

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 25 (1934)  
**Heft:** 6

**Artikel:** Probleme des Ferromagnetismus  
**Autor:** Sänger, R.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060140>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SCHWEIZERISCHER ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

# BULLETIN

## REDAKTION:

Generalsekretariat des Schweiz. Elektrotechn. Vereins und des Verbandes Schweiz. Elektrizitätswerke, Zürich 8, Seefeldstr. 301

## VERLAG UND ADMINISTRATION:

A.-G. Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei, Zürich 4  
Stauffacherquai 36/40

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet

XXV. Jahrgang

Nº 6

Mittwoch, 14. März 1934

## Probleme des Ferromagnetismus<sup>1)</sup>.

Von R. Sänger, Zürich.

538.1

Es wird eine Uebersicht über die Entwicklung der physikalischen Forschung auf dem Gebiete des Ferromagnetismus gegeben. Ausgehend von der Langevinschen Deutung des Paramagnetismus wird zunächst unter Berücksichtigung der Erkenntnisse der Quantenmechanik auf die Weißsche Theorie des Ferromagnetismus eingegangen. Die Weißsche Annahme eines inneren Molekularfeldes wird durch die modernen quantentheoretischen Überlegungen, wie sie in der Heisenbergschen Theorie des Ferromagnetismus zum Ausdruck kommen, gestützt. Neueste Messungen der Magnetisierung an Einkristallen zeigen, wie der spontane Magnetisierungsvektor im Kristallgitter verankert ist, und unter Berücksichtigung der elastischen Spannungen im Innern des Gitters kann auch eine qualitative Erklärung der technischen Magnetisierungskurve gewonnen werden.

Ein Gebiet der physikalischen Erscheinungswelt, das in der Elektrotechnik eine bedeutende Rolle spielt, ist der Ferromagnetismus. Der Techniker muss z. B. für die Konstruktion von elektrischen Maschinen die magnetischen Eigenschaften des in Frage kommenden Materials genau kennen. Trotz der grossen Bedeutung des Ferromagnetismus für die Technik ist seine physikalische Natur bis in die letzten Jahre ganz ungeklärt geblieben. Erst die moderne Quantentheorie hat die Grundlagen für ein prinzipielles Verständnis der im Ferromagnetismus auftretenden grossen Richtkräfte geschaffen. Formal hat zwar Pierre Weiss schon 1907, ausgehend von der Langevinschen Theorie des Paramagnetismus, durch Einführung des inneren molekularen Feldes eine phänomenologische Darstellung des Ferromagnetismus gegeben, die noch heute als Grundlage dienen kann. Einzig sind die darin auftretenden Grössen nach moderneren Gesichtspunkten zu interpretieren.

Langevin erklärt den Paramagnetismus auf folgende Weise: Jedes Molekül einer paramagnetischen Substanz ist Träger eines winzig kleinen Magnethens; das Moment dieses Magnethens ist eine charakteristische Grösse des Moleküls. Die Existenz eines solchen molekularen magnetischen Momentes können wir auf die im Innern des Moleküls sich bewegenden elektrischen Ladungen zurückführen.

<sup>1)</sup> Antrittsvorlesung von Dr. R. Sänger, Privatdozent für Physik an der Eidg. Techn. Hochschule, Zürich, gehalten am 13. Januar 1934.

L'auteur donne un aperçu du développement des recherches dans le domaine du ferromagnétisme. Partant de l'explication donnée par Langevin pour le paramagnétisme, l'auteur étudie tout d'abord la théorie du ferromagnétisme de Weiss en tenant compte de la mécanique quantique. L'hypothèse de Weiss tendant à admettre un champ moléculaire interne est renforcée par les considérations se basant sur la théorie moderne des quanta, telles qu'elles sont exprimées dans la théorie du ferromagnétisme de Heisenberg. Les plus récentes mesures de la magnétisation sur des monocristaux montrent comme le vecteur de magnétisation spontanée est lié au réseau cristallin. En tenant compte des tensions élastiques à l'intérieur du réseau cristallin, on peut également donner une explication qualitative de la courbe de magnétisation technique.

In einem äussern magnetischen Feld wird sich das mit einem magnetischen Moment ausgerüstete Molekül in Richtung des Feldes einstellen. Dabei wird es aber durch die Temperaturbewegung der Moleküle weitgehend gehindert und es wird sich eine mittlere Gleichgewichtslage einstellen. Für die Temperatur des absoluten Nullpunktes aber, wo keine Temperaturbewegung mehr vorhanden ist, müssen alle molekularen Momente die Richtung

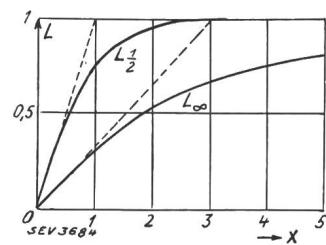


Fig. 1.

des äussern Feldes haben und deshalb die Magnetisierung ihren grösstmöglichen Wert  $M_\infty$  besitzen. Je höher die Temperatur steigt, desto mehr weicht die durch ein äusseres Feld hervorgerufene Magnetisierung  $M$  von  $M_\infty$  ab. Eine strenge Durchrechnung ergibt für den Quotienten  $M/M_\infty$  das in Fig. 1 wiedergegebene Resultat. Die Abszisse  $x$  bedeutet darin  $x = \frac{mH}{kT}$ , wo  $kT$  die Intensität der Wärmebewegung,  $m$  das magnetische Moment des Moleküls und  $H$  die Feld-

stärke des äusseren Feldes darstellt. Die Ordinate  $L$  bedeutet das Verhältnis der Magnetisierung  $M$  zur Sättigung  $M_\infty$ . Die mit  $L_{1/2}$  bezeichnete Kurve zeigt den Verlauf der Magnetisierung, wie ihn Langevin auf Grund der klassischen Mechanik berechnet hat. Es ist dabei angenommen, dass jede beliebige Einstellung des molekularen magnetischen Momentes zur Richtung des äusseren Feldes möglich ist. Nach den Vorstellungen der Quantenphysik ist aber eine unbeschränkte Einstellungsmöglichkeit nicht zulässig; das magnetische Moment besitzt nur eine endliche Anzahl diskreter Einstellungsmöglichkeiten. So stellt die mit  $L_{1/2}$  bezeichnete Kurve den Fall dar, wo für das molekulare magnetische Moment nur zwei Einstellungsmöglichkeiten bestehen, nämlich parallel und antiparallel zum Feld. Für eine grössere Zahl von Einstellungsmöglichkeiten würde die zugehörige Kurve zwischen den beiden gezeichneten liegen.

Wie die Kurven zeigen, nähert sich für grosse Werte der Abszisse  $x = \frac{mH}{kT}$  der Quotient  $M/M_\infty$  dem Werte 1, d. h. für grosse Werte des Feldes  $H$  oder kleinere Werte der absoluten Temperatur  $T$  kommt die zugehörige Magnetisierung  $M$  immer näher dem maximal möglichen Moment  $M_\infty$  zu liegen. Wir nennen diese Erscheinung die paramagnetische Sättigung. Bei normalen Temperaturen und praktisch leicht zugänglichen Feldstärken ist  $x$  eine kleine Grösse und wir bewegen uns nur ganz am Anfang der gezeichneten Kurven. In diesem engbegrenzten Gebiet können wir aber die Langevinsche Kurve als geradlinig auffassen und die resultierende Magnetisierung  $M$  ist darnach proportional der angelegten Feldstärke und umgekehrt proportional der absoluten Temperatur. Da aber mit  $M/H$  die magnetische Suszeptibilität  $\kappa$  definiert ist, haben wir auf diese Weise das von Curie erstmals beobachtete und nach ihm benannte Gesetz

$$\kappa = \frac{C}{T}$$

gefunden. Die im Curieschen Gesetz auftretende Konstante  $C$  ist aber, je nachdem wir die Einstellungsmöglichkeiten festlegen, auf verschiedene Weise durch das molekulare magnetische Moment bestimmt.

Ein Versuch, die ferromagnetischen Eigenschaften mit demselben Modell zu erklären, müsste an der enormen Grösse der Magnetisierbarkeit ferromagnetischer Substanzen scheitern. Weiss behilft sich nun so, dass er annimmt, ein molekulares magnetisches Moment einer ferromagnetischen Substanz erfahre nicht nur die Wirkung des äusseren angelegten Feldes, sondern sei auch noch der Wirkung eines Feldes unterworfen, das herrühre von der bereits vorhandenen Magnetisierung der Umgebung. Indem er nun annimmt, dass dieses zusätzliche Feld proportional der Magnetisierung ist, setzt er für die am Molekül wirkende Feldstärke

$$F = H + \nu M$$

Den Faktor  $\nu$  in dieser Gleichung nennen wir die Weißsche Konstante des molekularen Feldes. Zunächst lässt Weiss die Frage nach der Grösse der Konstanten offen. Wäre z. B. die Wirkung der Umgebung rein magnetischer Natur, so müsste bei einer Anordnung der Moleküle in einem regulären Kristallgitter für die Konstante der Lorentzsche Wert  $\frac{4\pi}{3}$  folgen.

Indem Weiss in den Langevinschen Ueberlegungen an Stelle des äussern Feldes  $H$  nun den erweiterten Ausdruck  $F = H + \nu M$  einführt, kann er zeigen, dass in Uebereinstimmung mit den Beobachtungen eine kritische Temperatur  $\Theta$  existieren muss, oberhalb welcher der ferromagnetischen Körper seinen Ferromagnetismus verlieren und sich verhalten sollte wie ein paramagnetischer Körper nach einem etwas veränderten Curieschen Gesetz.

$$\kappa = \frac{C}{T - \Theta}$$

An Stelle der absoluten Temperatur steht jetzt ihr Abstand von der kritischen Temperatur  $\Theta$ , der Curie-Temperatur.

Unterhalb der kritischen Temperatur muss nach der Weißschen Darstellung auch bei Abwesenheit eines äussern Feldes bereits eine spontane Magnetisierung des Ferromagnetikums existieren, die

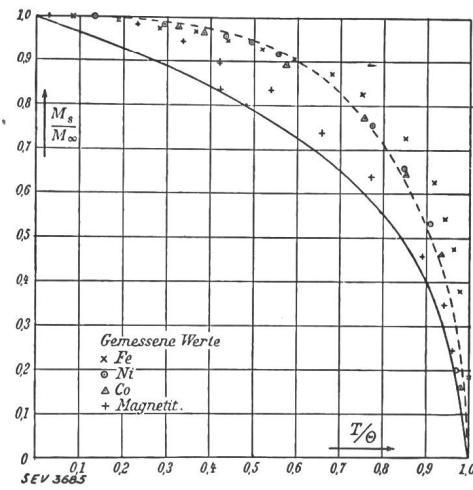


Fig. 2.

schon bei Temperaturen wenig unterhalb des Curie-Punktes durch ein äusseres Feld nicht mehr wesentlich beeinflusst werden kann. Diese spontane Magnetisierung ist gleichbedeutend der in der Technik bei Feldern von der Grössenordnung von 100 Oersted erreichten Sättigung. Wir bezeichnen sie daher kurz als die technische Sättigung. Darüber hinaus kann die Magnetisierung nur noch mit extrem hohen Feldern gesteigert werden.

Fig. 2 illustriert die Weißsche Theorie für Temperaturen unterhalb des Curie-Punktes. Als Ordinate ist darin das Verhältnis der spontanen Magnetisierung  $M_s$  zur maximal möglichen Magnetisierung  $M_\infty$ , als Abszisse der zugehörige Quotient der

absoluten Temperatur und der Curie-Temperatur aufgetragen. Die ausgezogene Linie stellt die Weißsche Kurve dar, berechnet unter der Annahme, dass jede Einstellung des molekularen magnetischen Momentes zum äussern Feld möglich ist, d. h. unter Zugrundelelung der vorhin gezeigten Langevinschen Kurve  $L_\infty$ . Die gestrichelte Kurve gibt das Ergebnis der Theorie wieder, in der Annahme, dass nur zwei Einstellungsmöglichkeiten existieren, also die Langevinsche Kurve  $L_{1/2}$  benutzt wird. In der Figur sind im weitern die an Eisen, Nickel, Kobalt und Magnetit beobachteten Werte eingetragen. Auf den ersten Blick fällt auf, wie die auf quantentheoretischer Grundlage hergeleitete Weißsche Kurve viel besser den experimentellen Werten zu folgen vermag als die klassische Kurve. Insbesondere nähert sich die quantentheoretische Kurve bei tiefen Temperaturen, so wie es die Beobachtungen fordern, rascher der maximalen Sättigung  $M_\infty$ .

Als Folgerung der Weißschen Theorie muss jede Änderung der Magnetisierung eines Ferromagnetikums mit einer sie begleitenden Temperaturänderung verbunden sein. Ferner muss in Gebieten, wo sich die spontane Magnetisierung besonders ausgeprägt mit der Temperatur ändert, mit andern Worten, unmittelbar bei Temperaturen unter dem Curie-Punkt, die spezifische Wärme eine Anomalie zeigen. Die nachträgliche experimentelle Bestätigung dieser beiden Folgerungen der Theorie bildet eine der schönsten Stützen der Weißschen Darstellung des Ferromagnetismus mit Hilfe des Molekulardriftfeldes.

Um den beobachteten Werten der magnetischen Suszeptibilität für Temperaturen über dem Curie-Punkt gerecht zu werden, müssen wir der Weißschen Konstanten  $\nu$  des innern Feldes folgende Werte geben:

für Eisen	3 500
für Nickel	14 000
für Kobalt	8 650

Vergleichen wir diese Werte mit dem schon oben erwähnten Lorentzschen Faktor  $\frac{4\pi}{3}$ , so fällt vor

allem ihre beträchtliche Grösse auf. D. h. unter anderm auch, dass das Weißsche Molekulardriftfeld für die Verhältnisse im Innern des Ferromagnetikums allein massgebend ist. An Versuchen, eine molekularetheoretische Deutung des innern Feldes auf klassischer Basis zu finden, hat es nicht gefehlt, doch scheiterten alle Ueberlegungen an der enormen Grösse des Feldes. Erst die Quantentheorie brachte dann eine Erklärung des Weißschen Feldes, die seiner Grösse gerecht wird und wirklich befriedigen kann.

Etwas abweichend vom Weißschen Modell hat Ewing eine Theorie des Ferromagnetismus auf Grund einer besonders intensiven Wechselwirkung der molekularen magnetischen Momente vorgeschlagen. Die benötigten Werte der potentiellen Energie benachbarter Elementarmagnete müssten

aber, um den Beobachtungen zu folgen, wiederum von einem Ausmass sein, dass sie einer molekularetheoretischen Begründung auf klassischer Basis die gleichen Schwierigkeiten böten wie das Weißsche Molekulardriftfeld.

Die quantentheoretische Begründung des Molekulardriftfeldes beruht auf dem erstmals von Heisenberg<sup>2)</sup> erkannten Austauscheffekt. Wir können uns davon am besten ein Bild machen, wenn wir die gegenseitige potentielle Energie  $W_{1,2}$  von zwei zu benachbarten Atomen gehörigen Elektronen anschreiben. Vorausschicken müssen wir, dass das magnetische Moment eines Moleküls nicht nur hervorgerufen werden kann durch die Bewegungen der Ladungen, d. h. der Elektronen innerhalb des Moleküls, sondern auch durch Eigenrotationen der sich bewegenden Elektronen, also durch den Elektronenspin. Die Quantentheorie gibt für die potentielle Energie  $W_{1,2}$  der beiden, zu benachbarten Atomen gehörigen Elektronen den Ausdruck

$$W_{1,2} = K - \frac{1}{2} J_{1,2} - 2 J_{1,2} s_1 s_2 \cos \vartheta$$

In dieser Formel bedeutet  $J_{1,2}$  das sogenannte Austauschintegral,  $s_1$  und  $s_2$  sind die Absolutwerte der Spinnmomente und  $\vartheta$  der von den Spinnmomenten eingeschlossene Winkel. Das Austauschintegral  $J_{1,2}$  stellt die Energie dar, die mit einem Austausch der Zustände der beiden Elektronen verknüpft ist, d. h. mit dem gegenseitigen Wechsel ihrer Plätze. Das Austauschintegral ist rein elektrostatischer Natur; ist es positiv, so stellt der Austausch der Zustände einen Verlust an potentieller Energie dar und der Vorgang muss spontan, aus eigenem Antrieb verlaufen. Im dritten Glied des Ausdrucks für die potentielle Energie tritt zum Austauschintegral als Faktor das Produkt aus den Spinnmomenten und dem Cosinus ihres Neigungswinkels; es ist dies im wesentlichen eine Konsequenz des Paulischen Ausschliessungsprinzips. Durch dieses Cosinus-Glied erhält der Ausdruck für die potentielle Energie der beiden Elektronen, obwohl er rein elektrostatischer Natur ist, eine Form, die ähnlich ist dem Ausdruck für die potentielle Energie zweier benachbarter Elementarmagnete; nur sind die darin auftretenden Konstanten von ganz anderer Grössenordnung. So kommen wir zu einer Erklärung für die in der Ewingschen Theorie des Ferromagnetismus benötigten grossen Werte der potentiellen Energie benachbarter Elementarmagnete, die wir auf Grund der klassischen Gesetze nicht verstehen konnten. Zugleich kommen wir auch zu einer Interpretation des Weißschen Molekulardriftfeldes. Ist das Austauschintegral positiv, so werden sich die beiden Elektronenspins ausrichten, d. h. ihr Winkel wird zu Null. Geschieht dieser Prozess bei der Bildung eines einzelnen zweiatomigen Moleküls, so wird dasselbe zum Träger eines magnetischen Momentes; es wird paramagnetisch. Vollzieht sich der Vorgang aber beim Wachsen eines Kristalles, so werden die Elektronenspins in einem grossen Gebiet gerichtet, wodurch ein sehr grosses magneti-

<sup>2)</sup> W. Heisenberg, Z. Physik, Bd. 49 (1928), S. 619.

sches Moment entsteht. Wir identifizieren dasselbe im Sinne Weiss mit der spontanen Magnetisierung.

Bedingung für das Zustandekommen von Ferromagnetismus ist ein positives Austauschintegral. Es ist leicht zu zeigen, dass für die meisten Stoffe ein negativer Wert des Austauschintegrals zu erwarten ist und sie daher nicht ferromagnetisch sein können. Warum aber die ferromagnetischen Elemente Eisen, Nickel und Kobalt ein positives Austauschintegral besitzen, ist ein Problem, das die Quantenphysik bis heute noch nicht restlos befriedigend gelöst hat.

Die Weiss-Heisenbergsche Theorie sagt nur etwas aus über die Grösse der spontanen Magnetisierung; sie sagt aber gar nichts darüber, wie diese spontane Magnetisierung im Innern des Kristallgitters orientiert ist. Aufschluss zu erhalten durch eine Verfeinerung der Ueberlegungen unter Einbeziehung der magnetischen Wechselwirkungen würde die Rechnungen ungemein verwickeln. Um auf einfachere Weise über die Orientierung der Magnetisierung im Kristallgitter ein Bild zu erhalten, wollen wir, wie es Akulov<sup>3)</sup> und Becker<sup>4)</sup> vorgeschlagen haben, direkt an die experimentellen Befunde an Einkristallen anschliessen.

Auf Grund unseres Modells können wir noch nicht verstehen, warum ein Eisenstück zu seiner technischen Sättigung überhaupt den Aufwand eines äusseren endlichen Feldes bedarf. Nach unserem Bilde sollte das Eisenstück bereits zum vornherein auf technische Sättigung magnetisiert sein. Weiss nimmt an, dass ein Ferromagnetikum in viele kleine Bezirke, die zwar immer noch eine grosse Anzahl von Atomen enthalten, aufgeteilt ist; jeder dieser Bezirke ist im Sinne der Weißschen Theorie bis zur spontanen Sättigung magnetisiert. Die Richtung der Magnetisierung ist aber in den verschiedenen Bezirken verschieden, so dass im Mittel, wenn das Eisenstück noch keinem äussern magnetischen Einfluss unterworfen ist, die resultierende pauschale Magnetisierung Null wird. Die Magnetisierung in einem äussern Feld kommt dann so zu stande, dass sich bei wachsender Feldstärke in immer mehr Bezirken die spontane Magnetisierung in Richtung des äussern Feldes einstellt, bis bei einer Feldstärke von ca. 100 Oersted alle Magnetisierungsvektoren die Richtung des äussern Feldes haben und wir damit die technische Sättigung erreichen. Dass auch ferromagnetische Einkristalle eine zwar kleine, aber endliche Feldstärke zur Magnetisierung bedürfen, führt dazu, auch bei ihnen eine Unterteilung in Weißsche Bezirke anzunehmen.

Die magnetischen Eigenschaften ferromagnetischer Einkristalle sind von Webster<sup>5)</sup> und dann vor allem von den Japanern Honda und Kaya<sup>6)</sup>

untersucht worden; sie bestimmten die Magnetisierbarkeit in verschiedenen Richtungen des Kristallgitters. Die Elemente Eisen und Nickel kristallisieren in einem regulären Gitter, und zwar Eisen raumzentriert, Nickel flächenzentriert. Die Atome liegen in den Ecken eines Würfels; ein weiteres Atom sitzt beim Eisen im Schnittpunkt der Raumdiagonalen, bei Nickel im Schnittpunkt der Flächendiagonalen. Fig. 3 zeigt die beobachteten Magnetisierungskurven an den Einkristallen von Eisen und Nickel in verschiedenen Richtungen des Gitters. Als Abszisse ist die angelegte Feldstärke, als Ordinate die zugehörige Magnetisierung aufgetragen.

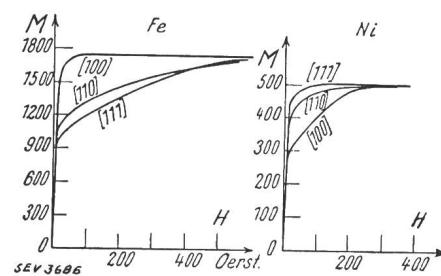


Fig. 3.

Wie wir sehen, ist die Magnetisierbarkeit in den verschiedenen Richtungen verschieden. Eisen lässt sich besonders gut in Richtung der Würfelkante [100] magnetisieren, Nickel dagegen in Richtung der Körperdiagonale [111]. Schon für kleine aufgewendete Feldstärken ist in diesen Richtungen bereits die Sättigung erreicht; während in den andern Gitterrichtungen die Sättigung grösserer Feldstärken bedarf.

Da die Magnetisierungskurven der Einkristalle fast hysteresefrei verlaufen, können wir die bei der Magnetisierung aufgewendete Arbeit als die im Kristall aufgespeicherte freie magnetische Energie auffassen. In Fig. 4 ist diese aufgespeicherte freie magnetische Energie, wie sie aus den Messungen der Magnetisierung an Einkristallen folgt, für Eisen

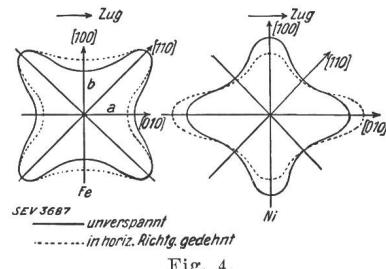


Fig. 4.

und Nickel in vektorieller Darstellung wiedergegeben, und zwar für alle Richtungen einer Grundfläche des Kristallgitters. Vom Koordinatenursprung aus ist als Vektor in der zugehörigen Richtung die magnetische Kristallenergie eingetragen; die Endpunkte dieses Vektors liegen auf der ausgezogenen Kurve. Die kleinste freie Energie kommt bei Eisen der Würfelkante [100] zu. Dies entspricht dem Umstand, dass beim Eisenkristall die Richtung der Würfelkante eine Richtung leich-

<sup>3)</sup> N. S. Akulov, Z. Physik, Bd. 66 (1930), S. 533.

<sup>4)</sup> R. Becker, Physik. Z., Bd. 33 (1932), S. 905.

<sup>5)</sup> W. L. Webster, Proc. Roy. Soc. Lond. (A), Bd. 109 (1925), S. 570.

<sup>6)</sup> K. Honda u. S. Kaya, Sci. Rep. Tôhoku Univ., Bd. 17 (1928), S. 111; S. Kaya, Sci. Rep. Tôhoku Univ., Bd. 17 (1928), S. 639 u. 1157.

tester Magnetisierbarkeit darstellt. Bei Nickel ist die Würfelkante die Richtung der schwersten Magnetisierung und daher zeigt das Bild ein Maximum der freien Energie für diese Richtung. Der Unterschied in der Länge zweier Vektoren (z. B. der Vektoren [100] und [110]) stellt die Arbeit dar, die aufgewendet werden muss, um die spontane Magnetisierung aus der einen Richtung in die andere zu drehen.

In dieser Figur sind ebenfalls die Verhältnisse geschildert, wenn wir den Kristall einem äussern Zug unterwerfen, und zwar für den Fall, dass der äusserne Zug in Richtung einer Würfelkante erfolgt. Wie wir sehen, werden die Verhältnisse durch einen solchen mechanischen Eingriff geändert. Bei Eisen verliert die Würfelkante, die normal zum äusseren Zug steht, immer mehr ihren Charakter als Richtung minimaler Energie, während jene Würfelkante parallel zum Zug ein noch ausgeprägteres Minimum erhält und damit zu einer Richtung ausgesprochen leichter Magnetisierung wird. Bei Nickel sind die Verhältnisse anders. Hier wird die Würfelkante parallel zur Zugrichtung zu einer noch ausgeprägteren Richtung schwerster Magnetisierung, während die Würfelkante normal dazu immer mehr diesen Charakter verliert.

Wir finden damit, dass die in einem Kristall aufgespeicherte freie magnetische Energie nicht nur allein von der Richtung des spontanen Magnetisierungsvektors abhängt, sondern auch vom elastischen Spannungszustand, in dem sich der Kristall befindet. Damit steht in Zusammenhang, dass ein Ferromagnetikum bei Aenderung seiner Magnetisierung eine Längenänderung erfährt, die man als Magnetostriktion bezeichnet. Sie kann positiv oder negativ sein, kann auch das Vorzeichen während des Magnetisierungsvorganges wechseln. Die geschilderte Spannungsabhängigkeit der Richtung leichtester Magnetisierbarkeit benutzt Becker u. a. auch zu einem Versuch, die Existenz der Weißschen Bezirke auf Spannungsschwankungen im Innern des Kristalles zurückzuführen.

Wir müssen nochmals auf die Magnetisierungskurven von Eisen- und Nickeleinkristallen zurückkommen. Wie wir in Fig. 3 sehen, ist allen Kurven der sehr steile Anstieg für schwache Felder eigentlich. Wir könnten das so verstehen, dass zunächst ohne äusseres Feld die von den spontanen Magnetisierungsvektoren eingenommenen Richtungen sich gleichmässig über alle kristallinen Vorzugsrichtungen leichter Magnetisierung verteilen. Bei Anlegen eines beliebig kleinen Feldes findet dann ein Umkippen dieser magnetischen Vektoren statt, und zwar so, dass alle in solche Richtungen leichter Magnetisierung zu liegen kommen, die mit dem angelegten äusseren Feld einen möglichst kleinen Winkel einschliessen. Dadurch erhalten wir den ersten starken Anstieg der pauschalen Magnetisierung. Wenn nun das äussere Feld noch weiter zunimmt, findet nur noch eine kontinuierliche Drehung der magnetischen Vektoren in die Richtung des äussern

Feldes statt. Dies entspricht dem oberen gekrümmten Teil der Magnetisierungskurven.

Der Ablauf des eben erwähnten Umklappungsprozesses schliesst aber eine grosse Schwierigkeit in sich. Während des Umkippungsvorganges muss der spontane Magnetisierungsvektor durch Gebiete streichen, deren freie magnetische Energie grösser ist als die Ausgangsenergie. Der Vorgang kann daher nicht eingeleitet werden. Bloch<sup>7)</sup> und Becker schlagen aus diesem Grunde einen andern Mechanismus für die Einstellung der magnetischen Vektoren vor, indem sie annehmen, dass bei Anlegen eines kleinen Feldes eine Verschiebung der die Weißschen Bezirke gegenseitig abgrenzenden Wand stattfindet. Diese Wandverschiebung geschieht mit

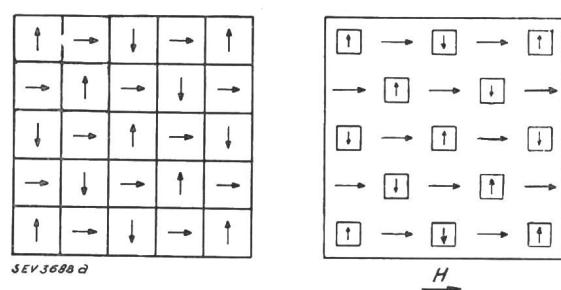


Fig. 5.

einer endlichen Geschwindigkeit, indem die Bezirke, deren spontane Magnetisierungsvektoren schon einen kleinen Winkel mit dem äussern Feld bilden, auf Kosten der weniger günstig orientierten Umgebung zu wachsen beginnen. Ist die Verschiebung klein, so verläuft sie quasi elastisch, d. h. beim Verschwinden des Feldes kehrt die Wand wieder in die ursprünglich eingenommene Lage zurück. Beginnt die Bewegung aber, grössere Gebiete zu überstreichen, so kann sie irreversibel werden. Da bei Einkristallen nur eine äusserst geringe Hysteresis besteht, müssen wir annehmen, dass die Wandverschiebungen fast vollständig reversibel verlaufen.

In Fig. 5 sehen wir die geschilderten Verhältnisse illustriert. Links ist eine Unterteilung in Weißsche Bezirke ohne äusseres Feld zu sehen. In der

Figur rechts sind die Verhältnisse bei einem nach rechts gerichteten angelegten Feld dargestellt.

Zum Schlusse werden wir uns noch fragen, wie die bei gewöhnlichen polikristallinen Ferromagnetika auftretenden Magnetisierungsscheinungen nach Becker<sup>8)</sup> zu verstehen sind. Fig. 6 zeigt uns die jungfräuliche Magnetisierungskurve von weichem

<sup>7)</sup> F. Bloch, Z. Physik, Bd. 74 (1932), S. 333.

<sup>8)</sup> R. Becker, «Die technische Magnetisierungskurve» in P. Debye «Leipziger Vorträge 1933», Verlag S. Hirzel, Leipzig.

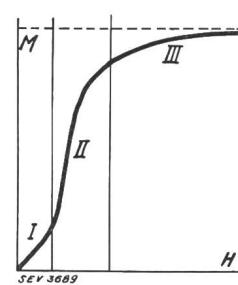


Fig. 6.

Eisen. Das mit I bezeichnete Gebiet stellt dasjenige der reversiblen Anfangsmagnetisierung dar. Lassen wir die Feldstärke innerhalb dieses Gebietes anwachsen und hernach wieder abnehmen, so kehrt die Magnetisierung auf der genau gleichen Kurve zu ihrem Nullwert zurück. Dieses Gebiet schreiben wir den reversiblen Wandverschiebungen zu. Das nächste Gebiet II, in dem die Magnetisierungskurve steil ansteigt, ist dasjenige der irreversiblen Wandverschiebungen. Hier wandern die Begrenzungswände mit grosser Geschwindigkeit über viele Bezirke hinweg, wodurch am oberen Ende des Gebietes alle spontanen Magnetisierungsvektoren in jenen Vorzugsrichtungen leichtester Magnetisierung liegen, die einen möglichst kleinen Winkel zum äussern Feld einschliessen. Wenn wir nun hier den Magnetisierungsvorgang umkehren, folgt die Magnetisierung infolge der durchlaufenen irreversiblen Wandverschiebungen nicht mehr der vorgezeichneten Kurve, sondern sie bleibt hintennach, und wir haben die bekannten Erscheinungen der magnetischen Hysterese vor uns. Das dritte Gebiet stellt endlich das Gebiet der reversiblen Drehprozesse dar. Hier findet noch das letzte Eindrehen der spontanen Magnetisierungsvektoren in die Richtung des äussern Feldes statt. Und nach Ablauf dieses Vorganges ist die technische Sättigung erreicht.

Unterwerfen wir ein polikristallines Ferromagnetikum starken Zug- oder Druckkräften, so können wir erwarten, dass Vorzugsrichtungen leichtester Magnetisierbarkeit entstehen. In der Tat zeigt z. B. ein Nickeldraht unter Zug eine Vorzugsrichtung der Magnetisierbarkeit quer zur Drahtrichtung, während bei einem Draht aus gewissen Nickeleisenlegierungen unter den gleichen Verhältnissen die Drahtachse selbst zur Richtung leichtester Magnetisierbarkeit wird. Magnetisiert man einen solchen Eisennickeldraht unter starkem Zug in der Längsrichtung, so behält er auch nach Wegnahme des äussern angelegten Feldes den vollen Sättigungs-

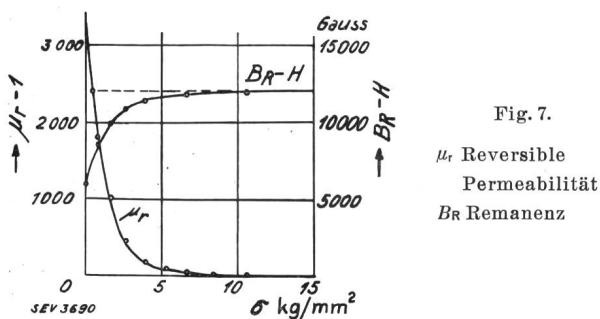


Fig. 7.  
 $\mu_r$  Reversible  
 Permeabilität  
 $B_r$  Remanenz

wert der Magnetisierung bei. Erst bei Anlegen eines entgegengesetzten Feldes von bestimmter Grösse ändert sich die Magnetisierung; sie geht dann aber gleich in den Sättigungswert entgegengesetzter Richtung über. Mit Hilfe dieses Versuches konnten Sixtus und Tonks<sup>9)</sup> sehr schön zeigen, dass es sich da-

<sup>9)</sup> K. J. Sixtus u. L. Tonks, Physic. Rev., Bd. 37 (1931), S. 930.

bei nicht um einen Umlappungsvorgang handelt, sondern um einen Wandverschiebungsprozess, welcher von einem bestimmten Keim aus über alle Gebiete mit endlicher Geschwindigkeit fortschreitet. Diese Geschwindigkeit hängt unter anderm auch von der Zugsspannung ab. Sie ist von der Grössenordnung einiger tausend Zentimeter pro Sekunde.

Aehnliche Versuche hat auch Preisach<sup>10)</sup> an Permalloy ausgeführt. Fig. 7 gibt uns ein Bild einer seiner Beobachtungen. Die reversible Permeabilität und die Remanenz sind darin als Funktion der Zugspannung aufgetragen. Wie aus der

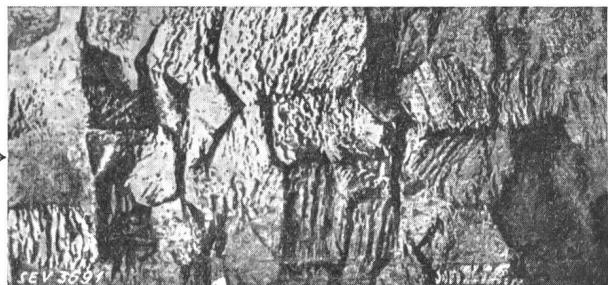


Fig. 8  
 Der Pfeil zeigt auf ein Gebiet mit Bitterstreifen.

Figur hervorgeht, ist von einer Zugspannung von ungefähr  $10 \text{ kg/mm}^2$  an die reversible Magnetisierung praktisch Null und entsprechend die Remanenz gleich der vollen technischen Sättigung.

Wenn wir annehmen dürfen, dass die beobachtete Geschwindigkeit von einigen tausend cm/s allgemein die Grössenordnung der Geschwindigkeit darstellt, mit welcher Wandverschiebungsprozesse verlaufen, so kommen wir dadurch auch zu einer groben Abschätzung der Frequenz eines angelegten Wechselfeldes, für welche die ferromagnetischen Eigenschaften verschwinden müssen. Wählen wir für die Lineardimension eines Weißschen Bezirkes ungefähr 100 Atomabstände, so überstreicht der Wandverschiebungsprozess bei einer Geschwindigkeit von ca. 3000 cm/s einen solchen Bezirk in der Zeit von ungefähr  $10^{-9} \text{ s}$ . Es ist daher erlaubt, zu erwarten, dass bei Frequenzen von der Ordnung  $10^9$  die ferromagnetischen Eigenschaften abklingen. Tatsächlich zeigen auch Beobachtungen über die Frequenzabhängigkeit der Magnetisierung, dass bei Frequenzen von dieser Grösse die Werte der Permeabilität fallen.

Bitter<sup>11)</sup> versuchte, eine eventuelle innere magnetische Struktur eines Ferromagnetikums, wie sie z. B. die Weißschen Bezirke darstellen, sichtbar zu machen, indem er kleine magnetische Partikel auf Oberflächen von ferromagnetischen Proben niederschlagen liess. Dort, wo Bezirke zusammenstoßen, müssen wir Inhomogenitäten des Feldes erwarten, und dort werden sich mit Vorliebe die Teilchen absetzen. Von seinen photographischen Aufnahmen wollen wir zwei Beispiele anführen:

<sup>10)</sup> F. Preisach, Physik. Z., Bd. 33 (1932), S. 913.

<sup>11)</sup> F. Bitter, Physic. Rev., Bd. 41 (1932), S. 507.

Fig. 8 zeigt eine Aufnahme einer Eisenoberfläche. In einigen Gebieten dieser Oberfläche

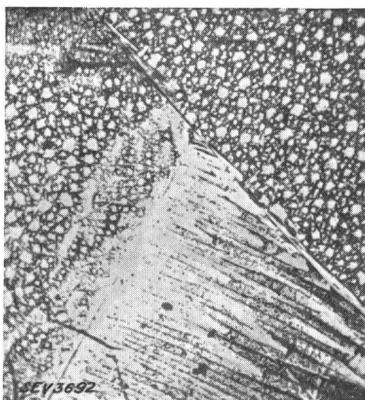


Fig. 9.

lagern sich tatsächlich die magnetischen Teilchen in äquidistanten Linien ab. Der Abstand der Linien ist ungefähr  $1/10$  mm. Fig. 9 ist eine Aufnahme

einer Kobaltoberfläche; unten sehen wir ein Gebiet, in welchem ebenfalls die Teilchen sich an äquidistanten Linien absetzen, während in den übrigen Gebieten die Teilchen sich in regelmässigen Punkten niederschlagen. Eine befriedigende Deutung der Bitterschen Figuren haben wir aber noch nicht.

Durch diese Darlegungen wird es uns erst recht bewusst, welch glücklichen Gedanken Weiss mit der Einführung des molekularen Feldes hatte. Allerdings brachte erst die weitere Entwicklung der Physik in den letzten Jahren eine befriedigendere Erklärung für die Existenz des Weißschen Molekulardfeldes, und erst heute sind wir zu einem tieferen Verständnis der Eigenschaften ferromagnetischer Körper vorgedrungen. Diejenigen Fragen, deren Beantwortung noch aussteht, sind meistens nicht grundsätzlicher Natur. Gelingt es der Physik, auch über sie Klarheit zu schaffen, so ist es vor allem die Technik, die von einer genauen Kenntnis des im Ferromagnetismus sich abspielenden Mechanismus grossen Nutzen ziehen wird.

## Berechnung von Einphasen-Kondensator-Motoren.

Von M. Krondl, Zürich-Oerlikon.

621.313.333.025.1

*Es wird eine bequeme, graphisch-analytische Berechnungsmethode der Einphasen-Kondensator-Motoren abgeleitet.*

*L'auteur démontre une méthode graphico-analytique de calcul des moteurs monophasés à condensateur.*

### I. Einleitung.

Einphasen-Induktionsmotoren mit Kondensatoren sind schon im Jahre 1895 von Steinmetz<sup>1)</sup> vorgeschlagen worden, aber erst die in den letzten Jahren erzielte Verbesserung und Verbilligung der Kondensatoren ermöglichte die erfolgreiche Einführung der «Kondensator-Motoren» («C-Motoren») in die Praxis. Die C-Motoren werden immer mehr verwendet, und zwar hauptsächlich als Kleinmotoren, für den Antrieb von Haushaltungsmaschinen, Kältemaschinen usw. Die Haupteigenschaften des C-Motors, welche bereits in andern Arbeiten ausführlich untersucht wurden<sup>2)</sup>, sollen hier nur kurz rekapituliert werden. Zweck dieses Aufsatzes ist, eine bequeme, graphisch-analytische Berechnungsmethode zu beschreiben.

### II. Der C-Motor im ausgeglichenen Betriebszustand.

Der Grundgedanke der üblichen Schaltung des C-Motors (Fig. 1) ist folgender: Der der Hilfswicklung (b) vorgeschaltete Kondensator  $\beta_c$  hat zur Folge, dass die Klemmenspannung der Hilfswicklung gegen die Netzspannung voreilt. Man kann die Verhältnisse so wählen, dass bei einem bestimmten Betriebszustand an den Motorklemmen eine symmetrische zweiphasige Spannung herrscht. Der Motor arbeitet dann in diesem «ausgeglichenen» Betriebszustand als Zweiphasenmotor, obschon er von einem Einphasennetz gespeist wird. Wirkungsgrad

und Leistungsfaktor des Motors sind also denen eines Zweiphasenmotors gleich; dabei wird dem einphasigen Netz ein Strom mit dem Leistungsfaktor  $\cos \varphi \approx 1$  oder sogar ein voreilender Strom entnommen. Der Motor kann ferner fast mit der vollen normalen dreiphasigen Leistung ausgenutzt werden, anstatt der ca. 50prozentigen Ausnützbarkeit des gewöhnlichen Einphasenmotors. Der C-Motor hat in der betriebsmässigen Schaltung ein Anlaufdrehmoment von ca. 20 bis 40 % des Nenndrehmoments, was für viele Antriebe genügt. Man muss zum

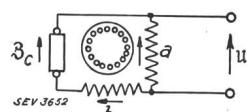


Fig. 1.  
Normales Schema  
eines Kondensator-Motors.

Anlauf keine Umschaltung, wie beim gewöhnlichen Einphasenmotor, vornehmen. Es lässt sich aber auch bis ca. vierfaches Nenndrehmoment durch verschiedene, aus der Literatur bekannte Anlauf-Umschaltungen erzielen. Endlich kann als Vorteil des C-Motors angeführt werden, dass er im ausgeglichenen Betriebszustand nicht das brummende Geräusch des gewöhnlichen Einphasenmotors entwickelt, da er keine pulsierende Komponente des magnetischen Feldes enthält, sondern ein reines Drehfeld hat.

Das *Vektordiagramm* für den ausgeglichenen Betrieb ist in Fig. 2 dargestellt. Das Uebersetzungsverhältnis beider Wicklungen ist  $\ddot{u} = \frac{w_a}{w_b}$ . Die

Spannung des Kondensators eilt um den Winkel  $\frac{\pi}{2}$

<sup>1)</sup> Siehe Arnold, «Die Wechselstromtechnik», Bd. V, 1, S. 278.

<sup>2)</sup> Siehe Literaturverzeichnis am Schluss des Artikels.