeitszunahme der Elektronen beim Durchlaufen des Potentialgefälles bis zur Anode wird sowohl durch die Radialkomponente wie durch die Tangentialkomponente des Drehfeldes erzeugt, an welche das Elektron die sukzessive aus dem Anodenpotential aufgenommene Energie wieder abgibt.

3.

Mit diesen Vorstellungen kann man nun folgende Hapterscheinungen der Posthumusschwingungen erklären:

Im Grenzfall, wenn die Cykloidenhöhe h zu vernachlässigen gegen y_0 ist, kann der Wirkungsgrad der Schwingleistung 100% betragen. Dies ist hauptsächlich bei den langen Wellen, wo grosse Magnetfelder benützt werden, der Fall. Wir werden an einem Beispiel sehen, dass bei den gebräuchlichen

⁷⁾ Nach (18a) ist für $\dot{y} = 0$ $\sin \omega_0 t$ nicht exakt 0, so dass im Scheitelpunkt \dot{x} etwas verschieden von \dot{x}_{max} ist; jedoch kann der Wert sicher nicht über $2(v + w)$ steigen.

Daten zur Erzeugung der kürzeren Wellen (ca. 50 cm, ca. 1600 V, 820 Gauss) die Cykloidenhöhe schon fast vergleichbar wird mit y_0 und die Elektronen mit der relativ grossen Rollkreisenergie auf die Anode treffen; daraus sind die kleineren Wirkungsgrade von nur ca. 10 % zu erklären. Dass trotzdem diese Wirkungsgrade noch bedeutend grösser sind als bei den Schwingungen erster Art, wo gerade die Rollkreisenergie ausgenützt wird, hat seinen Grund in einer zweiten prinzipiellen Verschiedenheit der Posthumusschwingungen von den Schwingungen erster Art. Bei den Schwingungen zweiter Art (Posthumus) ist es nämlich ganz gleichgültig, welche Zeit die Elektronen brauchen, bis sie auf die Anode gelangen; diese ist ja abhängig vom Startpunkt (ob sie in einem schwächeren oder in einem stärkeren Drehfeld starten). Sie werden, solange der Synchronismus der fortschreitenden Elektronenbewegung mit der Drehfeldbewegung gewährleistet ist, immer dieselbe oben berechnete Energie abgeben, nicht dagegen die Elektronen bei den Schwingungen erster Art. Für diese ist die aufgewandte Zeit bis zur Erreichung des Energieminimums abhängig vom Startpunkt. Die Elektronen, die genau in Opposition zum äusseren Wechselfeld starten, brauchen die kürzeste Zeit, da sie pro Schwingung am meisten Energie abgeben. Da nun der zweite Aussortiermechanismus (Abfangen der Elektronen im Energieminimum) entweder durch Schrägstellung des Magnetfeldes oder durch Endplatten⁸⁾ erfolgt, so ist ersichtlich, dass diese Zeit, unabhängig von der Energieabgabe, nur durch die elektrische Feldkomponente parallel zum Magnetfeld, also entweder schräg auf den Anodenzyylinder oder parallel zur Anodenaxe auf die Endplatten bestimmt ist. Genauer gesagt ist es so, dass es in jeder zur Endplatte parallelen Ebene eine günstigste Sorte von startenden Elektronen gibt; für diese ist der zeitliche Startpunkt (also die Phase) so bestimmt, dass die Dauer zur Erreichung des Energieminimums gerade gleich der Zeitdauer zur Erreichung der Endplatte ist. Dies ist jeweils von den im Bereich π startenden Elektronen nur ein kleiner Bruchteil. Bei den Posthumusschwingungen gehören alle die Anode erreichenden Elektronen zu den günstigsten. Der zur Erzeugung eines guten Wirkungsgrades erforderliche Synchronismus kommt bei den Schwingungen zweiter Art, wie Posthumus sowie Herriger und Hülster bereits hervorhoben, durch das mitlaufende Drehfeld zustande. Dies äussert sich hier darin, dass die Geschwindigkeit des Drehfeldes, welche nur durch die Konstanten des äusseren Systems bestimmt ist, gleich der Translationsgeschwindigkeit der Elektronen $u + w$ sein muss. u ist durch das konstante Anodenpotential festgelegt, w hängt nach (13) von der erzeugten Wechselspannung, d. h. von der y -Komponente des mitlaufenden Drehfeldes und vom Startpunkt ξ_0 ab. Elektronen, die vor- oder nacheilen, ändern ihre Lage zum Drehfeld so lange, bis die Geschwindigkeit $v + w$ gleich der Drehfeldgeschwindigkeit v

geworden ist. Man kann nun weiter verstehen, warum bei den Posthumusschwingungen so starke Zieherscheinungen im Gegensatz zu den Schwingungen erster Art auftreten. Von uns wurden Reissspannungen bis 50 V gemessen, d. h. die Schwingung riss bei 900 V von hohem Schwingstrom plötzlich ab und setzte erst bei 950 V ebenso plötzlich auf fast demselben hohen Wert wieder ein. Die Erklärung ist unmittelbar aus Fig. 2 ersichtlich. Solange keine Schwingung vorhanden ist, beschreiben die Elektronen einfach Cykloidenbahnen längs der

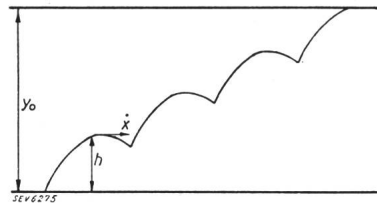


Fig. 2.

Kathode. Damit die Schwingung erregt wird, müssen die Elektronen zuerst einmal auf die Anode gelangen; dazu ist eine Vergrösserung der Cykloidenhöhe, also entweder eine Erhöhung der Anodenspannung oder eine Verkleinerung des Magnetfeldes erforderlich. Sobald die Schwingung einsetzt, kann die Anodenspannung wieder herabgesetzt oder das Magnetfeld vergrössert werden, die Elektronen laufen jetzt durch die x -Komponente des Wechselfeldes auf die Anode. Es ist klar, dass die Zieherscheinungen um so grösser werden, je kleiner die Cykloidenhöhe h gegen y_0 ist, was bei relativ starken Magnetfeldern der Fall ist. Dies kommt in den Diagrammen von Posthumus sehr schön zum Ausdruck⁹⁾. Das Abreissen der Schwingung bei Vergrösserung des Magnetfeldes kommt wohl dadurch zustande, dass bei Veränderung des elektrischen oder des magnetischen Feldes in erster Linie die Frequenz verändert wird und also eine starke Verstimmung gegen den unveränderlich gelassenen Aussenkreis eintritt. Dadurch entfernt man sich aus dem Resonanzgebiet, so dass die Schwingung abreisst. Ein Anschwingen tritt dann wieder ein, wenn das Aussensystem auf die neu eingestellten Parameter E und H abgestimmt wird. Man erkennt aus diesen Gründen auch, dass eine Amplitudenmodulation durch Veränderung des Radialpotentials kaum möglich ist, da ja dadurch in erster Linie nur die Frequenz und nicht der Aussortiereffekt beeinflusst wird, wie dies bei Schwingungen erster Art durch Veränderung der Neigung des Magnetfeldes¹⁰⁾ oder durch Aenderung des Endplattenpotentials¹¹⁾ der Fall ist. Ein Anlegen der Modulationsspannung zwischen den Anodensegmenten hat wohl schon gar keinen Einfluss, weil dann die Elektronen an den aufeinanderfolgenden Schlitzen entgegengesetzt beeinflusst werden, so dass sie einmal auf die Anode zu laufen, dann beim nächsten Schlitz wieder von dieser weglaufen usw. und sich die Wirkung aufhebt. Höch-

⁹⁾ K. Posthumus loc. cit.

¹⁰⁾ W. Rice, Gen. electr. rev. Vol. 39 (1936), S. 363.

¹¹⁾ Wolff, Linder u. Braden, Ref. Jahrbuch d. drahtl. Telegr. 1935 II, S. 99.

⁸⁾ J. J. Müller, loc. cit.

stens durch ein Feld senkrecht zum radialen Feld und parallel zum Magnetfeld, also mit Endplatten wie bei den Schwingungen erster Art wäre eine die Frequenz nicht beeinflussende Amplitudenmodulation denkbar. Die Elektronen müssten dann allerdings sehr rasch herausgezogen werden, noch bevor sie einen grösseren Weg in Richtung auf die Anode zurückgelegt und schon durch Influenz Energie auf diese abgegeben hätten.

Wir tragen jetzt noch den Geltungsbereich nach, in welchem ξ in (7) und (8) nach kleinen Grössen entwickelt werden darf. Da $\xi = \zeta + wt$ ist, ist zu zeigen, dass $\xi = wt$ bis zur Landung auf der Anode eine kleine Grösse bleibt; dies gibt eine Bedingung für den Startpunkt ξ_0 , da dieser in κ enthalten ist.

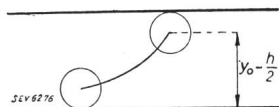


Fig. 3.

Die Zeit bis zur Landung auf der Anode wird errechnet aus der Rollkreisbewegung im ξ -System (Fig. 3). Der Zeitpunkt der Landung ist durch $y_0 - \frac{h}{2}$ bestimmt, also nach der ersten Gl. (18)

$$y_0 - \frac{h}{2} = y_0 - \left(-\frac{\dot{\xi}_0}{\omega_0} \right) = -\frac{\dot{\xi}_0}{\omega_0} e^{-\omega_0 \kappa t}, \quad \dot{\xi}_0 < 0$$

oder

$$-\frac{y_0 \omega_0}{\dot{\xi}_0} - 1 = e^{-\omega_0 \kappa t} \quad \text{und} \quad t = -\frac{1}{\omega_0 \kappa} \ln \left(\frac{2y_0}{h} - 1 \right)$$

wenn für $h = \frac{2\dot{\xi}_0}{\omega_0}$ gesetzt wird.

Es wird der Weg in der ξ -Richtung

$$\bar{\xi} = w t = -\frac{w}{\omega_0 \kappa} \ln \left(\frac{2y_0}{h} - 1 \right)$$

oder mit (13)

$$\frac{2\pi}{\lambda} \bar{\xi} = \text{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 \cdot \ln \left(\frac{2y_0}{h} - 1 \right)$$

Damit der Logarithmus > 0 bleibt, muss $\frac{y}{h} > 1$

sein; man wählt $\frac{y}{h} \cong 4$ was einen Wirkungsgrad

für die ausgenützte Gleichspannung von 75 % bedeutet; damit wird der Logarithmus ~ 2 , so dass die Gleichung wird

$$\frac{\pi}{\lambda} \bar{\xi} \cong \text{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0$$

Die linke Seite soll nun eine Grösse < 1 sein, also z. B. $\text{tg} \cdot 30^\circ$. Die Entwicklung nach kleinen ξ ist also etwa zulässig für

$$-\frac{\pi}{6} < \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 < +\frac{\pi}{6} \quad (19a)$$

und für

$$-\frac{5\pi}{6} < \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 < \frac{7\pi}{6} \quad (19b)$$

Das Vorzeichen von $\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right)$ ist gleich dem Vorzeichen von $\cos \left(+\frac{\pi}{6} \right)$ nämlich positiv, also ist κ in (14) für dieses Gebiet positiv, d. h. diese Elektronen bewegen sich nach (18 a) in der negativen y -Axe, also auf die Kathode zu. Für die Elektronen, die sich von der Kathode wieder auf die Kathode bewegen, ist aber die Zeit immer klein; also gilt die Entwicklung nach ξ in Gl. (7) und (8) für alle Elektronen, die im Gebiet

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0 < +\frac{\pi}{2}$$

starten.

Für das Gebiet (19 b) ist $\cos \frac{2\pi}{\lambda} \xi_0$ negativ, also auch κ , d. h. die in diesem Gebiet startenden Elektronen bewegen sich auf die Anode zu. Es würde noch zu beweisen sein, dass auch die im übrigen Gebiet startenden Elektronen auf die Anode gehen. Nach den dargelegten physikalischen Ueberlegungen scheint dies ohnehin plausibel, weil eine gewisse Phasen Anpassung der Elektronen stattfindet. Rechnerisch kann man sagen, dass h in den meisten Fällen noch nahezu gleich y_0 ist, der Logarithmus $\ln \left(\frac{2y_0}{h} - 1 \right)$ nahezu 0 wird und dadurch das untere Gebiet in Fig. 4 bedeutend erweitert wird.

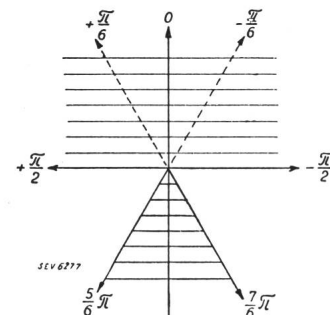


Fig. 4.

Zum Schluss soll noch ein Beispiel angeführt werden, welches zeigt, welche hohen Spannungen und Magnetfelder man brauchen würde, um auch bei kürzeren Wellen Wirkungsgrade von über 50 Prozent zu erhalten.

Für Drehfeldschwingungen ist λ beim Dreischlitzmagnetron gleich dem Umfang $2\pi r$; damit wird (9)

$$\omega = \frac{V_0 c}{r y_0 B}$$

oder es wird die elektromagnetische Wellenlänge

$$\Lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$$

$$\Lambda = \frac{2\pi r y_0 B}{V_0} \quad (20)$$

Bei gegebener Spannung und Magnetfeld ist nun für eine bestimmte Konstruktion noch eine zweite

Bedingung für das Verhältnis $\frac{h}{y_0}$ erforderlich.

Wählt man $\frac{h}{y_0} = \frac{1}{4}$, was pro auf die Anode gelangendes Elektron 75 % Energieabgabe an den Schwingkreis bedeutet, so hat man nach (18), (19) und (6)

$$h = 2 \frac{\xi_0}{\omega_0} = \frac{2v}{\frac{eB}{mc}} = \frac{2V_0 c^2}{\frac{e}{m} B^2 y_0} \cong \frac{1}{4} y_0$$

und daraus

$$B^2 = \frac{8V_0 c^2}{\frac{e}{m} y_0^2} \quad (21)$$

Aus (20) und (21) wird V und H für gewählte Konstruktionsdaten bestimmt.

$$B = \frac{16\pi c^2}{m} \cdot \frac{r}{y_0 \Delta} \quad (22a)$$

$$V_0 = \frac{32\pi^2 c^2}{m} \cdot \frac{r^2}{\Delta^2} \quad (22b)$$

Man sieht, die geforderte Spannung V_0 wächst proportional dem Quadrat des Radius und umgekehrt proportional dem Quadrat der Wellenlänge, ist aber von y_0 unabhängig. Das Magnetfeld dagegen ist proportional zum Verhältnis des Radius zum Plattenabstand und umgekehrt proportional zur Wellenlänge. Für die gebräuchlichen Röhren ist $r = 0,5$ cm. Rechnet man möglichst günstig, für $\frac{r}{y_0} = 1$ und für eine Wellenlänge von 50 cm (absolute Einheiten, (22b) ist noch mit 300 zu multiplizieren, um das Resultat in Volt zu erhalten), so wird

$$\begin{aligned} B &= 1700 \text{ Gauss} \\ V_0 &= 16200 \text{ V} \end{aligned}$$

Die Messungen an einem Philips-4-Schlitz-Magnetron gaben bei 50 cm für $H = 850$ Gauss und für $V_a = 1600$ V. Das bedeutet aber nichts anderes, als dass die Annahme $h = \frac{1}{4} y_0$ nicht zutrifft, sondern dass h bedeutend grösser ist; damit sinkt auch der Wirkungsgrad notwendigerweise. Die Annahme $y_0 = r$ stimmt natürlich nicht; man müsste sich eher vorstellen, dass auch bei diesen Magnetrons mit einer Fadenkathode eine virtuelle Kathode, z. B. bestimmt durch die Raumladungswolke, sich in einem Abstand $y_0 < r$ von der Anode befindet. Hier ist natürlich y_0 nicht konstruktiv festgelegt, sondern wird von den Betriebsdaten der Röhre abhängen.

Bei einem zweiten Beispiel, wo der ebene Fall nach Fig. 1 weitgehend realisiert würde, ergibt die Rechnung für eine Wellenlänge von $\Delta = 10$ cm; $r = 0,25$ cm; $y_0 = 0,1$ cm; $h = \frac{1}{4} y_0$

$$\begin{aligned} B &= 21000 \text{ Gauss} \\ V_0 &= 100000 \text{ V} \end{aligned}$$

also enorm hohe Werte im Vergleich zu den Schwingungen erster Art, wo für $\Delta = 1$ cm «nur» ca. 13 000 Gauss erforderlich sind und Spannungen von der Grössenordnung 1000 V. Die hohen Werte resultieren eben daher, weil die Fortschritts- geschwindigkeit der Elektronen und damit die Drehfeldgeschwindigkeit, d. h. die Frequenz nach der Cykloidengleichung proportional zu $\frac{E}{B}$ ist.

Vergrößerung des elektrischen Feldes erhöht wohl die Frequenz; damit aber die Amplitude der Cykloide nicht zu gross wird (jedenfalls nicht grösser als y_0), muss mit E auch B vergrössert werden, so dass der Effekt der Frequenzvergrößerung dadurch grösstenteils wieder kompensiert wird. Bei konstanter Cykloidenhöhe muss B proportional ω wachsen und V_0 proportional ω^2 . Will man obige Werte heruntersetzen, so muss man $h \cong y_0$ wählen; dann steckt aber die Anodenenergie zum grössten Teil in der Rollkreisenergie, welche als Erwärmung beim Auftreffen auf die Anode verlorenght. Dass trotzdem auch hier der Wirkungsgrad noch grösser als bei den Schwingungen erster Art sein kann, liegt in dem angeführten Unterschied im zweiten Aussortiermechanismus. Wollte man auch noch die Rollkreisenergie ausnützen, um auf einen höheren Wirkungsgrad zu kommen, so müsste man auch noch ein gegenlaufendes Drehfeld annehmen, welches beim Zerlegen eines gewöhnlichen Wechselfeldes in zwei entgegengesetzt laufende Drehfelder entsteht. Zur Energieentnahme müsste die Frequenz dieses gegenlaufenden Drehfeldes mit der Rollkreisfrequenz übereinstimmen und man bekäme, wie Herriger und Hülster¹²⁾ hervorheben, die weitere Forderung, dass die Frequenz des Zweiphasen-Wechselfeldes für ein Magnetron mit 2 Polpaaren

$w = \frac{1}{2} \omega_0$ sein müsste. Diese enthält aber für $h \cong y_0$ wieder die Bedingung B proportional ω und V_0 proportional ω^2 in sich, welche für kurze Wellen wieder zu den hohen Werten für E und B führt.

Nun noch eine Bemerkung über die Modulation dieser Schwingungen mit Endplatten; nach K. Fritz¹³⁾ ist bei den Schwingungen zweiter Ordnung im Vierschlitzmagnetron ein Endplattenpotential ohne Einfluss. Nach unserer Anschauung verstehen wir dies in der Weise, dass bei den Schwingungen niedriger Ordnung (kurze Wellen) die Cykloidenhöhe schon fast die Anode erreicht $h \cong y_0$, die Elektronen sich also bei den Schlitten in den relativ grossen Tangentialfeldern bewegen und dadurch rasch an die Anode befördert werden. Das Endplattenpotential hat ausserdem in dieses Gebiet nahe der Anode nur einen kleinen Eingriff und die zur seitlichen Herausholung benötigte Zeit kann grösser werden als die zur Aussortierung auf die Anode erforderliche Zeit.

¹²⁾ loc. cit.

¹³⁾ loc. cit.